



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

DIRECCIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ELECTRICIDAD

MODALIDAD: INFORME DE INVESTIGACIÓN

Título:

Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de magister en Electricidad
mención sistemas eléctricos de potencia

Autor:

Ing. Ortiz Malla Josue Steeven

Tutor:

MSc. Quinatoa Caiza Carlos Iván

LATACUNGA - ECUADOR

2024

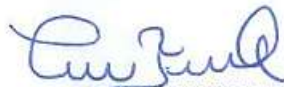
AVAL DEL TUTOR

En mi calidad de Tutor del Trabajo de Titulación “Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico”, presentado por Ortiz Malla Josue Steeven para optar por el título magíster en Electricidad mención sistemas eléctricos de potencia.

CERTIFICO

Que dicho trabajo de investigación ha sido revisado en todas sus partes y se considera que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación para la valoración por parte del Tribunal de Lectores que se designe y su exposición y defensa pública.

Latacunga, febrero 2024



Quinatoa Caiza Carlos Iván M.Sc.

CC. 0503287864

AVAL DEL TRIBUNAL

El trabajo de Titulación: “Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico”, ha sido revisado, aprobado y autorizado su impresión y empastado, previo a la obtención del título de magíster en Electricidad mención sistemas eléctricos de potencia; el presente trabajo reúne los requisitos de fondo y forma para que el estudiante pueda presentarse a la exposición y defensa.

Latacunga, febrero 2024



Ing. Mullo Pallo Mauricio Eduardo MSc

CC: 0503755183

Presidente del tribunal



Ing. Bonilla Correa Bryan Alexander MSc

CC: 0503944225

Lector 2



Ing. Freire Martinez Luigi Orlando MSc

CC: 0502529589

Lector 3

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo de investigación a mis Abuelos, Alejandro y José Malla, que han sido pilar fundamental en mi vida, gracias a sus consejos logré desenvolverme y convertirme en el hombre que soy actualmente, aunque ellos no lo sepan, por medio de este documento los recordaré incluso cuando ya no se encuentren con nosotros.

Ing. Josue Steeven Ortiz Malla

AGRADECIMIENTO

Agradezco principalmente a Padres darme el apoyo necesario para seguir preparándome como profesional, a mis hermanos por apoyarme y de alguna guiarme en el camino de la vida, aun estando a la distancia les agradezco el apoyo y esfuerzo que hacen por nosotros , así mismo agradezco a la mujer que ha estado a mi lado por durante tanto tiempo apoyándome y dándome la motivación para seguir adelante, finalmente a los docentes por sus enseñanzas, comentarios e interés mostrado para el desarrollo de este trabajo. No quisiera terminarlo sin antes dar gracias al Joven Profesor Carlos Quinatoa por ser mi mentor en todo este trayecto y más que eso un gran amigo, a mis queridos amigos los cuales a pesar de la distancia seguimos en contacto, recuerden:


“Dentro de tres años, el día 12 de mayo a las 10 de la mañana, en una pequeña isla que está a nueve kilómetros de la capital del sur, dos individuos poderosos aparecerán”.

Ing. Josue Steeven Ortiz Malla

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Quien suscribe, declara que asume la autoría de los contenidos y los resultados obtenidos en el presente trabajo de titulación.

Latacunga, febrero 2024

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Josue Ortiz", is written over a light blue rectangular background. The signature is stylized and somewhat cursive.

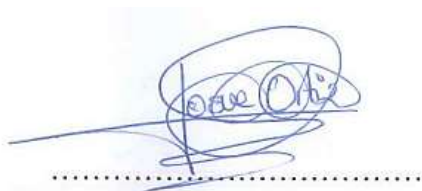
Ing. Ortiz Malla Josue Steeven

CC: 2300657570

RENUNCIA DE DERECHOS

Quien suscribe, cede los derechos de autoría intelectual total y/o parcial del presente trabajo de titulación a la Universidad Técnica de Cotopaxi.

Latacunga, febrero 2024

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Josue Ortiz", is written over a light blue rectangular background. The signature is stylized and cursive.

Ing. Ortiz Malla Josue Steeven

CC: 2300657570

AVAL DEL PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

Quien suscribe, declara que el presente Trabajo de Titulación: Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico, contiene las correcciones a las observaciones realizadas por los lectores en sesión científica del tribunal.

Latacunga, febrero 2024

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Mauricio Mullo', is written over a horizontal dotted line. The signature is stylized and includes a long horizontal stroke extending to the right.

Ing. Mullo Pallo Mauricio Eduardo MSc

CC: 0503755183

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI
DIRECCIÓN DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN ELECTRICIDAD
MENCIÓN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

Título: “Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico”.

Autor: Ortiz Malla Josue Steeven

Tutor: MsC. Quinatoa Caiza Carlos Iván

RESUMEN

El presente trabajo propone una metodología al problema del despacho económico de corto plazo de sistemas eléctricos radiales y mallados mediante programación no lineal (PLN). El problema planteado se solucionará mediante la función de costos del despacho económico clásico donde se incluirá la generación hidráulica, eólica en conjunto con el sistema de almacenamiento de energía, utilizando el modelo linealizado basado en el cálculo de Wirtinger para obtener la energía eléctrica generada en cada uno de los nodos. La metodología propuesta se utilizará para un periodo corto de 24 horas con diferente demanda horaria; para este caso se desarrollará dentro del modelo IEEE 14-bus y se realizan breves modificaciones al modelo para poder incluir las diferentes unidades de generación. Debido a la complejidad del sistema, el modelo linealizado logra resolverlo en menor tiempo que el modelo tradicional, sin tener que realizar simplificaciones de las características propias del sistema, obteniendo como resultado los voltajes y ángulos de cada una de las barras, expresando un error mínimo que es la (pena) por la linealización del modelo de despacho económico.

PALABRAS CLAVE: Despacho económico, linealización, optimización, energías renovables, Wirtinger

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI
DIRECCIÓN DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN ELECTRICIDAD
MENCIÓN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

Title: “A new model Optimization Convex using Wirtinger calculus for economic dispatch”.

Author: Ortiz Malla Josue Steeven

Tutor: MsC. Quinatoa Caiza Carlos Iván

ABSTRACT

The present work proposes a methodology to the problem of short-term economic dispatch of radial and meshed power systems by means of nonlinear programming (NLP). The problem posed will be solved through the cost function of the classical economic dispatch where hydro, wind generation on the whole with the energy storage system will be included, using the linearized model based on the Wirtinger calculation for obtaining the electrical power generated in each of the nodes. The proposed methodology will be used for a short-term period of 24 hours with different hourly demand; for this case will be developed within the IEEE 14-bus model and brief modifications will be done to the model in order to include the different generation units. Due to the complexity of the system, the linearized model manages to solve it in less time than the traditional model, without having to make simplifications of the system's own characteristics, obtaining as a result the voltages and angles of each of the bars, expressing a minimum error that is the (penalty) for the linearization of the economic dispatch model.

KEYWORDS: Economic dispatch, linearization, optimization, renewable energies, Wirtinger.

MSc. Estuardo Vladimir Sandoval Vizuete con cédula de identidad número: 050210421-9 Licenciado en: Ciencias De la Educación especialidad Inglés con número de registro de la SENESCYT:1010-04-477716; **CERTIFICO** haber revisado y aprobado la traducción al idioma inglés del resumen del trabajo de investigación con el título: “Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico” de Ortiz Malla Josue Steeven, aspirante a magister en ELECTRICIDAD MENCIÓN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.

Latacunga, febrero del 2024



Estuardo Vladimir Sandoval Vizuete
050210421-9



ÍNDICE DE CONTENIDOS

AVAL DEL TUTOR.....	ii
AVAL DEL TRIBUNAL.....	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO	v
RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA	vi
RENUNCIA DE DERECHOS.....	vii
AVAL DEL PRESIDENTE DEL TRIBUNAL.....	viii
Nomenclatura	1
1. INFORMACIÓN GENERAL.....	3
2. INTRODUCCIÓN.....	3
3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	7
3.1. Modelo matemático del problema de Optimización	7
3.2. Restricciones operativas	8
3.2.1. Función objetivo	8
3.2.2. Balance de carga	9
3.2.3. Características de los generadores térmicos.....	9
3.2.4. Redes hidráulicas	9
3.2.5. Capacidad de almacenamiento del embalse.....	9
3.2.6. Características del sistema de generación eólica	9
3.2.7. Características de los sistemas de almacenamiento de energía.....	10
3.3. Propuesta de Modelo que integra la Linealización del Flujo de Potencia mediante el Cálculo de Wirtinger.....	12
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	16
5. CONCLUSIONES	22
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	24

Nomenclatura

Índices y conjuntos

i, j Índice de buses de la red.

t Intervalos de tiempo.

h Índice de unidades de generación hidráulica

th Índice de unidades de generación térmica

w Índice de unidades de generación eólica

Ω_T^i Conjunto de todas las unidades de generación conectadas al bus i en la hora t

Ω_h^i Conjunto de todas las unidades de generación hidráulica conectadas al bus i .

Ω_G^i Conjunto de todas las unidades de generación térmica conectadas al bus i .

Ω_w^i Conjunto de todas las unidades de generación eólica conectadas al bus i .

Ω_S^i Conjunto de todas las unidades de almacenamiento de energía conectadas al bus i .

Parámetros

$a_i^{th}, b_i^{th}, c_i^{th}$ Coeficientes de costo de combustible de la unidad térmica i .

PL_i Demanda de potencia activa del bus i

QL_i Demanda de potencia reactiva en el bus i

$P_i^{th,max/min}$ Límites máximo y mínimo de generación de energía activa de la unidad térmica i .

$Q_i^{th,max/min}$ Límites máximos y mínimos de generación de energía reactiva de la unidad térmica i .

$P_i^{h,max/min}$ Límites máximo y mínimo de generación de potencia activa de la unidad hidráulica i

$Q_i^{h,max/min}$ Límites máximo y mínimo de generación de potencia reactiva de la unidad hidráulica i.

R_t^h Agua liberada por el embalse en la hora t

$R_{max/min}^h$ Límite máximo y mínimo de agua liberada del embalse

I_t^h Water inflows or inflows at time t

L_t^h Entradas de agua o entradas en el momento t

$L_{max/min}^h$ Límites de volumen máximo y mínimo del yacimiento en la hora t

P_{ij}^{max} Límite máximo de flujo de potencia que conecta el bus i al j

x_{ij} Reactancia que conecta el bus i con j

Variables

P_i^{th} Potencia activa generada por unidad térmica i

P_i^h Potencia activa generada por unidad hidráulica i

P_i^w Potencia activa generada por unidad eólica i

P_i^d Potencia activa descargada por unidad de almacenamiento i

P_{ij} Flujo de energía que conecta el bus i con j

Q_{ij} Flujo de potencia reactiva que conecta el bus i con el j

v_i Voltaje en el bus i

δ_i Angulo en el bus i

OF Costo total de operación (\$)

1. INFORMACIÓN GENERAL

Título del Proyecto:	Un nuevo modelo de Optimización Convexa utilizando el cálculo de Wirtinger para despacho económico
Línea de Investigación:	Energías alternativas y renovables, eficiencia energética y protección ambiental
Proyecto de Investigación Asociado:	Desarrollo de sistemas eficientes para el abastecimiento y uso de energía eléctrica a nivel local, regional o nacional
Grupo de Investigación:	Sistemas Eléctricos de Potencia

2. INTRODUCCIÓN

El estudio de la optimización de los sistemas eléctricos tiene un alto impacto en la planificación y coordinación de las diferentes centrales de generación que se incorporan al Sistema Interconectado Nacional. Ante el constante aumento de la demanda energética que se tiene en la actualidad y que se tendrá en el futuro, los modelos de optimización desarrollados sobre sistemas de energías renovables son de gran interés, esto se debe a las incertidumbres de disponibilidad de recursos que pueden comprometer la calidad, seguridad y confiabilidad del sistema eléctrico. Con base en lo anterior, surge la necesidad de diseñar un modelo de optimización eficiente que pueda ser similar a los sistemas de interconexión que existen hoy en día con las diferentes tecnologías de generación inmersas en la red; sin embargo, abordar todos los modelos de optimización existentes es una tarea larga debido a la evolución de los métodos utilizados para resolver este tipo de problemas.

Sin embargo, se puede decir que el problema de coordinación de las distintas plantas de generación es un problema de optimización no lineal, con variables continuas y discretas, incluyendo restricciones de igualdad y desigualdad. Debido a la representación discreta de los estados unitarios, la formulación se convierte en un problema de optimización no convexo, excusando el uso de técnicas de optimización convencionales [1]. Para solucionar este problema han surgido varias técnicas de optimización; entre ellos se encuentran la programación dinámica, las

técnicas lagrangianas, la programación semidefinida, la programación no lineal y los algoritmos genéticos.

A través de este estudio se pretende analizar la efectividad de resolver el problema de optimización tomando como referencia la formulación no lineal y la formulación en corriente continua para poder compararlo con el desarrollo del método Wirtinger, siendo una nueva metodología para encontrar la solución, este podría ser una alternativa para reemplazar el modelo DC con el fin de evitar las aproximaciones que requiere este método, como asumir 1 p.u. tensiones y sin tener en cuenta la resistencia de las líneas.

De hecho, la idea principal es optimizar el proceso, es decir, obtener los mejores resultados utilizando el mínimo de recursos para minimizar costes. Por ello, a lo largo de los años, se han realizado varias investigaciones con el fin de linealizar o convexificar modelos de naturaleza no lineal para reducir el cálculo y tener una aproximación que permita definirlo como una solución viable. Dicho esto, investigaciones como [2] desarrollan una metodología para obtener un modelo basado en aproximaciones convexas para el despacho de energía hidrotermal. Sin embargo, este modelo se propone para la ecuación de energía hidroeléctrica, al ser una ecuación con varias variables se vuelve un problema complejo debido a su naturaleza no lineal y no convexa; la investigación logra reducir el tiempo de simulación logrando la solución óptima. Mientras que otras investigaciones como [3] proponen enfoques para linealizar las pérdidas en las líneas de transmisión, obteniendo resultados que muestran la reducción de la solución cubriendo un margen de error dentro de rangos aceptables. Otra investigación relacionada se describe en [4] donde se propone un modelo de programación convexa para resolver el problema de flujo de energía óptimo relacionado con problemas de despacho de generación activa de energía y costos de oportunidad. Sin embargo, se menciona que el modelo convexo puede presentar soluciones que son inviables para las ecuaciones de balance de potencia reactiva, es decir, soluciones que son óptimas para el modelo convexo, pero que no cumplen con las restricciones establecidas en el modelo clásico. Siendo la ecuación de flujo de potencia la que requiere linealización, existe una investigación que la realizó mediante aproximaciones. [5] Menciona que el principal problema de su modelo de optimización radica en la

ecuación de flujo de potencia, la cual no es lineal ni convexa, lo que dificulta la solución del problema. Por tanto, mediante una aproximación semidefinida del flujo de potencia, el modelo será evaluado en diferentes escenarios.

Posterior al análisis del problema del despacho económico, existen modelos en los que tienen mayor complejidad con respecto al procesamiento de datos y su precisión, es decir, toman en cuenta el grado de incertidumbre de las variables para realizar su estudio, como por ejemplo [6] que presenta un enfoque eficiente para resolver el problema de flujo de carga con efectos de punto de válvula utilizando selección clonal basada en recocido simulado como técnica híbrida, en la que se pretende equilibrar la oferta y la demanda sin crear sobrecargas, congestión o cualquier otro problema similar en el corto plazo o en tiempo real, para el cual se utilizan datos de naturaleza estocástica, la investigación destaca que los resultados satisfactorios adquiridos de la comparación entre otros modelos estocásticos garantizan la eficiencia del método propuesto.

Asimismo, otro enfoque después del análisis de despacho económico es la participación de prosumidores, la investigación realizada por [7] propone un modelo de gestión energética óptima de dos prosumidores interactivos en la red que operan en un modo de intercambio de energía entre pares para suministrar cargas de ambos híbridos. fuentes renovables y sistemas híbridos de almacenamiento, minimizando el costo de la energía comprada a la red nacional, los resultados muestran que existe el potencial de reducir sustancialmente el costo de la energía utilizando diferentes escenarios. vinculados a las estructuras internas de precios de distribución de energía.

Esto demuestra el avance que han tenido las investigaciones sobre la optimización de la entrega de energía, ya sean modelos heurísticos o metaheurísticos, es necesario resolver estos problemas en un mínimo de tiempo, por lo que el enfoque futuro está en crear y proponer modelos o metodologías que nos permiten encontrar soluciones óptimas utilizando la mínima cantidad de recursos del procesador.

Si bien el uso de aproximaciones es conveniente para reducir los tiempos de solución, el modelo propuesto en este artículo logra una linealización de la ecuación general de flujo de potencia. Dado que el objetivo principal es modelar un sistema

que incorpora energías renovables, se consideran una función objetivo multivariable no lineal, una restricción de igualdad no lineal y restricciones de desigualdad lineal. Las inyecciones de energía renovable se suponen de bajo costo y los generadores del sistema disputan el despacho faltante para que el costo total de generación sea mínimo y no se violen las restricciones del sistema, como los límites de potencia activa y reactiva generada, la magnitud de las tensiones en los nodos y la capacidad de carga de las líneas de interconexión.

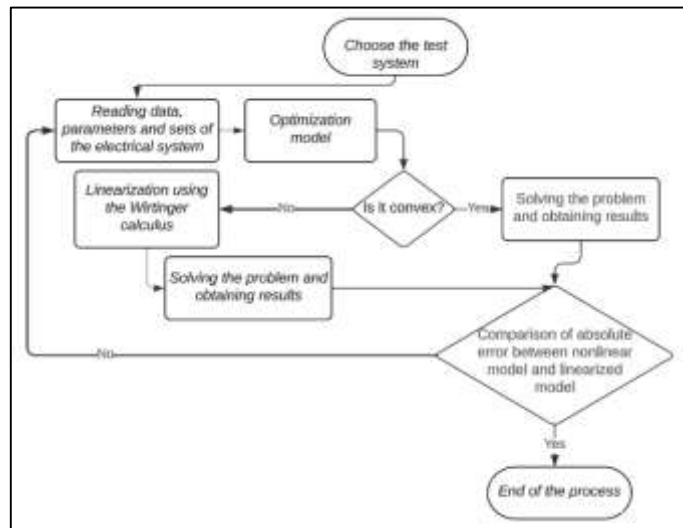


Figura 1: Representación de la solución al problema de optimización.

Para resolver el problema de despacho económico, en la Fig. 1 se muestra la representación del proceso de solución del problema de optimización. En primera instancia se elegirá un modelo base que ayude en el modelado e interpretación de un sistema de energía eléctrica. Para este caso de estudio se eligió el modelo de 14 buses del IEEE; dentro de este modelo se leen los datos, parámetros y conjuntos del sistema eléctrico que lo compone, para esta etapa se realiza la incorporación de las diferentes tecnologías de generación y su parametrización. Posteriormente se realiza el análisis para determinar la naturaleza convexa de las ecuaciones de flujo de potencia mostradas en (19) y (20), para lo que se procede a la linealización mediante el cálculo de Wirtinger, lo que permitirá obtener nuevos resultados. Estos resultados serán comparados por las metodologías no lineales y la metodología propuesta donde se analizará el error para determinar qué tan lejos están estos resultados de los datos originales, si el error absoluto se considera tolerable será el

final del proceso. En caso contrario, será necesario modificar los parámetros y conjuntos del sistema eléctrico para obtener nuevos resultados y minimizar el error.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Modelo matemático del problema de Optimización

El objetivo es modelar un sistema eléctrico de generación de energía híbrido de tal manera que se minimice el costo total de generación térmica poniendo en marcha las unidades que representen el menor costo de generación, respetando las restricciones impuestas dentro del modelo de optimización matemática; el modelo general de despacho hidrotermal es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min OF = & \sum_{i \in \Omega_h^i} \sum_{t \in \Omega_T^i} P_{i,t}^h \zeta_h + \sum_{i \in \Omega_G^i} \sum_{t \in \Omega_T^i} a_i^{th} (P_{i,t}^{th})^2 + b_i^{th} (P_{i,t}^{th}) + c_i^{th} \\ & + \sum_{i \in \Omega_w^i} \sum_{t \in \Omega_T^i} P_{i,t}^w \zeta_w \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G^i} P_{i,t}^{th} + \sum_{h \in \Omega_H^i} P_{i,t}^h + \sum_{w \in \Omega_w^i} P_{i,t}^w + \sum P_{i,t}^d = \sum P_{i,t} + \sum PL_{i,t} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & + \sum P_{i,t}^c \\ & \sum_{i \in \Omega_G^i} Q_{i,t}^{th} + \sum_{h \in \Omega_H^i} Q_{i,t}^h = \sum Q_{i,t} + \sum QL_{i,t} \end{aligned} \quad (3)$$

$$P_{i,t} = V_{i,t}^2 G_{ii,t} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_{i,t} V_{j,t} Y_{ij,t} \cos(\delta_{i,t} - \delta_{j,t} - \theta_{ij,t}) \quad (4)$$

$$Q_{i,t} = -V_{i,t}^2 B_{ii,t} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_{i,t} V_{j,t} Y_{ij,t} \sin(\delta_{i,t} - \delta_{j,t} - \theta_{ij,t}) \quad (5)$$

Sujeto a:

$$L_{t0}^h = L_{ini}^h, L_{t24}^h = L_{fin}^h \quad t \in \Omega_T \quad (6)$$

$$L_t^h = L_{t-1}^h + I_t^h - R_t^h - S_t^h \quad t \in \Omega_T \quad (7)$$

$$L_{min}^h \leq L_{i,t}^h \leq L_{max}^h \quad i \in \Omega_h, t \in \Omega_T \quad (8)$$

$$R_{min}^h \leq R_{i,t}^h \leq R_{max}^h \quad i \in \Omega_h, t \in \Omega_T \quad (9)$$

$$S_{min}^h \leq S_{i,t}^h \quad i \in \Omega_h, t \in \Omega_T \quad (10)$$

$$P_i^{th,min} \leq P_{i,t}^{th} \leq P_i^{th,max} \quad i \in \Omega_{th}, t \in \Omega_T \quad (11)$$

$$Q_i^{th,min} \leq Q_{i,t}^{th} \leq Q_i^{th,max} \quad i \in \Omega_{th}, t \in \Omega_T \quad (12)$$

$$P_i^{h,min} \leq P_{i,t}^h \leq P_i^{h,max} \quad i \in \Omega_h, t \in \Omega_T \quad (13)$$

$$Q_i^{h,min} \leq Q_{i,t}^h \leq Q_i^{h,max} \quad i \in \Omega_h, t \in \Omega_T \quad (14)$$

$$P_i^{w,min} \leq P_{i,t}^w \leq P_i^{w,max} \quad i \in \Omega_w, t \in \Omega_T \quad (15)$$

$$SOC_t = SOC_{t-1} + (P_t^c \eta_c - P_t^d / \eta_d) \quad (16)$$

$$P_i^{c,min} \leq P_{i,t}^c \leq P_i^{c,max} \quad i \in \Omega_S, t \in \Omega_T \quad (17)$$

$$P_i^{d,min} \leq P_{i,t}^d \leq P_i^{d,max} \quad i \in \Omega_S, t \in \Omega_T \quad (18)$$

$$SOC_i^{min} \leq SOC_{i,t} \leq SOC_i^{max} \quad i \in \Omega_S, t \in \Omega_T \quad (19)$$

$$-P_{ij}^{max} \leq P_{ij,t} \leq P_{ij}^{max} \quad (20)$$

$$-Q_{ij}^{max} \leq Q_{ij,t} \leq Q_{ij}^{max} \quad (21)$$

3.2. Restricciones operativas

Debido a la complejidad del propio sistema, éste debe restringirse a ciertos valores máximos y mínimos que no deben excederse para cumplir con el objetivo, a saber, las restricciones a las que está sumergido el sistema eléctrico.

3.2.1. Función objetivo

La función objetivo establecida en la ecuación (1) tiene como variables de salida el costo total de operación y las potencias de salida de cada generador asociadas con sus respectivos voltajes y ángulos en cada nodo [8]. Como datos de entrada en la función objetivo, tenemos toda la información del sistema eléctrico: líneas de transmisión, cargas variables y datos de las unidades de generación consideradas para un período de 24 horas.

3.2.2. Balance de carga

La potencia activa y reactiva total generada en n unidades de generación debe ser suficiente para satisfacer la demanda y sus pérdidas como se muestra en (2) y (3).

3.2.3. Características de los generadores térmicos.

Cada generador estará asociado a una curva de costos donde se relaciona mediante los coeficientes a, b, c y su potencia generada [9], obteniendo una función no lineal que tendrá que cumplir con sus parámetros de operación como se representa en la función objetivo que se muestra. en la ecuación (1). Asimismo, estas unidades deben operar dentro de los límites establecidos que se muestran en las ecuaciones (11) y (12).

3.2.4. Redes hidráulicas

Para cada presa, el volumen almacenado en la hora t debe corresponder al volumen de la hora anterior, más el agua que ingresa al embalse durante el período, menos el agua extraída para generar electricidad, menos las pérdidas de agua en el embalse (evaporación y filtraciones). y menos la descarga de agua. En el caso de unidades acopladas hidráulicamente, ver en la ecuación (7).

3.2.5. Capacidad de almacenamiento del embalse

El límite mínimo es inviolable, mientras que violar el límite máximo resulta en derrame de agua, lo cual es una situación indeseable de desperdicio de energía, estas restricciones se especifican en las siguientes ecuaciones (8), (9) y (10).

3.2.6. Características del sistema de generación eólica

El aerogenerador ubicado en el sistema no está asociado a parámetros de viento. Sin embargo, este modelo está modelado de tal manera que represente una generación menos costosa que la generación térmica que permite el aporte de energía, esto estará asociado a un costo fijo que podrá definirse posteriormente, respetando los límites mínimos y máximos de operación que han sido establecidos (15).

3.2.7. Características de los sistemas de almacenamiento de energía

La importancia del almacenamiento de energía se refleja principalmente en tres aspectos: la reducción de enormes diferencias en las curvas de demanda, la integración de las energías renovables y el desarrollo de redes inteligentes. Al suavizar la curva de demanda se puede lograr una mayor calidad de entrega, se puede mejorar la estabilidad del sistema y se puede evitar el sobre escalamiento del sistema, lo que aumenta la eficiencia en función del intervalo de tiempo de operación, este sistema toma como referencia un estado de carga inicial, y una relación máxima y mínima dependiendo del nivel de carga que soporta la batería [10] como se muestra en las ecuaciones (16), (17), (18) y (19).

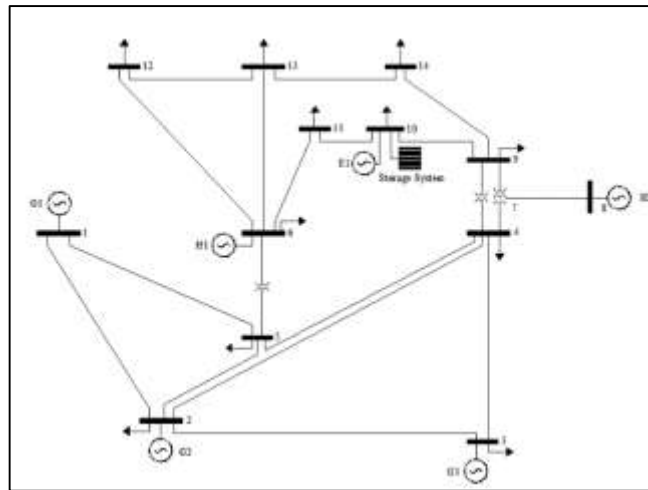


Figura 2: Sistema IEEE de los 14 nodos modificado.

Tabla 1: Límites de capacidad de almacenamiento, descarga y límites de generación Hidroeléctrica [1].

<i>Plant</i>	<i>V_{min}</i>	<i>V_{máx}</i>	<i>V_{ini}</i>	<i>V_{ftn}</i>	<i>Q_{min}</i>	<i>Q_{máx}</i>	<i>Ph_{min}</i>	<i>Ph_{máx}</i>
	$\times 10^4 \text{ m}^3$						<i>MW</i>	<i>MW</i>
1	80	150	100	120	5	15	0	100
2	60	120	80	70	6	15	0	100

En la Tabla 1 se muestran los límites de operación de las centrales hidroeléctricas ubicadas en los nodos 6 y 8 respectivamente.

Tabla 2: Características de las unidades de Generación Térmica [11].

<i>Units</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>P_{máx}</i>	<i>P_{min}</i>
G1	0	20	0	332.4	0
G2	0	20	0	140	0
G3	0	40	0	100	0

Mientras que en la Tabla 2 se muestran las características de la generación térmica del sistema, en este caso ubicadas en los nodos 1, 2 y 3 respectivamente.

Tabla 3: Ingreso de agua a los embalses [1].

<i>HOURS</i>	<i>Reservoirs</i> ($\times 10^4 \text{ m}^3$)		<i>HOURS</i>	<i>Reservoirs</i> ($\times 10^4 \text{ m}^3$)	
	<i>H1</i>	<i>H2</i>		<i>H1</i>	<i>H2</i>
1	10	8	13	11	8
2	9	8	14	12	9
3	8	9	15	11	9
4	7	9	16	10	8
5	6	8	17	9	7
6	7	7	18	8	6
7	8	6	19	7	7
8	9	7	20	6	8
9	10	8	21	7	9
10	11	9	22	8	9
11	12	9	23	9	8
12	10	8	24	10	8

Siendo el agua el principal recurso utilizado, asociado a la participación de centrales hidroeléctricas, es fundamental conocer el caudal dirigido hacia los embalses. En la Tabla 3 se muestran los aportes de agua en un periodo de 24 horas.

Tabla 4: Parámetros de las líneas de Transmisión[11]

<i>LINES</i>	<i>Resistance</i>	<i>Reactance</i> (<i>p.u</i>)	<i>Transmission</i> <i>limit [MW]</i>
1-2	0.01938	0.0592	200
1-5	0.05403	0.22304	200
2-3	0.04699	0.19797	200
2-4	0.05811	0.17632	200
2-5	0.05695	0.17388	200
3-4	0.06701	0.17103	200
4-5	0.01335	0.04211	200
4-7	0	0.20912	200
4-9	0	0.55618	200
5-6	0	0.25202	200
6-11	0.09498	0.19890	200
6-12	0.12291	0.25581	200
6-13	0.06615	0.13027	200
7-8	0	0.17615	200
7-9	0	0.11001	200
9-10	0.03181	0.08450	200
9-14	0.12711	0.27038	200
10-11	0.08205	0.19207	200
12-13	0.22092	0.19988	200
13-14	0.17093	0.34802	200

En la Tabla 4 se muestran las características de las líneas de transmisión del sistema de 14 barras, así como sus límites máximos de capacidad.

Tabla 5: Características de la unidad de almacenamiento de Energía [10].

<i>Parameter</i>	<i>Value</i>	<i>Parameter</i>	<i>Value</i>
SOC_o	1 MW p.u	P_{max}^c	$0.2SOC_{max}$
SOC_{max}	3 MW p.u	P_{min}^c	0
P_{max}^d	$0.2SOC_{max}$	η_c	95%
P_{min}^d	0	η_d	90%

Por otro lado, en la Tabla 5 se muestran las características del sistema de almacenamiento de energía ubicado en el nodo 10.

Tabla 6: Límites de potencia de la Central Eólica.

<i>Unit</i>	<i>Pwind max</i>	<i>Pwind min</i>
W1	170	0

Finalmente, los límites de potencia entregada por la central eólica ubicada en el nodo 10 se muestran en la Tabla 6.

3.3. Propuesta de Modelo que integra la Linealización del Flujo de Potencia mediante el Cálculo de Wirtinger

Dado que una restricción de igualdad no es convexa a menos que sea una ecuación afín, se recomienda una linealización para aproximar el modelo a un conjunto convexo [12]. Al ser una función compleja $f = u(x, y) + jv(x, y) = x + jy$, la derivada simple y la derivada conjugada de Wirtinger se definen mostrando su resolución de la siguiente manera:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{j}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (22)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{j}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (23)$$

Los derivados de Wirtinger aplican las reglas comunes para la diferenciación conocidas del análisis de valores reales en la suma, producto y composición de dos funciones de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(f + g)}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial g}{\partial z} \quad (24)$$

$$\frac{\partial(f+g)}{\partial z^*} = \frac{\partial f}{\partial z^*} + \frac{\partial g}{\partial z^*} \quad (25)$$

$$\frac{\partial(f \cdot g)}{\partial z} = \frac{\partial g}{\partial z} + g \frac{\partial f}{\partial z} \quad (26)$$

$$\frac{\partial(f \cdot g)}{\partial z^*} = \frac{\partial g}{\partial z^*} + g \frac{\partial f}{\partial z^*} \quad (27)$$

En general, z puede considerarse como una constante al calcular la derivada con respecto a z y viceversa. Por lo tanto, se deduce que:

$$\frac{\partial}{\partial z} z^* = \frac{\partial}{\partial z^*} z = 0 \quad (28)$$

Para mayor claridad, veamos dos ejemplos simples. Primero, Véase $f(z) = kz$, donde $k \in \mathbb{R}$ es una constante. Las derivadas de $f(z)$ dan:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial k(x+jy)}{\partial x} - j \frac{\partial k(x+jy)}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (k - j(jk)) = k \quad (29)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial k(x+jy)}{\partial x} + j \frac{\partial k(x+jy)}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (k - j(jk)) = 0 \quad (30)$$

Estos operadores son muy similares a los derivados convencionales, aunque no son derivados en el sentido de Cauchy-Riemann; estos operadores permiten una linealización de números complejos para funciones no holomorfas como (31).

Las condiciones de Cauchy Riemann se representan como:

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = 0 \quad (31)$$

Una linealización para una función compleja en términos de operadores de Wirtinger se define de la siguiente manera:

$$f \approx f(z_0) + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial f}{\partial z^*} \Delta z^* \quad (32)$$

Es decir, una función $f = x_i^* x_j^*$ se puede linealizar alrededor del punto x_{i0}, x_{j0} como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
 f(x_i^*, x_j^*) &= x_i^* x_j^* \approx x_{i0}^* x_{j0} + x_{j0} \Delta x_i^* + x_{i0}^* \Delta x_j^* \\
 &= x_{i0}^* x_{j0} + x_{j0} (x_i^* - x_{i0}^*) + x_{i0}^* (x_j^* - x_{j0}^*) \\
 &= x_{j0} x_i^* + x_{i0}^* x_j^* - x_{i0}^* x_{j0}
 \end{aligned} \tag{33}$$

La linealización es equivalente a la que se obtiene dividiendo la función en partes reales e imaginarias y linealizando en el dominio verdadero la función en partes reales e imaginarias y linealizándolas en el dominio real. Sin embargo, es importante mantener su forma compleja para análisis posteriores.

Investigaciones recientes han demostrado la posibilidad de obtener aproximaciones cercanas al flujo de energía en redes de distribución y microrredes. Estas aproximaciones son diferentes del flujo de potencia de CC convencional, ya que incluyen variaciones en la magnitud del voltaje, son generales para cualquier x/r e incluyen operación desequilibrada. [13],[14],[15] han sugerido recientemente tres aproximaciones lineales en redes de distribución de energía.

El principal problema para un análisis de flujo de potencia complejo radica en el hecho de que las ecuaciones de flujo de potencia no satisfacen las condiciones de Cauchy-Riemann (es decir, las funciones no son analíticas en un dominio complejo).

En este contexto, un cálculo no estándar, concretamente el cálculo de Wirtinger, podría proporcionar una alternativa eficaz para el análisis y los cálculos numéricos en lenguajes de escritura modernos como Matlab o Python. El cálculo de Wirtinger aborda el estudio de funciones complejas, tanto analíticas como no analíticas, mediante la definición de nuevos operadores llamados derivadas de Wirtinger. Aunque estos operadores no satisfacen todas las propiedades de la derivada compleja convencional, proporcionan una base teórica consistente para la linealización en el dominio complejo [16].

Se desarrolla una aproximación lineal sobre números complejos utilizando el cálculo de Wirtinger y no sobre números reales como en las formulaciones de flujo

de carga convencionales. Definamos una reformulación de la Ecuación, las ecuaciones (4)-(5) como [17]:

$$\left(\frac{S_k}{v_k}\right)^* = y_{ks}v_s + \sum_{m=1}^n y_{km}v_m \quad (34)$$

$$s_k^* = y_{ks}v_s v_k^* + \sum_{m=1}^n y_{km}v_k^* v_m \quad (35)$$

Se puede ver que la función no es lineal debido a los términos $v_k^* v_m$, que definimos como (36) para linealización:

$$f(v_k^*, v_m) = v_k^* v_m \quad (36)$$

A continuación, todas las variables y ecuaciones se representan en el dominio complejo y todas las derivadas son derivadas de Wirtinger. Linealizando la Ecuación (36) alrededor del punto (v_{k0}, v_{m0}) obtenemos la siguiente expresión:

$$f(v_k^*, v_m) = v_k^* v_m \quad (37)$$

$$f(v_k^*, v_m) = v_{k0}^* v_{m0} + v_{m0} \Delta v_k^* + v_{k0}^* \Delta v_m \quad (38)$$

Donde:

$$\Delta v_k^* = (v_k^* - v_{k0}^*) \quad (39)$$

$$\Delta v_m = (v_m - v_{m0}) \quad (40)$$

Reemplazando obtenemos:

$$f(v_k^*, v_m) = v_{m0} v_k^* + v_{k0}^* v_m - v_{k0}^* v_{m0} \quad (41)$$

Ahora, reemplazando la ecuación (41) en la ecuación (35) obtenemos la ecuación de potencia linealizada expandida que se muestra en (42):

$$\begin{aligned}
S_k^* = & y_{ks} v_s v_k^* + \sum_{m=1}^n y_{km} v_{m0} v_k^* + \sum_{m=1}^n y_{km} v_{k0}^* v_m \\
& - \sum_{m=1}^n y_{km} v_{k0}^* v_{m0}
\end{aligned} \tag{42}$$

Las ecuaciones (43) y (44) representan la ecuación de flujo de potencia (42) linealizada en forma compleja, al separar en términos de P y Q obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
P_k = & G_{ks} v_s v_k + B_{ks} \omega_s v_k + G_{ks} \omega_s \omega_k + B_{ks} v_s \omega_k \\
& + \sum_{m=1}^n G_{km} v_{m0} v_k + B_{km} v_{m0} \omega_k \\
& + \sum_{m=1}^n G_{km} v_{k0} v_m - B_{km} v_{k0} \omega_m - \sum_{m=1}^n G_{km} v_{k0} v_{m0}
\end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
Q_k = & G_{ks} \omega_s v_k + B_{ks} v_s v_k - G_{ks} v_s \omega_k + B_{ks} \omega_s \omega_k \\
& + \sum_{m=1}^n -G_{km} v_{m0} \omega_k + B_{km} v_{m0} v_k \\
& + \sum_{m=1}^n G_{km} v_{k0} \omega_m + B_{km} v_{k0} \omega_m - \sum_{m=1}^n B_{km} v_{k0} v_{m0}
\end{aligned} \tag{44}$$

Las ecuaciones (43) y (44) serán reemplazadas por las ecuaciones (4) y (5) para resolver el problema de optimización.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados del problema de optimización muestran la potencia activa y reactiva generada por las unidades: Sistemas de almacenamiento de energía térmica, hidráulica, eólica y estado de carga para determinar el estado en el que se encuentra el sistema. Se enfatiza los niveles de voltaje y ángulo de cada uno de los nodos del sistema IEEE de 14 barras en el que se implementó el sistema. El sistema cuenta con tres unidades térmicas ubicadas en los nodos 1, 2 y 3, además cuenta con dos generadores hidráulicos en los nodos 6 y 8. Respectivamente, se consideró un tipo adicional de generación eólica, que operaría en conjunto con un sistema de

almacenamiento de energía. ubicado en el nodo 10, considerando los mismos datos y parámetros para ambos casos, obtuvimos los siguientes resultados:

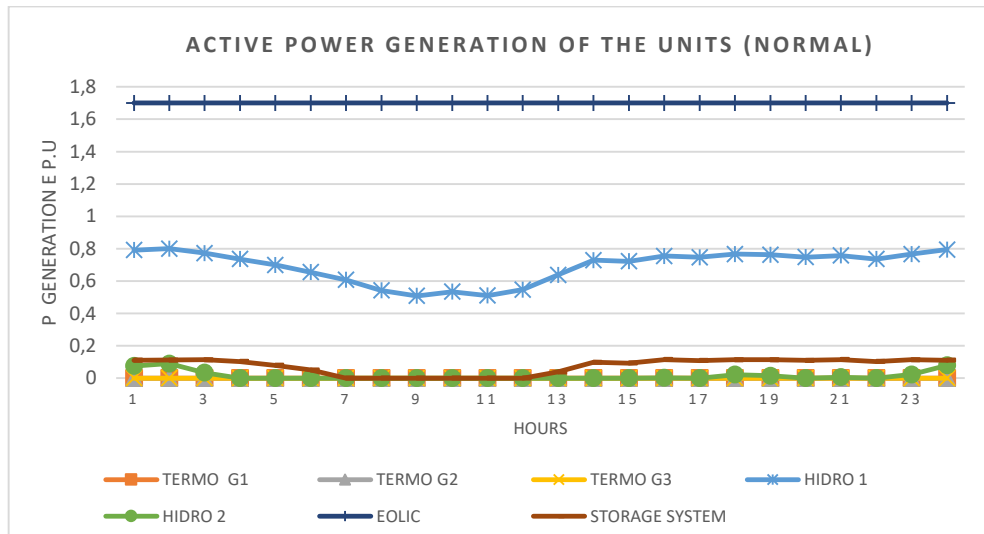


Figura 3: Potencia activa generada por las unidades en despacho económico normal.

En primera instancia, la Fig. 3 muestra la potencia activa generada por las unidades para el despacho económico con el modelo no lineal, se puede observar cómo entran en operación las unidades de generación que representan el menor costo operativo, siendo la hidroeléctrica y la eólica de potencia aquellos que entregan la máxima potencia permitida por sus límites de funcionamiento.

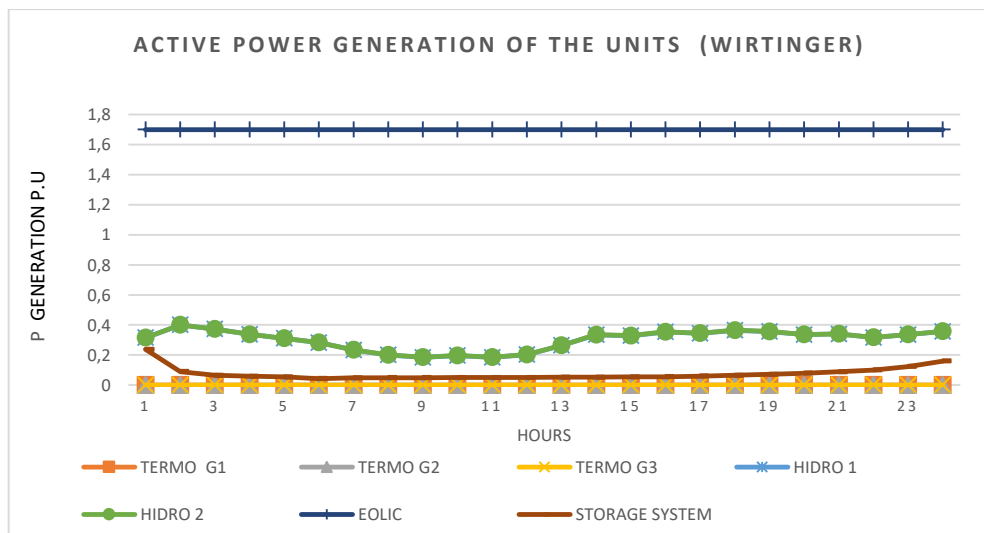


Figura 4: Potencia activa generada por las unidades en despacho económico utilizando el cálculo de Wirtinger.

Por otro lado, está el despacho económico utilizando la linealización mediante el cálculo de Wirtinger como se muestra en la Fig. 4, mostrando una alternativa para la solución del problema.

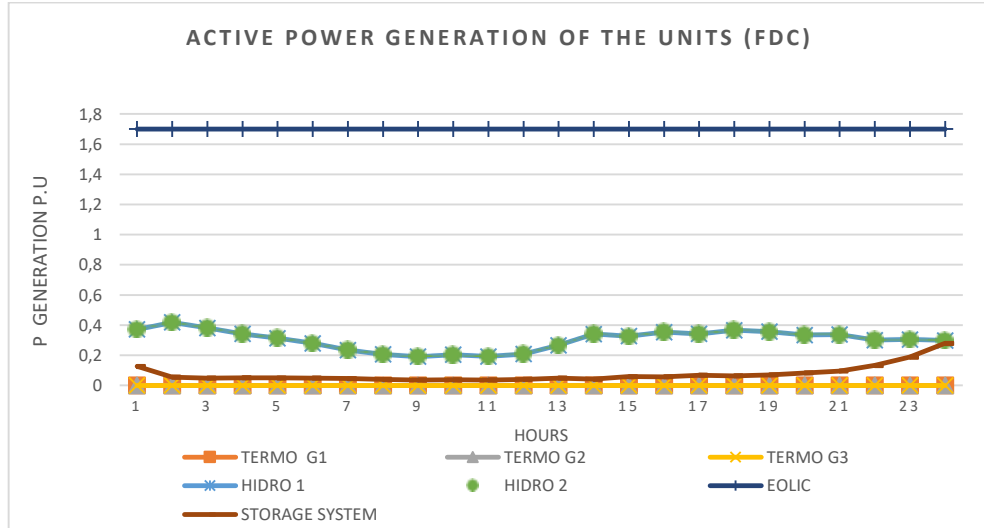


Figura 5: Potencia activa generada por las unidades en despacho económico DC.

La Fig. 5 muestra la solución del problema por el método lineal tradicional mediante aproximación, para este modelo se considera que todos los voltajes de los nodos son 1 p.u y se descarta la parte resistiva de las líneas de transmisión, este es el despacho que solo considera la potencia activa como solución.

Es importante señalar que el flujo de potencia DC presenta soluciones satisfactorias, sin embargo, las aproximaciones realizadas no permiten representar correctamente el modelo.

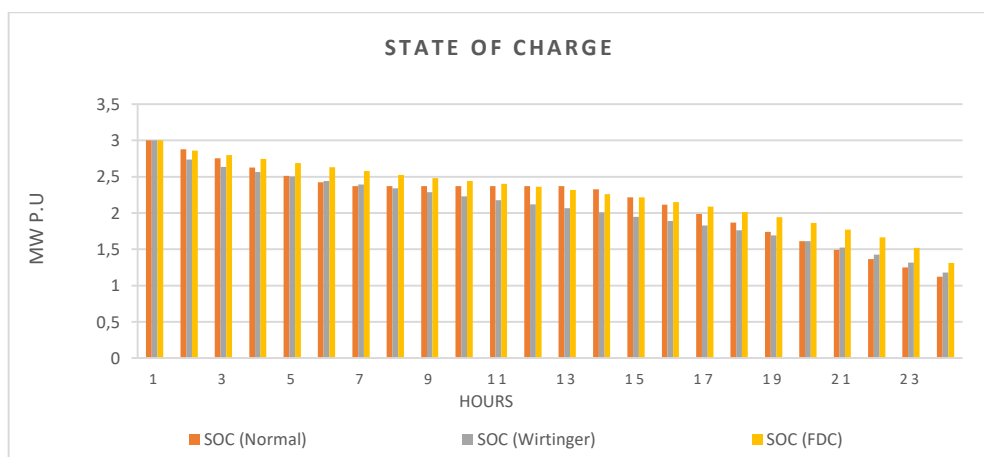


Figura 6: Estado de carga del Sistema de Almacenamiento de energía en los 3 casos.

La Fig. 6 muestra el estado de carga de la batería ubicada en el nodo 10 para los 3 casos analizados, mostrando el rendimiento y aporte de energía al sistema durante el periodo de estudio de 24 horas, donde se puede observar un comportamiento similar en baterías donde no hay es una variación que no supera los 0,5 MW p.u.

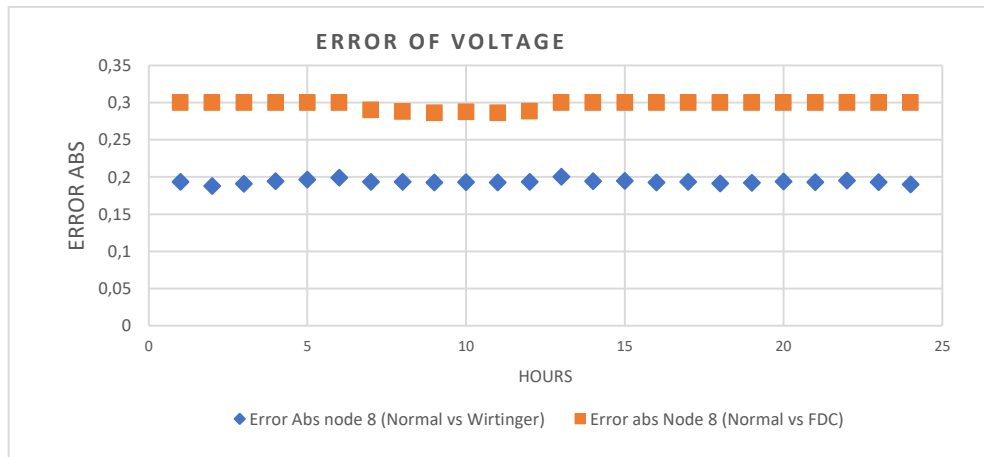


Figura 7: Error absoluto de voltaje en el nodo más crítico.

En la Fig. 7 se muestra el error absoluto de tensión entre los casos de estudio expuestos. Para el análisis se eligió el nodo más crítico, el nodo 8. Es decir, para este caso se eligió el nodo donde se encuentra el máximo error de tensión con relación al resto de nodos. Para el primer caso se encuentra el error entre la solución del método no lineal vs. el modelo linealizado mediante el cálculo de Wirtinger, el error oscila entre 0.18 y 0.20 V p.u. El segundo análisis compara el modelo normal no lineal con el modelo FDC linealizado tradicional. En este caso, el error oscila entre 0,28 y 0,30 V p.u. Este error es mayor que en el caso anterior.

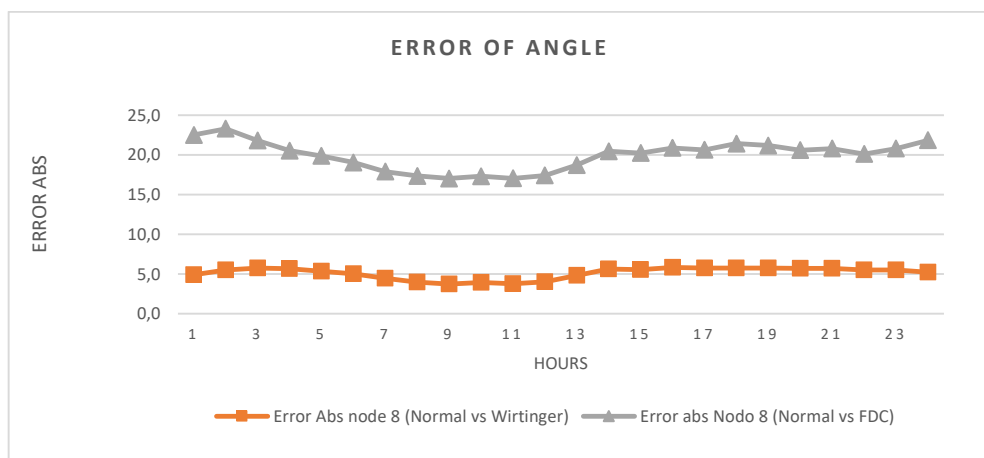


Figura 8: Error absoluto de ángulo en el nodo más crítico.

De manera similar, la Fig. 8 muestra el error absoluto de ángulos entre los casos de estudio expuestos. Para el primer caso, se encuentra el error entre la solución del método no lineal vs. el modelo linealizado mediante el cálculo de Wirtinger, se puede observar que el error oscila entre 3.84 y 5.81 grados. El segundo análisis compara el modelo normal no lineal con el modelo FDC linealizado tradicional, en este caso el error oscila entre 17.01 y 23.27 grados, lo cual es un error considerablemente grande comparado con el caso anterior.

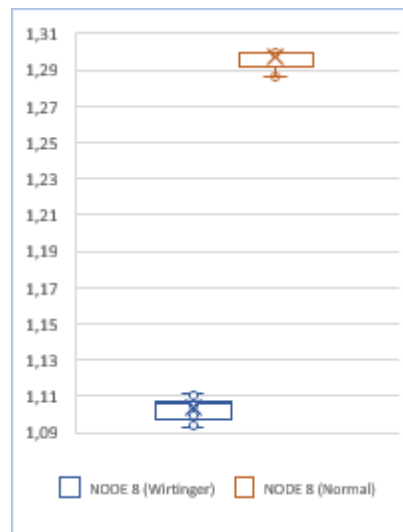


Figura 9: Distribución de los valores de voltaje de despacho Normal y Wirtinger en un periodo de 24 horas en el nodo más crítico.

Ahora, se analizará la distribución de voltajes y ángulos durante el período de 24 horas utilizando el diagrama de caja y bigotes para visualizar qué tan lejos están los resultados de la media. También se seleccionó para el análisis el nodo más crítico, en este caso el Nodo con mayor error absoluto en comparación con los demás nodos, para los voltajes solo se considerará la distribución del modelo no lineal y el modelo linealizado por cálculo de Wirtinger. Esto se debe a que en el caso de FDC lineal, todos los voltajes tendrán un valor de 1 p.u. Si bien esta distribución se puede observar en la Fig. 9, donde se puede observar que el método no lineal mantiene una distribución corta, sus voltajes son cercanos a la media, lo que significa que los datos difieren entre sí en menor medida que en el caso del modelo linealizado de Wirtinger.

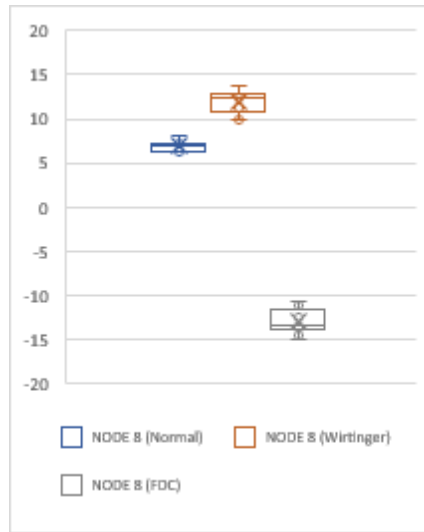


Figura 10: Distribución de los valores de ángulo de despacho Normal y Wirtinger en un periodo de 24 horas en el nodo más crítico.

De la misma forma, la Fig. 10 muestra la distribución de los ángulos. Para este análisis se tienen en cuenta las 3 metodologías. Se puede observar que la distribución de los ángulos para el modelo no lineal es corta, seguida de la distribución del método de Wirtinger linealizado y el que más difiere entre valores de ángulos es el modelo FDC linealizado. Esto indica que la metodología FDC tiene un rango de error mayor que las metodologías presentadas anteriormente, lo que lleva a concluir que al ser un modelo aproximado tiende a ser un modelo poco exacto y bajo ciertas consideraciones puede ser de gran utilidad, sin embargo, los datos no se acercan mucho a los reales.

Tabla 7: Resultados de simulación para cada caso.

<i>Type</i>	<i>Generation Cost [\$] Normal case</i>	<i>Generation [\$] Linearized case</i>	<i>Cost of Generation [\$] FDC</i>
<i>Thermoelectric</i>	\$0	\$0	\$0
<i>Hydroelectric</i>	\$23.756,829	\$20.318,20	\$20.318,314
<i>Wind</i>	(Fixed cost to be defined)	(Fixed cost to be defined)	(Fixed cost to be defined)
<i>Storage System</i>	(Cost to be defined)	(Cost to be defined)	(Cost to be defined)
<i>Time (seconds)</i>	19.7	15.5	9.49
<i>Total</i>	\$23.756,8293	20.318,2084	\$20.318,3141

En la Tabla 7 se muestra el costo total de la operación de despacho para cada una de las metodologías propuestas. Por un lado, se muestra el coste variable de las

unidades térmicas e hidroeléctricas y por otro, la energía eólica y el sistema de almacenamiento de energía, que no establecerá un coste por MW, sino que deberá asumir un coste fijo de operación, que será elegido según el caso.

El costo total usando el modelo no lineal es \$23.756,8293 mientras que el costo total para el modelo linealizado usando el cálculo de Wirtinger es \$20.318,2084, aquí encontramos una diferencia de \$3.438,621 que representa la penalización por linealización. Ahora si comparamos el costo del modelo no lineal con el modelo FDC linealizado hay una diferencia de \$3.438,62. Podemos ver como ambos modelos linealizados muestran un costo operativo similar demostrando un comportamiento similar entre ambas metodologías. Si bien esta diferencia muestra la penalización por la linealización, también podemos observar los tiempos en los que se encontró la solución, la metodología no lineal tiene el mayor tiempo de compilación con 19.7 segundos, en segundo lugar, se encuentra el modelo linealizado de Wirtinger con 15.5 segundos, y finalmente el modelo lineal FDC es el más rápido con 9,49 segundos.

Con esto podemos decir que la investigación ayudó a reducir el tiempo de simulación, linealizando la ecuación de flujo de potencia para llegar a una solución aproximada, siendo más eficiente que el método lineal tradicional FDC, reduciendo el error de voltajes y ángulos del sistema en un formato de 24 horas, período de análisis de horas.

Tabla 8: Características del Computador.

<i>Computer</i>	
<i>Processor</i>	<i>Intel(R) Core(TM) i7-8565U CPU @ 1.80GHz 1.99 GHz</i>
<i>Ram</i>	<i>8,00 GB (7,88 GB usable)</i>
<i>Operating System</i>	<i>Sistema operativo de 64 bits, procesador basado en x64</i>

Para resolver el problema y encontrar la solución óptima en el sistema se utilizó una computadora de gama media, cuyas características se muestran en la Tabla 8.

5. CONCLUSIONES

La no convexidad de los problemas de optimización enfocados en sistemas de potencia eléctrica permite abordar una serie de enfoques de diferentes metodologías que permiten linealizar las diferentes ecuaciones involucradas en el modelo

matemático de optimización, esto ha permitido realizar varias investigaciones que ayudan a reducir el tiempo de simulación y obtener unicidad u óptimo global en las soluciones que se encuentran dentro de un error tolerable en comparación con los modelos no lineales.

Se propuso un modelo de optimización para el despacho económico de fuentes de energía renovables con aproximación lineal del flujo de potencia utilizando el cálculo de Wirtinger para el sistema IEEE de las 14 barras. A diferencia del flujo de energía CC, la linealización propuesta no requiere ninguna consideración con respecto al voltaje y los parámetros de la línea de transmisión. Por un lado, el modelo no lineal muestra un costo operativo de \$23.756,8293 encontrando la solución en 19.7 segundos, el modelo linealizado por cálculo de Wirtinger obtiene un costo operativo total de \$20.318.2084 encontrando la solución en 15.5 segundos. Finalmente, el modelo linealizado tradicional tiene un costo operativo total de \$20.318,3141 en un tiempo de 9.49 segundos. Se puede concluir que la linealización redujo el tiempo de solución, además de que presenta una solución aproximada más precisa en comparación con el modelo DC.

Se compararon los resultados de voltaje y ángulo de los nodos del sistema para el nodo más crítico, donde se observó que el error entre el modelo no lineal y el linealizado oscila entre 0.18 y 0.20 V mientras que para los ángulos estos oscilan entre 3.84 y 5.81 grados, al comparar En el modelo no lineal con el modelo DC comúnmente utilizado, el error oscila entre 0,28 y 0,30 V p.u, mientras que para los ángulos oscila entre 17,01 y 23,27 grados. Podemos concluir que la solución obtenida con la formulación de Wirtinger es más precisa que la solución por DC.

El uso de programación no lineal en el problema del despacho económico ha demostrado resultados satisfactorios. Esto se debe a que se conocen los valores de demanda y las condiciones de funcionamiento. Sin embargo, existen variables que tienen cierto grado de incertidumbre debido a factores externos asociados. Por tanto, es importante utilizar modelos deterministas que permitan predecir estos aspectos en base a datos históricos. En consecuencia, se recomienda para futuras investigaciones. Investigar el uso de modelos probabilísticos más avanzados para abordar la incertidumbre en las variables del sistema. Esto también podría incluir

estudiar distribuciones de probabilidad e incorporar técnicas de simulación. Explore la aplicación de técnicas de análisis de datos y aprendizaje automático en el contexto del despacho económico. Esto podría ayudar a identificar patrones y tendencias en datos históricos, lo que podría mejorar la precisión de los modelos predictivos.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P. E. Oñate Y and J. M. Ramírez A, “Solución Al Problema De Coordinación Hidrotérmica De Corto Plazo Por Algoritmos Genéticos,” *Rev. Técnica “Energía,”* vol. 5, no. 1, pp. 39–47, 2009, doi: 10.37116/revistaenergia.v5.n1.2009.239.
- [2] J. C. Castano, A. Garces, and O. B. Fosso, “Short-Term Hydrothermal Scheduling with Solar and Wind Farms Using Second-Order Cone Optimization with Chance-Box Constraints,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 74095–74109, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3080575.
- [3] M. Garcia and R. Baldick, “Approximating Economic Dispatch by Linearizing Transmission Losses,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 35, no. 2, pp. 1009–1022, 2020, doi: 10.1109/TPWRS.2019.2941906.
- [4] M. Viegas da Silva, J. M. Home Ortiz, M. Pourakbari-Kasmaei, and J. R. Sanches Mantovani, “Convex Formulation for Optimal Active and Reactive Power Dispatch,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 20, no. 5, pp. 787–798, 2022, doi: 10.1109/TLA.2022.9693563.
- [5] C. Quinatoa, I. Valencia, A. Casilimas, and A. Garces, “A Convex Optimization Model for Bidirectional Vehicle-To-Grid Operation,” *2018 IEEE ANDESCON, ANDESCON 2018 - Conf. Proc.*, 2018, doi: 10.1109/ANDESCON.2018.8564695.
- [6] M. Aghaee and E. Ghanbaryan, “Economic Dispatch in Power Systems Using Simulated Annealing-Based-Clonal,” vol. 5, no. 3, pp. 25–34, 2016.
- [7] K. Kusakana, “Optimal Economic Dispatch of Grid-Interactive Renewable Prosumers with Hybrid Storage and Peer to Peer Energy Sharing Capabilities,” *Int. J. Electr. Electron. Eng. Telecommun.*, vol. 10, no. 3, pp. 209–216, 2021, doi: 10.18178/ijeetc.10.3.209-216.
- [8] D. A. Dias Tamayo, A. Garcés Ruiz, and D. Gonzalez Ocampo, “Despacho económico en sistemas de potencia considerando estabilidad transitoria,” *Rev. Tecnura*, vol. 21, no. 51, p. 27, 2017, doi: 10.14483/udistrital.jour.tecnura.2017.1.a02.
- [9] S. S. Mukrimaa *et al.*, *Optimization of power System Operation*, vol. 6, no. August. 2016.
- [10] A. Soroudi, *Power system optimization modeling in GAMS*. 2017. doi: 10.1007/978-3-319-62350-4.

- [11] D. Asija, K. Soni, S. Sinh, and V. . Yadav, “Assessment of congestion condition in transmission line for IEEE 14 bus system using D.C. optimal power flow,” *India Int. Conf. Power Electron.*, vol. 7th, pp. 1–6, 2016, doi: 10.1109/IICPE.2016.8079332.
- [12] D. A. Ramirez Loaiza, “Tertiary control in microgrids : an optimal power flow approach based on convex optimization and Wirtinger calculus,” pp. 29–32, 2020, [Online]. Available: <https://sites.google.com/utp.edu.co/alejandro/página-principal>
- [13] S. Bolognani and S. Zampieri, “On the existence and linear approximation of the power flow solution in power distribution networks,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 31, no. 1, pp. 163–172, 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2395452.
- [14] J. R. Martí, H. Ahmadi, and L. Bashualdo, “Linear power-flow formulation based on a voltage-dependent load model,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 28, no. 3, pp. 1682–1690, 2013, doi: 10.1109/TPWRD.2013.2247068.
- [15] A. Garces, “A Linear Three-Phase Load Flow for Power Distribution Systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 31, no. 1, pp. 827–828, 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2394296.
- [16] M. F. Amin, M. I. Amin, A. Y. H. Al-Nuaimi, and K. Murase, “Wirtinger calculus based gradient descent and Levenberg-Marquardt learning algorithms in complex-valued neural networks,” *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics)*, vol. 7062 LNCS, no. PART 1, pp. 550–559, 2011, doi: 10.1007/978-3-642-24955-6_66.
- [17] D. A. Ramirez, A. Garces, and J. J. Mora-Florez, “A Wirtinger Linearization for the Power Flow in Microgrids,” *IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet.*, vol. 2019-Augus, 2019, doi: 10.1109/PESGM40551.2019.8973647.