



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA  
MINIMIZAR COSTOS DE OPERACIÓN EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE  
DISTRIBUCIÓN.**

Proyecto de Titulación presentado previo a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico en  
Sistemas Eléctricos de Potencia.

**Autor/es:**

Colimba Colimba Edison Joel

Salazar Moyolema John Alexis

**Tutor:**

Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza Ms.C

**Latacunga-Ecuador**

**2022 -2023**



## DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Nosotros, **COLIMBA COLIMBA EDISON JOEL** y **SALAZAR MOYOLEMA JOHN ALEXIS** declaramos ser autores del presente proyecto de investigación: **“GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA MINIMIZAR COSTOS DE OPERACIÓN EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN”**, siendo el Ing. **QUINATO CAIZA CARLOS IVAN** el tutor del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica de Cotopaxi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de nuestra exclusiva responsabilidad.

.....  
**Colimba Colimba Edison Joel**

**C.I: 1804986485**

.....  
**Salazar Moyolema John Alexis**

**C.I: 1805243910**



## **AVAL DEL TUTOR DE PROYECTO DE TITULACIÓN**

En calidad de Tutor del Trabajo de Investigación sobre el título:

**“GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA MINIMIZAR COSTOS DE OPERACIÓN EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN.”**, de **COLIMBA COLIMBA EDISON JOEL** y **SALAZAR MOYOLEMA JOHN ALEXIS**, de la carrera de Ingeniería Eléctrica, considero que dicho Informe Investigativo cumple con los requerimientos metodológicos y aportes científico-técnicos suficientes para ser sometidos a la evaluación del Tribunal de Validación de Proyecto que el Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas de la Universidad Técnica de Cotopaxi designe, para su correspondiente estudio y calificación.

Latacunga, Febrero 2023

El Tutor

.....  
**MSc. Ing. Carlos Ivan Quinatoa Caiza**

**C.I: 0503287864**



## APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE TITULACIÓN

En calidad de Tribunal de Lectores, aprueban el presente Informe de Investigación de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la Universidad Técnica de Cotopaxi, y por la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas; por cuanto, los postulantes: **EDISON JOEL COLIMBA COLIMBA**, y **JOHN ALEXIS SALAZAR MOYOLEMA**, con el título de Proyecto de titulación “**GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA MINIMIZAR COSTOS DE OPERACIÓN EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN**”. Han considerado las recomendaciones emitidas oportunamente y reúne los méritos suficientes para ser sometido al acto de Sustentación de Proyecto.

Por lo antes expuesto, se autoriza realizar los empastados correspondientes, según la normativa institucional.

Latacunga, Febrero 2023

Para constancia firman:

**Lector 1 (Presidente)**

**Ing. Wilian Patricio Guamán Cuenca**

**CC: 0603578956**

**Lector 2**

**Ing. Jessica Nataly Castillo Fiallos**

**CC: 0604590216**

**Lector 3**

**Ing. Diego Leonardo Jiménez Jiménez**

**CC: 0503493702**

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, agradezco a Dios por ser el guía en mi camino, quien con su bendición ha llenado de salud y vida mi hogar.

A las autoridades y personal que conforman la Universidad Técnica de Cotopaxi por confiar y brindarme la oportunidad de instruirme en esta prestigiosa institución.

Un agradecimiento especial al Ing. Carlos Quinatoa que ha sido un gran profesional y una gran persona dentro y fuera de la institución.

A todas las personas que estuvieron en este proceso educativo, gracias por su amistad y apoyo incondicional que representó este gran camino, en especial a John y Christian.

**Edison Joel Colimba Colimba**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer en primera instancia a Dios por darme la vida, fuerza e inteligencia para poder alcanzar mi título profesional, ser mi fortaleza y consuelo en este arduo y difícil camino universitario.

Agradezco a mis padres Franklin y Blanca por su sacrificio, siempre me apoyaron y me enseñaron que con tenacidad y sacrificio los sueños si se cumplen, a mis hermanas que siempre confiaron y creyeron en mí.

Muestro mi gratitud a la Universidad Técnica de Cotopaxi por brindarme la oportunidad de formarme como profesional, especialmente al Ing. Carlos Quinatoa tutor del presente trabajo de titulación, gracias por la paciencia y conocimientos que fueron guía para poder culminar mis estudios de tercer nivel.

A los amigos que forme en el transcurso de los años con quienes se compartió risas y alegrías, en especial a mi compañero de tesis Joel, amigo con trabajo y perseverancia logramos alcanzar nuestra meta. Agradecido con todas las personas que formaron parte en esta etapa importante de mi vida.

**John Alexis Salazar Moyolema**

## **DEDICATORIA**

Le dedico a Dios por brindarme la salud y vida que me ha permitido culminar mis estudios profesionales siendo el artífice de todo lo que he logrado.

A mi madre Cristina que a pesar de las adversidades siempre estuvo apoyándome incondicionalmente hasta poder cumplir con este objetivo.

A mi abuela Clarita, que partió antes de hora, en donde te encuentres esto es para ti.

Cada cosa que logro a ustedes se las dedico....

**Edison Joel Colimba Colimba**

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a mi mis Padres, hermanas y abuelitas que me apoyaron y acompañaron en mi etapa universitaria, no lo habría logrado sin su ayuda.

A mis seres queridos que partieron antes de hora, un día soñaron con verme convertido en un profesional, abuelitos donde quieran que estén, esto es para ustedes.

Dedicado a mi familia, amigos y todos los que creyeron en mi...

**John Alexis Salazar Moyolema**

## ÍNDICE GENERAL

1.	INFORMACIÓN GENERAL.....	1
2.	INTRODUCCIÓN .....	2
2.1	EL PROBLEMA .....	3
2.1.1	Situación Problemática .....	3
2.1.2	Formulación del Problema.....	4
2.2	OBJETO Y CAMPO DE ACCION.....	4
2.3	BENEFICIARIOS .....	4
2.3.1	Beneficiarios Directos.....	4
2.3.2	Beneficiarios indirectos .....	4
2.4	JUSTIFICACIÓN.....	5
2.5	HIPÓTESIS .....	6
2.6	OBJETIVOS.....	6
2.6.1	Objetivo general.....	6
2.6.2	Objetivos Específicos .....	6
2.7	SISTEMA DE TAREAS .....	7
3.	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	9
3.1	ANTECEDENTES.....	9
3.2	DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE UNA VPP .....	11
3.2.1	Componentes básicos de una VPP .....	12
3.2.2	Recursos distribuidos (DER).....	13
3.2.3	Arquitectura de control.....	13
3.3	BENEFICIOS DE LA AGREGACIÓN EN VPP .....	14
3.4	ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DE LA ENERGÍA SOLAR EN EL MUNDO.....	14

3.5	POTENCIAL SOLAR EN EL ECUADOR.....	15
3.5.1	El efecto de la intensidad de la radiación .....	16
3.5.2	Hora solar Pico .....	17
3.6	Baterías solares.....	17
3.6.1	Carga, descarga y estado de carga.....	18
3.7	REDES DE DISTRIBUCIÓN.....	19
3.7.1.	Partes de una red de distribución.....	20
3.8.	FLUJO DE POTENCIA.....	20
3.9.	PERDIDAS DE POTENCIA ACTIVA EN DISTRIBUCIÓN .....	22
3.10.	FUNCIÓN OBJETIVO .....	22
3.11.	FLUJO ÓPTIMO DE POTENCIA (OPF) .....	23
3.12.	OPTIMALIDAD Y DUALIDAD EN PROGRAMACIÓN NO LINEAL .....	23
3.13.	CONJUNTOS CONVEXOS.....	24
3.14.	CONDICIONES DE OPTIMALIDAD.....	30
4.	METODOLOGÍA .....	41
4.1.	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES .....	41
4.1.1.	Diagrama de flujo.....	42
4.2.	REPARTO ÓPTIMO DE CARGA .....	44
4.3.	APROXIMACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO	
	46	
4.3.1.	Aproximación cónica de segundo orden al problema de flujo de carga.....	47
4.4.	MODELO DE PROGRAMACIÓN OPTIMA DE LAS PLANTAS DE POTENCIA	
	VIRTUALES .....	48
4.4.1.	Modelo matemático determinista para el “ <i>Day-Ahead</i> ” en VPP.....	49

4.5.	MODELO DETERMINISTA DE PLANTA DE POTENCIA VIRTUAL (VPP) EN FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA UTILIZANDO PROGRAMACIÓN CÓNICA DE SEGUNDO ORDEN (SOCP).....	51
5.	ANÁLISIS DE RESULTADOS. ....	54
5.1	EJEMPLO DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIÓN .....	54
5.1.2	Datos de entrada .....	55
5.1.3	Resultados obtenidos.....	56
5.2	RESULTADOS NUMÉRICOS.....	58
5.2.3	Topología Eléctrica .....	58
5.2.4	Simulación.....	60
5.3	ESCENARIOS .....	60
5.3.1	Prueba 1: Costo de operación del sistema con VPP, Caso base.....	60
5.3.2.	Costo de operación del sistema sin VPPP, Caso base.....	61
5.3.3.	Costo de operación sistema de IEEE-37 nodos con VPP.....	61
5.3.4.	Costo de operación sistema de IEEE-37 nodos sin VPP.....	62
5.3.5.	Diferencia de Costo con VPP y sin VPP.....	63
5.4.	VOLTAJES MÁXIMOS Y MÍNIMOS .....	63
5.4.1	Voltajes máximos y mínimos, caso base.....	63
5.4.2	Voltajes máximos y mínimo caso IEEE-37 nodos.....	64
5.5.	POTENCIAS DE LAS PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES (VPP).....	65
5.5.1	Potencias de la Planta de Potencia virtuales (VPP), Caso base. ....	65
5.5.2.	Potencias de la Planta de Potencia virtual (VPP), Caso IEEE-37 nodos. ....	67
5.6.	CURVAS DE BENEFICIOS DE LA VPP EN LOS SISTEMAS ESTUDIADOS. ....	68
5.6.1	Modelo determinista <i>Day-Ahead</i> , caso base .....	68
5.6.1	Modelo determinista <i>Day-Ahead</i> , caso base .....	69

6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	70
6.1.	CONCLUSIONES .....	70
6.2.	RECOMENDACIONES .....	71
7.	BIBLIOGRAFIA.....	72
8.	ANEXOS .....	74

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 3.1.</b> VPP alrededor del mundo [4]. .....	10
<b>Tabla 3.2.</b> Características de una Planta de Potencia Virtual técnica y comercial .....	12
<b>Tabla 3.3.</b> Métodos de solución de optimización Convexa [20]. .....	35
<b>Tabla 4.1.</b> Operacionalización de las variables independientes. ....	41
<b>Tabla 4.2.</b> Operacionalización de las variables dependientes. ....	42
<b>Tabla 5.1.</b> Datos de entrada de los generadores.....	55
<b>Tabla 5.2.</b> Datos de entrada de las Líneas de transmisión.....	56
<b>Tabla 5.3.</b> Datos de entrada de las Barras.....	56
<b>Tabla 5.4.</b> Comparación de resultados obtenidos. ....	57
<b>Tabla 5.5:</b> Costo de operación del sistema en un periodo de 24 horas, Caso Base.....	60
<b>Tabla 5.6</b> Costo de operación sin VPP, caso base. ....	61
<b>Tabla 5.7</b> Costo de operación sistema de IEEE 37 nodos con VPP. ....	62
<b>Tabla 5.8</b> Costo de operación del sistema IEEE 37 nodos sin VPP .....	62
<b>Tabla 5.9</b> Diferencia de Costo con VPP y sin VPP. ....	63
<b>Tabla 5.10</b> Voltajes máximos y mínimos del Caso de estudio. ....	63
<b>Tabla 5.11:</b> Voltajes máximos y mínimos caso IEEE-37 nodos. ....	64
<b>Tabla 5.12:</b> Potencias de la Planta de Potencia Virtual (VPP), Caso base.....	66
<b>Tabla 5.13:</b> Potencias de la Planta de Potencia Virtual (VPP), Caso IEEE-37 nodos. ....	67

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 3.1.</b> Esquema de una Planta de potencia virtual [4]. .....	11
<b>Figura 3.2.</b> De izquierda a derecha: VPP control centralizado, VPP control descentralizado y VPP control distribuido [8]. .....	14
<b>Figura 3.3.</b> Proyección de consumo global de energía [3]. .....	15
<b>Figura 3.4.</b> Atlas solar del Ecuador [9]. .....	16
<b>Figura 3.5.</b> Influencia de la irradiancia sobre la curva I-V [10]. .....	16
<b>Figura 3.6.</b> Curva de Irradiancia [10]. .....	17
<b>Figura 3.7.</b> Baterías Solares [11]. .....	18
<b>Figura 3.8.</b> Diagrama unifilar de un sistema de distribución eléctrica [12]. .....	19
<b>Figura 3.9.</b> Ejemplo de un espacio convexo $\Omega_A$ y un contraejemplo de un espacio no convexo $\Omega_B$ [19]. .....	25
<b>Figura 3.10.</b> Ejemplo de conjuntos definidos por una bola en el plano [19]. .....	25
<b>Figura 3.11.</b> Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo [19]. .....	26
<b>Figura 3.12.</b> Ejemplo de un politopo como intersección de tres conjuntos convexos [19]. .....	27
<b>Figura 3.13.</b> Ejemplos de dos funciones convexas: a) $f(x) = x^2$ , b) $f(x) = -\ln(x)$ [19]. .....	28
<b>Figura 3.14.</b> Una función con tres mínimos locales y dos globales [18]. .....	31
<b>Figura 3.15.</b> problemas restringidos diferenciables el gradiente no es necesariamente cero en la solución óptima [18]. .....	33
<b>Figura 3.16.</b> Jerarquía de algunos problemas de optimización convexa [17]. .....	34
<b>Figura 3.17.</b> Ejemplo de dos funciones cuadráticas [18]. .....	40
<b>Figura 4.1.</b> Diagrama de flujo. .....	43
<b>Figura 5.1</b> Diagrama unifilar del caso de estudio 1. ....	55
<b>Figura 5.2</b> Diagrama unifilar del caso de estudio 2. ....	59
<b>Figura 5.3:</b> Grafica de barras de los niveles de voltaje, caso base. ....	64
<b>Figura 5.4:</b> Grafica de barras para los niveles de voltaje, caso IEEE-37 nodos. ....	65
<b>Figura 5.5:</b> Modelo determinista Day-Ahead, Caso base, donde Costo son los precios de mercado, VPP es la potencia de la planta de potencia virtual y PV es la potencia de los paneles fotovoltaicos. ....	68

**Figura 5.6:** Modelo determinista Day-Ahead, Caso IEEE-37 nodos, donde Costo son los precios de mercado, VPP es la potencia de la planta de potencia virtual y PV es la potencia de los paneles fotovoltaicos. .... 69



## RESUMEN

**Tema:** “GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA MINIMIZAR COSTOS DE OPERACIÓN EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN”.

**Autores:**

Colimba Colimba Edison Joel

Salazar Moyolema John Alexis

La presente investigación plantea sobre el desarrollo de un modelo matemático de optimización convexa multiobjetivo que permite optimizar el costo de operación en un modelo de predicción *Day-Ahead* en redes eléctricas de distribución balanceadas. Para ello, se utiliza un modelo matemático que considera las restricciones técnicas y de recursos, que permite maximizar la eficiencia y la rentabilidad de la planta de potencia virtual. En este enfoque, se utiliza la programación cónica de segundo orden (SOCP) para representar las relaciones matemáticas complejas y las restricciones presentes en el sistema con el objetivo de obtener aproximaciones que proporcionen un óptimo global. Además, se considera la información de previsión de la demanda y la disponibilidad de energía a nivel *Day-Ahead*, lo que permite una planificación más precisa y eficiente. En respuesta a esta optimización se logra obtener una reducción del 3% en costo de operación para caso base de 6 barras y una reducción del 8% para el caso IEEE-37 nodos, mientras se maximiza el beneficio económico de la planta de potencia virtual para el lapso de 24 horas, esta optimización es una solución óptima que determina la generación y distribución de energía más económica con niveles de voltaje aceptables en los casos de estudio presentados.

**Palabras Claves:** Optimización convexa, *Day-Ahead*, Programación cónica de segundo orden (SOCP), redes de distribución balanceadas, Plantas de Potencia Virtuales.



## ABSTRACT

**Theme:** “OPTIMAL MANAGEMENT OF VIRTUAL POWER PLANTS TO MINIMIZE OPERATING COSTS IN ELECTRICAL DISTRIBUTION NETWORKS.”

**Authors:**

Colimba Colimba Edison Joel

Salazar Moyolema John Alexis

The present research proposes the development of a convex multi-objective optimization mathematical model that allows optimizing the operation cost in a Day-Ahead prediction model in balanced distribution power grids. For this purpose, a mathematical model that considers technical and resource constraints is used to maximize the efficiency and profitability of the virtual power plant. In this approach, second order conic programming (SOCP) is used to represent the complex mathematical relationships and constraints present in the system in order to obtain approximations that provide a global optimum. In addition, demand forecasting information and energy availability at the Day-Ahead level are considered, allowing for more accurate and efficient planning. In response to this optimization, a 3% reduction in operating cost is obtained for the 6-bus base case and an 8% reduction for the IEEE-37 nodes case, while maximizing the economic benefit of the virtual power plant for the 24-hour period. This optimization is an optimal solution that determines the most economical generation and distribution of energy with acceptable voltage levels in the case studies presented.

**Keywords:** Convex optimization, Day-Ahead, Second Order Conic Programming (SOCP), balanced distribution networks, Virtual Power Plants.



UNIVERSIDAD  
TÉCNICA DE  
COTOPAXI



CENTRO  
DE IDIOMAS

## ***AVAL DE TRADUCCIÓN***

En calidad de Docente del Idioma Inglés del Centro de Idiomas de la Universidad Técnica de Cotopaxi, en forma legal **CERTIFICO** que:

La traducción del resumen al idioma Inglés del proyecto de investigación cuyo título versa: **"GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA MINIMIZAR COSTOS DE OPERACIÓN EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN"** presentado por: **Colimba Colimba Edison Joel** y **Salazar Moyolema John Alexis** egresados de la Carrera de Ingeniería Eléctrica perteneciente a la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas, lo realizaron bajo mi supervisión y cumple con una correcta estructura gramatical del Idioma.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad y autorizo a los peticionarios hacer uso del presente aval para los fines académicos legales

Latacunga, Febrero del 2023.

Atentamente,



CENTRO  
DE IDIOMAS

Mg. Marco Paul Beltrán Sembrantes

**DOCENTE CENTRO DE IDIOMAS-UTC**

CC: 0502666514

## 1. INFORMACIÓN GENERAL

**Título:** GESTIÓN ÓPTIMA DE PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES PARA MINIMIZAR COSTO DE OPERACIÓN EN REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN.

**Fecha de inicio:** octubre 2022

**Fecha de finalización:** febrero 2023

**Lugar de ejecución:** No aplica

**Facultad que auspicia:** Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas.

**Carrera que auspicia:** Carrera de Ingeniería Eléctrica.

**Proyecto Macro Asociado:** Desarrollo de sistemas eficientes para el abastecimiento y uso de energía eléctrica a nivel local, regional y nacional.

### **Equipo de Trabajo:**

Grupo de Investigación de Sistemas Eléctricos de Potencia.

- **Tutor de Titulación:**  
Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza Ms.C
- **Estudiante:**  
Colimba Colimba Edison Joel  
Salazar Moyolema John Alexis

**Área de Conocimiento:** 07 Ingeniería, Industria y Construcción / 071 Ingeniería y Profesiones Afines / 0713 Electricidad y Energía.

**Línea de investigación:** Energías Alternativas y Renovables, Eficiencia Energética y Protección Ambiental.

**Sublíneas de investigación de la Carrera:** Explotación y diseño de sistemas eléctricos de potencia.

## 2. INTRODUCCIÓN

La integración de energías no renovables o fuentes no convencionales ha crecido en un alto índice en los últimos años, esto se debe a la preocupación de los sectores productores de electricidad con el fin de conservar el medio ambiente, reducir continuamente los costos, y aumentando la eficiencia del servicio eléctrico, la incorporación de estas fuentes ha sido de manera general en centrales eléctricas de transmisión o por todo el sistema de distribución como generación distribuida, que pueden ubicarse en redes de bajo y alto voltaje; la integración de estos recursos en las centrales eléctricas ha sido un problema que se lo puede resolver con el concepto de una planta de energía virtual.

Las plantas de Potencia Virtual añaden diferentes tipos de recursos de energía distribuida, como generación de energía renovable, turbina de gas y cargas flexibles; que a través de software y comunicaciones avanzadas pueden ser controladas; esta brinda información en tiempo real a sus usuarios y es un medio de comunicación entre los recursos de generación distribuida, conectados al mercado mayorista de energía eléctrica; ya que son demasiados pequeños para mostrarse directamente. La planta de energía virtual tiene las mismas características operativas de una central de energía convencional, incluidos los aspectos de costos operativos, límites de generación y estructuras de oferta.

En el presente documento se utiliza fuentes no convencionales de energía que se pretende incorporar a la Planta de Potencia Virtual mediante el uso de un *Day-Ahead* y de esta manera poder formular un modelo matemático de optimización convexa utilizando Programación Cónica de Segundo Orden (SOCP) en CVXPY para una red de distribución, en el cual se determinara el beneficio económico que las VPP pueden ofrecer y el momento en que esta entra en funcionamiento mediante el uso de energía solar, Generador a Diesel y Sistema de almacenamiento de Energía en el transcurso de un día.

## 2.1 EL PROBLEMA

### 2.1.1 Situación Problemática

La penetración de la GD en los sistemas de distribución eléctrica ha motivado la necesidad de realizar varios estudios para determinar y estimar el alcance de su influencia. En general, la generación de energía GD puede tener impactos positivos, como la reducción de las pérdidas de energía, lo que significa ahorros económicos significativos, una mejor distribución del voltaje, retrasos en la inversión o el fortalecimiento de la red y reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero. Sin embargo, una mala planificación generará obstáculos, como mayores pérdidas o problemas de coordinación de la seguridad [1].

En Grecia, el Centro de Energía Renovable (CRES), la Universidad Técnica Nacional de Atenas (NTUA) y el Campamento de Verano de Meltemi fueron elegidos como lugares para una propuesta de Recursos de Energía Distribuida (DER) para formar una VPP (Planta de Potencia Virtual) para demostrar sus ventajas a los propietarios de DER. Utilizando datos reales, se llevó a cabo una evaluación económica de VPP a diferentes niveles de producción fotovoltaica, diferentes escenarios de mercado y diferentes demandas térmicas. En resumen, los beneficios económicos de la desconexión flexible de cargas son positivos, la gestión activa de parte de la red como VPP puede aumentar el valor de los DER instalados, y la combinación de unidades de cogeneración con sistemas de almacenamiento eléctrico y térmico [2].

Al planificar la implementación real de centrales eléctricas virtuales y desarrollo de infraestructura, es necesario atraer el interés de las partes involucradas, tales como: empresas, instituciones públicas, consumidores, etc., y aumentar la inversión en tecnología. Por ello, es fundamental realizar una profunda investigación económica que demuestre un nivel de confiabilidad considerable en la que se pueda destacar la aplicación del concepto VPP a los sistemas eléctricos y así mismo, pueda aprovecharse integrando las energías renovables en el consumo real en la vida cotidiana de forma eficiente y sostenible, a través de microrredes que conectan fuentes de energía como solar, eólica, acumuladores de energía, plantas de biomasa y fuentes de generación convencionales coordinadas a través de software remoto que pueden entrar en funcionamiento cuando la demanda de energía es alta en las horas de pico o cuando hay una alta generación, y puede integrarse en la red de distribución para minimizar los costes de la red local y de esta forma maximizar el beneficio económico de la planta de potencia virtual.

### **2.1.2 Formulación del Problema**

¿Es posible analizar un modelo matemático que permita la gestión óptima de las Plantas de Potencia Virtuales en redes eléctricas de distribución balanceada utilizando fuentes de energía no convencionales?

## **2.2 OBJETO Y CAMPO DE ACCION**

Maximización del Beneficio económico de las Plantas de Potencia Virtuales en una red de distribución balanceada

330000 Ciencias Tecnológicas / 3306 Ingeniería y Tecnología Eléctricas / 330602 Aplicaciones Eléctricas

330000 Ciencias Tecnológicas / 3306 Ingeniería y Tecnología Eléctricas / 330609 Transmisión y Distribución

330000 Ciencias Tecnológicas / 3322 Tecnología Energética / 332201 Distribución de la Energía

330000 Ciencias Tecnológicas / 3322 Tecnología Energética / 332205 Fuentes no Convencionales de Energía

## **2.3 BENEFICIARIOS**

### **2.3.1 Beneficiarios Directos**

Los beneficiarios directos serán todas las entidades involucradas en la distribución de la energía y los usuarios finales, ya que, con la optimización del sistema de distribución, permite mejorar los niveles de tensión y pérdidas de potencia reactiva en barras que se encuentren al límite de su capacidad en el sistema.

### **2.3.2 Beneficiarios indirectos**

Los beneficiarios indirectos serán los estudiantes de la carrera de ingeniería eléctrica que podrán utilizar la información recopilada para futuros proyectos relacionados a redes eléctricas inteligentes y el uso de fuentes no convencionales de energía.

## 2.4 JUSTIFICACIÓN

Las Plantas de Potencia Virtuales (VPP) pueden realizar una gran variedad de actividades, en el contexto de mercado específico para el cual este destinado, con el objetivo general de interconectar fuentes de energía distribuidas para monitorear, pronosticar, optimizar e intercambiar energía eléctrica. De esta manera, las fluctuaciones en la generación de energía renovable pueden equilibrarse aumentando y disminuyendo la producción y el consumo de energía de las unidades controlables. Pero las VPP no solo estabiliza la red, sino que también crea los requisitos previos para llevar la energía renovable al mercado. En general, las pequeñas fábricas individuales no pueden proporcionar servicios de equilibrio o compartir energía de manera flexible porque su producción de energía varía demasiado o simplemente no cumplen con el suministro mínimo del mercado. Al agregar electricidad de varias unidades, las VPP pueden brindar el mismo servicio y luego comercializar en el mismo mercado que las grandes centrales eléctricas o los consumidores.

Las centrales de generación se encuentran ubicadas a grandes distancias, de esta forma afectando a las redes de distribución cuando la potencia no es entregada de forma uniforme. Lo más común en los sistemas de distribución es la implementación de bancos de condensadores, esto permite mantener el factor de potencia aceptable y compensar la caída de tensión cuando se tiene una alta demanda. La tecnología con la que cuenta la planta de energía virtual le permite combinar todas las fuentes de energía distribuidas controlables en la red complementando su capacidad descentralizada para cumplir con ciertos requisitos, como el exceso de demanda que puede ocurrir durante los períodos pico cuando los costos de electricidad están en el punto más alto. Adopta tecnologías clave como la comunicación, la medición inteligente y el procesamiento de datos, y se puede utilizar como tecnología macro para integrar varias fuentes de energía dispersas, como la energía renovable en una sola fuente de generación de mayor potencia, que es útil para el funcionamiento del sistema de energía.

En las Fuentes de Energía Distribuidas Integradas (DER), se optimizan y despachan para minimizar los costos de operación de las VPP. El sistema de gestión de energía también es responsable de predecir la información de carga, la producción de energía renovable, determinar los horarios de generación, las estrategias de carga y descarga para el almacenamiento de energía y puede interrumpir las cargas o intercambiar con la red. El flujo de potencia es la solución de

estado estable de un sistema de potencia bajo ciertas condiciones de generación de potencia, carga y topología del sistema. La solución incluye comprender la magnitud y el ángulo del voltaje en cada barra del sistema, el flujo de energía y las pérdidas de transmisión en cada componente. Participar en el VPP puede hacer contribuciones significativas a varios mercados de servicios energéticos, como los servicios auxiliares y el comercio de carbono. También puede mejorar significativamente la utilización de la energía distribuida, haciendo que el sistema general sea más eficiente y rentable.

Con el objetivo de mantener los estándares de calidad, seguridad, sostenibilidad y rentabilidad dentro de un rango admisible para el sistema. En el presente documento a partir de un modelo matemático *de Second Order Conic Programming* (SOCP) se pretende disminuir costo de operación de la red con la implementación de nuevas fuentes de energía renovables por medio de la optimización de las Plantas de Potencia Virtuales (VPP), considerando sistemas de prueba de diferentes tamaños, mediante la implementación de un código de programación en el software CVXPY (Colab de Python) donde se obtiene los valores óptimos en un rango de 24 horas (*Day-Ahead*) para el óptimo funcionamiento del sistema de energía.

## **2.5 HIPÓTESIS**

¿Es posible realizar un análisis de un modelo matemático utilizando programación cónica de segundo orden que permita maximizar el beneficio económico de las plantas de potencia virtuales utilizando fuentes no convencionales de energía en una red de distribución balanceada?

## **2.6 OBJETIVOS**

### **2.6.1 Objetivo general**

Realizar un modelo matemático de optimización convexa utilizando programación cónica de segundo orden para la gestión óptima de plantas de potencia virtuales en la red de distribución balanceada

### **2.6.2 Objetivos Específicos**

- Investigar el estado del arte de Plantas de Potencia Virtuales (VPP) y optimización

convexa en redes eléctricas de distribución.

- Analizar el modelo matemático a partir de programación cónica de segundo orden (SOCP) que permita maximizar el beneficio económico de las VPP en las redes de distribución considerando fuentes no convencionales.
- Implementar el modelo matemático utilizando CVXPY para el análisis de las variables de estado del sistema eléctrico.

## 2.7 SISTEMA DE TAREAS

Objetivos Específicos	Actividades (tareas)	Resultados Esperados	Técnicas, Medios o instrumentos
<p><b>Investigar el estado del arte de Plantas de Potencia Virtuales (VPP) y optimización convexa en redes eléctricas de distribución.</b></p>	<p>Investigación sobre los conceptos y beneficios que presenta una Planta de Potencia Virtual en redes de distribución.</p> <p>Información sobre los métodos de optimización y optimización convexa.</p>	<p>Informe de las energías no convencionales existentes óptimas de acuerdo a los datos geográficos de la ubicación para incorporar en la VPP.</p> <p>Obtención del método más eficaz para utilizar en el desarrollo de una VPP en una red de distribución.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Artículos</li> <li>- Tesis</li> <li>- Revistas Tecnológicas</li> <li>- Informes</li> <li>- Bibliografía Especializada</li> </ul>
<p><b>Analizar el modelo matemático a partir de programación cónica de segundo orden (SOCP) que permita maximizar el beneficio económico de las VPP en las redes de distribución considerando fuentes no convencionales.</b></p>	<p>Representación matemática de las variables involucradas en la Plantas de Potencia Virtuales para realizar la optimización.</p> <p>Formulación del flujo óptimo de potencia y restricciones de igualdad y desigualdad mediante la programación Cónica de Segundo Orden (SOCP).</p>	<p>Base de datos de las variables de entrada y de las diferentes fuentes de energía que formarán parte de la VPP.</p> <p>Sistemas de ecuaciones simplificadas que permitan el desarrollo óptimo de la VPP.</p>	<p>Látex o editor de fórmulas de Word.</p>

<p>• <b>Implementar el modelo matemático utilizando CVXPY para el análisis de las variables de estado del sistema eléctrico.</b></p>	<p>Implantación de ecuaciones y restricciones cónicas de segundo orden a partir del óptimo flujo de potencia en el software CVXPY.</p> <p>Obtención de resultados del beneficio obtenido por parte de la Planta de potencia virtual mediante un <i>Day-Ahead</i></p>	<p>Demostración del correcto funcionamiento del flujo óptimo de potencia y Planta de Potencia Virtual integrada a la red de distribución.</p> <p>Obtención de las curvas características de potencia de la VPP y si se obtiene el beneficio económico mediante la implementación de las energías no convencionales.</p>	<p>CVXPY (Colab).</p>
--	--	---	-----------------------

### 3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 3.1 ANTECEDENTES

El desarrollo e investigación de las redes inteligentes (en inglés Smart grids) es crucial para hacer realidad la red eléctrica del futuro, caracterizada por la promoción de la gestión del desarrollo sostenible mediante la integración de fuentes de energía renovables, vehículos eléctricos y sistemas de almacenamiento y la necesidad de alta eficiencia.

La IEEE *Society* está investigando la estandarización de los elementos que componen el concepto Smart Grid. La IEEE propone la definición de red inteligente como: "Integración de información, comunicación y tecnologías de energía para una infraestructura eléctrica renovada que suministre energía a las cargas mientras provee una evolución continua de las aplicaciones finales" [2].

El físico francés Alexandre Edmond Becquerel (1820 – 1891) descubrió el efecto fotovoltaico a través de experimentos utilizando una celda electrolítica con electrodos de platino, en los que observó que uno de los electrodos con la exposición a la luz generaba un aumento de corriente. La energía solar fotovoltaica aprovecha la radiación solar y la convierte directamente en electricidad a través del efecto fotovoltaico. Uno de los elementos principales de un sistema fotovoltaico son los paneles solares, los cuales se pueden conectar en serie o en paralelo para aumentar el voltaje o la corriente respectivamente.

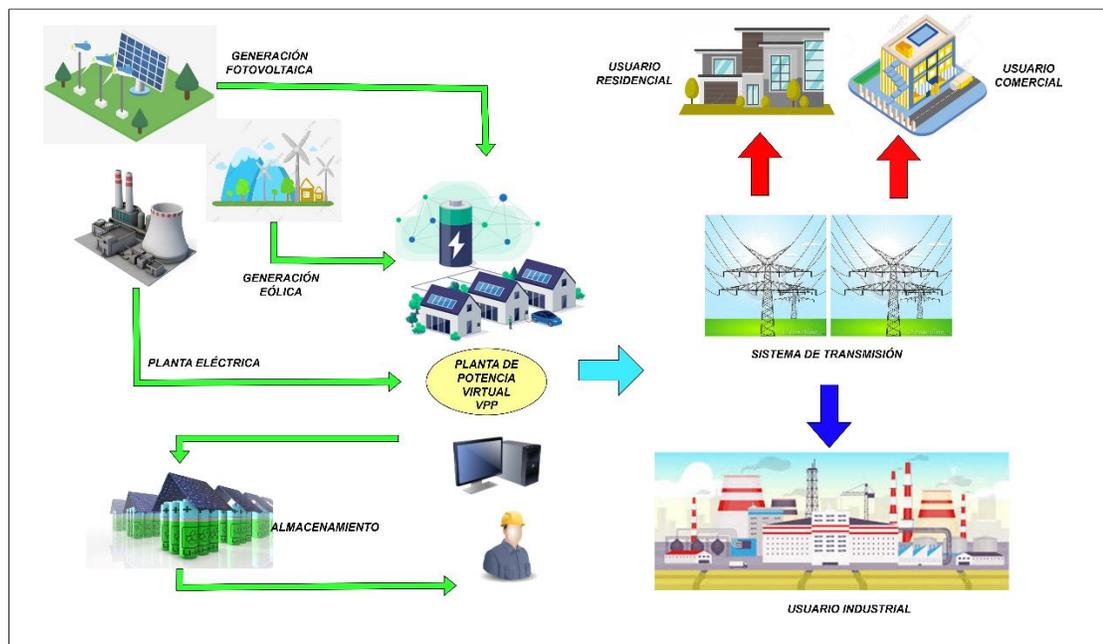
Para la integración de los recursos energéticos distribuidos se deben monitorear y contar con algunas características tales como: regulación de voltaje, regulación de frecuencia, distorsión armónica dentro del rango de operación de la carga, factor de potencia y potencia reactiva, suficiente aislamiento y tiempo de recuperación, etc. Algunos factores importantes para minimizar la demanda de energía son: almacenamiento de energía solar térmica para aplicaciones de calentamiento de agua y espacios, uso de procesos de conversión eficientes para alta calidad de energía y uso adecuado de módulos fotovoltaicos integrados en edificios [3]. La Tabla 3.1 cita algunos proyectos de VPP alrededor del mundo [4].

**Tabla 3.1.** VPP alrededor del mundo [4].

<b>Nombre</b>	<b>Tiempo</b>	<b>País</b>	<b>Tipo de DER</b>	<b>Funciones</b>
VFCPP	2001-2005	Alemania, Países bajos, España, etc.	Pila de combustible	Elaborar, implementar, comprobar VPP y mostrar si las celdas de combustible podrían instalarse en áreas residenciales.
PM VPP	2005-2007	Países bajos	Micro calor y electricidad combinados	Indicar el mecanismo de mercado.
FENIX	2005-2009	Rusia, España, Francia, etc.	Micro calor, fotovoltaico, y energía eólica	Permitir que los sistemas basados en recursos energéticos distribuidos sean la solución para el sistema eléctrico sostenible del futuro, seguro y de bajo coste.
EDISON	2009-2012	Dinamarca	Vehículos Eléctricos	Suministrar el poder de equilibrio necesario para aumentar la utilización de la energía eólica.
FLEX POWER	2010-2013	Dinamarca	Energía eólica	Accionar el balance energético desde la demanda eléctrica y la pequeña generación.
WEB2 ENERGY	2010-2015	Alemania, Polonia, etc.	cogeneración, Fotovoltaica, energía eólica, energía de biogás, energía hidroeléctrica	Incorporar y aprobar los tres pilares de la “Distribución Inteligente”.
TWENTIES	2012-2015	Bélgica, Alemania, Francia, etc.	Energía eólica	Avances en la consolidación de la energía eólica.
CON EDISON VPP	2016-2018	USA	Fotovoltaico y almacenamiento de baterías	Integración de flotas enteras de sistemas solares residenciales y de almacenamiento en la red.
SA VPP	2016-2018	Australia	Fotovoltaico y baterías	Facilitar servicios de soporte de red, ayude a la seguridad del suministro y ahorre costos de energía para los clientes.

### 3.2 DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE UNA VPP

Una Planta de potencia Virtual (VPP) es un organismo virtual que involucra múltiples partes interesadas, incluidas tecnologías heterogéneas descentralizadas, formadas mediante la incorporación de energías renovables no convencionales, sistemas de almacenamiento como baterías, centrales hidroeléctricas o térmicas. La unión de estos elementos al sistema debe ejercer como una unidad en cuanto a sistemas de comunicación, sistemas de gestión interna y sistemas de control, para optimizar el despacho de energía en el mercado eléctrico que ayude a minimizar costos de generación y pérdidas [5]. La *Figura 3.1* representa el esquema de una Planta de Potencia Virtual.



**Figura 3.1.** Esquema de una Planta de potencia virtual [4].

La misión de una VPP es el de organizar y gestionar las actividades y recursos con la finalidad de optimizar la energía en un sistema de generación, transmisión o distribución para lograr los objetivos técnicos o económicos de la implementación de la VPP [6].

Según su estructura e información, la estrategia de control de las VPP se puede dividir en tres modos diferentes: control centralizado, distribuido y totalmente distribuido. Según los diferentes roles y responsabilidades, VPP se divide en VPP comercial (CVPP), VPP técnico (TVPP) y VPP combinado [7].

Diferencias entre la definición de VPP y el de microrred [2]:

1. Las microrredes tienen la capacidad de operar fuera de la red, mientras que los VPP no.
2. Una microrred requiere algún tipo de sistema de almacenamiento, y un VPP puede integrarlo o no.
3. Los VPP pueden entrar en competencia con los mercados mayoristas de electricidad, en cambio las microrredes no.
4. El desarrollo de las VPP se basa en el software, mientras que las microrredes se basan en perfeccionamiento de hardware.

Las características de un VPP técnico o comercial se muestran en la Tabla 3.2 [5].

**Tabla 3.2.** Características de una Planta de Potencia Virtual técnica y comercial

<b>Funcionalidades de una TVPP</b>	<b>Funcionalidades de CVPP</b>
Supervisar continuamente el estado de restauración de los equipos de carga histórica.	Perceptibilidad de las instalaciones de generación distribuida (GD) en el mercado energético.
Gestión de activos respaldada por estadísticas	Las unidades de GD que participan en el mercado de energía.
Autoidentificación/autodescripción de los elementos del sistema.	La unidad de GD participa en la maximización del valor del mercado energético.
Resolución de problemas en el sistema con gestión de cortes.	
Análisis de la estadística y optimización del portafolios de proyectos.	

### 3.2.1 Componentes básicos de una VPP

Los componentes básicos de una VPP son 3 [8]:

- Cartera de recursos de energía distribuida
- Arquitectura de control
- Función en el sistema energético

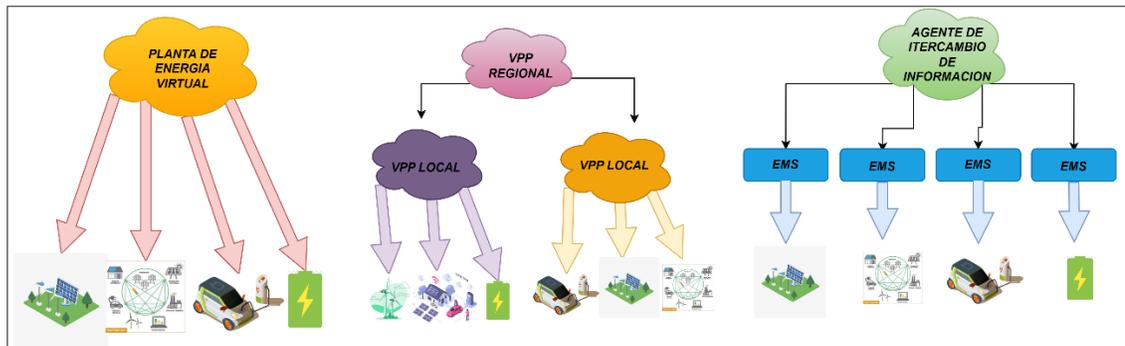
Se pueden utilizar para diferenciar entre diferentes tipos de VPP.

### **3.2.2 Recursos distribuidos (DER)**

La incorporación de Recursos Energéticos Distribuidos (DER) en un portafolios coordinado y administrada permite que los VPP actúen como una gran entidad semejante a las centrales eléctricas tradicionales, lo que permite mejorar la incorporación de los DER en los sistemas de energía centralizados. Hay tres tipos de DER: generación distribuida (DG), cargas controlables y sistemas de almacenamiento. La generación distribuida se refiere a los generadores de energía renovable distribuidos en diferentes ubicaciones en la red. Las cargas controlables corresponden a aparatos representativos que se pueden desconectar para reducir la demanda. Los sistemas de almacenamiento aportan flexibilidad a la red ya que ofrecen energía de respaldo y trabajan como carga en la carga o como generador en la descarga [8].

### **3.2.3 Arquitectura de control**

Como se muestra en la Figura 3.2, hay tres estructuras de control diferentes en VPP. Control Centralizado VPP es una entidad que reúne información de todos los dispositivos, que gestiona todos los DER, teniendo en cuenta las limitaciones del dispositivo y las preferencias del usuario. El control descentralizado de las centrales eléctricas virtuales opera en distintos niveles, como centrales eléctricas virtuales locales, regionales y a gran escala. Una entidad que combina una pequeña cantidad de DER ubicadas en la misma ubicación geográfica se denomina VPP local. Esto alimenta toda la información a una entidad de nivel superior llamada VPP local. Las plantas de potencia virtual de control distribuido no tienen acceso directo a los DER, encargado de brindar información sobre precios, energías y parámetros de mercado, los cuales se utilizan para crear estrategias de control individuales., en la Figura 3.2 se aprecia los tipos de control de las VPP [8].



**Figura 3.2.** De izquierda a derecha: VPP control centralizado, VPP control descentralizado y VPP control distribuido [8].

### 3.3 BENEFICIOS DE LA AGREGACIÓN EN VPP

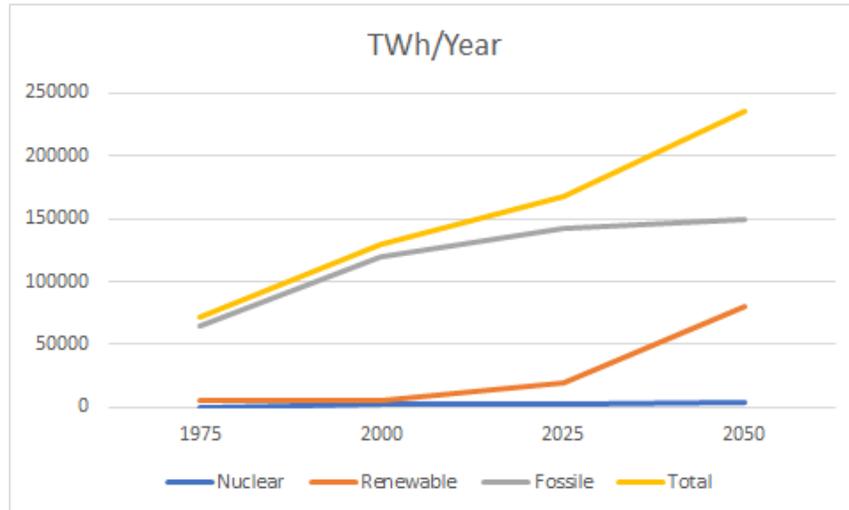
La añadidura de unidades CDE en un VPP se ha investigado en los últimos años, ya que ofrece múltiples beneficios a diferentes agentes relevantes: dueños de generadores distribuidos y/o sistemas de almacenamiento, vehículos eléctricos, integrantes de proyectos de gestión de demanda, operarios de redes de distribución, de transporte y generaciones futuras, ya que la incorporación de las energías renovables y en vehículos eléctricos en la red es un elemento estratégico para el desarrollo sostenible. Los beneficios más significativos que puede proporcionar la agregación controlada centralmente de unidades DER son [2]:

- Reducción de costes de acceso y operación en el mercado eléctrico
- Reducción de las inversiones en las redes de distribución.
- Mejora de la calidad de servicio.
- Reducción de pérdidas en la red de transmisión.

### 3.4 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DE LA ENERGÍA SOLAR EN EL MUNDO

El mundo está adoptando rápidamente fuentes locales más pequeñas de generación de electricidad. Los gobiernos de todo el mundo quieren acelerar la transición de un modelo totalmente centralizado a uno distribuido. Incluso la política de mercado busca maximizar múltiples variables simultáneas para una buena política de recursos energéticos. En Japón, Alemania, España y los Estados Unidos, la energía fotovoltaica ha crecido significativamente: un aumento promedio del 25 % en los últimos 25 años. Sin embargo, estos países no han logrado este

despliegue tecnológico de la misma manera ni dentro del mismo marco político. Por el contrario, los intentos de otros países de cambiar estas estrategias no han logrado estimular un crecimiento similar como se puede observar en la Figura 3.3 [3].



**Figura 3.3.** Proyección de consumo global de energía [3].

### 3.5 POTENCIAL SOLAR EN EL ECUADOR

Ecuador ha desarrollado Solar Atlas con fines de generación de energía a través de la ex Comisión Nacional de Electricidad - CONELEC. Los datos que se muestran en la Figura 3.4 representan la energía solar media global expresada en Wh/m<sup>2</sup>/día para valores diarios de insolación total (directa y difusa). El mapa muestra las regiones del país con mayor exposición solar y por ende mayor potencial de generación fotovoltaica, como son las provincias de Loja, Imbabura y Carchi. La radiación solar global promedio aproximada para el Ecuador es de 4.575 Wh/m<sup>2</sup>/día [9].

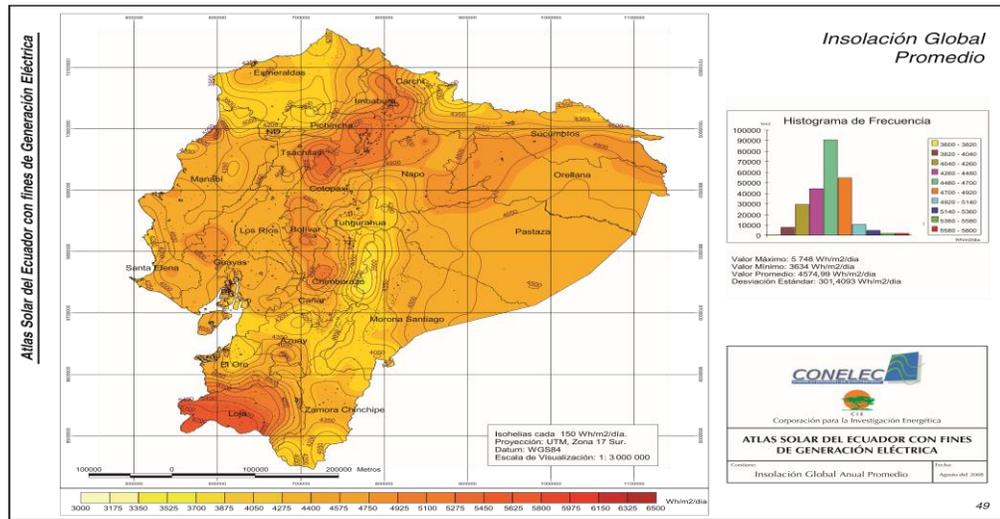


Figura 3.4. Atlas solar del Ecuador [9].

### 3.5.1 El efecto de la intensidad de la radiación

A medida que aumenta la intensidad de la radiación, la corriente de circuito abierto aumenta significativamente, el voltaje de cortocircuito disminuye ligeramente y el rendimiento máximo aumentan, en la Figura 3.5 se observa la influencia de la irradiancia sobre la curva I-V.

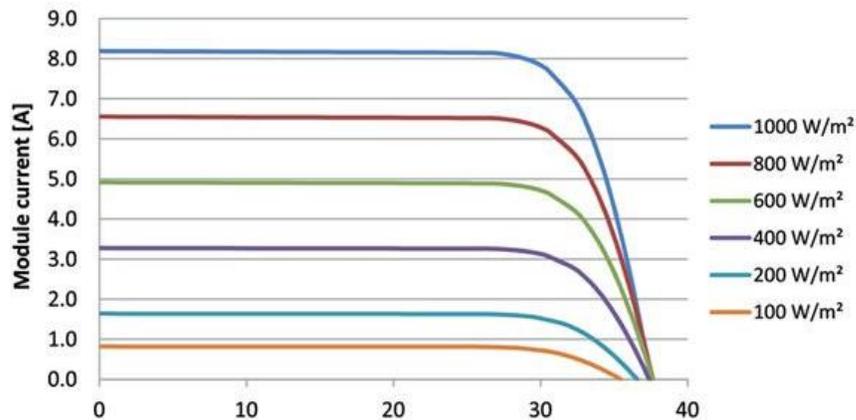


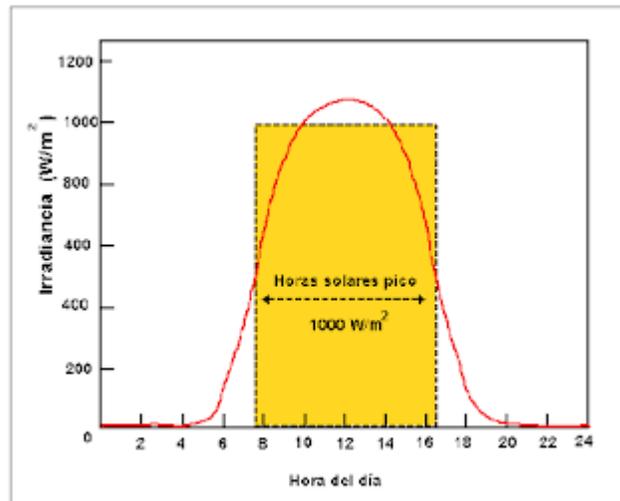
Figura 3.5. Influencia de la irradiancia sobre la curva I-V [10].

Para que la radiación incidente produzca el efecto fotoeléctrico, su longitud de onda debe ser igual o menor que la determinada por el ancho de banda prohibida. Así, una radiación con un espectro desplazado hacia longitudes de onda más largas producirá una potencia eléctrica menor que otra con la misma potencia radiante, pero con un espectro desplazado hacia longitudes de onda más cortas [10].

### 3.5.2 Hora solar Pico

El concepto de "hora solar pico" (HSP): el tiempo (en horas) durante el cual se supone una irradiación solar constante de  $1000 \text{ W/m}^2$ . Si se grafica la distribución horaria de la radiación incidente en el suelo, puedes observar que el nivel de radiación varía a lo largo del día. Las horas solares máximas se interpretan como el ancho de una función de valor constante que limita la misma área que la distribución horaria de la radiación incidente, como se evidencia en la Figura 3.6 [10].

También es equivalente en tamaño a la relación entre los kWh entregados por una potencia dada expresada en kWp.



**Figura 3.6.** Curva de Irradiancia [10].

### 3.6 Baterías solares

La batería es uno de los elementos más importantes del sistema, su función es almacenar la energía eléctrica generada por los módulos y proporcionarla a los dispositivos cuando sea necesario. Están especialmente diseñados para su uso en sistemas fotovoltaicos. La batería debe protegerse colocándola sobre una base e instalándola en un lugar protegido, ventilado y alejado de la luz solar. Hay varios tipos de baterías disponibles para estos fines. Las baterías de plomo-ácido se utilizan comúnmente en sistemas fotovoltaicos. En la Figura 3.7 se observa los tipos de baterías solares [11].



**Figura 3.7.** Baterías Solares [11].

La acumulación de energía se utiliza para:

- Almacenar los sobrantes de la producción diurna para el consumo vespertino.
- Contar con una reserva que le permita superar fácilmente días consecutivos de poca luz solar (días nublados).

### 3.6.1 Carga, descarga y estado de carga

La corriente de carga es la corriente que alimenta la batería y se almacena en ella. Así como el tiempo que tarda en llenarse un depósito de agua depende más o menos de la rapidez con la que entra el agua, el tiempo que tarda una batería en cargarse por completo depende de la cantidad de corriente de carga. La energía recibida por la batería ( $Q$ , en amperios-hora) se puede determinar aproximadamente multiplicando la corriente de carga ( $I$ , en amperios) por el tiempo de carga ( $T$ , en horas):

$$Q = I * T \quad 3.1$$

Donde:

$Q$ = Cantidad de carga en Ah

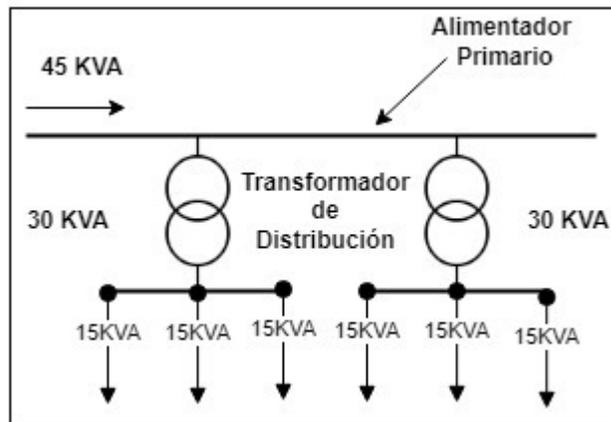
$I$ = Corriente de carga en A

$T$ = Tiempo en h.

Si multiplica esta fórmula (Q) por el voltaje de la batería, obtiene la energía entregada a la batería, expresada en vatios-hora. La corriente de carga de la batería no debe exceder una décima parte de su capacidad nominal, por lo que una batería de 100Ah no debe cargarse con más de 10 amperios [11].

### 3.7 REDES DE DISTRIBUCIÓN

El sistema eléctrico consta de múltiples etapas, que incluyen generación, transmisión y distribución, la energía generada llega a las subestaciones y se distribuye mediante líneas de media tensión hacia los centros de carga con el objetivo de proporcionar a los usuarios finales energía eléctrica de calidad y al menor costo posible. Las cargas son aquellas que requieren energía eléctrica con los más altos niveles de calidad, algunas de las cuales son consideradas sensibles y cuando ocurre alguna anomalía, como la ferresonancia en un transformador, puede ocasionar interrupciones en el servicio En la Figura 3.8 se observa el diagrama unifilar de un sistema de distribución eléctrica [12] .



**Figura 3.8.** Diagrama unifilar de un sistema de distribución eléctrica [12].

La red de distribución juega un papel vital en el sistema eléctrico, ya que la electricidad generada se vende en todo el territorio para llegar a los consumidores finales. Es por esto que la generación de electricidad se realiza en grandes bloques, que se agrupan en grandes plantas y necesitan ser distribuidas en zonas con diferentes cargas [13].

### **3.7.1. Partes de una red de distribución**

La red de distribución se encarga de distribuir la energía al centro de consumo, el cual consta de Transformadores, barras y líneas, etc., formando un gran circuito. Como principales partes de una red de distribución se tiene: subestación de potencia, subestación de distribución, sistema de subtransmisión, alimentadores, transformadores de distribución, cargas y usuarios finales.

La configuración del sistema de distribución de energía se puede dividir en dos categorías según su estructura:

Radial. - Suministra energía al punto de carga a través de un solo camino sin regreso, partiendo desde una Subestación y se distribuyen en forma de “rama”, que tiene como ventaja un diseño simple y costos mínimos de construcción [12].

Mallada. - Tiene más de una trayectoria entre las fuentes y la carga, por lo que su diseño y planificación es más complejo [12].

### **3.8. FLUJO DE POTENCIA**

Generalmente se aplican a sistemas eléctricos con redes que transmiten grandes cantidades de energía, y su propiedad fundamental es la simetría, no obstante, en sistemas de distribución también se pueden aplicar a nivel de alimentador principal, donde como estándar analógico se recomienda que el sistema sea equilibrado y estable [14].

Los resultados de estos flujos de potencia son de gran importancia para planificar la expansión y la operación confiable del sistema existente, las variables de control eléctrico más importantes son [14]:

- Magnitud y ángulo de la fase del voltaje en todos los nodos.
- La potencia activa y reactiva en las líneas.
- La potencia activa y reactiva entregada por los generadores o elementos compensadores

Para la resolución de los flujos de potencia es necesario determinar la impedancia y admitancia de todos los elementos y su relación con el sistema eléctrico, logrando así construir la matriz de admitancias o más conocida como “Ybarra”, cuya formulación general se muestra en la siguiente ecuación [14]:

$$Y_{ij} = \begin{bmatrix} Y_{ij} & -Y_{in} & \cdots & -Y_{in} \\ -Y_{in} & \ddots & -Y_{in} & \vdots \\ \vdots & -Y_{in} & \ddots & -Y_{in} \\ -Y_{in} & \cdots & -Y_{in} & Y_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Además de la matriz de admitancia, otro apartado que se necesita para el modelado del flujo de potencia es la tensión de nodo, que se puede determinar matemáticamente de acuerdo con la siguiente ecuación [14]:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| \cos \delta_i + j|V_i| \sin \delta_i \quad (3.3)$$

Donde

$V_i =$  Voltaje en el nodo  $i$

$\delta_i =$  Ángulo de voltaje  $i$  en el nodo

Para simular el flujo de potencia se debe considerar el balance de potencia del nodo, incluyendo potencia activa y potencia reactiva, y su ecuación es [14]:

$$\sum P g_i - \sum P d_i = P_i(V, \delta) \quad (3.4)$$

$$\sum Q g_i - \sum Q d_i = Q_i(V, \delta) \quad (3.5)$$

Donde:

$P_i =$  Flujo de potencia activa del nodo  $i$  hacia los demás nodos.

$Q_i =$  Flujo de potencia reactiva del nodo  $i$  hacia los demás nodos.

$P g_i =$  Potencia activa entregada de generador ubicado en el nodo  $i$ .

$P d_i =$  Potencia activa de la carga ubicada en el nodo  $i$ .

$Q g_i =$  Potencia reactiva entregada por el generador ubicado en el nodo  $i$ .

$Q d_i =$  Potencia reactiva de la carga ubicada en el nodo  $i$ .

### **3.9. PERDIDAS DE POTENCIA ACTIVA EN DISTRIBUCIÓN**

Las pérdidas de potencia se dividen en categorías técnicas y no técnicas. Las pérdidas de potencia activa más comunes vienen determinadas por la disipación de calor en conductores eléctricos, líneas de distribución, motores y están directamente relacionadas con el cuadrado de la corriente, por lo que se debe considerar que estas corrientes no superen el valor nominal de corriente en la distribución de la red de distribución [15].

### **3.10. FUNCIÓN OBJETIVO**

Consiste en derivar los valores de las variables identificadas en una función, minimizar o maximizar tomando en cuenta el sistema de ecuaciones, que serán utilizadas como las restricciones, cada variable está restringida para sustentarse en sus posibles valores [13]. Una función objetivo es una expresión matemática cuyo objetivo es minimizar o maximizar una expresión. Las funciones objetivo comúnmente utilizadas en los sistemas de distribución de energía incluyen la reducción de la pérdida total de potencia activa y la reducción del consumo de la misma [16].

#### **3.10.1. Función Multiobjetivo**

En el contexto de los sistemas eléctricos, una función multiobjetivo se refiere a una función matemática que representa múltiples objetivos a optimizar en la planificación y operación de un sistema eléctrico. Algunos ejemplos de objetivos que se pueden incluir en una función multiobjetivo para sistemas eléctricos incluyen [8]:

- Costo total de generación: minimizar el costo total de generación de energía eléctrica, incluyendo el costo de combustible, el costo de capital y los costos de mantenimiento.
- Emisiones: minimizar las emisiones de gases de efecto invernadero y otros contaminantes, cumpliendo con regulaciones y objetivos medioambientales.
- Eficiencia: maximizar la eficiencia del sistema eléctrico, reduciendo las pérdidas de energía y mejorando la eficiencia en la transmisión y distribución de energía eléctrica.
- Fiabilidad: maximizar la fiabilidad del suministro de energía eléctrica, garantizando una disponibilidad adecuada de energía y minimizando el número de interrupciones en el suministro de energía.

- Sostenibilidad: asegurar una planificación y operación sostenible del sistema eléctrico, incluyendo la integración de fuentes de energía renovable y la optimización de la utilización de los recursos naturales.

### 3.11. FLUJO ÓPTIMO DE POTENCIA (OPF)

El sistema eléctrico en la parte de distribución busca minimizar las pérdidas técnicas, económicas y observar parámetros de calidad en la prestación de los servicios a los consumidores, utilizando métodos que lo logren de la forma más sencilla posible [12].

En un flujo de potencia óptimo, se deben encontrar los valores de algunas o todas las variables de control para optimizar un fin predefinido. También es importante tener un problema bien definido y objetivos claros desde el principio. Probar la precisión del modelo es la base para obtener una solución de alta calidad. El Flujo Óptimo de Potencia tiene como finalidad optimizar la función objetivo, que depende de la ecuación de flujo de potencia de la red y las restricciones operativas del sistema. Las condiciones óptimas se logran ajustando los controles disponibles para minimizar la función objetivo restringida por requisitos operativos y de seguridad específicos [17].

### 3.12. OPTIMALIDAD Y DUALIDAD EN PROGRAMACIÓN NO LINEAL

La programación lineal es una gran contribución al campo de la toma de decisiones científicas. Su generalidad y adaptabilidad hacen que el modelo sea aplicable a casi todos los campos de la ingeniería y la ciencia. Sin embargo, ciertas clases de problemas requieren la consideración de aspectos no lineales del problema. Esta necesidad ha llevado a investigar los aspectos teóricos y computacionales de los problemas de programación no lineal [18].

El problema de programación no lineal (PPNL), se puede formular de la siguiente manera

*Minimizar*

$$Z = f(x_1, \dots, x_n) \quad (3.6)$$

*sujeto a*

$$\begin{array}{rcl}
 h_1(x_1, \dots, X_n) & = & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 h_\ell(x_1, \dots, X_n) & = & 0 \\
 g_1(x_1, \dots, X_n) & \leq & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 g_m(x_1, \dots, X_n) & \leq & 0
 \end{array}$$

El modelo anterior se puede formular de una forma compacta como: Minimizar

$$Z = f(x) \tag{3.7}$$

sujeto a

$$h(x) = 0 \tag{3.8}$$

$$g(x) \leq 0 \tag{3.9}$$

Donde  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  es el vector de las variables de decisión,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es la función objetivo, y  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^\ell$  y  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , donde  $h(x) = (h_1(x), \dots, h_\ell(x))^T$  y  $g(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x))^T$  son, respectivamente, las restricciones de igualdad y desigualdad. Para que el problema sea completamente no lineal, al menos una función involucrada en su formulación debe ser no lineal. Cualquier vector  $x \in \mathbb{R}^n$  que satisfaga las restricciones se denomina solución factible, y el conjunto de todas las soluciones se denomina región factible [18].

### 3.13. CONJUNTOS CONVEXOS

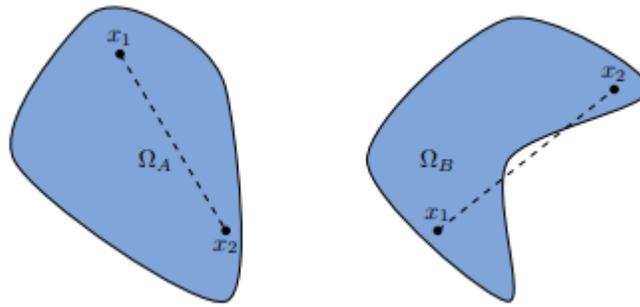
Decimos que un conjunto  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^n$  es convexo si para cualquier  $x, y \in \Omega$  existe un  $z$  dado por

$$z = (1 - \lambda)x + \lambda y \tag{3.5}$$

Tal que  $z \in \Omega$  con  $\lambda \in \mathbb{R}, 0 \leq \lambda \leq 1$

Es fácil demostrar que a la definición se puede extender a varios puntos, es decir que si  $\Omega \in \mathbb{R}^N$  es el conjunto convexo con  $x_k \in \Omega$  y  $\alpha_k \in \mathbb{R}$ , entonces  $\sum \alpha_k x_k \in \Omega$  si  $\sum \alpha_k = 1$ .

En la Figura 3.9 vemos que esta condición se cumple para cualquier par de puntos arbitrarios en el caso de  $\Omega_A$  mientras que en  $\Omega_B$  existen puntos que pertenecen al segmento de recta pero que se salen del espacio; por lo tanto,  $\Omega_A$  es convexo mientras que  $\Omega_B$  es no convexo [19].



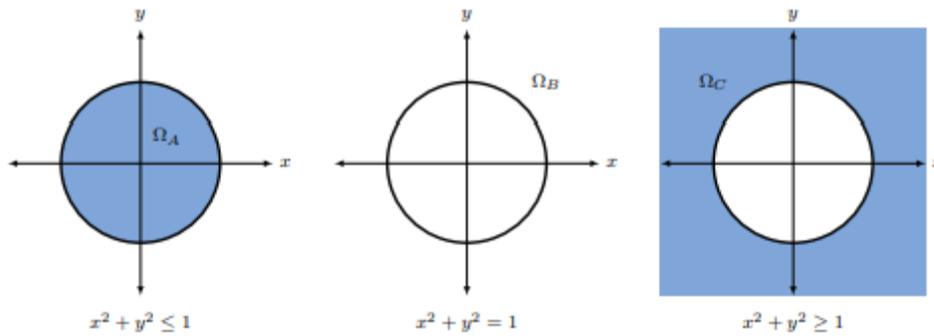
**Figura 3.9.** Ejemplo de un espacio convexo  $\Omega_A$  y un contraejemplo de un espacio no convexo  $\Omega_B$  [19].

La definición de conjuntos convexos puede ser engañosa a simple vista. Consideremos por ejemplo conjuntos generados por una bola en  $\mathbb{R}^2$  como se muestra en la Figura 3.10 podemos definir claramente tres conjuntos

$$\Omega_A = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq 1\} \quad (3.10)$$

$$\Omega_B = \{(x, y): x^2 + y^2 = 1\} \quad (3.11)$$

$$\Omega_C = \{(x, y): x^2 + y^2 \geq 1\} \quad (3.12)$$

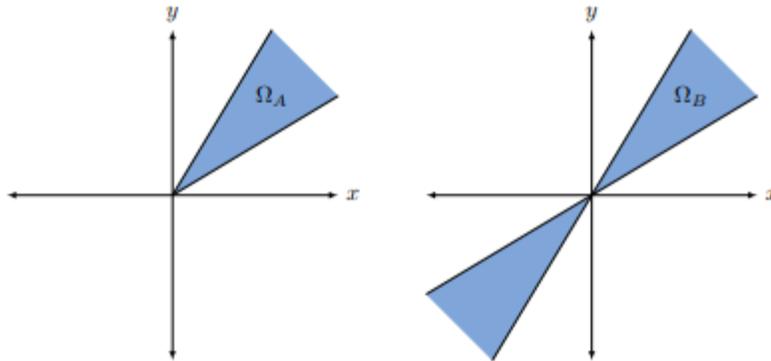


**Figura 3.10.** Ejemplo de conjuntos definidos por una bola en el plano [19].

A pesar de la similitud evidente entre estos tres conjuntos, una simple inspección sobre la definición nos muestra que  $\Omega_A$  es convexo mientras  $\Omega_B$  y  $\Omega_C$  no lo son. De hecho, los problemas de optimización sobre los conjuntos  $\Omega_B$  y  $\Omega_C$  son extremadamente complejos (combinatoriales) mientras que los problemas de optimización sobre conjuntos como  $\Omega_A$  son relativamente más simples [19].

Otro ejemplo es el cono, el cual es un subconjunto  $C$  sobre un espacio lineal tal que para cada  $x \in C$  y un numero escalar positivo  $\alpha$  se tiene que  $\alpha x \in C$ . En la Figura 3.11 muestra un ejemplo de un cono convexo y de un cono no convexo.

Un resultado importante sobre los conjuntos convexos es el siguiente:



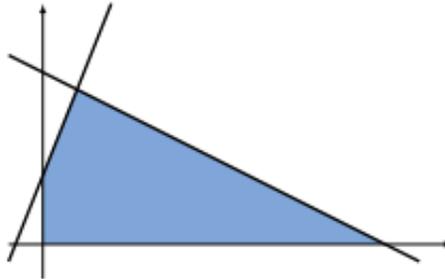
**Figura 3.11.** Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo [19].

**Lema 1:** La intersección de conjuntos convexos genera un conjunto convexo

Sea  $C = \cap C_i$ . En este caso de que  $C$  sea no vacío, tomamos dos puntos  $x, y \in C$  y seleccionamos un  $\lambda \in \mathbb{R}$  tal que  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Evidentemente  $x, y \in C_i$  puesto tanto  $x$  como  $y$  pertenecen a la intersección de  $C_i$ . Además  $z = (1 - \lambda)x + \lambda y \in C_i$  pues cada uno de los conjuntos es convexo; por tanto,  $z \in C$  con lo que se concluye que  $C$  es convexo [19].

Este lema permite identificar fácilmente un espacio de soluciones convexo, pues solo se requiere analizar la convexidad de cada una de las restricciones. Es decir, si cada restricción genera un conjunto convexo entonces el espacio de soluciones es convexo. Por ejemplo, un politopo como el que se muestra en la Figura 3.12 es la intersección de cuatro espacios afines  $\Omega_A = \{(x_1, x_2): x_1 + 2x_2 \leq 10\}$ ,  $\Omega_B = \{(x_1, x_2): -5x_1 + 2x_2 \leq 4\}$ ,  $\Omega_C = \{(x_1, x_2): x_1 \geq 0\}$  y  $\Omega_D = \{(x_1, x_2): x_2 \geq 0\}$ .

Es importante tener en cuenta que la unión de conjuntos convexos no genera necesariamente, un conjunto convexo (pensar por ejemplo en la unión de dos conjuntos como  $\Omega_A$  en donde se desplazado el origen en uno de ellos) [19].



**Figura 3.12.** Ejemplo de un politopo como intersección de tres conjuntos convexos [19].

### 3.13.1. Funciones Convexas

Decimos que una función  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es convexa si su dominio es convexo y además, para cualquier par de puntos  $x, y \in \mathbb{R}^n$  se cumple que

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) \quad (3.13)$$

Para cualquier  $\lambda \in \mathbb{R}$  tal que  $0 \leq \lambda \leq 1$ .

La misma condición se puede escribir como:

$$f(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f(x) + \beta f(y) \text{ con } \alpha + \beta = 1 \quad (3.14)$$

Usaremos una u otra definición según sea conveniente.

De otro lado, si  $-f(x)$  es convexa entonces decimos que  $f(x)$  es cóncava.

Esta definición implica que cualquier segmento de recta entre dos puntos  $x, y$  está por encima de la función, como se muestra en la Figura 3.13 para el caso de las funciones  $f(x) = x^2$  y  $f(x) = -\ln(x)$ . En el último caso podemos asegurar que  $f(x) = -\ln(x)$  es cóncava [19].

Verifiquemos este resultado para el primer caso usando la definición como sigue:

$$(\lambda x + (1 - \lambda)y)^2 \leq \lambda x^2 + (1 - \lambda)y^2 \quad (3.15)$$

$$\lambda^2 x^2 + (1 - \lambda)^2 y^2 + 2\lambda(1 - \lambda)xy \leq \lambda x^2 + (1 - \lambda)y^2 \quad (3.16)$$

$$(\lambda^2 - \lambda)x^2 + ((1 - \lambda)^2 - (1 - \lambda))y^2 + 2\lambda(1 - \lambda)xy \leq 0 \quad (3.17)$$

$$(\lambda^2 - \lambda)x^2 + (\lambda^2 - \lambda)y^2 + 2(1 - \lambda)xy \leq 0 \quad (3.18)$$

$$(\lambda^2 - \lambda)(x^2 + y^2 - 2xy) \leq 0 \quad (3.19)$$

$$(\lambda^2 - \lambda)(x - y)^2 \leq 0 \quad (3.20)$$

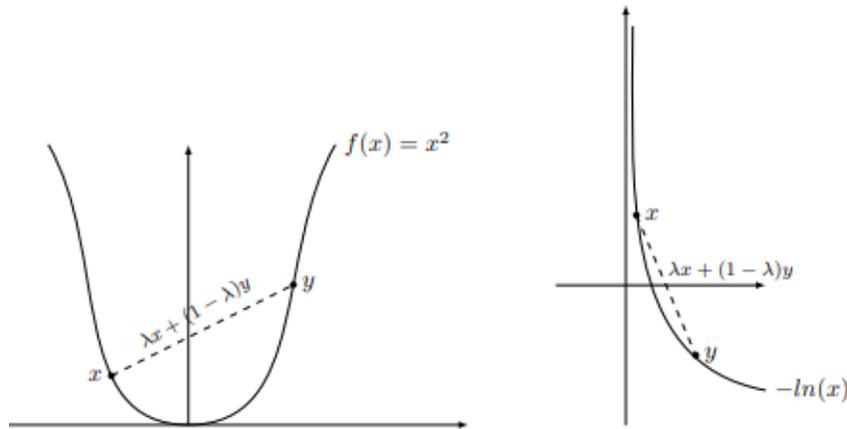
esto último es cierto para todos los reales debido a que  $0 \leq \lambda \leq 1$ , por tanto, se cumple la desigualdad y se concluye que la función  $f(x) = x^2$  es convexa.

Las funciones convexas están estrechamente relacionadas con los espacios convexos. De hecho, un espacio de la forma

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n: f(x) \leq t\} \quad (3.21)$$

es convexo si y solo si  $f$  es una función convexa. Este espacio es denominado epigraph y desempeña un papel importante en diferentes problemas de optimización. Al igual que en el caso de los conjuntos convexos, podemos extender nuestra definición a varios puntos del espacio, es decir

$$f\left(\sum_i \alpha_i x_i\right) \leq \sum_i \alpha_i f(x_i), \text{ con } \alpha_i \geq 0, \sum \alpha_i = 1 \quad (3.22)$$



**Figura 3.13.** Ejemplos de dos funciones convexas: a)  $f(x) = x^2$ , b)  $f(x) = -\ln(x)$  [19].

**Lema 2:** (suma de funciones convexas). Sean  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  dos funciones convexas, entonces  $h(x) = f(x) + g(x)$  es también una función convexa [19].

Demostración. Solo basta sumar las desigualdades

$$f(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f(x) + \beta f(y) \quad (3.23)$$

$$g(\alpha x + \beta y) \leq \alpha g(x) + \beta g(y) \quad (3.23)$$

En donde

$$\begin{aligned} h(\alpha x + \beta y) &= f(\alpha x + \beta y) + g(\alpha x + \beta y) & (3.23) \\ &\leq \alpha (f(x) + g(x) + \beta (f(y) + g(y))) \\ &= \alpha h(x) + \beta h(y) \end{aligned}$$

con lo cual se concluye que  $h$  también es convexa

**Lema 3.** Una función es convexa si y solo si su *epigraph* definido como  $epi(f) = \{x: f(x) \leq t\}$  es un conjunto convexo.

Demostración. Debemos comprobar que  $epi(f)$  convexo implica  $f$  convexa y que  $f$  convexo implica  $epi(f)$  convexo. Como  $f$  es convexa entonces  $\alpha f(x) + \beta f(y) \geq f(\alpha x + \beta y)$  con  $\alpha + \beta = 1$ ,  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta \geq 0$ . Consideramos 2 reales  $t, r$  tales que  $t \geq f(\alpha x + \beta y)$ , y  $r \geq f(\alpha x + \beta y)$ ; por tanto  $\alpha t + \beta r \geq (\alpha + \beta)f(\alpha x + \beta y) = f(\alpha x + \beta y)$ , es decir que  $(\alpha t + \beta r, \alpha x + \beta y) \in epi(f)$  y por tanto  $epi(f)$  es un conjunto convexo. La demostración en sentido contrario sigue un argumento similar [19].

**Lema 4.** Una función  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es convexa si y solo si la función  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(t) = f(x + tv)$  es convexa para todos los valores de  $x \in dom(f)$  y  $t \in \mathbb{R}$

demostración. Note que  $g$  es una función en una sola variable mientras que  $f$  es una función en múltiples variables. Debemos demostrar que  $f$  convexa implica  $g$  convexa y viceversa. Primero asumimos que  $f$  es convexa, entonces para un par de puntos  $t, s$  y dos escalares  $\alpha + \beta = 1$ , tenemos [19]:

$$g(\alpha t + \beta s) = f(x + (\alpha t + \beta s)v) \quad (3.24)$$

$$= f(\alpha(x + vt) + \beta(x + vs)) \quad (3.25)$$

$$\leq \alpha f(x + vt) + \beta f(x + vs) \quad (3.26)$$

$$\leq \alpha g(t) + \beta g(s) \quad (3.27)$$

con lo cual concluimos que  $g$  es convexa. Ahora, para demostrar el lema en sentido opuesto, asumimos que  $g$  es convexa, entonces

$$g(\alpha t_1 + \beta t_2) \leq \alpha g(t_1) + \beta g(t_2) \quad (3.28)$$

definimos dos variables  $y_1 = x + vt, y_2 = x + vt$  las cuales permiten concluir fácilmente que  $f$  es también convexa

Este lema es útil ya que permite verificar la convexidad de una función multivariable usando una función en una sola variable. Igualmente, algunos algoritmos de optimización hacen iterativamente una búsqueda en una línea con lo que este resultado permite garantizar que esa búsqueda local define también un problema convexo [19].

### 3.14. CONDICIONES DE OPTIMALIDAD

#### 3.14.1. Diferenciabilidad

La diferenciabilidad caracteriza los extremos locales (mínimos o máximos), facilitando una condición necesaria para la optimización de la solución. La atención se centrará en encontrar el mínimo, ya que de la relación se puede obtener el máximo[18].

$$\text{Maximizar}_{x \in S} f(x) = \text{Minimizar}_{x \in S} -f(x) \quad (3.29)$$

Para una mayor claridad, se da la siguiente definición precisa de este tipo de puntos

**Definición 3.1 (mínimo global).** Una función  $f(x)$  tiene un mínimo global en el conjunto de puntos  $S$  (un mínimo global estricto) en el punto  $x^*$ , si y solo si  $f(x^*) \leq f(x)$  [respectivamente,  $f(x^*) < f(x)$ ] para todo  $x$  en  $S$

**Definición 3.2 (mínimo local).** Una función  $f(x)$  tiene un mínimo local (un mínimo local estricto) sobre el conjunto  $S$  en el punto  $\bar{x}$ , si y solo si existe un número positivo  $\varepsilon$  cumpliendo  $f(\bar{x}) < f(x)$  (respectivamente,  $f(\bar{x}) < f(x)$ ) para todo  $x$  en  $S$  tal que  $0 < ||\bar{x} - x|| < \varepsilon$ .

De estos conceptos se llega a la conclusión que todo mínimo global también es local. En una superficie es fácil ilustrar los conceptos de mínimo local y global como se observa en la Figura 3.14. En este ejemplo,  $S$  es el segmento  $[a, b]$ .  $\bar{S} = \{a, x_1, x_2\}$  es el conjunto de óptimos locales y  $S^* = \{a, x_2\}$  es el conjunto de mínimos globales [18].

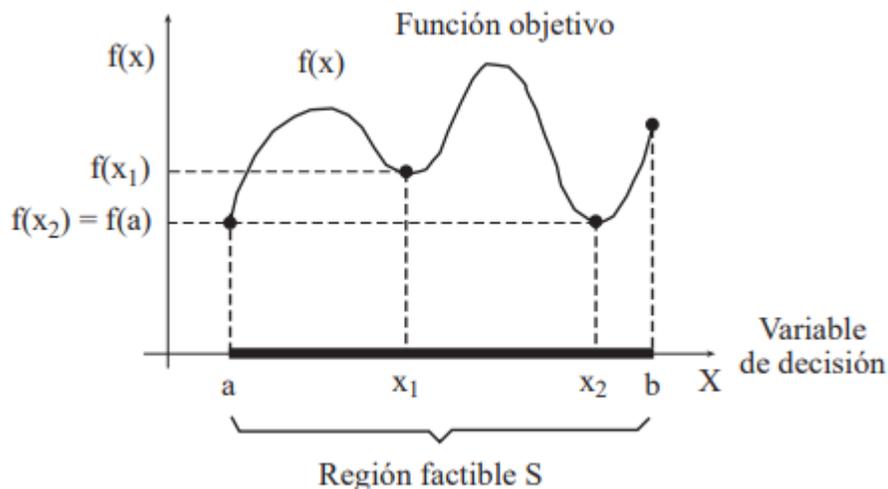
Se recuerda seguidamente al lector el concepto de diferenciabilidad.

**Definición 3.3 (diferenciabilidad).** Se dice que  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es diferenciable en  $x$  si las derivadas parciales  $\frac{\partial f}{\partial x_i}, i = 1, \dots, n$ , existen, y

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{f(y) - f(x) - \nabla f(x)^T (y - x)}{\|y - x\|} \quad (3.30)$$

Recuérdese que el gradiente de  $f$  en  $x$  es el vector definido por:

$$\nabla f(x) = \left( \frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right)^T \quad (3.31)$$



**Figura 3.14.** Una función con tres mínimos locales y dos globales [18].

Es bien conocido que el gradiente es un vector que parte de  $x$  es ortogonal a las superficies de nivel (conjunto de puntos que satisfacen  $f(x) = k$  para una constante dada  $k$ ). El gradiente en el punto  $x$  es la dirección de máximo ascenso para la función  $f$  en  $x$

**Definición 3.4 (función continuamente diferenciable).** Una función  $f$  se denomina continuamente diferenciable en  $\bar{x}$  si todas sus derivadas parciales son continuas en  $\bar{x}$ . En este caso la función también es diferenciable.

En todo este capítulo se considerará el siguiente PPNL. Minimizar

$$Z = f(x) \quad (3.32)$$

Sujeto a

$$h(x) = 0 \quad (3.33)$$

$$g(x) \leq 0 \quad (3.34)$$

Donde  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^\ell$ ,  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  con  $h(x) = (h_1(x), \dots, h_\ell(x))^T$  y  $g(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x))^T$  son continuamente diferenciables en la región factible  $S = \{h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$ .

El problema (3.32) sin restricciones ( $S = \mathbb{R}^n$ ) se denomina problema de optimización no restringido. Cuando las restricciones (3.33) están presentes, el problema se llama problema de optimización restringido [18].

### 3.14.2. Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker

Los resultados teóricos más importantes en el campo de la programación no lineal son los que conducen a las llamadas condiciones de Karush, Kuhn y Tucker. Una solución óptima para cualquier problema lineal y la mayoría de los problemas no lineales debe satisfacer estas condiciones. Forman la base para el desarrollo de muchos algoritmos computacionales y proporcionan criterios de parada para muchos otros, lo que permite determinar cuándo se alcanza un óptimo local restringido.

En un problema diferenciable con optimización sin restricciones, una condición necesaria para la solución a un mínimo local es que el gradiente desaparezca. Por el contrario, esta propiedad no se cumple para problemas diferenciables restringidos, como el punto  $\bar{x} = a$ . que se muestra en la Figura 3.15. La condición de Karush-Kuhn-Tucker se generaliza a problemas restringidos, una condición necesaria desarrollada para problemas no restringidos [18].

**Definición 3.5 (condiciones de Karush–Kuhn–Tucker (CKKT)).** El vector  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  satisface las CKKT para el PPNL (3.32) -(3.33) si existe un par de vectores  $\lambda \in \mathbb{R}^\ell$  y  $\mu \in \mathbb{R}^m$  tales que

$$\nabla f(x) + \sum_{k=1}^{\ell} \lambda_k \nabla h_k(\bar{x}) + \sum_{j=1}^m \mu_j \nabla g_j(\bar{x}) = 0 \quad (3.35)$$

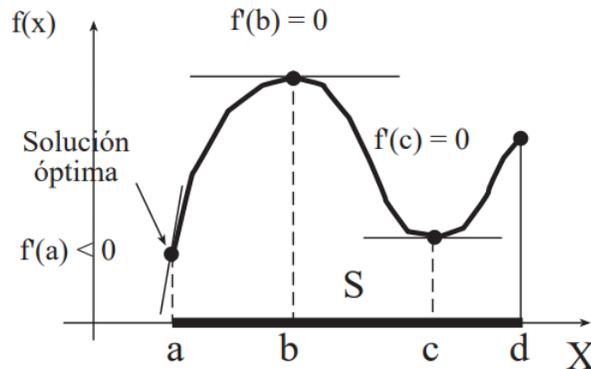
$$h_k(\bar{x}) = 0, k = 1, \dots, \ell \quad (3.36)$$

$$g_j(\bar{x}) \leq 0, j = 1, \dots, m \quad (3.37)$$

$$\mu_j g_j(\bar{x}) = 0, j = 1, \dots, m \quad (3.38)$$

$$\mu_j(\bar{x}) \geq 0, j = 1, \dots, m \quad (3.39)$$

Los vectores  $\mu$  y  $\lambda$  se denominan multiplicadores de Kuhn–Tucker. La condición (3.38) es conocida con el nombre condición de complementariedad, la condición (3.39) requiere la no negatividad de los multiplicadores, y es llamada condición de factibilidad dual, y (3.36)–(3.37) se denominan condiciones de factibilidad primal [18].



**Figura 3.15.** problemas restringidos diferenciables el gradiente no es necesariamente cero en la solución óptima [18].

### 3.12. OPTIMIZACIÓN CONVEXA

Las técnicas de optimización se pueden definir como aquellos métodos que permiten seleccionar la mejor solución entre un conjunto de alternativas disponibles. Esta definición se aplica a todos los campos de la optimización aplicada, incluidas las matemáticas, la informática, la economía y los negocios [17].

Un problema de optimización matemática de la forma:

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in \Omega \end{aligned} \quad (3.40)$$

es un problema de optimización convexa si la función objetivo  $f$  es convexa y el espacio de soluciones  $\Omega$  es un conjunto convexo [20].

La formulación matemática general de un problema de optimización es:

$$\min_{x \in X} f(x) \quad (3.41)$$

Sujeto a

$$h_j(X) = 0 \quad j = q + 1, \dots, m \quad (3.42)$$

$$g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, q \quad (3.43)$$

El problema (3.4) incluye los siguientes elementos:

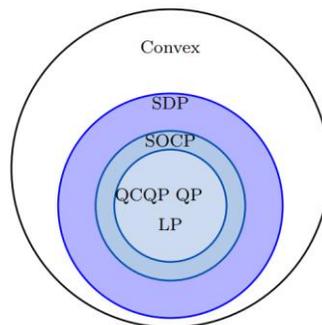
- $x \in \mathbb{R}^n$  Es un vector que incluye las  $n$  variables de decisión.
- $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  Es la función objetivo del problema de optimización. Asigna los valores del vector de decisión  $x$  a un valor real que representa cuánto se espera esta solución del tomador de decisiones. Por lo general, la función objetivo representa el costo de minimizar el problema o el beneficio de maximizar el problema [21].
- $h(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  y  $g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$  Son funciones vectoriales del vector de decisión  $x$ . Definen como  $m$  a las restricciones de igualdad y  $l$  a las restricciones de desigualdad a través de las ecuaciones (3.5) y (3.6), respectivamente.

Las restricciones definidas restringen el espacio de aprendizaje en dos soluciones [17]:

Solución factible: el elemento en un rango de búsqueda de cumplir con todas las ecuaciones de restricción

Solución no factible: elementos en el dominio funcional que no cumplen por lo menos una de las restricciones del problema

Los métodos de optimización más utilizados son aquellos que resuelven problemas de optimización de variables reales no lineales en espacios continuos y sin restricciones [17].



**Figura 3.16.** Jerarquía de algunos problemas de optimización convexa [17].

En la Figura 3.16 se presenta la jerarquía de algunos problemas de optimización convexa: programación semidefinida (SDP), programación cónica de segundo orden (SOCP), programación cuadrática QP, programación cuadrática con restricciones cuadráticas QCQP, programación lineal LP.

A continuación, se enumeran algunos problemas que podemos resolver usando optimización convexa [20]:

**Tabla 3.3.** Métodos de solución de optimización Convexa [20].

Programación lineal (LP):	$\min c^T x$ $Ax \leq b$	Donde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , $c, x \in \mathbb{R}^n$ , $b \in \mathbb{R}^m$ y el superíndice T denota la transpuesta
Programación cuadrática (QP):	$\min \frac{1}{2} x^T H x + c^T x$ $Ax \leq b$ <p>Con <math>H \succeq 0</math></p>	Donde C es un vector de coeficientes constantes, x y b son vectores columna, A es una matriz (m*n), H es una matriz simétrica y el superíndice T denota la transpuesta
Programación semidefinida:	$\min Tr(CX)$ $AX = B$ $x > 0$	Donde $x \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , $x \succ 0$ implica que la matriz X es semidefinida positiva, la función $Tr(CX)$ corresponde a la traza de la matriz, se refiere a la suma de los componentes de la diagonal de la matriz resultante al multiplicar C*X
Programación cónica de segundo orden:	$\min c^T x$ $\ A_i x + b_i\  \leq h_i x + m_i$	Donde $x \in \mathbb{R}^n$ es la variable de optimización, y los parámetros del problema son $c \in \mathbb{R}^n$ , $A_i \in \mathbb{R}^{(n_i-1) \times n}$ , $b_i \in \mathbb{R}^{(n_i-1)}$ , $h_i \in \mathbb{R}^n$ , y $m_i \in \mathbb{R}$ . La norma que aparece en la restricción es la norma euclidiana estándar $\ u\  = (u^T u)^{1/2}$

La programación lineal es una técnica de optimización que se utiliza para resolver problemas de optimización en los que las restricciones y la función objetivo son lineales. Es una técnica ampliamente utilizada y es eficiente en términos de tiempo de cálculo, mientras que en la programación cuadrática su función objetivo es cuadrática y las restricciones son lineales, se pueden resolver eficientemente utilizando técnicas de programación lineal. De igual forma la programación semidefinida se utiliza para resolver problemas de optimización en los que la matriz de restricciones es semidefinida positiva. La programación cónica de segundo orden tiene la función objetivo y las restricciones cónicas, esto significa que las restricciones y la función objetivo

cumplen con ciertas propiedades matemáticas que permiten su optimización de una manera más eficiente que la programación lineal o la programación cuadrática.

En resumen, la elección entre las programaciones antes mencionadas y la programación cónica de segundo orden depende de las características del problema de optimización que se está tratando de resolver. Ambas técnicas tienen sus ventajas y desventajas, y se selecciona SOCP como la técnica más apropiada en función de las características del problema de optimización que se pretende resolver mediante el uso de restricciones cónicas.

### 3.13. OPTIMIZACIÓN CÓNICA DE SEGUNDO ORDEN

Los problemas cónicos de segundo orden (SOC: *Second Order Cone optimization*) son aquellos que se pueden representar como [22]:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } c^T x & (3.44) \\ & \|A_i x + b_i\| \leq \alpha_i^T x + \beta_i \end{aligned}$$

en donde  $\|\cdot\|$  es la norma-2,  $A_i$  son matrices reales;  $c, b_i, \alpha_i$  son vectores y  $\beta_i$  son escalares. Definamos una nueva variable  $u_i = A_i x + b_i$  para generar el siguiente problema convexo equivalente:

$$\text{minimizar } c^T x \quad (3.45)$$

$$\|u_i\| \leq \alpha_i^T x + \beta_i \quad (3.46)$$

$$u_i = A_i x + b_i \quad (3.47)$$

Ahora calculamos la función dual correspondiente

$$\mathcal{L}(x, u, y, z) = c^T x + \sum_i y_i (\|u_i\| - \alpha_i^T x - \beta_i) + z_i^T (u_i - A_i x - b_i) \quad (3.48)$$

$$W(y, z) = \inf_{x, u} \mathcal{L}(x, u, y, z) \quad (3.49)$$

En donde  $z_i$  son vectores asociados a las variables duales de la restricción de igualdad y  $y_i \geq 0$  son escalares asociados a la restricción SOC. El ínfimo se puede calcular fácilmente aprovechando que el problema es separable

$$\inf_{x,u} \mathcal{L}(x, u, y, z) = - \sum_i \beta_i y_i - b_i^T z_i + \inf_x \mathcal{L} + \inf_u \mathcal{L} \quad (3.50)$$

Con

$$\inf_x \mathcal{L} = \inf_x \left\{ \left( c - \sum_i y_i \alpha_i - A_i^T z_i \right)^T x \right\} = 0 \leftrightarrow c - \sum_i (y_i \alpha_i - A_i^T z_i) \quad (3.51)$$

$$\inf_u \mathcal{L} = \inf_u \left\{ \sum_i y_i \|u_i\| + z_i^T u_i \right\} = 0 \leftrightarrow y_i = \|z_i\| \quad (3.52)$$

Por tanto, podemos generar el siguiente problema dual

$$\text{minimizar } \sum_i \beta_i y_i + b_i^T z_i \quad (3.53)$$

$$\sum_i A_i^T z_i + \alpha_i y_i = c \quad (3.54)$$

$$\|z_i\| \leq y_i \quad (3.55)$$

Es decir que el dual es también un problema cónico de segundo orden.

El *gap* entre el primal y dual está dado por (*recordar que*  $\max(f) = -\min(-f)$ )

$$\text{gap} = c^T x + \sum_i (b_i^T z_i + \beta_i y_i) \quad (3.56)$$

pero de la restricción de igualdad del dual se tiene:

$$c^T x + \sum_i (b_i^T z_i + \beta_i y_i) \quad (3.57)$$

$$\left( \sum_i (A_i^T z_i + \alpha_i y_i) \right) x + \sum_i b_i^T z_i + \beta_i y_i \quad (3.58)$$

$$\sum_i z_i^T (A_i x + b_i) + y_i (\alpha_i^T x + \beta_i) \quad (3.59)$$

$$\sum_i z_i^T u_i + t_i y_i \quad (3.60)$$

en donde  $t_i = \alpha_i^T x + \beta_i$  ( $u_i$  ya lo habíamos definido). De éste resultado y usando el hecho que  $\|u_i\| \leq t_i$ ,  $\|z_i\| \leq y_i$ , obtenemos:

$$gap = \sum_i z_i^T u_i + t_i y_i \geq \sum_i -\|z_i\| \|u_i\| + t_i y_i \quad (3.61)$$

$$\geq \sum_i (y_i - \|z_i\|) t_i \geq 0 \quad (3.62)$$

dado que  $gap = primal - dual \geq 0$  concluimos el primal es siempre mayor que el dual (*weak duality*). Las condiciones de dualidad fuerte se cumplen cuando ambos conos tienen un interior no vacío (slater) [22].

### 3.14. DETERMINACIÓN DEL FLUJO ÓPTIMO DE POTENCIA

Los sistemas eléctricos abarcan países e incluso continentes para garantizar el suministro de electricidad a industrias, empresas y hogares. Los dispositivos de medición de varios tipos están repartidos por toda la red.

Normalmente, las mediciones de potencia activa se realizan al final de cada línea. Tales mediciones de potencia activa que fluye desde el nodo  $i$  al nodo  $k$  en la línea  $i - k$  se denotan como  $p_{ik}$  y la precisión se denota como  $\sigma_{kl}^p$ . Asimismo, las medidas de potencia reactiva se pueden encontrar en ambos extremos de cualquier línea y se denotan por  $q_{kl}$  con una precisión asociada con el parámetro  $\sigma_{kl}^q$ .

Además de la potencia activa, la potencia reactiva también se transmite a través de las líneas eléctricas. La potencia reactiva es una variable relacionada con el valor de la tensión. Si se dispone de suficiente potencia reactiva, la curva de voltaje es adecuada, pero si no, la curva de voltaje se deteriorará. Finalmente, si la potencia reactiva disponible es superior a la esperada, la curva de tensión será demasiado grande [18].

### 3.14.1. Matrices semidefinidas

Las matrices semidefinidas son un tipo de formas cuadráticas que siempre son positivas, por lo que se puede decir que una matriz simétrica  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es semidefinida si  $q(u) = u^T A u \geq 0$  para cualquier  $u \in \mathbb{R}^n$ . Para este tipo de matrices se expresan como  $A \geq 0$ . Se define como matriz positiva a ( $A > 0$ ) si  $q(u) > 0$  para cualquier  $u \neq 0$ .

Las matrices semidefinidas positivas y simétricas poseen varias propiedades como:

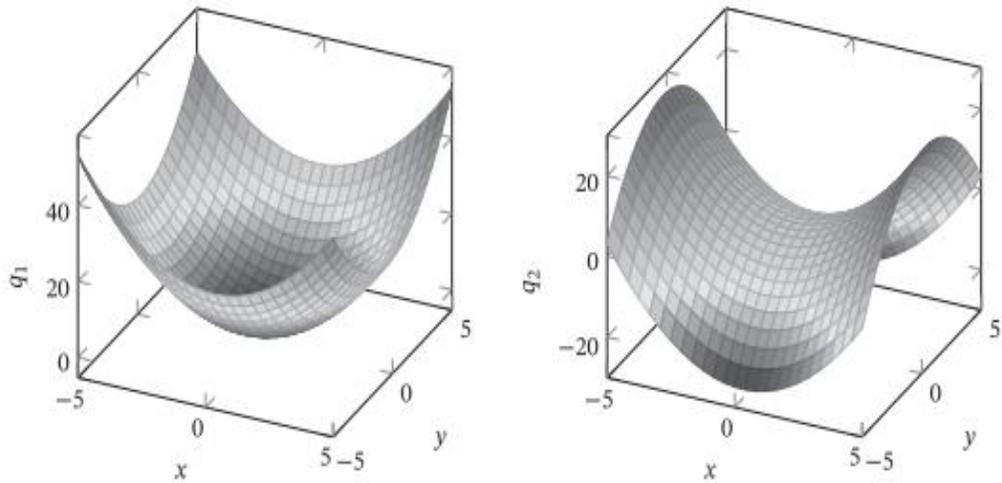
- Los valores propios son todos positivos.
- La matriz  $A$  puede factorizarse como  $A = C C^T$  donde  $C$  es una matriz triangular. Esto se llama factorización de *Cholesky* y la matriz  $C$  generalmente se representa como  $A^{1/2}$
- Si  $A > 0$  entonces  $A^{-1} > 0$
- Si  $A > 0$  y  $B > 0$  entonces  $A + B > 0$ , sin embargo, no podemos decir lo mismo sobre  $AB$ .
- si  $A > 0$  y  $B > 0$  entonces  $A \circ B > 0$  donde  $\circ$  representa el producto de *Hadamard* (es decir, el producto puntual).

Para un mejor entendimiento de la teoría sobre matrices semidefinidas, se presenta los siguientes ejemplos:

Una función cuadrática con una matriz semidefinida positiva es convexa. Consideremos los siguientes ejemplos:

$$q_1(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 1/4 \\ 1/4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$q_1(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 1/4 \\ 1/4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



**Figura 3.17.** Ejemplo de dos funciones cuadráticas  $q_1$  (izquierda) es convexa, mientras que  $q_2$  (derecha) no lo es [18].

Se presenta la siguiente matriz definida positiva.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ya que sus valores propios son positivos se aplica la factorización de Cholesky:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2}/2 \\ 1 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2}/2 \\ 1 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$$

Esta matriz define la siguiente forma cuadrática, que es positiva para cualquier  $x \neq 0$ .

$$\begin{aligned} q(x) &= x^T A x = 2x_0^2 + 2x_0x_1 + x_1^2 \\ &= (x_1 + x_0)^2 + x_0^2 \end{aligned}$$

## 4. METODOLOGÍA

En este capítulo se presenta la metodología para la construcción del modelo en CVXPY, empezando en la sección (4.1). En la primera sección, se plantea la operacionalización de variables y el diagrama de flujo del problema. Posteriormente, en (4.2) se presenta la determinación del flujo óptimo de potencia el cual será el punto de partida para plantear las diferentes linealizaciones que servirán para que el programa se ajuste al modelo de programación cónica de segundo orden (SOCP). La sección (4.3) muestra la segunda parte de la programación que integra el modelo de predicción “*Day-Ahead*” para determinar la demanda o consumo diario la cual nos ayudará a maximizar el beneficio de la optimización cuando la demanda energética del sistema de distribución sea elevada utilizando las Plantas de Potencia Virtuales. En la sección (4.4), se presenta el modelo determinista de predicción *Day-Ahead* para la incorporación en el modelo cónico de segundo orden. Por último, en la sección (4.5) se presenta el modelo de programación que incorpora el método de optimización SOCP con el modelo determinista *Day-Ahead*, el mismo que será el punto de partida para la obtención el análisis y resultados de los casos de estudio a los que se aplicó la programación correspondiente.

### 4.1. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

**Variable Independiente:** Obtención del máximo beneficio de Plantas de Potencia Virtual en sistemas eléctricos de distribución.

**Tabla 4.1.** Operacionalización de las variables independientes.

Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumentos
El sistema de plantas de potencia virtuales permite obtener el máximo beneficio económico en las redes eléctricas de distribución.	Gestiona una óptima compra, venta y almacenamiento de las plantas de potencia virtuales según el costo diario de la energía eléctrica.	Costo de energía.	Costo [\$/kWh] Potencia [kW]. Voltaje[V] Pérdidas[kW]. Energía [kWh].	Métodos matemáticos convexos. Simulación.

**Variable Dependiente:** Algoritmo matemático de optimización convexa.

**Tabla 4.2.** Operacionalización de las variables dependientes.

Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumentos
Desarrollo de un algoritmo matemático de optimización convexa para determinar flujos óptimos de potencia.	Determinación de un modelo más exacto que permita determinar el óptimo flujo de potencia en redes de distribución balanceadas.	Minimizar tiempo de cálculo.	Pérdidas [kW]. Energía [kWh]. Potencia [kW]. Tiempo [h].	Métodos matemáticos convexos (SOCP).

#### 4.1.1. Diagrama de flujo

Para mejor comprensión del desarrollo de esta investigación se realizó un diagrama de flujo que permita explicar el proceso realizado para determinar el máximo beneficio de las Plantas de Potencia Virtuales.

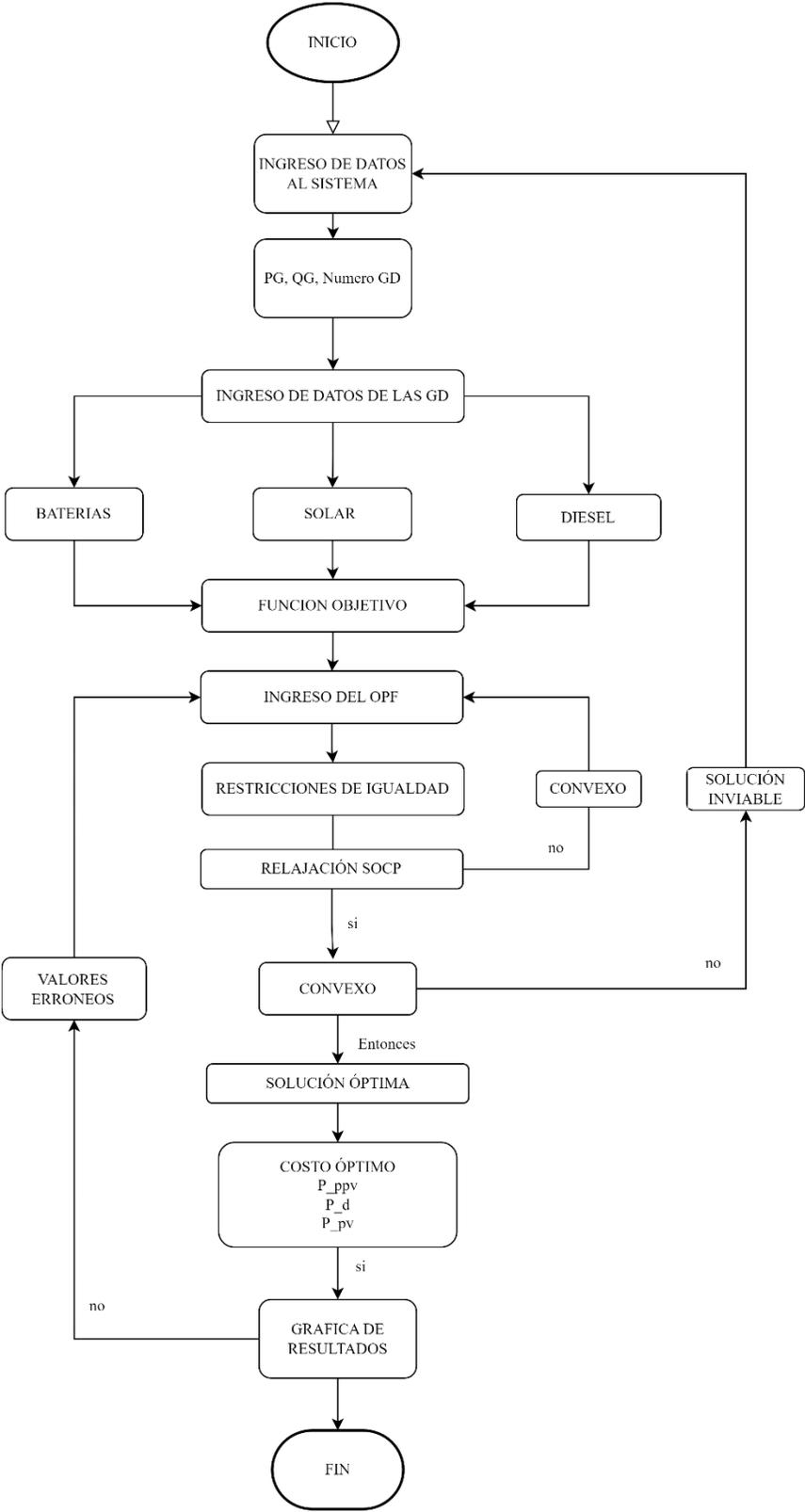


Figura 4.1. Diagrama de flujo.

## 4.2. REPARTO ÓPTIMO DE CARGA

El propósito de una red de transmisión es transferir electricidad desde los generadores hasta los puntos de consumo. El objetivo del problema del flujo de potencia óptimo es satisfacer las demandas de todos los buses al costo total de producción más bajo de los generadores, de modo que el resultado cumpla las leyes físicas, como las leyes de Ohm y Kirchoff, así como otras restricciones operativas, como el flujo de la línea de transmisión y restricciones del sistema [23].

Además de satisfacer la demanda, el valor de tensión de toda la red debe mantenerse en un nivel aceptable. La potencia reactiva debe transmitirse a través de la red y sus necesidades deben ser satisfechas.

En un problema de optimización, la función objetivo es una función matemática que se busca maximizar o minimizar, y cuyo valor óptimo representa la solución al problema. Por ejemplo, en un problema de programación lineal, la función objetivo es una función lineal a maximizar o minimizar, sujeta a un conjunto de restricciones.

El reparto óptimo de carga viene interpretado por las siguientes ecuaciones:

$$\min \sum_{i=1}^n C_i p_{Gi} \quad (4.1)$$

s.a

$$P_i = v_i \sum_{k=1}^n y_{ik} v_k \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

$$Q_i = v_i \sum_{k=1}^n y_{ik} v_k \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.3)$$

$$P_i = P_{gi} - P_{di}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.4)$$

$$Q_i = Q_{gi} - Q_{di}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

$$\underline{V}_i \leq v_i \leq \overline{V}_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.6)$$

$$\underline{P}_{Gi} \leq p_{Gi} \leq \overline{P}_{Gi}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.7)$$

$$\underline{Q}_{Gi} \leq q_{Gi} \leq \overline{Q}_{Gi}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

$$-\pi \leq \delta_i \leq \pi, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

$$\delta_1 = 0 \quad (4.10)$$

Donde:

$C_i$ : Es el costo por unidad de potencia activa en el generador  $i$

$p_{Gi}$ : Es la potencia activa generada en el nodo  $i$

$P_{Di}$ : Es la potencia activa demandada en el nodo  $i$

$P_i$ : Es la potencia activa en el nodo  $i$

$Q_i$ : Es la potencia reactiva en el nodo  $i$

$v_i$ : Es la magnitud del voltaje en el nodo  $i$

$v_k$ : Es la magnitud del voltaje en el nodo  $k$

$\delta_i$ : El ángulo en el nodo  $i$

$\delta_k$ : El ángulo en el nodo  $k$

$y_{ik}$ : El modulo o línea de transmisión

$\theta_{ik}$ : El argumento de una constante compleja de la red

$q_{Gi}$ : Es la potencia reactiva generada en el nodo  $i$

$Q_{Di}$ : Es la potencia reactiva demandada en el nodo  $i$

$\underline{V}_i$ : Es el límite inferior para el módulo de tensión

$\overline{V}_i$ : Es el límite superior para el módulo de tensión

$\underline{P}_{Gi}$ : Es la potencia activa mínima que puede producir el generador

$\overline{P}_{Gi}$ : Es la máxima potencia activa que produce el generador

$\underline{Q}_{Gi}$ : Es la potencia reactiva mínima que puede producir el generador

$\overline{Q}_{Gi}$ : Es la máxima potencia reactiva que produce el generador

La ecuación (4.1) es la función objetivo del problema, en la cual busca obtener la minimización a partir del costo de la energía y la potencia generada activa generada, la restricción (4.2) son las ecuaciones para determinar el flujo de potencia activa del sistema, en (4.3) se define las ecuaciones

para determinar el flujo de potencia reactiva del sistema. La restricción (4.4) define la sumatoria de potencias activas que ingresan al sistema (generación menos demanda), de igual manera en (4.5), representa la sumatoria de potencias reactivas que ingresarán al sistema (generación menos demanda). En (4.6) se expresa los límites superior e inferior del módulo de tensión, en las restricciones (4.7) y (4.8) representan los límites superior e inferior de las potencias activas y reactivas respectivamente. La restricción (4.9) define el límite superior e inferior de los ángulos del nodo. Por último, en (4.10), indica el origen para los ángulos que se sitúan de modo arbitrario en cualquier nodo.

### 4.3. APROXIMACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO

El modelo matemático de programación cónica de segundo orden (SOCP) es una técnica de optimización para resolver problemas de programación lineal con restricciones cónicas. En el contexto del flujo de electricidad, se utiliza para modelar la interacción entre las restricciones físicas de los sistemas de generación y transmisión de energía, las restricciones económicas y regulatorias. Estos problemas pueden incluir maximizar la eficiencia del sistema, minimizar los costos de generación y administrar la estabilidad del sistema. Los modelos SOCP se basan en la representación matemática de ecuaciones cuadráticas o desigualdades a restricciones cuadráticas y se resuelven mediante algoritmos de optimización numérica.

A partir de las ecuaciones (4.2) y (4.3) se puede observar que el sistema no se encuentra linealizado y no convexo, con el objetivo de linealizar dichas expresiones, se empieza por expresar el flujo de potencia en forma rectangular mediante las siguientes ecuaciones:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0N} \\ Y_{N0} & Y_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0k} \\ Y_{k0} & Y_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_k \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$I_k = Y_{k0}V_0 + \sum_n Y_{kn}V_n \quad (4.13)$$

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k I_k^* \quad (4.15)$$

$$I_k^* = \frac{S_k}{V_k} \quad (4.16)$$

$$I_k = \frac{S_k^*}{V_k^*} \quad (4.17)$$

$$S_k^* = V_k^* Y_{kk} V_m + V_k^* Y_{km} V_m \quad (4.18)$$

$$P_k - jQ_k = V_k^* Y_{k0} V_0 + \sum_m V_k^* Y_{km} V_m \quad (4.20)$$

Donde:

$I_k$ : Corriente en el nodo  $k$

$S_k$ : Potencia Aparente en el nodo  $k$

$P_k$ : Potencia Activa en el nodo  $k$

$Q_k$ : Potencia Activa en el nodo  $k$

La ecuación (4.11) representa la matriz de admitancia  $Y$  del flujo de potencia, en (4.12) se crea la matriz de corrientes  $I_k$ , la cual se determina según la ley de Ohm. La ecuación (4.13) se interpone en forma lineal a la formulación de la matriz. En (4.15) se reemplaza la potencia aparente  $S_k$  por sus equivalentes en potencias y voltajes. La ecuación (4.16) representa la ecuación de corriente  $I_k$  integrada por la división de la potencia aparente y el módulo de tensión. Despejando  $I_k$  en (4.17), se realiza la transposición de términos con el objetivo de no afectar a la ecuación. En (4.18), se realiza el reemplazo de  $S_k$  en la ecuación (4.13). Por último, en (4.20) se expresa en términos de tensiones nodales, la cual nos permitirá integrar la aproximación cónica de segundo orden como se representará a continuación.

#### 4.3.1. Aproximación cónica de segundo orden al problema de flujo de carga

La formulación anterior es un modelo rectangular, es decir que, es un problema de optimización cuadrático no convexo. Es posible obtener una aproximación cónica de segundo orden al problema de flujo de carga en sistemas de distribución. Para esto, se formula el problema en términos de las tensiones nodales y relajaciones como se expresa en la siguiente formulación:

$$P_k - jQ_k = V_k^* Y_{k0} V_0 + \sum_m V_k^* Y_{km} V_m \quad (4.21)$$

$$P_k - jQ_k = Y_{k0} V_0 V_k^* + \sum_k Y_{km} W_{km} \quad (4.22)$$

$$W_{km} = V_m V_k^* \quad (4.23)$$

$$W_{km} W_{km}^* = V_{km} V_k^* V_m^* V_k \quad (4.24)$$

$$\|W_{km}\|^2 \leq W_{kk} W_{mm} \quad (4.25)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 2W_{km} \\ W_{kk} - W_{mm} \end{bmatrix} \right\| \leq W_{kk} + W_{mm} \quad (4.26)$$

Donde:

$W_{km}$ : Matriz semidefinida de voltaje.

La ecuación (4.21) representa el problema de flujo de potencia en términos de las tensiones nodales, en (4.22) integramos una variable compleja  $W_{km}$ . En la ecuación (4.23) se expresa la variable compleja generando una restricción afín más una restricción no-lineal/ no-convexa. En las ecuaciones (4.24) y (4.26) se pre-multiplica por la transpuesta de la variable compleja  $W_{km}^*$ . Finalmente, en las ecuaciones (4.25) y (4.26) se relaja la restricción para poder obtener el equivalente SOC [24].

#### 4.4. MODELO DE PROGRAMACIÓN ÓPTIMA DE LAS PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES

Una planta de energía virtual (VPP) es un sistema que utiliza tecnologías de control y automatización para agregar y controlar activos de generación distribuida (DG) y almacenamiento de energía (ES) en la red. Los VPP pueden actuar como una sola entidad de generación de energía para proporcionar servicios de generación, transmisión y distribución de energía para la red mediante la integración de recursos de DG y ES. Estos servicios pueden incluir regulación de frecuencia, provisión de capacidad, soporte del sistema y optimización de la eficiencia energética. VPP es una tecnología clave en la transición hacia un sistema energético más limpio y descentralizado.

La VPP se define como un conjunto de unidades generadoras e instalaciones de almacenamiento agrupadas y operadas como una sola entidad con el objetivo de optimizar los recursos energéticos. Teniendo en cuenta que la generación distribuida es de tamaño pequeño y débil frente al mercado debido a las fluctuaciones en la capacidad y la generación de energía, el VPP propuesto en este documento está compuesto por generadores fotovoltaicos distribuidos, dispositivos de almacenamiento de energía y plantas de energía diésel [25]. El objetivo principal es maximizar el

beneficio de las VPP en el día anterior decidiendo cuando es conveniente almacenar, comprar o vender energía.

#### 4.4.1. Modelo matemático determinista para el “Day-Ahead” en VPP

Para determinar el modelo matemático de la Planta de Potencia Virtual se modela como un problema de optimización convexa para obtener una estrategia de oferta óptima de la siguiente manera:

$$\max_{\theta t} \sum_{t=1}^{24} (C_{m(t)} P_{vpp(t)} - C_{dg(t)}) \quad (4.27)$$

s.a

$$C_{dg(t)} = C_d * \sum_{d=1}^{Nd} (\alpha_d P_{d(t)}^2 + \beta_d P_{d(t)}) \quad (4.28)$$

$$\sum_{d=1}^{Nd} P_{d(t)} + \sum_{s=1}^{Ns} P_{s(t)} + \sum_{pv=1}^{Npv} P_{pv(t)} = P_{vpp(t)} \quad (4.29)$$

$$P_{s(t)} = \frac{\Delta E_{s(t)}}{\Delta t} \quad (4.30)$$

$$|P_{s(t)}| \leq P_{smax} \quad (4.31)$$

$$\Delta E_{s(t)} = E_{s(t-1)} - E_{s(t)} \quad (4.32)$$

$$E_{s(1)} = E_{s(24)} = E_{fixed} \quad (4.33)$$

$$0 \leq E_{s(t)} \leq E_{smax} \quad (4.34)$$

$$0 \leq P_{d(t)} \leq P_{dmax} \quad (4.35)$$

Donde:

$C_{m(t)}$ : Costo de mercado en el tiempo  $t$

$C_d$ : Costos de diesel en litros

$C_{dg}$ : Costo del generador diésel

$N_d$ : Número de centrales eléctricas a diésel

$N_s$ : Número de sistemas de almacenamiento de energía

$N_{pv}$ : Número de generadores fotovoltaicos

$P_{vpp(t)}$ : Potencia de la VPP en el tiempo  $t$

$P_{s(t)}$ : Potencia de almacenamiento "s" en el tiempo  $t$

$P_{d(t)}$ : Potencia de la planta de diesel "d" en el tiempo  $t$

$P_{pv(t)}$ : Potencia del generador fotovoltaico "pv" en el tiempo  $t$

$P_{s_{max}}$ : Potencia máxima de almacenamiento s

$E_{fixed}$ : Cantidad de energía fijada a 1 y 24 horas

$P_{d_{max}}$ : Potencia máxima de la planta de diesel d

La ecuación (4.27) es la función objetivo que refleja la maximización del beneficio, generando el despacho óptimo de todos los elementos de la VPP en cada hora del día.

La función objetivo se conforma de dos términos:

$C_{m(t)}P_{vpp(t)}$  Describe los ingresos obtenidos si se vende energía o el costo incurrido si se compra energía en VPP por su participación en el mercado diario.

$C_{dg(t)}$ : Variable que por simplicidad se define en (4.28).

Y describe el costo de producción de las generadoras de plantas de energía a diésel en el tiempo "t".

Las restricciones del problema están conformadas por la restricción del balance de potencia en (4.29), la restricción (4.30) define la potencia de las baterías, en (4.31) se define el límite de potencia de las baterías. La restricción (4.32) define la variación de energía en las baterías que se utilizan para obtener energía en las mismas, la restricción (4.33) impone que la energía almacenada en el último lapso de tiempo debe ser por lo menos igual a la energía almacenada al comienzo de

la planificación, las restricciones (4.34) y (4.35) establecen un límite de energía en las baterías y plantas de diésel respectivamente.

#### 4.5. MODELO DETERMINISTA DE PLANTA DE POTENCIA VIRTUAL (VPP) EN FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA UTILIZANDO PROGRAMACIÓN CÓNICA DE SEGUNDO ORDEN (SOCP)

El modelo de programación que se presenta a continuación es la integración del óptimo flujo de potencia (OPF) desarrollado mediante un problema de programación cónica de segundo orden (SOCP) al modelo determinista de las plantas de potencia virtuales (VPP). Esto con objetivo de obtener el máximo beneficio de la VPP en redes de distribución, que se define como:

Función objetivo

$$\max_{\theta_t} \sum_{t=1}^{24} \left( C_{m(t)} P_{vpp(t)} - \sum_{k=1}^d C_{dg(t,k)} \right) \quad (4.36)$$

Restricciones

$$P_{vpp(t)} - \sum_{k=1}^d d_{(t,k)} = \sum_{k=1}^n Y_{km} W_{km} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.37)$$

$$(1 + \delta)^2 \geq W_k \geq (1 - \delta)^2 \quad \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.38)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 2W_{km} \\ W_{kk} - W_{mm} \end{bmatrix} \right\| \leq W_{kk} + W_{mm} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.39)$$

$$\sum_{d=1}^{Nd} P_{d(t,k)} + \sum_{s=1}^{Ns} P_{s(t,k)} + \sum_{pv=1}^{Npv} P_{pv(t,k)} = P_{vpp(t)} \quad \forall t = 1, 2, \dots, 24 \quad (4.40)$$

$$C_{dg(t)} = C_d * \sum_{d=1}^{Nd} (\alpha_d P_{d(t)}^2 + \beta_d P_{d(t)}) \quad \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.41)$$

$$P_{s(t,k)} = \frac{\Delta E_{s(t,k)}}{\Delta t} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.42)$$

$$|P_{s(t,k)}| \leq P_{s_{\max}(t,k)}, \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.43)$$

$$|P_{pv(t,k)}| \leq P_{pv_{\max}(t,k)}, \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.44)$$

$$\Delta E_{s(t,k)} = E_{s(t-1,k)} - E_{s(t,k)}, \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.45)$$

$$E_{s(1)} = E_{s(24)} = E_{fixed}, \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.46)$$

$$0 \leq E_{s(t,k)} \leq E_{s_{\max}(t,k)}, \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.47)$$

$$0 \leq P_{d(t,k)} \leq P_{d_{\max}(t,k)}, \forall k = 1, 2, \dots, n \quad (4.48)$$

Donde se tiene:

Variables:

$P_{vpp}$ : Potencia de la VPP.

$C_{dg}$ : Costo del generador diésel.

$W$ : Matriz hermética.

$P_d$ : Potencia de la planta de diesel.

$P_{s(t)}$ : Potencia de almacenamiento.

$\Delta E_{s(t)}$ : Diferencia de energía de las baterías.

$P_{pv(t)}$ : Potencia del generador fotovoltaico pv.

Parámetros:

$C_m$ : Costo de mercado

$C_d$ : Costos de diesel en litros.

$d$ : Demanda energética.

$Y$ : Matriz de admitancia.

$\alpha_d$ : Coeficiente alpha de la batería.

$\beta_d$ : Coeficiente beta de la batería.

$P_{s_{\max}}$ : Potencia máxima de almacenamiento s.

$P_{pv_{max}}$ : Potencia máxima del sistema fotovoltaico.

$E_{fixed}$ : Cantidad de energía fijada a 1 y 24 horas.

La ecuación (4.36) es una función multiobjetivo debido a que se resta la planta de Diesel y de esta forma se minimiza el costo de operación, mientras se realiza la maximización del beneficio que está conformada por el costo de la energía, la potencia de la central de energía virtual y el costo de generación a diésel en función del tiempo. La restricción (4.37) es la ecuación para determinar los flujos óptimos de potencia OPF mediante la programación cónica de segundo orden (SOCP). La restricción (4.38) es el límite superior e inferior de los voltajes generados por el flujo de potencia, en (4.39) define la matriz hermética que permite la linealización del SOCP.

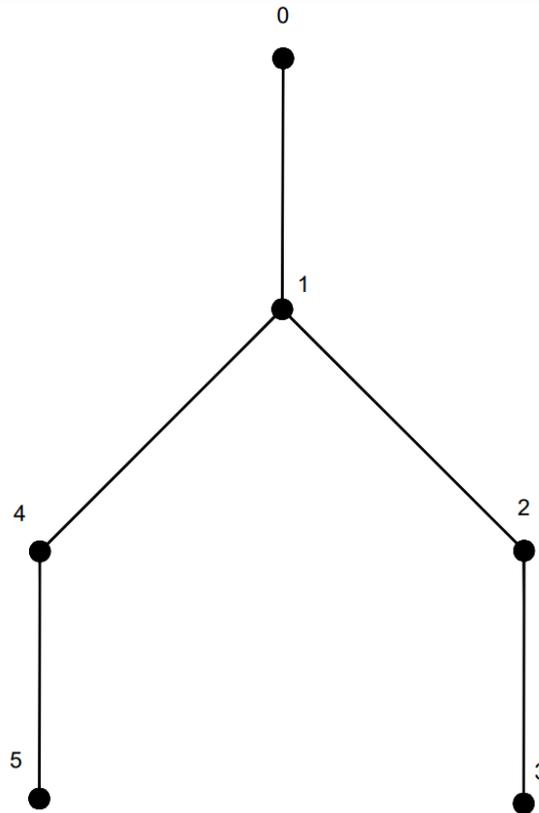
La restricción (4.40) define el balance de potencias integradas a la VPP, la integra la potencia del sistema fotovoltaico, sistema de almacenamiento de energía y planta generadora a diésel en un tiempo "t". La restricción (4.41) describe el costo de producción de las plantas de energía a diésel que se genera a partir del costo del diésel en litros y la potencia generada por la planta. La restricción (4.42) define la potencia de las baterías, en (4.43) se define el límite de potencia de las baterías, en (4.44) se determina el límite de la potencia del sistema fotovoltaico. La restricción (4.45) define la variación de energía en las baterías que se utilizan para obtener energía en las mismas, la restricción (4.46) impone que la energía almacenada en el último lapso de tiempo debe ser por lo menos igual a la energía almacenada al comienzo de la planificación. Por último, las restricciones (4.47) y (4.48) establecen un límite de energía en las baterías y plantas de diésel respectivamente.

## 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

En el presente capítulo se realizará el análisis de resultados obtenidos a partir del modelo matemático cónico de segundo orden aplicado a una planta virtual de potencia en sistemas de distribución. Para la validación del método, en la sección (5.1) se presenta un ejemplo simple de un sistema de distribución para el cual, se desarrollará el flujo de potencia aplicando dos métodos, el método tradicional (NPL) y el método de programación cónica de segundo orden (SOCP) demostrando así la viabilidad del método al comparar los resultados del sistema de distribución cuyo objetivo es reducir las pérdidas del sistema. A partir los datos obtenidos en la sección anterior, una vez demostrado la viabilidad del (SOCP), en (5.2) se integrará al sistema de distribución las Plantas de Potencia Virtuales (VPP) para determinar la predicción de la demanda y obtener el máximo beneficio de la central. Además, se presenta las diferentes topologías eléctricas que servirán para la simulación del caso. En el capítulo (5.3) se analiza el costo de operación de los casos de estudio presentados. En (5.4) se realiza el análisis de los niveles de voltaje obtenidos en la simulación para los casos propuestos. En el subcapítulo (5.5) se presenta los valores de potencia obtenidos en la simulación. Finalmente, en (5.6) se presentan las curvas del modelo determinista del *Day-Ahead* donde se analiza el comportamiento de la VPP en función del costo.

### 5.1 EJEMPLO DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIÓN

En el sistema de distribución mostrado a continuación, se presenta de un ejemplo de 6 barras el cual, nos permitirá demostrar la viabilidad de la programación cónica de segundo orden (SOCP) y poder compararla con el método convencional (NPL). Para esto, se utiliza CVXPY y el software Gams para simular el modelo SOCP y NPL respectivamente, y poder obtener los costos de operación del sistema.



**Figura 5.1** Diagrama unifilar del caso de estudio 1.

### 5.1.2 Datos de entrada

#### Generadores

**Tabla 5.1.** Datos de entrada de los generadores.

*	Pmin (kW)	Pmax (kW)	Qmin (kVar)	Qmax (kVar)	Costo (\$/Wh)
G1	0.0	10.0	-1.0	2.0	6
G2	0.0	1.0	-1.0	2.0	2
G3	0.0	1.5	-1.0	2.0	12

**Líneas de transmisión****Tabla 5.2.** Datos de entrada de las Líneas de transmisión

Nodo i	Nodo k	Z
0	1	0.0075 + 0.01j
1	2	0.0080 + 0.011j
2	3	0.0090 + 0.018j
1	4	0.0040 + 0.004j
4	5	0.0050 + 0.006j

**Datos de barra****Tabla 5.3.** Datos de entrada de las Barras.

*	Vmin (V)	Vmax (V)	PL (kW)	QL (kVar)
N0	1.00	1.00		
N1	0.95	1.10		
N2	0.95	1.10	1.2	0.3
N3	0.95	1.10		
N4	0.95	1.10	2.5	0.9
N5	0.95	1.10		

**5.1.3 Resultados obtenidos**

Comparando los resultados del método tradicional en el Software Gams con los resultados obtenidos con el método convexo (SOCP) en CVXPY, en la tabla 9 muestra los valores de perdidas en por unidad (p.u) de esta manera demostrando que la programación cónica de segundo orden cumple con los valores establecidos, optimizando las pérdidas de la red.

Para un mayor entendimiento, se realizó una tabla comparativa entre el modelo tradicional y el modelo convexo que presenta los mismos valores con una mínima variación la cual es válida según la teoría.

**Tabla 5.4.** Comparación de resultados obtenidos.

Sistema de prueba	Método SOCP (CVXPY) Solver MOSEK	Método tradicional (GAMS) Solver CONOPT	Método tradicional (GAMS) Solver KNITRO
Caso 6 Barras	0.1846 \$	0.197 \$	0.185 \$
% Variación	0.21%	6.09%	

En este contexto, un modelo convencional de flujos de potencia está representado de forma no lineal ya que involucra funciones matemáticas no lineales, es decir, funciones que no son directamente proporcionales a sus variables independientes, a comparación de la programación cónica de segundo orden que es una forma de representar problemas de optimización no lineal en términos de restricciones cónicas. Estas restricciones incluyen productos de variables lineales y cuadráticas, lo que a su vez permite utilizar métodos más eficientes de optimización para encontrar la solución óptima.

El *solver* utilizado para resolver el flujo de potencia convencional en el software GAMS es KNITRO y CONOPT que ayudan a resolver problemas de optimización matemática y busca encontrar el mejor valor para una o más variables dentro de un conjunto de restricciones, abordan problemas no lineales, utilizando diversos algoritmos como gradiente y sin derivadas. Se utiliza comúnmente en diversos sectores, como finanzas, fabricación y energía, y es una herramienta valiosa para ingenieros, científicos e investigadores.

Para dar solución al modelo de optimización SOCP de los casos de estudio en CVXPY se utilizó el *solver* MOSEK que está diseñado para resolver problemas de programación lineal, programación cuadrática, programación cónica, programación semidefinida, programación no convexa y programación estocástica. MOSEK es un *solver* de alta eficiencia que se utiliza en aplicaciones industriales, académicas y gubernamentales para optimizar una amplia variedad de modelos matemáticos complejos, también es especialmente conocido por su capacidad para resolver problemas grandes y complejos con un tiempo de ejecución rápido y una alta precisión. Además, MOSEK proporciona una interfaz de programación de aplicaciones para facilitar la integración con otros software y sistemas, es altamente eficiente y confiable que se utiliza en una amplia variedad

de aplicaciones para resolver problemas de optimización complejos razón por la cual es escogió este solucionador.

De esta forma realizada la validación del método se tiene una variación considerable entre el *solver* KNITRO Y CONOPT con un valor aproximado de 6.09% a comparación de la utilización del *solver* MOSEK en el que se tiene una variación mínima de 0.21% con el cual se puede validar la utilización del método convencional de los flujos de potencia y a través de Programación Cónica de segundo Orden.

## 5.2 RESULTADOS NUMÉRICOS

En el siguiente apartado, para determinar el máximo beneficio de las Plantas de energía virtuales, se analizará los diferentes resultados que se obtuvieron a partir de dos casos de estudios. El primero es un sistema de distribución de 6 barras balanceado y el segundo es el sistema de la IEEE-37 nodos, ambos sistemas serán probados mediante el modelo de programación cónica de segundo orden (SOCP). Los datos a analizar serán los costos de energía de la red obtenidos durante 24 horas que representa el modelo de predicción “*Day-Ahead*”, así mismo, permite obtener los valores de voltajes de los nodos en 24 horas. La simulación se realizó en CVXPY que es un sistema de modelado basado en Python para la optimización convexa.

### 5.2.3 Topología Eléctrica

La simulación se realizó en dos sistemas balanceados:

- Primer caso se trata del mismo sistema de prueba de 6 barras de la Figura 5.1 que se utilizó para la validación del método, la barra *slack* tiene una potencia de 10kVA, tal como se muestra en la Tabla 5.1.
- Segundo caso se tiene el sistema de prueba IEEE-37 nodos, tal como se muestra en la Figura 5.2. Los datos de barras, cargas y líneas de transmisión se encuentran en el apartado de anexos.

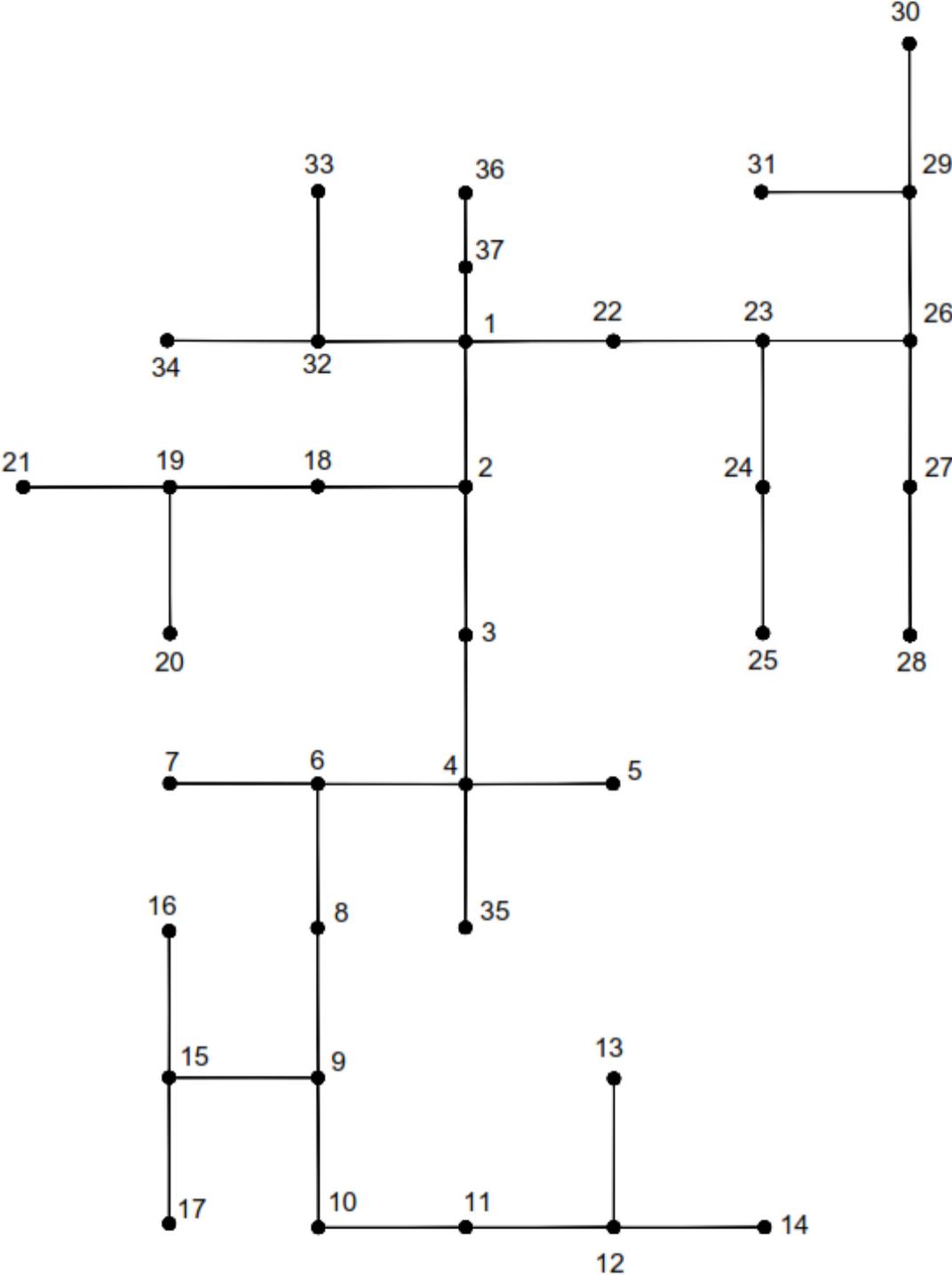


Figura 5.2 Diagrama unifilar del caso de estudio 2.

### 5.2.4 Simulación

Para el proceso de simulación y obtención de resultados se conoce los datos de líneas de los dos sistemas radiales, estos datos son ingresados de forma manual al CVXPY en donde se realizó la programación matemática, en los dos sistemas ya se encuentran integrados el sistema de predicción “Day-Ahead” el cual cuenta con el modelo de las Plantas Virtuales de energía, la cual cuenta con un sistema de generación fotovoltaica, sistema de almacenamiento mediante baterías y una planta de generación a Diesel. Mediante la programación cónica de segundo orden (SOCP) nos da como resultado la optimización del costo de la energía, obteniendo el máximo beneficio de la VPP. Así mismo, las potencias inyectadas de cada uno de los sistemas de generación y almacenamiento de la planta de energía virtual y sus voltajes. Por último, se realiza el análisis de cada uno de los valores obtenidos en un periodo de 24 horas.

### 5.3 ESCENARIOS

Se obtuvo los resultados del modelo propuesto de la programación cónica de segundo orden integrado el modelo de Plantas de energía virtuales en un periodo de 24 horas donde se presentan resultados de costo de operación del sistema integrada la VPP y sin la VPP, niveles máximos y mínimos de voltaje, potencia de la planta de energía virtual y las curvas deterministas para ambos casos.

#### 5.3.1 Prueba 1: Costo de operación del sistema con VPP, Caso base

**Tabla 5.5:** Costo de operación del sistema en un periodo de 24 horas, Caso Base.

COSTO DE OPERACIÓN CON VPP			
Hora	Costo (\$)	Hora	Costo (\$)
0:00:00	2.44484615	12:00:00	3.32194027
1:00:00	2.40715674	13:00:00	3.32295499
2:00:00	2.32510587	14:00:00	3.33742819
3:00:00	<b>2.23999296</b>	15:00:00	3.31979611
4:00:00	2.3421926	16:00:00	3.20667557
5:00:00	2.47220117	17:00:00	<b>3.86741826</b>
6:00:00	2.86605163	18:00:00	3.3672828
7:00:00	3.03914896	19:00:00	3.18389762
8:00:00	3.10979238	20:00:00	2.83892685
9:00:00	3.20652127	21:00:00	2.72486534
10:00:00	3.3488153	22:00:00	2.62092304
11:00:00	3.32131007	23:00:00	2.61730451

En la Tabla 5.5 se muestra el costo de operación obtenido del sistema en un tiempo establecido de 24 horas en unidades de dólar (\$). Como podemos evidenciar en la Tabla 5.5 el valor mínimo presenta en la hora 3 con un costo de 2.2399 \$ y el valor máximo a la hora 17 con un costo de 3.8674\$. El costo de operación varía dependiendo de cuanta potencia vende o almacena en su sistema. Los valores son bajos debido a que su demanda es similar, para una mejor visualización del problema se realizó segundo caso de estudio que se mostrará a continuación.

**5.3.2. Costo de operación del sistema sin VPPP, Caso base.**

**Tabla 5.6** Costo de operación sin VPP, caso base.

COSTO DE OPERACIÓN SIN VPP			
Hora	Costo (\$)	Hora	Costo (\$)
0:00:00	2.61719962	12:00:00	3.39393383
1:00:00	2.56816851	13:00:00	3.39351288
2:00:00	2.47788049	14:00:00	3.40781579
3:00:00	<b>2.39148049</b>	15:00:00	3.39480829
4:00:00	2.48839453	16:00:00	3.2793169
5:00:00	2.61507982	17:00:00	<b>3.93948169</b>
6:00:00	2.93329609	18:00:00	3.49233035
7:00:00	3.10505964	19:00:00	3.30260482
8:00:00	3.1773187	20:00:00	2.960504
9:00:00	3.27938159	21:00:00	2.845304
10:00:00	3.42338159	22:00:00	2.75033342
11:00:00	3.39419293	23:00:00	2.75519229

En la Tabla 5.6 se muestra el costo de operación obtenido del sistema en un tiempo establecido de 24 horas en unidades de dólar (\$). El costo de operación sin el sistema de Plantas de potencia virtual (VPP) presenta un valor mínimo a la hora 3 de 2.3914 \$ y un valor máximo a la hora 17 de 3.9394\$.

**5.3.3. Costo de operación sistema de IEEE-37 nodos con VPP.**

La Tabla 5.7 indica el costo de operación en un sistema de prueba IEEE de 37 nodos integrada el sistema de plantas de potencia virtual (VPP), el cual muestra valores de costo de operación en periodo de 24 horas. El costo de operación presenta un valor mínimo de 13.1541 \$ y un valor máximo de 20.350 \$.

**Tabla 5.7** Costo de operación sistema de IEEE 37 nodos con VPP.

COSTO DE OPERACIÓN CON VPP			
Hora	Costo (\$)	Hora	Costo (\$)
0:00:00	14.3951031	12:00:00	18.2551778
1:00:00	14.1482587	13:00:00	18.2566488
2:00:00	13.6533218	14:00:00	18.3400023
3:00:00	<b>13.1541897</b>	15:00:00	18.2550886
4:00:00	13.7385031	16:00:00	17.5851065
5:00:00	14.4894495	17:00:00	<b>20.3507053</b>
6:00:00	14.5048918	18:00:00	19.6927205
7:00:00	15.5084369	19:00:00	18.6106698
8:00:00	16.9940705	20:00:00	16.610508
9:00:00	17.5785201	21:00:00	15.9427688
10:00:00	18.4115826	22:00:00	15.3537851
11:00:00	18.2460405	23:00:00	15.3273957

**5.3.4. Costo de operación sistema de IEEE-37 nodos sin VPP.**

La Tabla 5.8 indica el costo de operación en un sistema de prueba IEEE de 37 nodos integrada el sistema de plantas de potencia virtual (VPP), el cual muestra valores de costo de operación en periodo de 24 horas. El costo de operación presenta un valor mínimo de 14.8771 \$ y un valor máximo de 21.9492 \$.

**Tabla 5.8** Costo de operación del sistema IEEE 37 nodos sin VPP

COSTO DE OPERACIÓN SIN VPP			
Hora	Costo (\$)	Hora	Costo (\$)
0:00:00	16.1678234	12:00:00	19.3750956
1:00:00	15.9041595	13:00:00	19.3706491
2:00:00	15.3811786	14:00:00	19.4546491
3:00:00	<b>14.8771786</b>	15:00:00	19.3753437
4:00:00	15.4557489	16:00:00	18.7132775
5:00:00	16.2018761	17:00:00	<b>21.9492003</b>
6:00:00	16.1292463	18:00:00	21.2428716
7:00:00	17.1181285	19:00:00	20.143575
8:00:00	18.149531	20:00:00	18.12369
9:00:00	18.7333949	21:00:00	17.4550928
10:00:00	19.5733949	22:00:00	16.8932716
11:00:00	19.4022677	23:00:00	17.0159387

**5.3.5. Diferencia de Costo con VPP y sin VPP.**

**Tabla 5.9** Diferencia de Costo con VPP y sin VPP.

Diferencia de Costo con VPP y sin VPP	
Caso de prueba	% Variación
Caso Base	3.45%
IEEE 37 nodos	8.05%

En la Tabla 5.9 se muestra la diferencia de costo con el sistema de plantas de potencia virtual (VPP) y sin la misma. Para el caso de prueba de 6 barras la variación del costo es de un promedio del 3.45%, mientras que para el sistema de IEEE 37 nodos la variación del costo es de un promedio de 8.05%. Como se puede evidenciar, cuando el sistema se encuentra sin VPP el costo de operación aumenta y cuando se integra la VPP el costo disminuye obteniendo la minimización del costo de operación.

**5.4. VOLTAJES MÁXIMOS Y MÍNIMOS**

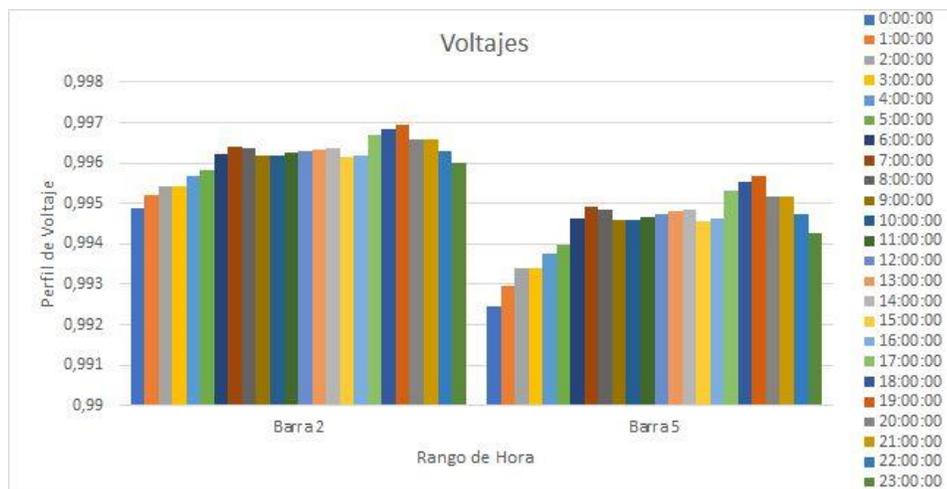
**5.4.1 Voltajes máximos y mínimos, caso base.**

Para este caso, se determinó una ubicación aleatoria de la VPP que corresponde a la Barra 5, los valores vienen en unidades de por unidad (p.u), además tienen un periodo de 24 horas.

**Tabla 5.10** Voltajes máximos y mínimos del Caso de estudio.

Hora	Voltaje Barra 5	Hora	Voltaje Barra 5
0:00:00	<b>0.99245473</b>	12:00:00	0.99472905
1:00:00	0.99296163	13:00:00	0.99480877
2:00:00	0.99340492	14:00:00	0.99483838
3:00:00	0.99340492	15:00:00	0.99456172
4:00:00	0.99377033	16:00:00	0.99461215
5:00:00	0.99398777	17:00:00	0.99532619
6:00:00	0.9946147	18:00:00	0.99554844
7:00:00	0.99490425	19:00:00	<b>0.99568114</b>
8:00:00	0.99482995	20:00:00	0.99516771
9:00:00	0.99459717	21:00:00	0.99516771
10:00:00	0.99459717	22:00:00	0.99472477
11:00:00	0.99467803	23:00:00	0.99428024

Como se puede evidenciar en la Tabla 5.10, los niveles de voltaje máximo y mínimo se encuentran en las horas de mayor consumo y menor consumo respectivamente. El valor mínimo en la barra 6 se encuentra a las 0:00 horas con un voltaje de 0.99245 (p.u) y el valor máximo se encuentra a las 19:00 horas con un voltaje de 0.99568 (p.u) que representa el nivel de voltaje en la hora pico. En base a los resultados adquiridos en cada caso de estudio se demostró que el de programación cónica de segundo orden converge con los métodos planteados en la literatura garantizando que el modelo planteado es eficaz en la solución de problemas no lineales, no convexos.



**Figura 5.3:** Grafica de barras de los niveles de voltaje, caso base.

La Figura 5.3 muestra la gráfica de barras de los niveles de voltaje para el caso de 6 barras, se simuló la gráfica de la barra 2 y barra 5.

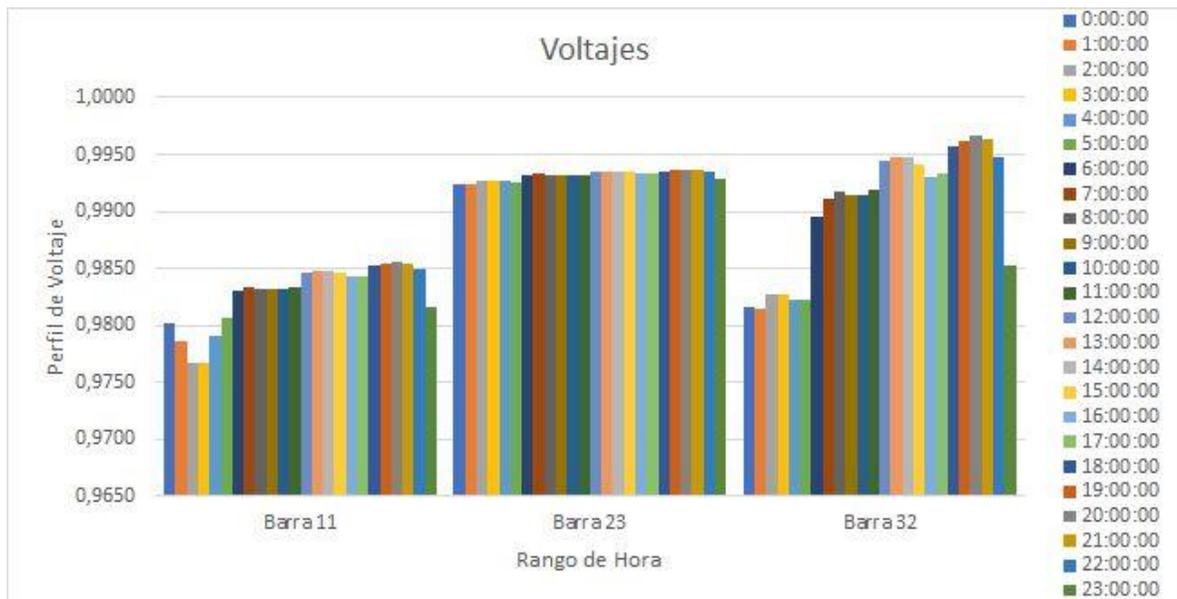
#### 5.4.2 Voltajes máximos y mínimo caso IEEE-37 nodos

Para este caso, se determinaron aleatoriamente las barras 11, 23 y 32, los valores vienen en por unidad (p.u) en un periodo de 24 horas.

**Tabla 5.11:** Voltajes máximos y mínimos caso IEEE-37 nodos.

Barra	Voltaje Max	Hora	Voltaje Min	Hora
11	<b>0.98555174</b>	20:00:00	<b>0.97667563</b>	2:00:00
23	<b>0.99362649</b>	20:00:00	<b>0.99233527</b>	1:00:00
32	<b>0.99660171</b>	20:00:00	<b>0.9815021</b>	1:00:00

Para una mayor comprensión, en la Tabla 5.11 muestran los voltajes máximos y mínimos del sistema IEEE-37 nodos en las barras 11, 23 y 32. Como podemos evidenciar los niveles de voltaje mínimos en las barras es de 0.9766 p.u y los voltajes máximos de 0.9855 p.u. Los voltajes mínimos se encuentran en un periodo de 01:00 a 02:00 horas, valores el cual según la carga horaria de demanda son relativamente bajos a comparación con el resto del día. De igual manera, los valores más altos en las 3 barras se encuentran en la hora 20:00 que indica que se encuentran en la hora pico.



**Figura 5.4:** Grafica de barras para los niveles de voltaje, caso IEEE-37 nodos.

En la Figura 5.4 muestra la gráfica de barras para los niveles de voltaje obtenidos en el caso de 37 nodos, las gráficas mostradas corresponden a las barras 11, 23 y 32 del sistema.

## 5.5. POTENCIAS DE LAS PLANTAS DE POTENCIA VIRTUALES (VPP).

### 5.5.1 Potencias de la Planta de Potencia virtuales (VPP), Caso base.

La Tabla 5.12 indica los valores de potencias que integran la Planta virtual de potencia (VPP) en un sistema de 6 barras. Para este caso, se integró la VPP en la barra 5, además se representan en un periodo de 24 horas.

Como se puede evidenciar en la Tabla 5.11, los valores de VPP en la segunda columna, varían dependiendo de la generación de los sistemas que integran la misma VPP. La potencia de la planta

fotovoltaica en la tercera columna, muestra la potencia generada durante un periodo de 24 horas, como se observa, en las horas de 06:00 a 17:00 horas es el tiempo en el cual trabaja la planta y se ve reflejada en la sumatoria de la VPP.

En la última columna, se refleja los valores de potencia de la planta generadora a diésel, de igual manera, esta trabaja en un periodo de 24 horas y a diferencia de la central fotovoltaica esta trabaja durante las horas que no hay exposición a luz generando así energía durante las horas 18:00 a 05:00 del día siguiente, así mismo durante las horas de 06:00 a 17:00 el sistema a diésel si tiene a generar energía, pero son valores demasiados pequeños que tienden a despreciarse.

**Tabla 5.12:** Potencias de la Planta de Potencia Virtual (VPP), Caso base.

<b>Hora</b>	<b>Planta de potencia virtual (VPP)</b>	<b>Sistema fotovoltaico (P_pv)</b>	<b>Planta de generación a diésel (P_d)</b>
0:00:00	0.983+0.186j	-0.+0.j	0.983+0.186j
1:00:00	0.984+0.178j	-0.+0.j	0.984+0.178j
2:00:00	0.985+0.172j	-0.+0.j	0.985+0.172j
3:00:00	0.985+0.172j	-0.+0.j	0.985+0.172j
4:00:00	0.986+0.1663j	-0.+0.j	0.986+0.1663j
5:00:00	0.987+0.162j	-0.+0.j	0.987+0.162j
6:00:00	0.988+0.151j	0.988+0.151j	-0.+0.j
7:00:00	0.989+0.147j	0.989+0.147j	-0.+0.j
8:00:00	0.989+0.148j	0.989+0.148j	-0.+0.j
9:00:00	0.988+0.153j	0.988+0.153j	-0.+0.j
10:00:00	0.988+0.153j	0.988+0.153j	-0.+0.j
11:00:00	0.988+0.152j	0.988+0.152j	-0.+0.j
12:00:00	0.988+0.151j	0.988+0.151j	-0.+0.j
13:00:00	0.989+0.149j	0.989+0.149j	-0.+0.j
14:00:00	0.989+0.149j	0.989+0.149j	-0.+0.j
15:00:00	0.988+0.154j	0.988+0.154j	-0.+0.j
16:00:00	0.988+0.153j	0.988+0.153j	-0.+0.j
17:00:00	0.990+0.143j	0.990+0.143j	-0.+0.j
18:00:00	0.990+0.139j	-0.+0.j	0.990+0.139j
19:00:00	0.991+0.135j	-0.+0.j	0.991+0.135j
20:00:00	0.990+0.140j	-0.+0.j	0.990+0.140j
21:00:00	0.990+0.140j	-0.+0.j	0.990+0.140j
22:00:00	0.988+0.148j	-0.+0.j	0.988+0.148j
23:00:00	0.987+0.156j	-0.+0.j	0.987+0.156j

**5.5.2. Potencias de la Planta de Potencia virtual (VPP), Caso IEEE-37 nodos.**

De igual manera, en la Tabla 5.13 indica los valores de potencias que integran la Planta virtual de potencia (VPP) en un sistema de caso IEEE-37 nodos. Para este caso, se integró la VPP en la barra 11; además se representan en un periodo de 24 horas.

**Tabla 5.13:** Potencias de la Planta de Potencia Virtual (VPP), Caso IEEE-37 nodos.

Hora	Planta de potencia virtual (VPP)	Sistema fotovoltaico (P_pv)	Planta de generación a diésel (P_d)
0:00:00	0.989+0.141j	-0.+0.j	0.989+0.141j
1:00:00	0.990+0.140j	-0.+0.j	0.990+0.140j
2:00:00	0.990+0.139j	-0.+0.j	0.990+0.139j
3:00:00	0.990+0.139j	-0.+0.j	0.990+0.139j
4:00:00	0.990+0.138j	-0.+0.j	0.990+0.138j
5:00:00	0.991+0.136j	-0.+0.j	0.991+0.136j
6:00:00	0.991+0.131j	-0.+0.j	0.991+0.131j
7:00:00	0.992+0.128j	-0.+0.j	0.992+0.128j
8:00:00	0.992+0.128j	0.992+0.128j	-0.+0.j
9:00:00	0.992+0.128j	0.992+0.128j	-0.+0.j
10:00:00	0.991+0.128j	0.991+0.128j	-0.+0.j
11:00:00	0.991+0.127j	0.991+0.127j	-0.+0.j
12:00:00	0.992+0.124j	0.992+0.124j	-0.+0.j
13:00:00	0.992+0.123j	0.992+0.123j	-0.+0.j
14:00:00	0.992+0.123j	0.992+0.123j	-0.+0.j
15:00:00	0.992+0.124j	0.992+0.124j	-0.+0.j
16:00:00	0.992+0.125j	0.99206914+0.12569339j	-0.+0.j
17:00:00	0.992+0.125j	-0.+0.j	0.992+0.125j
18:00:00	0.993+0.122j	-0.+0.j	0.993+0.122j
19:00:00	0.993+0.122j	-0.+0.j	0.993+0.122j
20:00:00	0.992+0.121j	-0.+0.j	0.992+0.121j
21:00:00	0.992+0.121j	-0.+0.j	0.992+0.121j
22:00:00	0.992+0.124j	-0.+0.j	0.992+0.124j
23:00:00	0.991+0.135j	-0.+0.j	0.991+0.135j

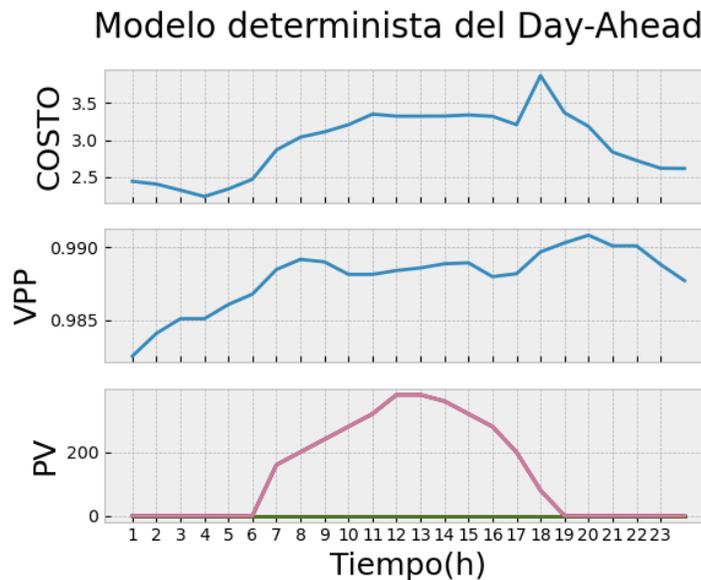
En la Tabla 5.13 se puede evidenciar que los valores de VPP varían dependiendo de las diferentes inyecciones de potencia de las generaciones que integran la Planta de energía virtual. La potencia de la planta fotovoltaica (P\_pv) se muestra en un periodo de 24 horas, como se evidencia,

en las horas de 08:00 a 16:00 horas es el tiempo en el cual la planta fotovoltaica entra en funcionamiento y se ve reflejada en la sumatoria de la VPP.

Por último, se refleja los valores de potencia de la planta generadora a diésel ( $P_d$ ), de igual manera, esta trabaja en un periodo de 24 horas y a diferencia de la central fotovoltaica esta trabaja durante las horas que no hay exposición de luz generando así energía durante las horas 17:00 a 07:00 del día siguiente, así mismo durante las horas de 08:00 a 16:00 el sistema a diésel si puede generar energía, pero son valores demasiados pequeños que tienden a despreciarse.

## 5.6. CURVAS DE BENEFICIOS DE LA VPP EN LOS SISTEMAS ESTUDIADOS.

### 5.6.1 Modelo determinista *Day-Ahead*, caso base

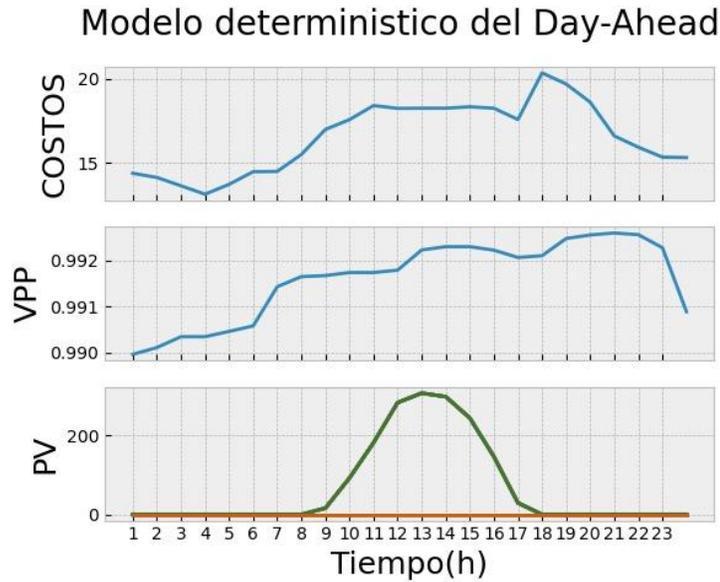


**Figura 5.5:** Modelo determinista *Day-Ahead*, Caso base, donde Costo son los precios de mercado, VPP es la potencia de la planta de potencia virtual y PV es la potencia de los paneles fotovoltaicos.

La Figura 5.5 representa las curvas de demanda del modelo determinista. El conjunto de curvas comprende de 3 parámetros: La gráfica de Costo es el precio del mercado, VPP es la potencia de la planta virtual y PV es la generación fotovoltaica. Para un mejor análisis del sistema se interpreta tal manera que la curva de VPP varía de acuerdo al costo del mercado. Observando la curva VPP, se evidencia el comportamiento de la Planta de Potencia Virtual que compran energía cuando el precio es bajo y venden la energía cuando el precio de mercado es alto aumentando la ganancia de la VPP. De igual manera, la planta de diésel trabaja durante no hay exposición de luz. Por último, en PV, se observa el comportamiento de la planta fotovoltaica que genera energía durante los

periodos de luz solar. Ambas energías a diésel y solar venden la energía producida cuando el costo de operación es alto y es almacenada en las baterías su sobrante.

### 5.6.1 Modelo determinista *Day-Ahead*, IEEE 37 nodos



**Figura 5.6:** Modelo determinista *Day-Ahead*, Caso IEEE-37 nodos, donde Costo son los precios de mercado, VPP es la potencia de la planta de potencia virtual y PV es la potencia de los paneles fotovoltaicos.

En la Figura 5.6 representa las curvas de demanda del modelo determinista en el sistema de IEEE-37 nodos. De igual manera, observamos que las curvas de la VPP varían de acuerdo al precio del mercado. Es importante notar que el que cuando el precio de la energía es bajo, la VPP compra la energía y cuando el costo de energía es alto, la VPP vende energía especialmente en horas pico, obteniendo así el máximo beneficio de la planta de potencia virtual en un sistema de distribución balanceada.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

### 6.1. CONCLUSIONES

- Mediante la recopilación de fuentes bibliográficas se puede definir que una Planta de Potencia Virtual es un sistema de control que simula la operación de una planta de generación de energía eléctrica en un entorno virtual utilizando diferentes fuentes no convencionales de energía como solar, sistema de almacenamiento, generador a diésel, etc. Este sistema suele utilizar modelos matemáticos y algoritmos avanzados, en este caso utiliza optimización convexa como una técnica eficaz para resolver este tipo de problemas el cual cuenta con una función objetivo y restricciones convexas con el fin de garantizar un mínimo o máximo global, nos ayuda a obtener resultados más rápidos y precisos en comparación a otros métodos de optimización, de esta forma las VPP ayuda a replicar la producción, el transporte y la distribución de energía eléctrica, permitiendo a los operadores de la red eléctrica monitorear y controlar el sistema de forma más eficiente y segura.
- Dado un flujo óptimo de potencia convencional, a través de un proceso de linealización se logró formular el modelo matemático que busca maximizar el beneficio económico de la Planta de Potencia Virtual y minimizar costos de operación de las en redes de distribución utilizando fuentes no convencionales de energía. Para resolver este problema, se utilizó un enfoque de programación cónica de segundo orden (SOCP), este modelo es más eficiente y preciso debido a su capacidad para modelar restricciones complejas, útil para resolver problemas de optimización en el contexto de distribución de energía eléctrica con restricciones cónicas encontrando la solución óptima al problema de optimización con una precisión y eficiencia elevada.
- Analizando los resultados obtenidos en los casos de estudio, se logró demostrar la viabilidad de la introducción de plantas de potencia virtuales (VPP) en redes de distribución para obtener el costo de operación con el modelo de predicción *Day-Ahead* en un enfoque de programación cónica de segundo orden. Se determinó el costo de operación con la VPP disminuye un 3.45% y 8.05%, para los casos de 6 y 37 nodos respectivamente, a comparación del sistema sin la operación de la VPP. Como podemos observar los valores de la planta de energía virtual interactúan dependiendo del costo de la energía, es decir, cuando el costo es elevado la VPP

inyecta potencia a la red de distribución obteniendo el máximo beneficio económico de la VPP.

## 6.2. RECOMENDACIONES

- Se recomienda investigar y considerar el uso de una Planta de Potencia Virtual en distintos proyectos de generación y distribución de energía eléctrica, ya que puede ser un sistema eficiente y preciso para simular la operación de la planta utilizando distintas fuentes no convencionales de energía que no fueron detalladas en este sistema, monitorear y controlar el sistema de forma segura. La optimización convexa puede ser una técnica efectiva como punto de partida para resolver los problemas y garantizar un mínimo o máximo global, así como utilizar distintos métodos de optimización para obtener resultados precisos y comprobar la metodología utilizada.
- Es importante tener en consideración que al momento de realizar optimización mediante Programación Cónica de Segundo Orden (SOCP) se debe entender claramente el problema a optimizar, así mismo, definir la función objetivo y restricciones cónicas, verificar que el problema cumpla con las condiciones necesarias para ser resuelto con SOCP y validar los resultados obtenidos para garantizar su exactitud, utilizar un software y un *solver* especializado en solucionar este tipo de problemas para asegurarse de tener una solución precisa y eficiente, por esta razón es recomendable considerar el enfoque de programación cónica de segundo orden (SOCP) para trabajos futuros en sistemas eléctricos trifásicos de distribución desbalanceados.
- Para una mayor precisión de los valores obtenidos, se recomienda utilizar el método de predicción “*Day-Ahead*” en casos reales para un determinado sector, determinando así una ubicación idónea para el sistema fotovoltaico obteniendo datos de irradiancia óptimos . Así mismo, si se utiliza sistemas eólicos determinar una correcta ubicación del parque eólico para obtener los mejores datos meteorológicos para operar las plantas al máximo y por ende obtener los mayores beneficios para la planta de potencia virtual.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Montoya, C. A. García Montoya, J. M. López-Lezama, T. Gómez, and S. Román, “Estimación del costo de distribución de la energía eléctrica en Colombia Estimación del costo de distribución de la energía eléctrica en Colombia considerando generación distribuida fotovoltaica” *Inf. Tecnológica*, vol. 32, no. 1, pp. 79–88, 2021, doi: 10.4067/S0718-07642021000100079.
- [2] A. Montes, “Volumen I: MEMORIA VIRTUAL POWER PLANTS,” 2015.
- [3] L. H. Berrío and C. Zuluaga, “Smart Grid y energía solar fotovoltaica como fuente de energía renovable para la generación distribuida en el contexto energético global,” *Ing. Y Desarro.*, vol. 32, no. 2, pp. 369–396, 2014.
- [4] X. Wang, Z. Liu, H. Zhang, Y. Zhao, J. Shi, and H. Ding, “A Review on Virtual Power Plant Concept, Application and Challenges,” *2019 IEEE PES Innov. Smart Grid Technol. Asia, ISGT 2019*, pp. 4328–4333, 2019, doi: 10.1109/ISGT-Asia.2019.8881433.
- [5] D. M. Canacúan Quishpe, “Estado del arte despacho óptimo de energía en plantas virtuales de generación basado en flujos dinámicos de potencia,” *I+D Tecnológico*, vol. 17, no. 1, 2021, doi: 10.33412/idt.v17.1.2934.
- [6] K. O. Adu-Kankam and L. M. Camarinha-Matos, “Towards collaborative Virtual Power Plants: Trends and convergence,” *Sustain. Energy, Grids Networks*, vol. 16, pp. 217–230, 2018, doi: 10.1016/j.segan.2018.08.003.
- [7] F. Mosquera, “Localización óptima de plantas virtuales de generación en sistemas eléctricos de potencia basados en flujos óptimos de potencia,” *I+D Tecnológico*, vol. 16, no. 2, 2020, doi: 10.33412/idt.v16.2.2827.
- [8] J. Padilla, “Gestión multiobjetivo de una Planta Virtual de Energía para la participación en un mercado minorista, con restricción en las emisiones de Co<sub>2</sub>,” Universidad Politécnica Salesiana Sede Quito, 2021.
- [9] J. P. Muñoz-vizhñay, M. V. Rojas-moncayo, and C. R. Barreto-calle, “Incentive pertaining to energy the generation distributed in Ecuador Resumen : Abstract : Forma sugerida de citación : Muñoz-Vizhñay , J . ; Rojas-Moncayo , M . ; Barreto-Calle , C . ( 2018 ). « Incentivo a la generación distribuida,” 2018.
- [10] E. Tebar, “Baterías y células solares,” *Univ. Alicant.*, vol. 4, no. 1, pp. 88–100, 2557.
- [11] Pep Puig and Marta Jofra, “Energía Solar Fotovoltaica,” *Energías Renov.*, 2000.
- [12] D. L. González, “Ubicación de recursos distribuidos basado en flujos de potencia usando optimización por enjambre de partículas,” *Univ. POLITÉCNICA Sales. SEDE QUITO*, 2018.
- [13] J. A. Jaramillo Sarche, “Óptima Ubicación De Generación Distribuida Para Minimización De Pérdidas En Un Sistema De Distribución Utilizando Lógica Difusa,” 2021.
- [14] J. Játiva, “Impacto de la generación distribuida en la estabilidad del voltaje en los sistemas de distribución,” 2020.

- [15] J. Rojas, “Óptima Compensación De La Potencia Reactiva En Redes De Distribución Eléctrica Basado En Simulated Annealing,” *Univerisdad Politécnica Sales.*, 2017, [Online]. Available: <https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/14229/6/UPS-KT01373.pdf>
- [16] R. Ranjan Jha, “Network-level optimization for volt/var control in unbalanced electric power distribution systems,” 2020.
- [17] J. López, “Optimización Multi-objetivo Aplicaciones a problemas del mundo real,” UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA, 2013.
- [18] E. Castillo, A. J. Conejo, and P. Pedregal, “Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia,” 2002.
- [19] C. Quinatoa, “Optimizacion Convexa 2.” pp. 1–4, 2018.
- [20] A. Ruiz, *Optimización convexa*. 2020.
- [21] J. Morales, A. Conejo, H. Madsen, P. Pinson, and M. Zugno, *Integrating Renewables in Electricity Markets*, vol. 205. 2010.
- [22] C. Quinatoa, “Programación Cónica de Segundo Orden,” no. 7. pp. 1–4, 2018.
- [23] B. Stott, O. Alsac, and J. L. Marinho, “Optimal Power Flow Problem.,” *Natl. Pet. Refiners Assoc. (Technical Pap.*, no. 1, pp. 327–351, 1980.
- [24] C. Quinatoa, “Optimizacion Convexa,” no. 7, pp. 1–6.
- [25] I. Valencia, C. Quinatoa, and A. Gracés, “Optimal Scheduling of Virtual Power Plants, a Day Ahead Dispatch Using Robust Optimization,” *Simp. Int. sobre la Calid. la Energía Eléctrica - SICEL*, vol. 9, no. 0, 2017, [Online]. Available: <https://revistas.unal.edu.co/index.php/SICEL/article/view/66946>

## 8. ANEXOS

## Anexo 1 INFORME ANTIPLAGIO PROYECTO DE TITULACIÓN

Facultad:	Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas												
Carrera:	Ingeniería Eléctrica en SEP												
Nombre del docente evaluador que emite el informe:	Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza, Mgs.												
Documento evaluado:	Proyecto de investigación presentado previo a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico en Sistemas Eléctricos de Potencia.												
Autores del documento:	Sr. Edison Joel Colimba Colimba Sr. Salazar Moyolema John Alexis												
Programa de similitud utilizado:	Sistema URKUND												
Porcentaje de similitud según el programa utilizado:	5%												
Observaciones: Calificación de originalidad atendiendo a los siguientes criterios: <ul style="list-style-type: none"> <li>El documento cumple criterios de originalidad, sin observaciones.</li> <li>El documento cumple criterios de originalidad, con observaciones.</li> <li>El documento no cumple criterios de originalidad.</li> </ul>	-X- --- ---												
Fecha de realización del informe:													
Captura de pantalla del documento analizado:													
<p><b>Document Information</b></p> <hr/> <table> <tr> <td>Analyzed document</td> <td>URK(LN-COLIMBA-SALAZAR.pdf (D158540620))</td> </tr> <tr> <td>Submitted</td> <td>2023-02-13 16:58:00</td> </tr> <tr> <td>Submitted by</td> <td>Carlos</td> </tr> <tr> <td>Submitter email</td> <td>carlosquinatoa7864@utc.edu.ec</td> </tr> <tr> <td>Similarity</td> <td>6%</td> </tr> <tr> <td>Analysis address</td> <td>carlosquinatoa7864@analysis.urkund.com</td> </tr> </table>		Analyzed document	URK(LN-COLIMBA-SALAZAR.pdf (D158540620))	Submitted	2023-02-13 16:58:00	Submitted by	Carlos	Submitter email	carlosquinatoa7864@utc.edu.ec	Similarity	6%	Analysis address	carlosquinatoa7864@analysis.urkund.com
Analyzed document	URK(LN-COLIMBA-SALAZAR.pdf (D158540620))												
Submitted	2023-02-13 16:58:00												
Submitted by	Carlos												
Submitter email	carlosquinatoa7864@utc.edu.ec												
Similarity	6%												
Analysis address	carlosquinatoa7864@analysis.urkund.com												
 <hr/> Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza, Mgs. Director del proyecto de Investigación													

Document Information

Analyzed document	URKUN-COLIMBA-SALAZAR.pdf (D158540620)
Submitted	2023-02-13 16:58:00
Submitted by	Carlos
Submitter email	carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec
Similarity	6%
Analysis address	carlos.quinatoa7864.utc@analysis.orkund.com

Sources included in the report

<b>SA</b>	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / TESIS_ORTIZ-PICO.pdf</b> Document TESIS_ORTIZ-PICO.pdf (D110684628) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.orkund.com		2
<b>SA</b>	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / TESIS_AVILES_RAMOS_ok.pdf</b> Document TESIS_AVILES_RAMOS_ok.pdf (D110811134) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.orkund.com		3
<b>SA</b>	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / Proyecto de investigación Tatayo Edwin.pdf</b> Document Proyecto de investigación Tatayo Edwin.pdf (D128875805) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.orkund.com		5
<b>SA</b>	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / TESIS_JAYA-LAGLA.docx</b> Document TESIS_JAYA-LAGLA.docx (D110948058) Submitted by: edgar.salazar7619@utc.edu.ec Receiver: edgar.salazar7619.utc@analysis.orkund.com		1
<b>SA</b>	<b>2243-articulo 2.docx</b> Document 2243-articulo 2.docx (D140331369)		3
<b>W</b>	URL: <a href="https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/14229/6/UPS-KT01373.pdf">https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/14229/6/UPS-KT01373.pdf</a> Fetched: 2023-02-13 16:58:00		1
<b>SA</b>	<b>PINTO SERPA ANIBAL -TSP.docx</b> Document PINTO SERPA ANIBAL -TSP.docx (D122544093)		7
<b>SA</b>	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / SEMIDEFINITE PROGRAMING.pdf</b> Document SEMIDEFINITE PROGRAMING.pdf (D110683550) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.orkund.com		1
<b>SA</b>	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / Urkund - Capítulos (1).pdf</b> Document Urkund - Capítulos (1).pdf (D145181740) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.orkund.com		4
<b>SA</b>	<b>5. TESIS ELECTRICIDAD BYRON CHERE UTM-signed-signed.pdf</b> Document 5. TESIS ELECTRICIDAD BYRON CHERE UTM-signed-signed.pdf (D139744013)		1

**Anexo A**

**Datos técnicos de barras y líneas sistema de prueba de 6 barras**

*Tabla A1 Datos Sistemas de 6 barras*

Nodo 1	Nodo 2	rkm	xkm	Pdemanda	Qdemanda
0	1	0.0075	0.010	0.0000	0.0000
1	2	0.0080	0.011	1.2	0.3
2	3	0.0090	0.018	0.0000	0.0000
1	4	0.0040	0.004	2.5	0.9
4	5	0.0050	0.006	0.0000	0.0000

**Anexo B**

**Programación método tradicional no lineal en el software GAMS**

```

$title PROBLEMA DE FLUJO OPTIMO DE CARGAS
** Se definen los conjuntos G y N.
** Luego se define el conjunto MAP*.
** Como un subconjunto de los conjuntos G y N.
** El subconjunto MAP establece las combinaciones
** Validas entre los elementos de G y N.
SETS
G Indice de generadores /G1*G3/
N Indice de nodos /N0*N5/
MAP(G,N) Asocia generadores y nodos /G1.N0,G2.N3,G3.N5/;

** SE ASIGNAN LOS DATOS DE ENTRADA. LA PRIMERA TABLA REPRESENTA
LOS DATOS
** PARA CADA GENERADOR. LOS IDENTIFICADORES DE LAS COLUMNAS NO
SE HAN
** DECLARADO COMO ELEMENTOS QUE PERTENECEN A ALGUN CONJUNTO
** POR ESO SE UTILIZA EL SIMBOLO '*' EN LA DEFINICION DE LA TABLA.
** IGUALMENTE OCURRE EN LOS DE LAS DOS TABLAS POSTERIORES

TABLE GDATA(G,*) DATOS DE ENTRADA DE LOS GENERADORES
      PMIN  PMAX  QMIN  QMAX  COST
*      (W)  (W)  (Var)  (Var)  (E/Wh)
G1    0.0   10.0  -1.0   2.0   6
G2    0.0    1.0  -1.0   2.0   2
G3    0.0    1.5  -1.0   2.0  12;

TABLE LINE(N,N,*) DATOS DE ENTRADA DE LAS LINEAS
      Y      PHI
*      (OHM)  (RAD)
N1.N1  0.0317 -0.9083
N2.N2  0.0336 -1.0405
N4.N4  0.0134 -0.8379
    
```

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI-CARRERA DE ELECTRICIDAD

N0.N1 0.0125 0.9273  
 N1.N2 0.0136 0.9420  
 N2.N3 0.0201 1.1071  
 N1.N4 0.0056 0.7853  
 N4.N5 0.0078 0.8760;

TABLE BUS (N,\*)

	VMIN	VMAX	PL	QL
*	(V)	(V)	(W)	(Var)
N0	0.95	1.00	0.0	0.0
N1	0.95	1.10	0.0	0.0
N2	0.95	1.10	1.2	0.3
N3	0.95	1.10	0.0	0.0
N4	0.95	1.10	2.5	0.9
N5	0.95	1.10	0.0	0.0 ;

\*\* CONSTANTE PI SE UTILIZA PARA LIMITAR LOS ANGULOS DE TENSION.

SCALAR

PI/3.1416/;

\*\* SE DECLARAN LAS VARIABLES DE OPTIMIZACION.

VARIABLES

z Valor de funcion objetivo  
 p(G) Potencia activa generada por el generador G  
 q(G) Potencia reactiva generada por el generador G  
 v(N) Modulo de la tension en el nodo N  
 d(N) angulo de la tension en el nodo N;

\*\* Se asignan los limites de las variables

p.lo(G)= GDATA (G,'PMIN');  
 P.up(G)= GDATA (G,'PMAX');  
 q.lo(G)= GDATA (G,'QMIN');  
 q.up(G)= GDATA (G,'QMAX');  
 v.lo(N)= BUS(N,'VMIN');  
 v.up(N)= BUS(N,'VMAX');  
 d.lo(N)= -PI;  
 d.up(N)= PI;

\*\*El nodo 3 se toma como nodo de referencia por eso se fija su angulo a 0  
 d.fx('N0')=0;

\*\* El conjunto de nodos N se duplica para hacer referencia  
 \*\* a distintos elementos del mismo dentro de la misma restriccion.

ALIAS (N,NP);

\*\* Las matrices de datos Z y PHI se definen simetricas mediante

\*\* La condicion \$(ORD(N) GT ORD(NP))\$ sobre los conjuntos N y NP.

```

LINE(N,NP,'Y')$(ORD(N) GT ORD(NP))= LINE(NP,N,'Y');
LINE(N,NP,'PHI')$(ORD(N) GT ORD(NP))= LINE(NP,N,'PHI');

** SE DECLARAN LAS RESTRICCIONES.

EQUATIONS
COST   funcion objetivo
PBAL(N) restricciones de balance de potencia activa
QBAL(N) restricciones de balance de potencia reactiva
;

** En las restricciones se emplean la condicion $MAP(G,N)
** para comprobar si el generador G esta ubbicado en el nodo N.

COST..   z=e= SUM(G,GDATA(G,'COST')*p(G));
PBAL(N).. SUM(G$MAP(G,N),p(G))-
BUS(N,'PL')=e=v(N)*SUM(NP,LINE(N,NP,'Y')*v(NP)*COS(d(N)-d(NP)-
LINE(N,NP,'PHI')));
QBAL(N).. SUM(G$MAP(G,N),q(G))-
BUS(N,'QL')=e=v(N)*SUM(NP,LINE(N,NP,'Y')*v(NP)*SIN(d(N)-d(NP)-
LINE(N,NP,'PHI')));

** LOS COMANDOS SIGUIENTERS DEFINEN EL MODELO DE FLUJO OPTIMO DE
CARGAS
** Y SOLICITAN A GAMS QUE RESUELVA EL PROBLEMA MEDIANTE
OPTIMIZADOR NO LINEAL.

MODEL foc /all/;
SOLVE foc USING nlp MINIMIZING z;
    
```

**Anexo C**

**Resultados del método tradicional no lineal en el software GAMS utilizando el solver KNITRO**

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--- VAR z	-INF	0.185	+INF	.
z Valor de funcion objetivo				

*Figura C1 Respuesta método tradicional utilizando KNITRO*

**Anexo D**

**Resultados del método tradicional no lineal en el software GAMS utilizando el solver CONOPT**

```

                LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
---- VAR z          -INF      0.197    +INF      .

z  Valor de funcion objetivo
    
```

*Figura D1 Respuesta método tradicional utilizando KNITRO*

**Anexo E**

**Resultados del método SOCP en CVXPY utilizando el solver MOSEK**

```

Pérdidas del Sistema 0.18469962616392402 optimal
[1.          0.96694152  0.95707693  0.97550555  0.95526237  0.9760222 ]
    
```

*Figura F1 Respuesta de SOCP utilizando MOSEK*

**Anexo F**

**Datos de radiación Solar y costos de energía sistema 6 y 37 barras**

*Tabla G1 Datos de radiación solar y costos 6 barras*

Hora	Radiación	Costos de energía
0:00:00	0	0.0214
1:00:00	0	0.0211
2:00:00	0	0.0205
3:00:00	0	0.0199
4:00:00	0	0.0206
5:00:00	0	0.0215
6:00:00	0	0.0215
7:00:00	160	0.0227
8:00:00	200	0.0232
9:00:00	240	0.0239
10:00:00	280	0.0249
11:00:00	320	0.0247

Hora	Radiación	Costos de energía
12:00:00	380	0.0247
13:00:00	380	0.0247
14:00:00	360	0.0248
15:00:00	320	0.0247
16:00:00	280	0.0239
17:00:00	200	0.0285
18:00:00	80	0.0277
19:00:00	0	0.0264
20:00:00	0	0.0240
21:00:00	0	0.0232
22:00:00	0	0.0225
23:00:00	0	0.0225

**Tabla G2** Datos de radiación solar y costos 37 barras

Hora	radiación	Costos de energía
0:00:00	0	0.0214
1:00:00	0	0.0211
2:00:00	0	0.0205
3:00:00	0	0.0199
4:00:00	0	0.0206
5:00:00	0	0.0215
6:00:00	0	0.0215
7:00:00	0	0.0227
8:00:00	16.02	0.0232
9:00:00	92.56	0.0239
10:00:00	182.12	0.0249
11:00:00	283.91	0.0247
12:00:00	307.94	0.0247
13:00:00	299.04	0.0247
14:00:00	244.75	0.0248
15:00:00	146.84	0.0247
16:00:00	29.36	0.0239
17:00:00	200	0.0285
18:00:00	80	0.0277
19:00:00	0	0.0264
20:00:00	0	0.0240
21:00:00	0	0.0232
22:00:00	0	0.0225
23:00:00	0	0.0225

**Anexo G****Datos del generador a Diesel y baterías****Tabla H1** Datos del generador a Diesel y baterías

alpha_d	1.38271604e-5
beta_d	0.228045
c	12.125
Energía fija en las baterías	120
Energía máxima de las baterías	245
Costo galón de Diesel	1.613
Costo litro de Diesel	0.426

## Anexo H

**Voltajes obtenidos en el sistema de prueba de 6 barras***Tabla J1 Resultado de voltajes Sistema 6 barras*

Hora	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Barra 4	Barra 5	Barra 6
0:00:00	1	0,9949	1,0093	1,0179	0,9925	0,9964
1:00:00	1	0,9952	1,0088	1,0167	0,9930	0,9968
2:00:00	1	0,9954	1,0085	1,0161	0,9934	0,9971
3:00:00	1	0,9954	1,0085	1,0161	0,9934	0,9971
4:00:00	1	0,9957	1,0084	1,0158	0,9938	0,9973
5:00:00	1	0,9958	1,0082	1,0154	0,9940	0,9974
6:00:00	1	0,9962	1,0077	1,0141	0,9946	0,9979
7:00:00	1	0,9964	1,0075	1,0137	0,9949	0,9981
8:00:00	1	0,9964	1,0076	1,0138	0,9948	0,9981
9:00:00	1	0,9962	1,0078	1,0144	0,9946	0,9980
10:00:00	1	0,9962	1,0078	1,0144	0,9946	0,9980
11:00:00	1	0,9962	1,0077	1,0141	0,9947	0,9980
12:00:00	1	0,9963	1,0077	1,0140	0,9947	0,9981
13:00:00	1	0,9963	1,0076	1,0138	0,9948	0,9981
14:00:00	1	0,9964	1,0076	1,0139	0,9948	0,9981
15:00:00	1	0,9962	1,0079	1,0145	0,9946	0,9980
16:00:00	1	0,9962	1,0078	1,0144	0,9946	0,9980
17:00:00	1	0,9967	1,0076	1,0136	0,9953	0,9985
18:00:00	1	0,9968	1,0074	1,0132	0,9955	0,9987
19:00:00	1	0,9969	1,0072	1,0128	0,9957	0,9987
20:00:00	1	0,9966	1,0072	1,0130	0,9952	0,9982
21:00:00	1	0,9966	1,0072	1,0130	0,9952	0,9982
22:00:00	1	0,9963	1,0076	1,0138	0,9947	0,9980
23:00:00	1	0,9960	1,0079	1,0145	0,9943	0,9977

## Anexo I

## Datos técnicos de barras y líneas sistema de prueba de 37 barras

Tabla K1 Datos barras y líneas sistema 37 barras

Node1	Node2	rkm	xkm	bkm/2	Pdemanda	Qdemanda
1	2	0.0025	0.0026	0.0001	0.0000	0.0000
2	3	0.0034	0.0036	0.0001	0.0000	0.0000
3	4	0.0040	0.0023	0.0000	0.0850	0.0400
4	5	0.0013	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000
5	6	0.0040	0.0023	0.0000	0.0850	0.0400
5	7	0.0022	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000
7	8	0.0042	0.0013	0.0000	0.0420	0.0210
7	9	0.0022	0.0012	0.0000	0.0850	0.0400
9	10	0.0038	0.0021	0.0000	0.0420	0.0210
10	11	0.0043	0.0025	0.0000	0.1400	0.0700
11	12	0.0027	0.0015	0.0000	0.1260	0.0620
12	13	0.0027	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000
13	14	0.0026	0.0008	0.0000	0.0850	0.0400
13	15	0.0027	0.0015	0.0000	0.0420	0.0210
10	16	0.0068	0.0022	0.0000	0.0000	0.0000
16	17	0.0167	0.0054	0.0001	0.0420	0.0210
16	18	0.0026	0.0008	0.0000	0.0850	0.0400
3	19	0.0031	0.0010	0.0000	0.0420	0.0210
19	20	0.0019	0.0011	0.0000	0.0420	0.0210
20	21	0.0026	0.0008	0.0000	0.1260	0.0630
20	22	0.0037	0.0012	0.0000	0.0420	0.0210
2	23	0.0024	0.0014	0.0000	0.0850	0.0400
23	24	0.0035	0.0020	0.0000	0.0000	0.0000
24	25	0.0010	0.0003	0.0000	0.0380	0.0180
25	26	0.0068	0.0022	0.0000	0.0850	0.0400
24	27	0.0054	0.0031	0.0000	0.0850	0.0400
27	28	0.0040	0.0023	0.0000	0.0000	0.0000
28	29	0.0037	0.0012	0.0000	0.0420	0.0210
27	30	0.0120	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
30	31	0.0016	0.0005	0.0000	0.1610	0.0800
30	32	0.0099	0.0032	0.0000	0.0420	0.0210
2	33	0.0052	0.0017	0.0000	0.0000	0.0000
33	34	0.0031	0.0010	0.0000	0.0850	0.0400
33	35	0.0042	0.0013	0.0000	0.0930	0.0440

## Anexo J

## Voltajes obtenidos en el sistema de prueba de 37 barras

*Tabla L1 Resultado de voltajes Sistema 37 barras (Barra 1 - Barra 6)*

Hora	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Barra 4	Barra 5	Barra 6
0:00:00	1	0.9943	0.9945	0.9949	0.9943	0.9965
1:00:00	1	0.9943	0.9940	0.9940	0.9933	0.9954
2:00:00	1	0.9943	0.9934	0.9930	0.9921	0.9942
3:00:00	1	0.9943	0.9934	0.9930	0.9921	0.9942
4:00:00	1	0.9943	0.9937	0.9935	0.9928	0.9948
5:00:00	1	0.9943	0.9938	0.9939	0.9933	0.9953
6:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9941	0.9938	0.9955
7:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9944	0.9942	0.9958
8:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9944	0.9941	0.9959
9:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9944	0.9941	0.9957
10:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9944	0.9941	0.9957
11:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9944	0.9942	0.9958
12:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9952	0.9952	0.9966
13:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9952	0.9953	0.9967
14:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9952	0.9953	0.9967
15:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9952	0.9952	0.9967
16:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9950	0.9949	0.9964
17:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9950	0.9950	0.9965
18:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9955	0.9956	0.9970
19:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9956	0.9958	0.9971
20:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9956	0.9958	0.9972
21:00:00	1	0.9944	0.9937	0.9956	0.9958	0.9971
22:00:00	1	0.9944	0.9936	0.9953	0.9954	0.9968
23:00:00	1	0.9944	0.9935	0.9937	0.9931	0.9949

*Tabla L2 Resultado de voltajes Sistema 37 barras (Barra 7 - Barra 12)*

Hora	Barra 7	Barra 8	Barra 9	Barra 10	Barra 11	Barra 12
0:00:00	0.9874	0.9801	0.9857	0.9806	0.9802	0.9785
1:00:00	0.9863	0.9789	0.9844	0.9791	0.9786	0.9768
2:00:00	0.9849	0.9775	0.9829	0.9773	0.9767	0.9749
3:00:00	0.9849	0.9775	0.9829	0.9773	0.9767	0.9749
4:00:00	0.9859	0.9784	0.9841	0.9790	0.9790	0.9777
5:00:00	0.9865	0.9791	0.9849	0.9802	0.9807	0.9797
6:00:00	0.9876	0.9804	0.9860	0.9816	0.9830	0.9827
7:00:00	0.9881	0.9812	0.9864	0.9820	0.9834	0.9832
8:00:00	0.9880	0.9809	0.9864	0.9818	0.9833	0.9831
9:00:00	0.9880	0.9811	0.9863	0.9817	0.9832	0.9830
10:00:00	0.9880	0.9811	0.9863	0.9817	0.9832	0.9830
11:00:00	0.9882	0.9813	0.9864	0.9819	0.9834	0.9832
12:00:00	0.9897	0.9834	0.9878	0.9832	0.9846	0.9846
13:00:00	0.9899	0.9836	0.9880	0.9833	0.9848	0.9847
14:00:00	0.9899	0.9836	0.9880	0.9833	0.9848	0.9847
15:00:00	0.9898	0.9834	0.9879	0.9832	0.9847	0.9846
16:00:00	0.9894	0.9829	0.9875	0.9828	0.9843	0.9842
17:00:00	0.9894	0.9830	0.9875	0.9829	0.9844	0.9843
18:00:00	0.9904	0.9843	0.9885	0.9839	0.9852	0.9852
19:00:00	0.9907	0.9846	0.9887	0.9841	0.9854	0.9854
20:00:00	0.9908	0.9848	0.9888	0.9842	0.9856	0.9855
21:00:00	0.9907	0.9847	0.9887	0.9841	0.9855	0.9854
22:00:00	0.9900	0.9837	0.9882	0.9835	0.9849	0.9848
23:00:00	0.9864	0.9788	0.9849	0.9805	0.9816	0.9811

*Tabla L3 Resultado de voltajes Sistema 35 barras (Barra 13 - Barra 18)*

Hora	Barra 13	Barra 14	Barra 15	Barra 16	Barra 17	Barra 18
0:00:00	0.9743	0.9695	0.9763	0.9693	0.9772	0.9645
1:00:00	0.9725	0.9677	0.9745	0.9678	0.9757	0.9630
2:00:00	0.9706	0.9658	0.9726	0.9658	0.9731	0.9609
3:00:00	0.9706	0.9658	0.9726	0.9658	0.9731	0.9609
4:00:00	0.9739	0.9693	0.9759	0.9674	0.9746	0.9626
5:00:00	0.9763	0.9718	0.9782	0.9685	0.9755	0.9637
6:00:00	0.9802	0.9762	0.9819	0.9696	0.9757	0.9646
7:00:00	0.9808	0.9767	0.9824	0.9699	0.9758	0.9649
8:00:00	0.9807	0.9767	0.9823	0.9696	0.9753	0.9646
9:00:00	0.9807	0.9767	0.9823	0.9696	0.9754	0.9646
10:00:00	0.9807	0.9767	0.9823	0.9696	0.9754	0.9646
11:00:00	0.9808	0.9769	0.9825	0.9697	0.9755	0.9647
12:00:00	0.9824	0.9785	0.9839	0.9710	0.9761	0.9660
13:00:00	0.9826	0.9787	0.9841	0.9712	0.9762	0.9663
14:00:00	0.9826	0.9787	0.9840	0.9712	0.9762	0.9663
15:00:00	0.9824	0.9785	0.9839	0.9711	0.9761	0.9661
16:00:00	0.9820	0.9781	0.9836	0.9705	0.9758	0.9655
17:00:00	0.9821	0.9782	0.9836	0.9706	0.9758	0.9656
18:00:00	0.9831	0.9793	0.9846	0.9720	0.9767	0.9670
19:00:00	0.9833	0.9795	0.9848	0.9723	0.9769	0.9673
20:00:00	0.9835	0.9796	0.9849	0.9724	0.9769	0.9675
21:00:00	0.9833	0.9795	0.9848	0.9723	0.9768	0.9673
22:00:00	0.9827	0.9788	0.9842	0.9712	0.9761	0.9662
23:00:00	0.9783	0.9741	0.9803	0.9687	0.9751	0.9638

*Tabla L4 Resultado de voltajes Sistema 37 barras (Barra 19 - Barra 24)*

Hora	Barra 19	Barra 20	Barra 21	Barra 22	Barra 23	Barra 24
0:00:00	0.9877	0.9820	0.9777	0.9845	0.9923	0.9876
1:00:00	0.9871	0.9813	0.9769	0.9837	0.9923	0.9875
2:00:00	0.9864	0.9806	0.9762	0.9830	0.9927	0.9885
3:00:00	0.9864	0.9806	0.9762	0.9830	0.9927	0.9885
4:00:00	0.9866	0.9808	0.9764	0.9832	0.9926	0.9884
5:00:00	0.9866	0.9808	0.9764	0.9832	0.9926	0.9883
6:00:00	0.9858	0.9796	0.9752	0.9817	0.9931	0.9898
7:00:00	0.9857	0.9795	0.9750	0.9815	0.9933	0.9902
8:00:00	0.9858	0.9796	0.9751	0.9816	0.9932	0.9901
9:00:00	0.9858	0.9796	0.9751	0.9816	0.9932	0.9901
10:00:00	0.9858	0.9796	0.9751	0.9816	0.9932	0.9901
11:00:00	0.9858	0.9795	0.9750	0.9815	0.9932	0.9902
12:00:00	0.9853	0.9789	0.9744	0.9808	0.9935	0.9908
13:00:00	0.9853	0.9789	0.9744	0.9808	0.9935	0.9909
14:00:00	0.9853	0.9789	0.9744	0.9808	0.9935	0.9909
15:00:00	0.9853	0.9789	0.9744	0.9808	0.9935	0.9908
16:00:00	0.9853	0.9790	0.9745	0.9809	0.9934	0.9906
17:00:00	0.9854	0.9790	0.9745	0.9809	0.9934	0.9907
18:00:00	0.9851	0.9787	0.9741	0.9805	0.9936	0.9911
19:00:00	0.9851	0.9786	0.9740	0.9804	0.9936	0.9912
20:00:00	0.9850	0.9785	0.9740	0.9803	0.9936	0.9913
21:00:00	0.9851	0.9786	0.9740	0.9804	0.9936	0.9913
22:00:00	0.9851	0.9787	0.9741	0.9805	0.9935	0.9910
23:00:00	0.9861	0.9800	0.9756	0.9821	0.9928	0.9889

*Tabla L5 Resultado de voltajes Sistema 37 barras (Barra 25 - Barra 30)*

Hora	Barra 25	Barra 26	Barra 27	Barra 28	Barra 29	Barra 30
0:00:00	0.9861	0.9893	0.9926	1.0014	1.0020	0.9749
1:00:00	0.9861	0.9893	0.9925	1.0015	1.0020	0.9749
2:00:00	0.9870	0.9900	0.9944	1.0042	1.0051	0.9764
3:00:00	0.9870	0.9900	0.9944	1.0042	1.0051	0.9764
4:00:00	0.9869	0.9899	0.9941	1.0039	1.0047	0.9760
5:00:00	0.9869	0.9899	0.9941	1.0038	1.0046	0.9761
6:00:00	0.9883	0.9908	0.9971	1.0066	1.0072	0.9839
7:00:00	0.9886	0.9910	0.9978	1.0072	1.0077	0.9857
8:00:00	0.9886	0.9908	0.9978	1.0071	1.0077	0.9861
9:00:00	0.9886	0.9908	0.9977	1.0071	1.0077	0.9859
10:00:00	0.9886	0.9908	0.9977	1.0071	1.0077	0.9859
11:00:00	0.9886	0.9908	0.9979	1.0072	1.0078	0.9863
12:00:00	0.9892	0.9913	0.9991	1.0083	1.0087	0.9894
13:00:00	0.9893	0.9914	0.9993	1.0085	1.0089	0.9899
14:00:00	0.9893	0.9914	0.9993	1.0085	1.0089	0.9899
15:00:00	0.9892	0.9914	0.9991	1.0084	1.0088	0.9891
16:00:00	0.9890	0.9913	0.9987	1.0080	1.0085	0.9879
17:00:00	0.9891	0.9913	0.9988	1.0081	1.0086	0.9883
18:00:00	0.9895	0.9915	0.9998	1.0089	1.0093	0.9910
19:00:00	0.9896	0.9915	1.0000	1.0091	1.0095	0.9915
20:00:00	0.9897	0.9916	1.0001	1.0092	1.0096	0.9919
21:00:00	0.9896	0.9915	1.0001	1.0091	1.0095	0.9916
22:00:00	0.9894	0.9913	0.9994	1.0087	1.0091	0.9898
23:00:00	0.9875	0.9904	0.9954	1.0050	1.0058	0.9794

**Tabla L6** Resultado de voltajes Sistema 37 barras (Barra 31 - Barra 35)

Hora	Barra 31	Barra 32	Barra 33	Barra 34	Barra 35
0:00:00	0.9723	0.9816	0.9847	0.9859	0.9773
1:00:00	0.9722	0.9815	0.9855	0.9869	0.9781
2:00:00	0.9737	0.9827	0.9856	0.9870	0.9781
3:00:00	0.9737	0.9827	0.9856	0.9870	0.9781
4:00:00	0.9733	0.9822	0.9855	0.9868	0.9780
5:00:00	0.9735	0.9823	0.9854	0.9867	0.9780
6:00:00	0.9815	0.9895	0.9852	0.9863	0.9776
7:00:00	0.9834	0.9911	0.9851	0.9862	0.9775
8:00:00	0.9838	0.9917	0.9850	0.9861	0.9774
9:00:00	0.9835	0.9915	0.9851	0.9862	0.9774
10:00:00	0.9836	0.9915	0.9851	0.9862	0.9774
11:00:00	0.9841	0.9919	0.9851	0.9861	0.9774
12:00:00	0.9873	0.9944	0.9849	0.9858	0.9771
13:00:00	0.9878	0.9948	0.9848	0.9858	0.9771
14:00:00	0.9878	0.9948	0.9848	0.9858	0.9771
15:00:00	0.9870	0.9941	0.9849	0.9858	0.9771
16:00:00	0.9857	0.9930	0.9849	0.9859	0.9772
17:00:00	0.9861	0.9933	0.9849	0.9859	0.9772
18:00:00	0.9889	0.9958	0.9847	0.9856	0.9770
19:00:00	0.9895	0.9963	0.9847	0.9856	0.9769
20:00:00	0.9899	0.9966	0.9847	0.9855	0.9769
21:00:00	0.9896	0.9964	0.9847	0.9855	0.9769
22:00:00	0.9877	0.9948	0.9848	0.9858	0.9771
23:00:00	0.9769	0.9852	0.9856	0.9870	0.9780