



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI**  
**FACULTAD DE CIENCIAS AGROPECUARIAS Y RECURSOS NATURALES**  
**CARRERA: INGENIERIA DE MEDIO AMBIENTE**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA ESTIMAR OXÍGENO DISUELTO EN EL AGUA, EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL CAUCE DEL RÍO SAN PABLO, CANTÓN LA MANÁ PROVINCIA DE COTOPAXI, DURANTE EL PERIODO OCTUBRE 2018-AGOSTO 2019.

Proyecto de Investigación presentado previo a la obtención del Título de Ingeniero en Medio Ambiente

Autor: Byron Javier Pastuña Maza

Tutor: Ing. Juan Miguel Espinosa Soto

Latacunga - Ecuador

Agosto-2019



## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

Yo, **BYRON JAVIER PASTUÑA MAZA**, declaro ser autor del presente proyecto de investigación: “**MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA ESTIMAR OXÍGENO DISUELTO EN EL AGUA, EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL CAUCE DEL RÍO SAN PABLO, CANTÓN LA MANÁ PROVINCIA DE COTOPAXI, DURANTE EL PERIODO OCTUBRE 2018-AGOSTO 2019**”, siendo el Ing. Juan Espinosa el tutor del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica de Cotopaxi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

Además, certificamos que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

---

**Byron Javier Pastuña Maza**

**Espinosa Soto**

**C.I. 1726745753**

---

**Ing. Juan Miguel**

**C.I. 1713474326**

## **CONTRATO DE CESIÓN NO EXCLUSIVA DE DERECHOS DE AUTOR**

Comparecen a la celebración del presente instrumento de cesión no exclusiva de obra, que celebran de una parte **Byron Javier Pastuña Maza**, identificado con C.C. N° **1726745753**, de estado civil Soltero y con domicilio en el Cantón Quito a quien en lo sucesivo se denominará **LA/EL CEDENTE**; y, de otra parte, el Ing. MBA. Cristian Fabricio Tinajero Jiménez, en calidad de Rector y por tanto representante legal de la Universidad Técnica de Cotopaxi, con domicilio en la Av. Simón Rodríguez Barrio El Ejido Sector San Felipe, a quien en lo sucesivo se le denominará **LA CESIONARIA** en los términos contenidos en las cláusulas siguientes:

**ANTECEDENTES: CLÁUSULA PRIMERA.** - **LA/EL CEDENTE** es una persona natural estudiantes de la carrera de Ingeniería De Medio Ambiente, titular de los derechos patrimoniales y morales sobre el trabajo de grado Proyecto de Investigación la cual se encuentra elaborada según los requerimientos académicos propios de la Facultad según las características que a continuación se detallan:

Historial académico. – Septiembre 2014 – Agosto 2019

Fecha de inicio de carrera: Septiembre - 2014

Fecha de finalización: Agosto -2019

Aprobación HCA: 04 de abril del 2019

Tutor. Ing. Juan Miguel Espinosa Soto

Tema: **“MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA ESTIMAR OXÍGENO DISUELTO EN EL AGUA, EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL CAUCE DEL RÍO SAN PABLO, CANTÓN LA MANÁ PROVINCIA DE COTOPAXI, DURANTE EL PERIODO OCTUBRE 2018- AGOSTO 2019”.**

**CLÁUSULA SEGUNDA.** - **LA CESIONARIA** es una persona jurídica de derecho público creada por ley, cuya actividad principal está encaminada a la educación superior formando profesionales de tercer y cuarto nivel normada por la legislación ecuatoriana la misma que establece como requisito obligatorio para publicación de trabajos de

investigación de grado en su repositorio institucional, hacerlo en formato digital de la presente investigación.

**CLÁUSULA TERCERA.** - Por el presente contrato, **LA/EL CEDENTE** autoriza a **LA CESIONARIA** a explotar el trabajo de grado en forma exclusiva dentro del territorio de la República del Ecuador.

**CLÁUSULA CUARTA. - OBJETO DEL CONTRATO:** Por el presente contrato **LA/EL CEDENTE**, transfiere definitivamente a **LA CESIONARIA** y en forma exclusiva los siguientes derechos patrimoniales; pudiendo a partir de la firma del contrato, realizar, autorizar o prohibir:

- a) La reproducción parcial del trabajo de grado por medio de su fijación en el soporte informático conocido como repositorio institucional que se ajuste a ese fin.
- b) La publicación del trabajo de grado.
- c) La traducción, adaptación, arreglo u otra transformación del trabajo de grado con fines académicos y de consulta.
- d) La importación al territorio nacional de copias del trabajo de grado hechas sin autorización del titular del derecho por cualquier medio incluyendo mediante transmisión.
- f) Cualquier otra forma de utilización del trabajo de grado que no está contemplada en la ley como excepción al derecho patrimonial.

**CLÁUSULA QUINTA.** - El presente contrato se lo realiza a título gratuito por lo que **LA CESIONARIA** no se halla obligada a reconocer pago alguno en igual sentido **LA/EL CEDENTE** declara que no existe obligación pendiente a su favor.

**CLÁUSULA SEXTA.** - El presente contrato tendrá una duración indefinida, contados a partir de la firma del presente instrumento por ambas partes.

**CLÁUSULA SÉPTIMA. - CLÁUSULA DE EXCLUSIVIDAD.** - Por medio del presente contrato, se cede en favor de **LA CESIONARIA** el derecho a explotar la obra en forma exclusiva, dentro del marco establecido en la cláusula cuarta, lo que implica que ninguna otra persona incluyendo **LA/EL CEDENTE** podrá utilizarla.

**CLÁUSULA OCTAVA. - LICENCIA A FAVOR DE TERCEROS. - LA CESIONARIA** podrá licenciar la investigación a terceras personas siempre que cuente con el consentimiento de **LA/EL CEDENTE** en forma escrita.

**CLÁUSULA NOVENA.** - El incumplimiento de la obligación asumida por las partes en la cláusula cuarta, constituirá causal de resolución del presente contrato. En consecuencia, la resolución se producirá de pleno derecho cuando una de las partes comunique, por carta notarial, a la otra que quiere valerse de esta cláusula.

**CLÁUSULA DÉCIMA.** - En todo lo no previsto por las partes en el presente contrato, ambas se someten a lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, Código Civil y demás del sistema jurídico que resulten aplicables.

**CLÁUSULA UNDÉCIMA.** - Las controversias que pudieran suscitarse en torno al presente contrato, serán sometidas a mediación, mediante el Centro de Mediación del Consejo de la Judicatura en la ciudad de Latacunga. La resolución adoptada será definitiva e inapelable, así como de obligatorio cumplimiento y ejecución para las partes y, en su caso, para la sociedad. El costo de tasas judiciales por tal concepto será cubierto por parte del estudiante que lo solicitare.

En señal de conformidad las partes suscriben este documento en dos ejemplares de igual valor y tenor en la ciudad de Latacunga a los 4 días del mes de abril 2019.

---

**Byron Javier Pastuña Maza**

---

**Ing. MBA. Cristian Tinajero Jiménez**

**EL CESIONARIO**

## **AVAL DEL TUTOR DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

En calidad de Tutor del Trabajo de Investigación sobre el título:

**“MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA ESTIMAR OXÍGENO DISUELTO EN EL AGUA, EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL CAUCE DEL RÍO SAN PABLO, CANTÓN LA MANÁ PROVINCIA DE COTOPAXI, DURANTE EL PERIODO OCTUBRE 2018-AGOSTO 2019”**, de **Byron Javier Pastuña Maza**, de la carrera de Ingeniería de Medio Ambiente, considero que dicho Informe Investigativo cumple con los requerimientos metodológicos y aportes científico-técnicos suficientes para ser sometidos a la evaluación del Tribunal de Validación de Proyecto que el Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales, de la Universidad Técnica de Cotopaxi designe, para su correspondiente estudio y calificación.

Latacunga, 23 de julio del 2019

---

**Ing. Juan Miguel Espinosa Soto**

**C.I.:1713474326**

**DIRECTOR DE TESIS**

## **APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE TITULACIÓN**

En calidad de Tribunal de Lectores, aprueban el presente Informe de Investigación de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la Universidad Técnica de Cotopaxi, y por la Facultad de Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales; por cuanto, el postulante: **Byron Javier Pastuña Maza** con el título de Proyecto de Investigación: **“MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA ESTIMAR OXÍGENO DISUELTO EN EL AGUA, EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL CAUCE DEL RÍO SAN PABLO, CANTÓN LA MANÁ PROVINCIA DE COTOPAXI, DURANTE EL PERIODO OCTUBRE 2018-AGOSTO 2019”**, ha considerado las recomendaciones emitidas oportunamente y reúne los méritos suficientes para ser sometido al acto de Sustentación de Proyecto.

Por lo antes expuesto, se autoriza realizar los empastados correspondientes, según la normativa institucional.

Latacunga, 24 de julio del 2019.

Para constancia firman:

---

**Lector 1 Presidente**

**Nombre: Dr. Carlos Mantilla**

**CC: 0501553291**

---

**Lector 2**

**Nombre: MSc. Kalina Fonseca**

**CC: 1723534457**

---

**Lector 3**

**Nombre: PhD. Vicente Córdova**

**CC: 1801634922**



## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a la Facultad de Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales (**CAREN**), especialmente a la carrera de Ingeniería en Medio Ambiente quienes, en conjunto con el Ing. Juan Espinosa, la MSc. Kalina Fonseca, el Dr. Carlos Mantilla, el PhD. Vicente Córdoba, me han brindado el tiempo y las herramientas necesarias para culminar el proyecto, siempre a la vanguardia de la información de campo, aplicación de herramientas tecnológicas y sobre todo en el ámbito de los fundamentos científicos técnicos para la estimación de oxígeno disuelto. De igual manera extendiendo mi gratitud a la PhD. Mercy Ilbay por su aporte en la entrega de datos hidrológicos, y la validación del modelo.

**Byron Javier Pastuña Maza**

## **DEDICATORIA**

*A mis padres María Maza, Luis Pastuña, les dedico este trabajo por ser las más sublimes inspiraciones en mi vida. Gracias papás por construirme con el carácter necesario para conocer la libertad e independencia para culminar esta etapa de mi vida.*

*Mi agradecimiento eterno a mis amigos y hermanos. Fernanda Romero, Leonardo Capa, Ing. Alexa Tapia, Jennifer Tipán, Luis Pastuña, Jennifer Pastuña, Jonathan Pastuña, Ángel Pastuña, Fernando Maza, por dejar en mí una huella de cariño y recuerdos únicos. Gracias por las lecciones de vida y especialmente por mostrarme que el esfuerzo es la recompensa del mañana.*

**Byron Javier Pastuña Maza**

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

FACULTAD ACADÉMICA DE CIENCIAS AGROPECUARIAS Y RECURSOS NATURALES

**TITULO:** “Modelación matemática para estimar Oxígeno Disuelto en el agua, en función de las características físicas del cauce del Río San Pablo, Cantón la Maná Provincia de Cotopaxi, durante el periodo Octubre 2018-Agosto 2019”.

**Autor:** Pastuña Maza Byron Javier

## RESUMEN

El objetivo principal del proyecto es estimar el oxígeno disuelto existente en los ríos mediante sus condiciones físicas. Se aplicó un modelamiento matemático en la estimación de oxígeno disuelto en función de las características físicas predominantes en un río. Dicho modelo está basado en el fenómeno de convección – difusión más la ley de gases, aplicando la ley de Henry y la aplicación de análisis dimensional. El modelo utilizó ecuaciones de velocidad, re-aireación, error de función, coeficiente de difusión molecular y ley de gases. Para la conversión de g/cm a mg/L, en el fenómeno de convección – difusión se empleó análisis dimensional  $LMT^{-1}$ . Los resultados se obtuvieron mediante topografía, observación científica y diseño transeccional. La recolección de datos se realizó en época de estiaje. La variable más influyente en el resultado de la concentración de oxígeno disuelto es la altura de la lámina de agua, puesto que, a mayor altura, la concentración decrece, mientras que a menor altura aumenta la concentración. Para comparar los datos producto del modelo propuesto y tener un panorama más amplio en los resultados, se midieron datos de un equipo de oxígeno disuelto para la discusión. Se validó el modelo mediante el coeficiente NASH con un valor de -0,2 el cual indica que se debe predecir el oxígeno disuelto de acuerdo a la media de los datos calculados. Es recomendable realizar la recolección de datos en época de avenida.

**Palabras Clave:** Características físicas de un río, Coeficiente de NASH, Modelación matemática, Oxígeno disuelto, Topografía.

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

FACULTAD ACADÉMICA DE CIENCIAS AGROPECUARIAS Y RECURSOS NATURALES

Theme: “Mathematical modeling for estimating Dissolved Oxygen in the water, according to the physical characteristics of San Pablo River stream, La Mana Canton, Cotopaxi Province, on October 2018-August 2019”.

**Author:** Pastuña Maza Byron Javier

## ABSTRACT

The main purpose of this research is to estimate the existing oxygen in rivers by its physical condition. A mathematical modeling was applied to the oxygen estimation disjoint in the function of the predominant physical characteristics in a river. This model is based on the convection phenomenon - diffusion by the gas law, applying the Henry law and the dimensional analysis application. The model uses speed, re-aeration, function error, coefficient of molecular diffusion and gases law. For the conversion of g/cm to mg/L, in the convection – difusión phenomenon is completed the  $LMT^{-1}$  dimensional analysis. The results were obtained through topography, scientific observation and cross-sectional design. During the dry weather data collection was taken. Result is the most influential variable in dissolved oxygen concentration is the water slide height, but at that time the concentration decreases, but the lower height increases the concentration. comparing the model product data I have had a broader results overview, if you have data from a disjoint oxygen team for discussion. The model Validation by the NASH coefficient with a value of -0.2% indicates that the displaced oxygen should be predicted according to the calculated data. It is advisable to perform data collection at the time of avenue.

**Keywords:** physical characteristics of a river, nash coefficient, mathematical modeling, dissolved oxygen, topography.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>2. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO .....</b>	<b>2</b>
<b>3. BENEFICIARIOS DEL PROYECTO .....</b>	<b>2</b>
<b>4. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>3</b>
<b>5. OBJETIVOS:.....</b>	<b>4</b>
5.1. Objetivo general.....	4
5.2. Objetivo específico .....	4
5.3. Actividades y sistema de tareas en relación a los objetivos planteados .....	5
<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>6</b>
<b>6. FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICO TÉCNICA.....</b>	<b>6</b>
6.1. Características físicas y biológicas que influyen en la determinación del oxígeno disuelto en los ríos. ....	6
6.2. Modelos matemáticos para predecir OD .....	9
6.3. Validación del modelo matemático .....	12
<b>7. PREGUNTAS CIENTÍFICA .....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO II.....</b>	<b>14</b>
<b>8. METODOLOGÍAS.....</b>	<b>14</b>
8.1. Término de convección $U_x$ en los problemas de difusión .....	14
8.2. Área de estudio .....	19
8.3. Instrumentos utilizados en la recolección de datos.....	20
8.3.1. Determinación de época de avenida y estiaje.....	21
<b>9. DISEÑO NO EXPERIMENTAL: .....</b>	<b>23</b>
9.1. Modelo matemático para estimación de OD.....	23
9.2. Ley de Henry .....	25
9.3. Diseño transeccional .....	26
9.3.1. Diseños transeccionales correlacionales-causales .....	26
9.4. Coeficiente de NASH .....	27
<b>10. HERRAMIENTAS PARA ANALIZAR LOS RESULTADOS .....</b>	<b>28</b>
10.1. EXCEL.....	28
10.2. GPS.....	28
10.3. QGIS.....	28
10.4. R-STUDIO .....	28
<b>CAPÍTULO III .....</b>	<b>29</b>
<b>11. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS .....</b>	<b>29</b>
11.1. Validación del modelo matemático aplicando el coeficiente de NASH.....	30
11.2. Ejemplo (1) de la aplicación del modelo matemático .....	31
11.3. Análisis univariado de oxígeno disuelto calculado aplicando R-Studio.....	33

11.4.	Análisis multivariado de datos aplicando R-STUDIO, todo el análisis se lo realizo en función del OD calculado mediante las características físicas influyentes en el modelo matemático. ....	34
12.	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>43</b>
13.	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	<b>45</b>
14.	<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>46</b>
15.	<b>ANEXOS</b> .....	<b>1</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.-</b>	Beneficiarios del proyecto.....	2
<b>Tabla 2.-</b>	Datos de la estación H0331 del año 1072 hasta el año 1986. ....	21
<b>Tabla 3.-</b>	Datos de los caudales máximos, mínimos y anuales.....	22
<b>Tabla 4.-</b>	Diseño transeccional .....	26
<b>Tabla 5.-</b>	Valores de referencia del coeficiente de NASH.....	27
<b>Tabla 6.-</b>	Datos recolectados y cálculo de variables aplicadas al modelo matemático para estimación de OD, en el Río San Pablo.....	29
<b>Tabla 7.-</b>	Valores de OD simulados y obtenidos en campo.....	30

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1.-</b>	Determinación de época de avenida y estiaje .....	22
<b>Gráfico 2.-</b>	Distribución de datos.....	33
<b>Gráfico 3.-</b>	Distribución de datos continua.....	33
<b>Gráfico 4.-</b>	Interrelación de variables entre la pendiente y el OD calculado.....	34
<b>Gráfico 5.-</b>	Interrelación de variables entre el área hidráulica y OD calculado .....	34
<b>Gráfico 6.-</b>	Interrelación de variables entre la velocidad de flujo y el OD calculado ...	35
<b>Gráfico 7.-</b>	Interrelación de variables entre el volumen y el OD calculado .....	35
<b>Gráfico 8.-</b>	Interrelación de variables entre el caudal y el OD calculado.....	36
<b>Gráfico 9.-</b>	Interrelación de variables entre la altitud y el OD calculado .....	36
<b>Gráfico 10.-</b>	Interrelación de variables del OD medido con el equipo y el OD calculado .....	37
<b>Gráfico 11.-</b>	Interrelación de variables entre el tiempo que atraviesa una cantidad de volumen en un tramo del río y el OD calculado.....	37
<b>Gráfico 12.-</b>	Interrelación de variables entre la altura de la lámina de agua y el OD calculado.....	38
<b>Gráfico 13.-</b>	Interrelación de variables entre longitud del río y el OD calculado .....	39
<b>Gráfico 14.-</b>	Interrelación de variables en campo y el OD calculado.....	40
<b>Gráfico 15.-</b>	Interrelación entre las variables calculadas y el OD calculado.....	41
<b>Gráfico 16.-</b>	Similitud de las variables aplicadas en el modelo matemático de convección – difusión.....	42
<b>Gráfico 17.-</b>	Grupos de similitud de variables.....	42

## ÍNDICE DE IMÁGENES

<b>Imagen 1.-</b> Variables del modelo matemático .....	11
<b>Imagen 2.-</b> Georreferencia de los puntos de muestreo .....	19
<b>Imagen 3.-</b> Nivel topográfico.....	20

## ÍNDICE DE ANEXOS

<b>Anexo 1.-</b> Libreta de campo .....	1
<b>Anexo 2.-</b> Matriz de cálculo en Excel de oxígeno disuelto del modelo de convección – difusión .....	2
<b>Anexo 3.-</b> Río San Pablo .....	3
<b>Anexo 4.-</b> Flujo del Río San Pablo.....	3
<b>Anexo 5.-</b> Bordes del Río San pablo .....	4
<b>Anexo 6.-</b> Hoja de vida del tutor: Ing. Juan Espinosa.....	5
<b>Anexo 7.-</b> Hoja de vida del autor: Pastuña Byron.....	6





## 1. INTRODUCCIÓN

Con este trabajo se pretende estimar oxígeno disuelto mediante la aplicación del modelo matemático basado en el fenómeno de convección -difusión mas ley de gases aplicando la ley de Henry, en el Río San Pablo Cantón la Maná Provincia de Cotopaxi. Puesto que el oxígeno disuelto en el agua es uno de los parámetros más importantes en la calidad de agua. Por esta razón en primera instancia se planifico la caracterización de un río específico para su estudio en campo y recolección de datos.

Para establecer las características físicas del que está conformado el Río San Pablo, se empleó un diseño transeccional y observación de campo, el cual permitió establecer las variables principales que influyen la concentración de oxígeno disuelto.

Las variables más predominantes fueron: altitud a la que se encuentra el cauce, altura de la lámina de agua, área hidráulica, longitud de sección del río, pendiente del cauce, temperatura, velocidad de flujo.

En la generación de datos mediante las características físicas establecidas, se empleó cálculos hidráulicos, topográficos; se utilizó el método de observación científica y herramientas como: libreta de campo, GPS, cinta métrica, flexómetro, nivel topográfico y equipo de oxígeno disuelto.

Los principales elementos que conforman el modelo matemático son: la velocidad de re-aireación, coeficiente de difusión, el error de función complementaria, ley de gases aplicando ley de Henry.

Para la validación del modelo matemático se empleó el coeficiente NASH, el cual permitió comparar los datos simulados/calculados con los datos observados en campo.

El modelo matemático tiene sus limitaciones cuando se encuentra en función de convección – difusión, ya que, no es aplicable cuando la pendiente es despreciable, básicamente cuando no existe movimiento de flujo. También no se puede aplicar en fluidos estancados, puesto que, se debe apreciar tasas de oxigenación, aportadas y consumidas por microorganismos. Mientras que la ley de Henry se aplica en cualquier lugar, y es denominada como constante de oxígeno disuelto.

## 2. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

El oxígeno disuelto es uno de los parámetros fundamentales en la determinación de la calidad de agua, por esta razón, el monitoreo debe ser constante. Los monitoreos del oxígeno disuelto en los ríos, esteros, lagos, lagunas es in – situ, también pueden presentar condiciones que dificulten el muestreo por lugares de difícil acceso a lo largo de su trayecto. Además, son las características físicas las que influyen principalmente en la oxigenación de las aguas en los ríos.

Los modelos matemáticos existentes evalúan la calidad de agua en los ríos mediante condiciones biológicas especialmente basadas en el consumo y aporte de oxígeno. Por esta razón se propone aplicar un modelo matemático adecuado para estimar el oxígeno disuelto en los ríos de acuerdo a sus características físicas.

El modelo matemático no toma en cuenta los valores de oxígeno que las plantas acuáticas puedan aportar. Sobre todo, porque las plantas acuáticas solo llegan a prevalecer en ecosistemas loticos, y en ellos ayudan a la oxigenación del agua al realizar los procesos fotosintéticos. Por lo tanto, estas condiciones biológicas son despreciables. Mediante el modelo matemático se propuso estimar oxígeno disuelto a partir de las características físicas que pueden llegar a presentar los ríos.

## 3. BENEFICIARIOS DEL PROYECTO

Con el desarrollo de este proyecto el principal beneficiario es la Carrera de Ing. De Medio Ambiente, debido a que la determinación de un modelo matemático para estimar OD en los ríos, es aplicable en la carrera.

**Tabla 1.-** Beneficiarios del proyecto

Beneficiarios directos	Beneficiarios indirectos
Carrera Ing. Medio Ambiente	Estudiantes de la facultad CAREN
Hombre: 216	Hombres: 931
Mujeres: 301	Mujeres: 202
Total: 517	Total: 1133

**Fuente:** Secretaria C.A.R.E.N  
**Elaborado por:** Pastuña Byron

#### 4. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El oxígeno disuelto es uno de los parámetros fundamentales que se analiza en la calidad de agua, por esta razón es necesario el monitoreo constante de este parámetro. Por esta razón la aplicación de modelos matemáticos en la estimación de oxígeno disuelto minimiza: visitas de campo, costos de monitoreo, equipos de oxígeno disuelto.

Existen modelos matemáticos en la evaluación de calidad de agua entre ellos destacando Chapra 1992 mencionado en (García & Obregón , 2008), Streeter y Phelps 1925 mencionado en (Zuñiga, 2014), los cuales evalúan la calidad de agua, utilizando varios parámetros físicos y bioquímicos. Por esta razón, dificulta la aplicación este tipo de modelamientos matemáticos en la estimación de oxígeno disuelto.

Las modelaciones matemáticas existentes evalúan calidad de agua bajo múltiples análisis tanto de laboratorio como de campo, cabe recalcar que este tipo de modelamientos no pueden ser aplicados para valorar un único parámetro. Estos procesos se presentan especialmente en ecosistemas lóticos o lenticos, mientras que en los ríos de flujo constante su actividad es mínima.

Los modelamientos hídricos que utilizan software son utilizados para predecir calidad de agua, tasas de descontaminación y no para predecir oxígeno disuelto, también necesitan análisis biológicos y microbiológicos presentes a lo largo de los ríos. Por lo tanto, estos modelos matemáticos no son aplicables en la estimación de oxígeno disuelto.

## **5. OBJETIVOS:**

### **5.1.Objetivo general**

Determinar un modelo matemático que estime el oxígeno disuelto bajo las condiciones físicas que presente el río.

### **5.2.Objetivo específico**

Identificar las variables que se empleará en el modelo matemático para la estimación de oxígeno disuelto.

Recolectar datos de las características físicas identificadas del Río San Pablo.

Aplicar el modelo matemático de estimación de oxígeno disuelto y validación del modelo.

### 5.3. Actividades y sistema de tareas en relación a los objetivos planteados

<b>Objetivo 1</b>	<b>Actividad</b>	<b>Resultados de la actividad</b>	<b>Descripción de la actividad (técnicas e instrumentos)</b>
Identificar las variables que se empleará en el modelo matemático para la estimación de oxígeno disuelto.	Visita de campo para el reconocimiento y localización geográfica del lugar de estudio.	Generación del mapa de localización y descripción del Río San Pablo.	En la localización se empleó la técnica de observación, y se utilizó GPS y SIG en la elaboración del mapa.
<b>Objetivo2</b>	<b>Actividad</b>	<b>Resultados de la actividad</b>	<b>Descripción de la actividad (técnicas e instrumentos)</b>
Recolectar datos de las características físicas identificadas del Río San Pablo.	Recolección de datos mediante una libreta de campo y ubicación de los puntos de recolección.	Generación del mapa de los puntos de recolección del Río San Pablo.	Para la generación de datos se aplicó la observación científica, diseño transeccional, y para ello se utilizó los siguientes instrumentos: GPS, Nivel topográfico, Cinta métrica, Flexómetro, Equipo de OD
<b>Objetivo 3</b>	<b>Actividad</b>	<b>Resultado de la actividad</b>	<b>Descripción de la actividad (técnicas e instrumentos)</b>
Aplicar el modelo matemático de estimación de oxígeno disuelto y validación del modelo.	Cálculo de oxígeno disuelto a partir de los datos recolectados en campo. Análisis multivariado de datos partir del modelo matemático aplicando R-STUDIO. Aplicación del coeficiente de Nash para validación del	Resultado de oxígeno disuelto a partir del modelo matemático. Graficas del comportamiento de las variables en estudio. Eficiencia del modelo matemático y toma de decisiones en el resultado del modelo matemático.	Para el análisis de los resultados se empleó el análisis exploratorio de datos, para ello se programó el software R-STUDIO con la plataforma java de 64 bites. Para el cálculo de los datos mediante el modelo matemático se empleó EXCEL. En validación del modelo matemático se empleó el coeficiente de NASH, para ello se utilizó EXCEL.

**Elaborado por:** Pastuña Byron

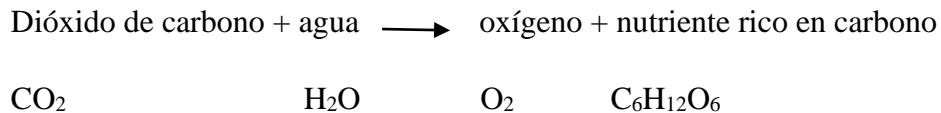
## CAPÍTULO I

### 6. FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICO TÉCNICA

#### 6.1. Características físicas y biológicas que influyen en la determinación del oxígeno disuelto en los ríos.

Las concentraciones de OD en las aguas naturales son dependientes de las características fisicoquímicas y la actividad bioquímica de los organismos en los cuerpos de agua. El oxígeno disuelto es el principal elemento en el control de la contaminación de las aguas naturales o procesos de tratamiento de efluentes (Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, 2004).

El oxígeno disuelto en el agua se logra por la introducción del aire del entorno, también sucede por el proceso fotosintético de plantas acuáticas ( Lenntech B.V. All rights reserved, 2019).



La concentración del OD influye también sobre los químicos que existe en el agua. En presencia del oxígeno, los metales como el cadmio se solidifica y desciende a la profundidad, sin embargo, cuando no existe peligroso para los animales acuáticos. En ausencia del oxígeno este metal se disuelve con el agua, especialmente si es afectada por la temperatura. También influyen en la concentración del OD, la elevación del cuerpo de agua por la variación de las altitudes a las que se encuentra ubicada, la salinidad, la turbulencia como las que se encuentra en los rápidos de un río, la cual llega a mezclar tanto oxígeno que se vuelve sobresaturada (Geiger, 2010).

La solubilidad del oxígeno disminuye a medida que la temperatura aumenta. También el OD disminuye cuando aumenta los niveles de salinidad, por otro lado, el OD aumenta a medida que la presión se incrementa ya sea atmosférica o hidrostática. Además, el agua salada contiene 20% menos de OD que el agua dulce en las mismas condiciones de presión y temperatura. A mayores presiones hidrostáticas el agua puede contener mayor oxígeno

disuelto inhibiendo su escape. Otro aspecto la saturación del O<sub>2</sub> decrece en un 10% por cada metro de profundidad debido a la presión hidrostática. El oxígeno en la atmosfera es aproximadamente 20.3%, en total la presión parcial de oxígeno a nivel del mar es de 0,203 (Fondriest Environmental Inc, 2013).

La temperatura tiene influencia directa en las reacciones bioquímicas y procesos de transformación que ocurren dentro de la columna de agua. Por otro lado, el incremento de la temperatura disminuye la solubilidad del oxígeno en el agua. La disminución de la temperatura incrementa la tasa metabólica que afectan a la descomposición del DBO (Risberg, 2009).

Los arroyos el agua con mayor velocidad es aireada rápidamente por burbujas que se agita sobre las rocas, en aguas lentas el oxígeno solo ingresa en la capa superior del agua y las aguas bajas tienen baja concentración de OD. La concentración de OD es mayor en el invierno que en el verano puesto que cuando el agua es más fría el oxígeno llega a disolverse más fácilmente, otro factor que influye en la oxigenación es la velocidad del caudal ya que este aumenta durante el invierno, además se disuelve mejor el OD en altitudes bajas debido a que existe mayor presión atmosférica, otro aporte de oxígeno en el agua es ocasionada por las plantas acuáticas ya que al realizar la fotosíntesis liberan oxígeno (Murphy, 2007).

La velocidad de flujo está influenciada principalmente por la acción de la gravedad. Esto depende mucho de la pendiente ya que en lugares planos es probable que tenga una velocidad de flujo muy lenta que en lugares con pendientes muy altas. Otro factor que interviene en la velocidad del flujo es la fricción en este caso las rocas que puedan existir en el cauce al chocar con ellas disminuyen la velocidad, puesto que se mueve más rápidamente cuando tiene menos resistencia (Muscato, 2019).

El oxígeno disuelto es fundamental para la respiración de los microorganismos aerobios existentes en los cauces de los ríos, así como para otras formas de vida. Por otra parte, el oxígeno es ligeramente soluble en el agua, además la cantidad real que puede existir en la solución se encuentra determinada por la solubilidad del gas, la presión parcial del gas en la atmósfera, la temperatura y la pureza del agua (Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, 2004).

La vida acuática puede ser sostenida cuando el oxígeno en el agua es repuesto, y en muchas aguas el oxígeno puede ser repuesto simplemente tomando el oxígeno del aire suprayacente en el proceso llamado re-aireación. Esto llega a ser posible gracias a la influencia de la pendiente la cual ocasiona el movimiento del agua. La principal fuente potencial de re-aireación en los sistemas de agua dulce es el flujo de la corriente de agua. Las concentraciones de OD llegan a fluctuar altamente a lo largo del tiempo y el espacio en aguas lentas o tranquilas. Existe mayor concentración de OD en la zona fótica donde haya mayor concentración de luz solar, ya que es aprovechada por las plantas acuáticas cuando realizan la fotosíntesis (Butler & Burrows , (n.d)).

El oxígeno disuelto en el agua, aumenta en el día cuando la radiación solar es más intensa. Al incrementar la radiación solar, aumenta la actividad fotosintética de las plantas acuáticas especialmente en ecosistemas lóticos (Muñoz, y otros, 2015).

Existe mayor concentración de oxígeno en el agua cuando hay mayor movimiento o turbulencia, ya que el oxígeno se profundiza en la columna de agua dependiendo de la cantidad de movimiento que exista en el fluido (Carrillo, 2013).

El oxígeno disuelto en el agua como la incorporación del oxígeno molecular en su fase líquida dependerá de la presión y la temperatura a la que se encuentre en el ambiente. El oxígeno disuelto necesario para preservar la vida acuática es aproximadamente de 3 a 5 mg/L o ppm, con valores inferiores la vida acuática no puede ser sustentada (Infojardin, 2015).

El oxígeno disuelto se puede expresar en (mg/L) o en porcentaje de saturación (%). Los (mg/L) representa o expresa a la masa de oxígeno por litro de agua, mientras que el (%) es expresado como porcentaje de saturación a determinada temperatura. De acuerdo a la normativa legal vigente TULSMA libro 6 Anexo 1 (tabla3), para criterios de calidad admisibles para la conservación de flora y fauna en aguas dulces frías o cálidas, y en aguas marinas y de estuarios, los ríos no deben mantener valores de saturación de OD inferiores al 80% (TULSMA, (s.f)).

La sonda de oxígeno disuelto, se utiliza para medir la concentración de OD en el agua fuera de los laboratorios. Para la obtención de datos se utilizó los siguientes softwares; Easy Data y Data Mate (Texas Instruments, 2006).



## 6.2. Modelos matemáticos para predecir OD

Para la determinación del oxígeno disuelto vs la temperatura, para ello tomando en cuenta una profundidad de 0.50m desde la subsuperficial antes del sedimento. El análisis fue elaborado en una hoja de cálculo digital para realizar una correlación de datos. Tomaron en cuenta la presión, profundidad, la densidad del agua con la temperatura, y el oxígeno disuelto en % de saturación relativa y absoluta. Para la obtención de resultados la correlación es graficada confrontando temperatura y densidad. El oxígeno disuelto en % de saturación es medido a partir de la presión a distintas profundidades, y finalmente los gráficos de evolución espacial/temporal de temperatura del agua vs el oxígeno disuelto (Rojas, 2010).

Para la evaluación de la concentración y consumo de oxígeno tomando en cuenta el VTO (velocidad de transferencia de oxígeno)  $VTO = (g L^{-1} h^{-1})$  y el VCO (velocidad de consumo de oxígeno)  $VCO = (g L^{-1} h^{-1})$ , para ello se basaron en la cinética de la concentración del oxígeno por el método dinámico (González, y otros, 2009).

En el Ecuador el estero de Agua Claras del Cantón Quevedo Provincia de los Ríos presenta contaminación por materia orgánica. Para la obtención de los resultados emplearon un programa de calidad de agua superficial llamado QUAL2K, en donde determinaron que existe una variación de entre 1,33 y 6,76 mg/L de oxígeno disuelto aguas arriba del río. El moldeamiento hídrico fue aplicado para predecir OD, en lugares que presenten las mismas características propuestas en el modelo. Para la simulación del modelamiento hídrico utilizaron el coeficiente de NASH, el cual sirvió para verificar la viabilidad del modelo hídrico propuesto. Este coeficiente compara los datos simulados con los datos reales, y determina si el modelo hídrico propuesto es viable o no (Pazmiño-Rodríguez, Zambrano-Ganchozo, & Coello-Burgos, 2018).

Modelo matemático para simular la evolución del oxígeno disuelto en los embalses en México. El modelo matemático está basado fundamentalmente en la iteración entre los nutrientes, fitoplancton, material carbonoso, y el OD en un sistema acuático. En la modelación utilizaron las ecuaciones cinéticas basadas en el cambio de DBO y la temperatura, todo esto en función del tiempo (Victorica Almeida, 1996).

$$\text{Modelo matemático: } \frac{dOD}{dt} = [Cm * F(I) - Dp]P * F(T)z - K1 DBO * F1(T)z$$

Modelo matemático basado en el equilibrio del oxígeno disuelto, entre la DBO, la nitrificación, re aireación, sedimentación y fotosíntesis. El balance completo del oxígeno disuelto sigue la ecuación:  $\frac{dc(t)}{dt} = k_0[c_{os}(t) - c_o(t)] - k_b c_b(t) - \frac{SOD}{H} - k_a a_i c_i(t) + (Bu - Bp)A(t)$ , mencionado en (Institute of Mathematics and Informatics, 2001).

Los modelos matemáticos de O<sub>2</sub> están representados como una variable de estado, para ello describen mediante ecuaciones diferenciales parciales las cuales satisfacen la conservación de masas. En este caso la cantidad total de oxígeno de todas las fuentes es constante, dentro de una columna de agua la cantidad de oxígeno se puede expresar mediante la siguiente ecuación de balance de O<sub>2</sub>:

$$\frac{\partial O_2}{\partial t} + u \frac{\partial O_2}{\partial x} + v \frac{\partial O_2}{\partial y} + w \frac{\partial O_2}{\partial z} - K_z \frac{\partial^2 O_2}{\partial z^2} - K_H \left( \frac{\partial^2 O_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 O_2}{\partial y^2} \right) + ntc = 0$$

El primer término representa la tasa local de cambio de la concentración de oxígeno con el tiempo. Los términos segundo y tercero representan advección por corrientes en las direcciones este-oeste y norte-sur, respectivamente (Peña, Katsev, Oguz, & Gilbert, 2010).

El balance del oxígeno disuelto en agua naturales, se debe a los diferentes componentes clasificados en aportadores y consumidores de OD. Para ello tenemos los siguientes parámetros mencionados por (Escobar & DueñaS, 2016).

Coefficiente de desoxigenación carbonácea (DBO):  $\frac{dL}{dt} = K * L$

Constante de desoxigenación de acuerdo a la DBO y longitud del río:  $K_1 = v \frac{\ln \frac{Q_1 L_1}{Q_2 Q_2}}{X_2 - X_1}$

Coefficiente de oxigenación:

O' Conor y Dobbins:  $K_2 = 3.93 \frac{U^{0.5}}{H^{1.5}}$

Churchill:  $K_2 = 5.026 \frac{U}{H^{1.61}}$

Owens y Giggs:  $K_2 = 5.32 \frac{U^{0.67}}{H^{1.85}}$

Modelo matemático para calidad de agua el cual se encuentra fundamentalmente establecido de acuerdo a la ecuación de la conservación de la materia. Acumulación= Entradas - salidas  $\pm$  Generación

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(u_x C) - \frac{\partial}{\partial y}(u_y C) - \frac{\partial}{\partial z}(u_z C) + \frac{\partial}{\partial x}\left(E_x \frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(E_y \frac{\partial C}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(E_z \frac{\partial C}{\partial z}\right) + S_k$$

Donde C representa la concentración, T el tiempo, (x, y, z) son los componentes del vector velocidad. E (x, y, z) son los componentes del tensor de dispersión y Sk representa la fuente o el sumidero del contaminante mencionados (Matovelle, 2017).

El presente modelo se encuentra compuesto por dos ecuaciones de Advección y dispersión acopladas. Las ecuaciones representan la evolución del contaminante y la concentración de oxígeno disuelto.

$$\frac{\partial(AP)}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 y(AP)}{\partial x^2} - \frac{\partial(vAP)}{\partial x} - K_1 \frac{X}{X+K} AP + qH(x), (x < L \leq \infty > 0)$$

$$\frac{\partial(AX)}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2(AP)}{\partial x^2} - \frac{\partial(vAX)}{\partial x} - K_2 \frac{X}{X+K} AP + \alpha(s-x), (x < L \leq \infty > 0)$$

La segunda ecuación es un alance de masa del oxígeno disuelto con adición a través de la superficie, a una velocidad proporcional al grado de saturación del O2 disuelto (S-X), y el consumo durante la oxidación del contaminante mencionados en (Pinpunchat, Swetman, Wake, Triampo, & Parsthotam, 2008).

### Imagen 1.- Variables del modelo matemático

Parameters
L is the polluted length of river (m)
$D_p$ is the dispersion coefficient of pollutant in the x direction ( $m^2 \text{ day}^{-1}$ )
$D_x$ is the dispersion coefficient of dissolved oxygen in the x direction ( $m^2 \text{ day}^{-1}$ ), taken to be the same as $D_p$
v is the water velocity in the x direction ( $m \text{ day}^{-1}$ )
A is the cross-section area of the river ( $m^2$ )
q is the rate of pollutant addition along the river ( $kg \text{ m}^{-1} \text{ day}^{-1}$ )
$K_1$ is the degradation rate coefficient at 20 °C for pollutant ( $\text{day}^{-1}$ )
$K_2$ is the de-aeration rate coefficient at 20 °C for dissolved oxygen ( $\text{day}^{-1}$ )
k is the half-saturated oxygen demand concentration for pollutant decay ( $kg \text{ m}^{-3}$ )
$\alpha$ is the mass transfer of oxygen from air to water ( $m^2 \text{ day}^{-1}$ );
This is calculated as a product: re-aeration rate $\times A'$ ; the re-aeration rate is $0.055 \text{ day}^{-1b}$ and $A'$ (the top surface area per unit length) is the product of the river width of 300 m with the unit length (1 m).
S is the saturated oxygen concentration ( $kg \text{ m}^{-3}$ )

**Fuente:** (Pinpunchat, Swetman, Wake, Triampo, & Parsthotam, 2008)).

### 6.3. Validación del modelo matemático

El efecto de las anomalías en la distribución de las variables originales, previo a la estimación de parámetros de máxima verosimilitud. Esto se encuentra basado en modelos estructurales simples y en consecuencia la ampliación del análisis exploratorio de datos (Guardian, Lluís , & Freixa, 1992).

Análisis exploratorio de datos es considerado como estadística descriptiva, ya que pretende dar descripciones numéricas ordenadas y simplificadas. Es aplicable a fenómenos aleatorios que no están sujetos a leyes. Es utilizado para hacer comparaciones en distintas modalidades a manera de ángulo central (Martín, (s.f)).

El análisis exploratorio de datos permite detectar problemas de interrelación en las variables, y permite asegurar la calidad de los resultados obtenidos (Miranda & Condal, 2003).

El método Recta de regresión de Mínimos cuadrados, ya que minimiza el error cuadrático. Esta se encuentra basada en el teorema de la recta ( $y = Ax + B$ ), por lo tanto, los coeficientes de la recta de regresión son las soluciones en un sistema lineal, son conocidas como las ecuaciones normales de Gauss (Mathews & Kurtis , 2000).

Tratamientos estadísticos de datos con R-Studio, el cual calcula estimadores de máxima verosimilitud para los parámetros de las distribuciones de probabilidad. Los parámetros mínimos que deben pasarse a la función son el nombre del objeto donde se encuentra los datos y el nombre de la distribución a ajustar. Además, este software hace posible la comparación entre grupos de datos (Urquía Moraleda & Martín Villalba, (s.f)).

El modelamiento determinístico se basa en criterios de exactitud, utilizando ajuste de parámetros como medio de calibración. Utilizando términos como variables de ingreso, parámetros y variables de estado (Cabrera J. , (s.f)).

El coeficiente Nash Sitcliffe Eficiencia (NSE) se utiliza para validar modelamientos matemáticos a partir de datos simulados/calculados con datos observados en campo, cuando el  $NSE=1$  significa que los datos simulados/calculados son perfectos mientras que el  $NSE=0$

significa que los datos observados son igual al promedio, y si el valor es negativo significa que el promedio de los datos es mejor predictor (Sproles, (s.f)).

La aplicación de Matlab en el ajuste de modelos a datos, para analizar la precisión del ajuste. Existen complementos de Matlab que implican las capacidades de ajuste como: ajuste de curvas y superficies en el cual se aplica modelos lineales, ajuste de datos dimensionales mediante capacidades de regresión lineal, y ajuste de datos con restricciones lineales y no lineales. Todos estos modelos están basados en la regresión lineal ordinaria, cuya varianza es constante y se puede representar con una línea recta con distribuciones gaussianas (The MathWorks, 2019).

El análisis exploratorio multivariado de datos permite determinar la interrelación existente entre las variables que contempla un fenómeno. (MgCibustos, 2015).

El análisis exploratorio de datos permite conocer el comportamiento de las variables desde términos generales a términos muy puntuales (Robayo, 2018).

## **7. PREGUNTAS CIENTÍFICA**

¿Las características físicas de un río influyen en la concentración de Oxígeno Disuelto?

Las características físicas que conforman un río son fuentes principales de la concentración de oxígeno disuelto, sobre todo, influyen en la sobre saturación de oxígeno disuelto. Esto ocurre porque el flujo en los ríos se encuentra en movimiento constante.

¿La pendiente de un río es el parámetro fundamental que influye en la concentración de oxígeno de disuelto?

La pendiente es uno de los parámetros más influyentes en la concentración del oxígeno disuelto, puesto que, la pendiente es la variable que origina el movimiento del fluido y en la cual se basa el cálculo de oxígeno disuelto el modelo de convección- difusión.

## CAPÍTULO II

### 8. METODOLOGÍAS

Técnicas de modelamiento matemático y resoluciones de ecuaciones diferenciales parciales, en la cual está basado el siguiente modelo matemático determinado en (Stanley, 1993).

#### 8.1. Término de convección $Ux$ en los problemas de difusión

La aplicación de esta técnica de modelación matemática fue seleccionada puesto que analiza la concentración de una sustancia que se mueve con el medio.

Este tipo de fenómenos se encuentran descritos por la ecuación de convección – difusión, las cuales exhiben propiedades tanto de difusión como de convección, la cantidad depende del tamaño de los dos coeficientes  $D$  y  $V$ .

$$\mu_t = D\mu_{xx} - V\mu_x$$

Donde:

$D\mu_{xx}$  = término de difusión

$V\mu_x$  = término de convección

La concentración viene dada por  $V\mu(x, t)$  donde  $V$  es la velocidad del medio en (m/s),  $\mu(x, t)$  es la concentración lineal.

La cantidad de sustancia a través de (x/s) debido a la convección es  $V\mu(x, t)$ .

Flujo por difusión

La difusión viene dada por  $D\mu(x, t)$  donde  $D$  es el coeficiente de difusión.

La EDP básica de conservación es:  $\mu_x = a^2\mu_{xx} - V\mu_x$ , la cual es sustituida para dar origen a la ecuación  $\mu_t = D\mu_{xx} - V\mu_x$ .

## CONVECCIÓN

$$\mu_t = -V\mu_x$$

Transformar solución al problema de convección – Laplace.

$\mu_t = -V\mu_x$  puede ser reemplazado por:

$$sU(x) = -V \frac{dU}{dx} ; <0x<\infty$$

$$U(0) = \frac{P}{s}$$

Utilizando la transformada de Laplace de la ecuación de transporte/trasferencia

$$U(x) = \int_0^{\infty} \mu(x, 0)e^{-st} dt$$

Resolviendo el valor inicial tenemos  $\int \xi \mathcal{L}$

$$U(x) = \frac{P}{s} e^{-st}$$

La transformada inversa en tablas es:

$$\mu(x, t) = \mathcal{L}^{-1}[U] = PH \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

Donde  $H(\xi)$  es la función Heaviside (función de paso)

$$\mu(x, t) = \begin{cases} 0 & \xi < \infty \\ 1 & \xi \geq \infty \end{cases}$$

Por lo tanto, la solución de nuestro problema es simplemente

$$\mu(x, t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{x}{v} \\ P & t \geq \frac{x}{v} \end{cases}$$

$$EDP \quad \mu_t = -V\mu_x \quad -\infty < x < \infty$$

$$IC \quad \mu(x, 0) = 1 - H(x) \quad -\infty < x < \infty$$

Aplicación de la transformada de Laplace en la transformada de Fourier en (x), se puede introducir una nueva coordenada  $\xi$  que se mueve a lo largo del eje x con velocidad V.

Solución en términos de las coordenadas originales (x, t).

$$EDP \quad \mu_t = D\mu_{xx} - V\mu_x \quad -\infty < x < \infty$$

$$IC \quad \mu(x, 0) = 1 - H(x) \quad -\infty < x < \infty$$

Empezamos con un cambio de variables independientes. En lugar de las coordenadas antiguas (x, t), introducimos nuevas ( $\xi, T$ ):

$$\xi = x - Vt$$

$$T = t$$

Aplicación de la regla de la cadena en términos ( $\xi, T$ ).

$$\mu_t = \mu_\xi \xi_t + \mu_T T_t = -V\mu_\xi + \mu_T$$

$$\mu_t = \mu_\xi \xi_x = \mu_\xi$$

$$\mu_{xx} = (\mu_\xi)_x = \mu_{\xi\xi} \xi_x = \mu_{\xi\xi}$$

Cálculo de las derivadas parciales de  $\mu, \mu_\xi$  con respecto a (x, t),

$$EDP \quad \mu_t = D\mu_{\xi\xi} \quad -\infty < \xi < \infty$$

$$IC \quad \mu(\xi, 0) = 1 - H(\xi) \quad -\infty < \xi < \infty$$

Aplicación de la transformada de Fourier.

$$\mu(\xi, T) = \frac{1}{2\sqrt{D\pi T}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \beta e^{-(\xi-\beta)^2 \frac{DT}{4}} d\beta$$



Modelo matemático de aplicación

$$\mu(\xi, T) = \frac{1}{2} \left[ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\xi}{2\sqrt{D_T}}}^{\infty} e^{-\beta^2} d\beta \right] = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{-\xi}{2\sqrt{D_T}} \right) \right] & \xi < 0 \\ \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi}{2\sqrt{D_T}} \right) & \xi \geq 0 \end{cases}$$

Cuanto mayor sea el coeficiente de difusión, más rápido se difundirá al estado estacionario

$$\mu = \frac{1}{2}.$$

Finalmente, para obtener la solución de nuestro problema en termino de las coordenadas (x, t) sustituimos:

$$\xi = x - Vt$$

$$T=t$$

$$\text{Para obtener: } \mu(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{Vt-x}{2\sqrt{D_T}} \right) \right] & Vt > x \\ \operatorname{erfc} \left( \frac{x-Vt}{2\sqrt{D_T}} \right) & Vt \leq x \end{cases}$$

Desarrollo del erf(x). -

Donde erfc(x),  $0 < x < \infty$ , se llama función de error y está dada por:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Solución a la integral de Gauss mencionado por ( Cruz & Tetlalmatzi, 2014)

Método. -

Integral gaussiana utilizando técnicas básicas de cálculo: todo surge de preguntar por la tasa de crecimiento  $[F(t)]^2$ .

Por el teorema fundamental del cálculo.

$$\frac{d}{dt} \left( \int_0^t e^{-x^2} dx \right)^2 = 2e^{-x^2} dx$$

$$(x = ts) = \int_0^1 2t e^{-(1+s^2)t^2} ds = \frac{d}{dt} \int_0^1 \frac{e^{-(1+s^2)}}{1+s^2} ds$$

Integrando obtenemos:

$$\left( \int_0^t e^{-x^2} dx \right)^2 = \int_0^1 \frac{e^{-(1+s^2)t^2}}{1+s^2} ds$$

$$C = \int_0^1 \frac{ds}{1+s^2} = \frac{\pi}{4}$$

Al hacer que (t) tienda al infinito, el lado derecho tiende a cero debido que su integrado converge a cero uniformemente.

Valor del erfc y erf.

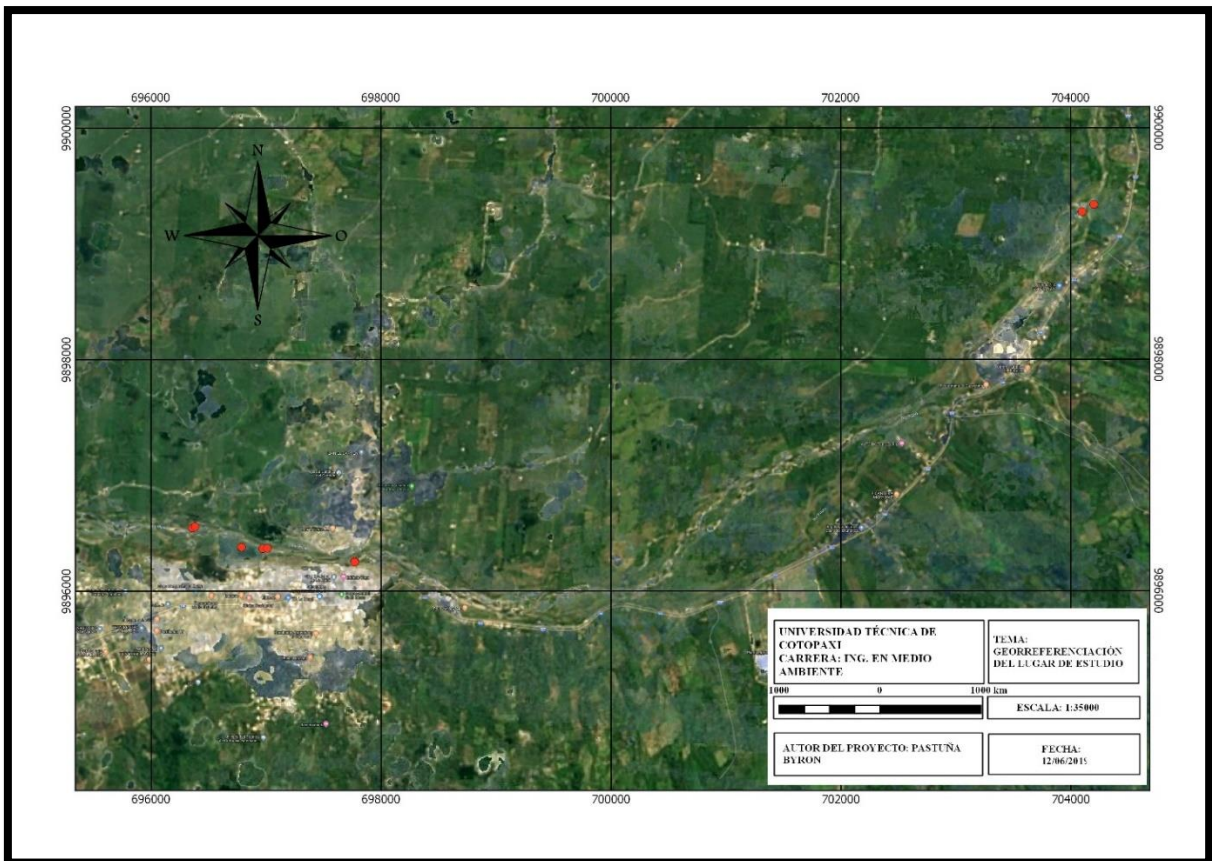
$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$R = \text{erf}(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0.886$$

$$\text{erfc}(x) = 1 - 0.886 = 0.114$$

## 8.2. Área de estudio

**Imagen 2.-** Georreferencia de los puntos de muestreo



**Elaborado por:** Pastuña Byron

La estimación del oxígeno disuelto se realizó mediante la recolección de datos en diferentes puntos a lo largo del río San Pablo, Cantón la Maná, Provincia de Cotopaxi. Para ello empleando métodos de observación científica.

El río San Pablo comprende de una zona poblada, así como de bosque terciario. Está compuesto en la orilla de vegetación arbustiva, herbácea, además, el río se caracteriza por estar formado por cantos rodados y grandes rocas.

### 8.3. Instrumentos utilizados en la recolección de datos

**Imagen 3.- Nivel topográfico**



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El nivel topográfico se encuentra conformado por un trípode, cabeza o meseta y regleta.

Cinta métrica

Flexómetro.

Equipo de oxígeno disuelto, multiparámetro (“Oberco Hellige Serie 150”)

### 8.3.1. Determinación de época de avenida y estiaje

Determinación de la época de avenida y estiaje. Los datos fueron tomados de la estación hidrológica H0331 del año 1972 hasta el año 1986 presentados en la siguiente tabla.

**Tabla 2.-** Datos de la estación H0331 del año 1972 hasta el año 1986.

Código	Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
H0331	1972	1,26	3,87	12,37	20,67	12,88	10,18	3,89	3,34	3,02	4,15	4,11	4,15
H0331	1973	4,69	7,97	10,60	24,65	11,36	7,52	5,10	4,63	9,66	6,09	3,03	2,82
H0331	1974	4,11	21,02	12,37	15,60	14,30	7,16	3,89	2,64	5,10	10,49	7,74	9,54
H0331	1975	13,60	25,22	41,09	21,63	13,16	10,28	11,11	6,27	5,43	7,84	8,25	5,22
H0331	1976	7,19	19,67	19,78	19,96	16,93	8,95	4,91	3,85	2,98	2,94	3,79	3,44
H0331	1977	4,13	6,25	4,47	7,84	5,05	6,39	3,28	2,88	3,13	3,69	2,15	2,35
H0331	1978	1,44	1,80	4,13	13,08	11,36	3,75	3,89	2,09	2,17	4,15	1,65	3,31
H0331	1979	2,21	2,58	10,44	7,88	11,97	8,43	2,82	2,36	3,74	3,17	1,59	1,47
H0331	1980	1,48	7,11	5,85	11,96	5,44	2,40	1,38	1,30	1,09	3,10	4,46	4,46
H0331	1981	2,94	7,64	17,46	19,44	9,73	4,91	3,59	1,74	1,48	1,55	1,71	3,28
H0331	1982	5,50	8,87	4,01	8,66	11,28	4,55	0,96	0,15	0,19	2,01	21,93	19,90
H0331	1983	26,40	32,96	20,90	33,28	20,81	11,12	4,86	2,96	2,73	2,63	2,10	6,32
H0331	1984	4,56	13,37	14,23	20,99	14,90	5,69	3,89	2,86	4,06	5,52	4,00	3,98
H0331	1985	4,27	4,06	3,50	2,59	5,52	2,55	3,89	1,02	0,66	0,77	1,01	0,90
H0331	1986	3,26	4,73	4,41	5,72	5,73	1,94	0,89	1,53	1,56	4,15	4,82	1,05
Promedio		5,80	11,14	12,37	15,60	11,36	6,39	3,89	2,64	3,13	4,15	4,82	4,81
Máxima		26,40	32,96	41,09	33,28	20,81	11,12	11,11	6,27	9,66	10,49	21,93	19,90
Mínima		1,26	1,80	3,50	2,59	5,05	1,94	0,89	0,15	0,19	0,77	1,01	0,90

**Fuente:** INAMI

**Elaborado por:** Pastuña Byron

Los datos se recolectaron en época estiaje, ya que se realizó el muestreo en el mes de junio y se puede apreciar en la siguiente gráfica. El mes de junio es una época de transición, por esta razón, la gráfica de este mes se acerca a la media del caudal anual.

El caudal anual es de 7,18 m<sup>3</sup>/s.

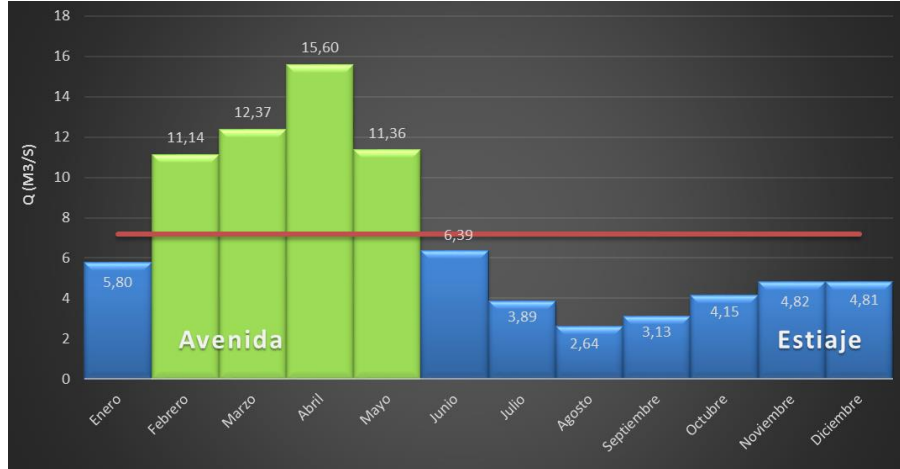
El caudal máximo se presenta en el mes de abril con 15,60 m<sup>3</sup>/s.

El caudal mínimo se presenta en el mes de agosto con 2,64 m<sup>3</sup>/s.

**Tabla 3.-** Datos de los caudales máximos, mínimos y anuales.

Meses	Qmax	Qmin	Qme
<b>Enero</b>	26,40	1,26	5,80
<b>Febrero</b>	32,96	1,80	11,14
<b>Marzo</b>	41,09	3,50	12,37
<b>Abril</b>	33,28	2,59	15,60
<b>Mayo</b>	20,81	5,05	11,36
<b>Junio</b>	11,12	1,94	6,39
<b>Julio</b>	11,11	0,89	3,89
<b>Agosto</b>	6,27	0,15	2,64
<b>Septiembre</b>	9,66	0,19	3,13
<b>Octubre</b>	10,49	0,77	4,15
<b>Noviembre</b>	21,93	1,01	4,82
<b>Diciembre</b>	19,90	0,90	4,81
<b>Caudal medio anual</b>	<b>41,09</b>	<b>0,15</b>	<b>7,18</b>

Elaborado por: Pastuña Byron

**Gráfico 1.-** Determinación de época de avenida y estiaje

Elaborado por: Pastuña Byron

## 9. DISEÑO NO EXPERIMENTAL:

En la presente investigación se aplicó un diseño no experimental, puesto que los parámetros físicos a evaluar son variables no manipulables, para el diseño experimental se necesita el control total sobre las variables y el factor de estudio. Por esta razón se empleó un diseño transeccional en el que se evalúa los datos de campo con un modelo matemático para la estimación de OD.

### 9.1. Modelo matemático para estimación de OD

Para la valoración del OD de los datos recolectados se determinó un modelo matemático que abarque las condiciones físicas básicas de un río.

Modelo de aplicación

$$\frac{ODmg}{L} = \left( \frac{1}{2} \left[ 1 + erf \left( \frac{Vt - x}{2\sqrt{D_T}} \right) \right] \right) + C$$

Modelo matemático de convección – difusión.

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \left[ 1 + erf \left( \frac{Vt - x}{2\sqrt{D_T}} \right) \right] \quad Vt > x$$

Ley de gases aplicando la ley de Henry.

$$\text{Ley de Henry: } C = KP$$

Donde:

$u(x,t)$  = concentración en (g/cm)

$V$ : velocidad de re-aireación de OD en el agua en (m/Día) para lo cual se utilizó la constante de re-aireación de Thackston y Krenkel mencionada en (Suarez & Fernandez,

$$2009) : \quad K_2 = 43,132 * \left( 1 + F^{\frac{1}{2}} \right) * \left( \frac{U}{H} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$T$ : tiempo en función de la difusión (segundos)

$t$ : tiempo en función de la velocidad de la re-aireación (segundos)

X: longitud de la concentración inicial

El coeficiente de difusión del oxígeno en el agua es de  $2 \times 10^{-9} \text{m}^2/\text{s}$  mencionado en (Juárez, 2015).

Se puede calcular la re-aireación y el coeficiente de difusión mediante las siguientes expresiones respectivamente mencionados en (Suarez & Fernandez, 2009).

Cálculo del coeficiente de difusión molecular mediante la expresión:

$$D \frac{\text{m}^2}{\text{día}} = 177,444 * (1,037)^{T-20}$$

Constante de re-aireación de Thackston y Krenkel mencionado en (Suarez & Fernandez, 2009).

$$K_2 = 43,132 * \left(1 + F^{\frac{1}{2}}\right) * \left(\frac{U}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Para la obtención de la velocidad de re-aireación se utilizó la base de cálculo de (1m), aplicando análisis dimensional  $\text{LMT}^{-1}$ .

Donde:

U: velocidad media en (m/s)

F: número de Froude (adimensional)  $F = \frac{u^*}{\sqrt{g * H}}$

g: aceleración de la gravedad ( $9,8 \text{m/s}^2$ )

H: calado medio en (m)

$u^*$ : velocidad en m/s  $u^* = 0,552 \sqrt{H * S * g}$

H: calado medio en (m)

g: aceleración de gravedad ( $9.8 \text{m/s}^2$ )

S: pendiente en (m/m)



Velocidad de flujo utilizando el método hidráulico de Manning  $V = \frac{1}{n} * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$

Donde:

V: velocidad del fluido en (m/s)

C: coeficiente de Manning, “cauce de cantos rodados, con grandes rocas”

R: radio hidráulico =  $\frac{x}{AH}$ : perímetro mojado sobre área hidráulica

S: pendiente del canal (m/m)

Medición del caudal  $Q = A * V$

Donde:

Q: caudal en (m<sup>3</sup>/s)

V: velocidad del fluido en (m/s)

A: área hidráulica en (m<sup>2</sup>)

Error de función complementaria

$$erf(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,886$$

$$erfc(x) = 1 - erf(x)$$

## 9.2.Ley de Henry

Ley de Henry:  $C = KP$ , mencionado en

Donde:

C: concentración en mg/L

K: constante de Henry en función de la temperatura  $\left(\frac{1,39mmol O_2}{Kg*atm}\right)$ , 1Kg=1L.

P: Presión parcial (referencia de 1atm a nivel del mar 0,203)

Donde:

P: presión atmosférica en (atm) en función de la altitud mencionado en (TuProfeYoutube, 2016).

e: Euler.

$-\alpha: 1,18 * 10^{-4}m^{-1}$ .

h: altitud en (m).

### 9.3.Diseño transeccional

Permitió centrar el análisis de un estado de diversas variables en un momento determinado, también ayudó en el análisis de la relación que existe entre un conjunto de variables físicas que componen un río en un punto determinado, en este diseño se recolectó datos en un solo momento y en un tiempo único como se menciona en (Dzul, (s.f)).

El propósito principal de este diseño fue describir las variables en estudio y analizar su influencia e interrelación en un momento único.

#### 9.3.1. Diseños transeccionales correlacionales-causales

**Tabla 4.-** Diseño transeccional

Correlacionales/ Causales
se mide y describe relación (X1-X2)
se mide y describe relación (X1-X3)
se mide y describe relación (Xk-Xk+1)

**Fuente:** (Dzul, (s.f))

Se describe las vinculaciones y asociaciones entre las variables para establecer procesos de causalidad entre esos términos.

En la recolección de datos se utilizó la siguiente libreta de campo, en la cual se determinó si la relación es positiva o negativa, y la fuerza de la relación entre variables.

Para el análisis del comportamiento de las variables en función del modelo matemático, se empleó el software estadístico R, que permitió realizar análisis univariado, multivariado, y análisis jerárquico de datos.

#### 9.4. Coeficiente de NASH

Coeficiente de NASH mencionado en (Cabrera, (s.f))

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left( OD_{obs\left(\frac{mg}{L}\right)} - OD_{simulado\left(\frac{mg}{L}\right)} \right)^2}{\sum_{i=1}^T \left( OD_{obs\left(\frac{mg}{L}\right)} - OD_{obs\left(\frac{mg}{L}\right)promedio} \right)^2}$$

Donde:

$OD_{obs\left(\frac{mg}{L}\right)}$  = OD observado con el equipo.

$OD_{simulado\left(\frac{mg}{L}\right)}$  = OD simulado mediante cálculos.

$OD_{obs\left(\frac{mg}{L}\right)promedio}$  = OD promedio observado en campo.

**Tabla 5.-**Valores de referencia del coeficiente de NASH

Rango NSE	Ajuste
< 0,2	Insuficiente
0,2 - 0,4	Satisfactorio
0,4 - 0,6	Bueno
0,2 - 0,4	Muy bueno
>0,8	Excelente

**Fuente:** (Cabrera, (s.f))

## **10. HERRAMIENTAS PARA ANALIZAR LOS RESULTADOS**

### **10.1. EXCEL**

Esta herramienta se utilizó en la tabulación de datos que permitió la interpretación.

### **10.2. GPS**

A partir de SIG se georreferenció la ubicación de los puntos de recolección de datos con DATUM UTM-WGS\_84\_17S. La función principal de los datos georreferenciados fue generar un mapa donde se ubicó los puntos de recolección de datos.

### **10.3. QGIS**

Esta herramienta de información geográfica permitió la elaboración del mapa de los puntos de muestreo, a partir de los datos georreferenciados del área de investigación, puesto que se obtuvo coordenadas geográficas en campo para poder visualizarlas a partir de imágenes satelitales.

### **10.4. R-STUDIO**

Esta herramienta se utilizó en el análisis de los datos recolectados aplicando el análisis multivariado de datos en R-STUDIO.

## CAPÍTULO III

### 11. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Las variables identificadas en campo se presentan en la siguiente tabla con sus respectivos valores.

**Tabla 6.-** Datos recolectados y cálculo de variables aplicadas al modelo matemático para estimación de OD, en el Río San Pablo.

Pendiente	Área hidráulica en m <sup>2</sup>	Velocidad de flujo en m/s	Volumen en m <sup>3</sup>	Caudal m <sup>3</sup> /s	Altitud	T° C	OD (mg/L) Calculado	OD del Equipo	Difusión de O <sub>2</sub> en el agua m <sup>2</sup> /s	Re- aireación m <sup>2</sup> /s	OD (mg/L) Ley de Henry	Tiempo en (s)	Presión por altitud en (msnm)	Altura de la lámina de agua (m)	Longitud del tramo del río en (m)	Coordenadas UTM WGS84	
1,56	9,45	16,77	377	158,05	211	24	13,74	12,1	0,0024	0,0046	8,807	2,39	0,98	0,65	40	9896546,3 77	696358, 6732
3,43	9,80	23,50	391,82	230,23	217	24	13,54	12,85	0,0024	0,0066	8,801	0,01	0,97	0,54	40	9896558,4 28	696383, 1524
3,26	10,08	20,49	806,4	206,57	219	24	13,418	12,3	0,0024	0,0065	8,799	3,90	0,97	0,48	80	9896380,0 53	696785, 707
2,38	7,83	19,06	626,4	149,35	230	24	14,85	12,3	0,0024	0,0055	8,788	4,20	0,97	0,57	80	9896368,1 37	696969, 605
2,45	7,42	17,11	596,3	127,07	231	24	15,207	12,46	0,0024	0,0058	8,787	4,68	0,97	0,48	80	9896370,2 94	697010, 6156
2,67	11,93	19,88	954	237,12	235	24	12,64	15,23	0,0024	0,0002	8,782	4,02	0,97	0,53	80	9896260,5 33	697770, 05
3,27	8,47	18,37	677,6	155,75	243	24	14,37	15,35	0,0024	0,0066	8,774	4,36	0,97	0,42	80	9896250,6 1	697770, 81
0,95	10,94	11,45	874,4	125,06	248	24	13,03	15,45	0,0024	0,0041	8,769	7,11	0,97	0,5	80	9899275,7 48	704098, 357
1,96	8,77	15,15	701,6	132,96	346	22	14,46	17,3	0,0022	0,0054	8,668	5,28	0,96	0,45	80	9899338,1 12	704200, 071
2,62	8,23	19,53	658,4	160,63	347	22	14,84	17,2	0,0022	0,0058	8,667	4,10	0,96	0,55	80	9899338,1 12	704200, 071

**Elaborado por:** Pastuña Byron

### 11.1. Validación del modelo matemático aplicando el coeficiente de NASH

Coeficiente de NASH mencionado en (Cabrera, (s.f))

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left( OD_{obs(\frac{mg}{L})} - OD_{simulado(\frac{mg}{L})} \right)^2}{\sum_{i=1}^m \left( OD_{obs(\frac{mg}{L})} - OD_{obs(\frac{mg}{L})promedio} \right)^2}$$

Resultado de la eficiencia del modelo= -0,2

De acuerdo con la tabla de referencia de NASH el ajuste es insuficiente y por lo tanto el mejor predictor es la media de los resultados simulados/calculados.

**Tabla 7.-** Valores de OD simulados y obtenidos en campo

<b>OD (mg/L) Calculado Convección - Difusión</b>	<b>OD(mg/L) Ley de Henry</b>	<b>OD (mg/L) simulado</b>	<b>OD Equipo (mg/L)</b>
5,34	8,81	14,11	12,1
5,14	8,80	13,20	12,85
5,01	8,80	13,46	12,3
6,45	8,79	15,09	12,3
6,80	8,79	15,58	12,46
4,24	8,78	13,01	15,23
5,97	8,77	14,72	15,35
4,63	8,77	13,37	15,45
5,76	8,67	14,42	17,3
6,14	8,67	14,77	17,2
<b>Promedio</b>		<b>14,17</b>	<b>14,11</b>

Elaborado por: Pastuña Byron

Resultado de la eficiencia del modelo= -0,2

De acuerdo con la tabla de referencia de NASH el ajuste es insuficiente y por lo tanto el mejor predictor es la media de los resultados simulados.

### 11.2. Ejemplo (1) de la aplicación del modelo matemático

$$\frac{ODmg}{L} = \left( \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{Vt - x}{2\sqrt{D_T}} \right) \right] \right) + C$$

Cálculo del coeficiente de difusión mediante la expresión:

$$D \frac{m^2}{\text{dia}} = 177,444 * (1,037)^{24-20} = 205,199522$$

Conversión= 0,002374994 (m<sup>2</sup>/s)

Constante de re-aireación de Thackston y Krenkel

Base de cálculo (1m) para K<sub>2</sub> para la velocidad lineal (análisis dimensional LMT<sup>-1</sup>).

$$K_2 = 43,132 * \left( 1 + F^2 \right) * \left( \frac{U}{H} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left( \frac{U}{H} \right)^{\frac{1}{2}}: 1,8462949$$

U: 2,2157231 (m/s)

$$F = 0,69 \text{ adimensional } \left( F = \frac{u^*}{\sqrt{g * H}} \right)$$

u\*: 1,74 velocidad en (m/s)

g: aceleración de la gravedad (9,8m/s<sup>2</sup>)

H: 0,65 (m)

$$u^*: \text{velocidad en m/s } u^* = 0,552 \sqrt{H * S * g}$$

H: 0,65 (m)

g: aceleración de gravedad (9.8m/s<sup>2</sup>)

S: 1,56 (m/m)

Velocidad de flujo utilizando el método hidráulico de Manning  $V = \frac{1}{n} * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$

Donde:

V: 16,76 (m/s)

C: coeficiente de Manning, 0,050 “cauce de cantos rodados, con grandes rocas”

R: radio hidráulico =  $\frac{x}{AH}$ : perímetro mojado sobre área hidráulica: 0,549 (m)

S: pendiente del canal 0,0273 (m/m)

Medición del caudal  $Q = A * V$

Q: 158,053 (m<sup>3</sup>/s)

V: 16,76 (m/s)

A: 9,425 (m<sup>2</sup>)

Error de función complementaria constante

$$erf(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,886$$

$$OD \frac{g}{cm} = \frac{1}{2} \left[ 1 + 0,886 \left( \frac{0,004642 \left( \frac{m}{s} \right) * 2,38 (s)}{2 \sqrt{0,002374994 \left( \frac{m^2}{s} \right) * 2,38 (s)}} \right) \right]$$

$$OD (g/cm) = 0,50231$$

Conversión a (mg/l):

$$\left( \frac{OD \left( \frac{g}{cm} \right) 0,5033}{AH 94250 cm^2} \right) = 5,34 \frac{mg}{lt}$$

Adición del valor de ley de gases al resultado final del modelo matemático

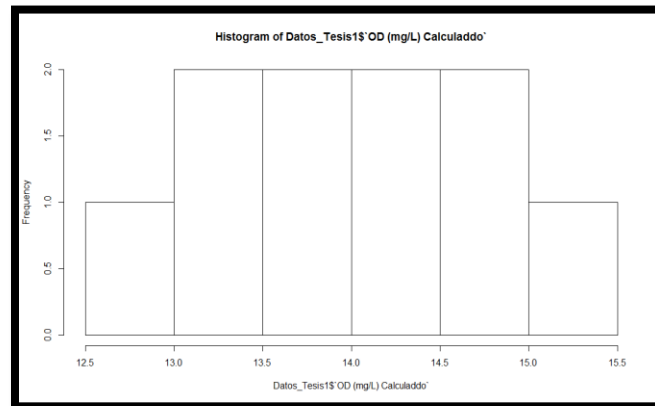
Ley de Henry= 8,81 mg/L



OD<sub>total</sub> = 14,11 mg/L

### 11.3. Análisis univariado de oxígeno disuelto calculado aplicando R-Studio

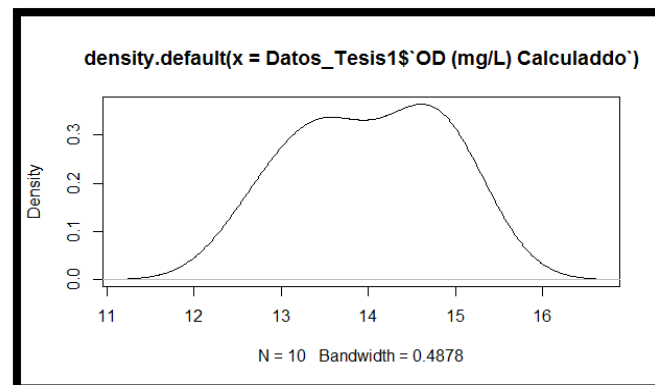
**Gráfico 2.-** Distribución de datos



**Elaborado por:** Pastuña Byron

La grafica presenta una distribución simétrica muy elevada, presentando las concentraciones más altas entre 13 y 15 mg/L. Con una frecuencia de 2,0 siendo esta la más alta y la más baja con 1,0.

**Gráfico 3.-** Distribución de datos continua

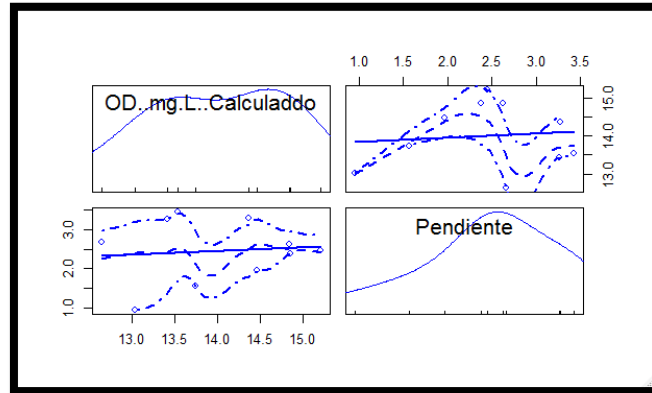


**Elaborado por:** Pastuña Byron

En la gráfica se puede apreciar dos distribuciones y distribución central de los datos se encuentran centrados entre 14 y 15 mg/L.

**11.4. Análisis multivariado de datos aplicando R-STUDIO, todo el análisis se lo realizo en función del OD calculado mediante las características físicas influyentes en el modelo matemático.**

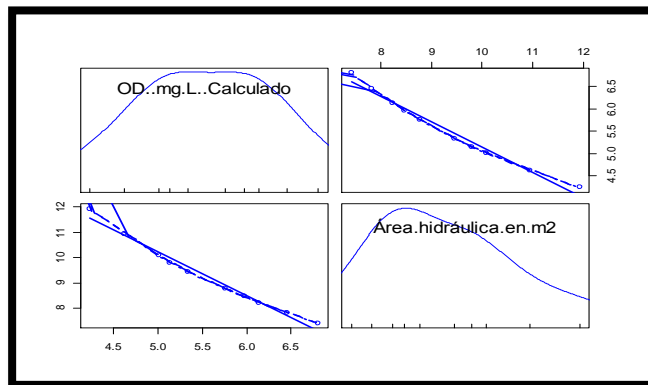
**Gráfico 4.-** Interrelación de variables entre la pendiente y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD en función de la pendiente presenta una relación monotónica no lineal, puesto que, al aumentar la pendiente aumenta el OD. Esto se debe a que la re-aireación se encuentra en función de la pendiente del río en estudio.

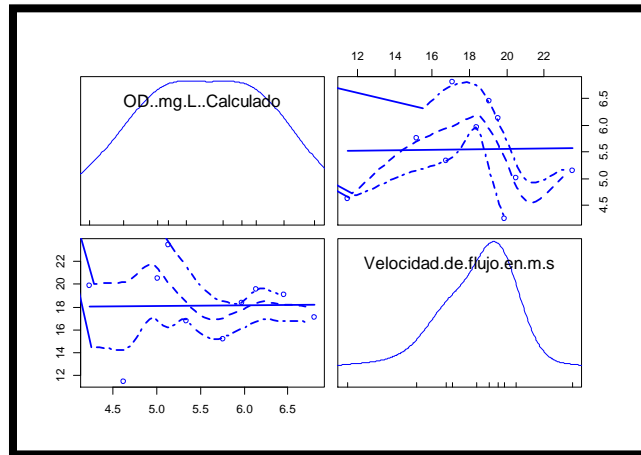
**Gráfico 5.-** Interrelación de variables entre el área hidráulica y OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD en función del área hidráulica presenta una relación prácticamente lineal, ya que el OD es muy dependiente del área hidráulica, fundamentalmente porque desde el área hidráulica se determina la cantidad de mg sobre unidad de volumen.

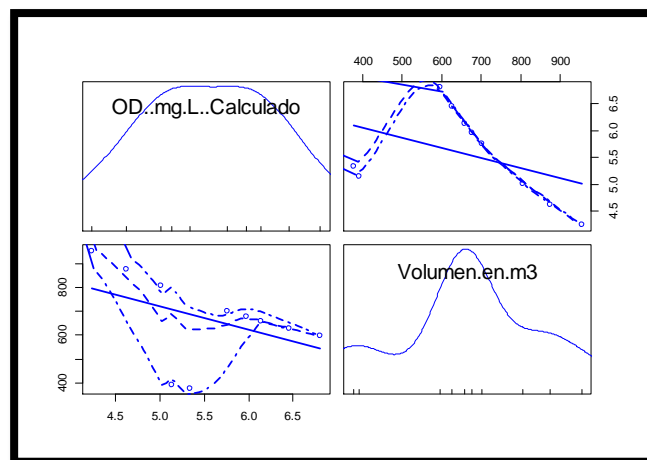
**Gráfico 6.-** Interrelación de variables entre la velocidad de flujo y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

La velocidad de flujo representa una relación no monótonica, a pesar de que la velocidad de flujo no es influyente en la aplicación del modelo matemático, sin embargo, presenta mucha influencia en la estimación del OD. Esto se debe a que el cálculo del volumen, tiempo, reaeración y caudal se encuentran en función de la velocidad de flujo.

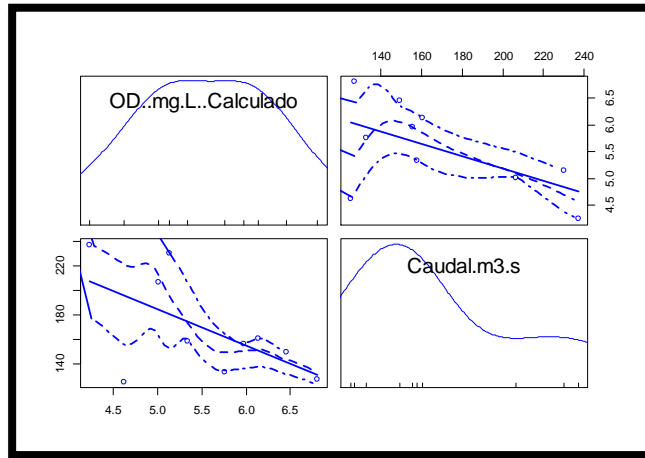
**Gráfico 7.-** Interrelación de variables entre el volumen y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD calculado en función del volumen es muy influyente, porque en ellas se establece el tiempo que atraviesa cierta cantidad de volumen a través de una sección del río. El tiempo de exposición de una cantidad de volumen a un tramo del río influyeron en la concentración del OD.

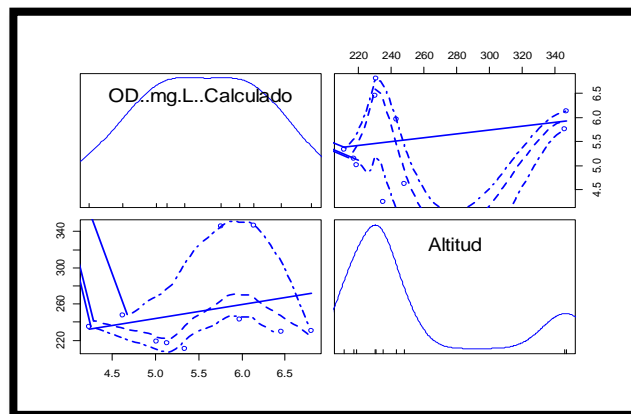
**Gráfico 8.-** Interrelación de variables entre el caudal y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD calculado en función del caudal presenta relación no lineal con decrecimiento lineal, esto se debe a que, a mayor caudal con una lámina de agua considerable, en poco tiempo de exposición a un tramo del río contiene menor contenido de OD.

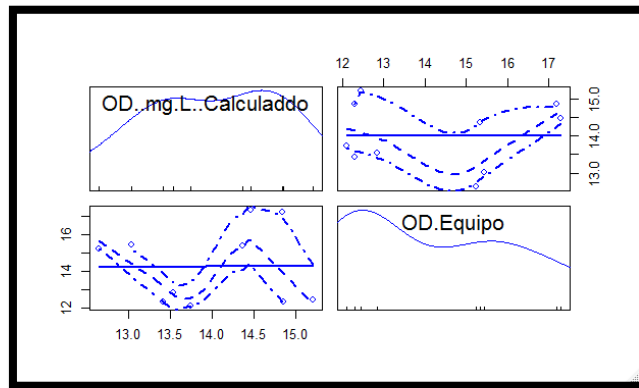
**Gráfico 9.-** Interrelación de variables entre la altitud y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

En la estimación del OD la altitud es muy influyente en la concentración de OD, puesto que la temperatura y la presión varían, sin embargo, la variable de altitud no se aplicó en el modelo matemático, ya que el modelo se basa en el fenómeno de convección – difusión y no en la ley de gases.

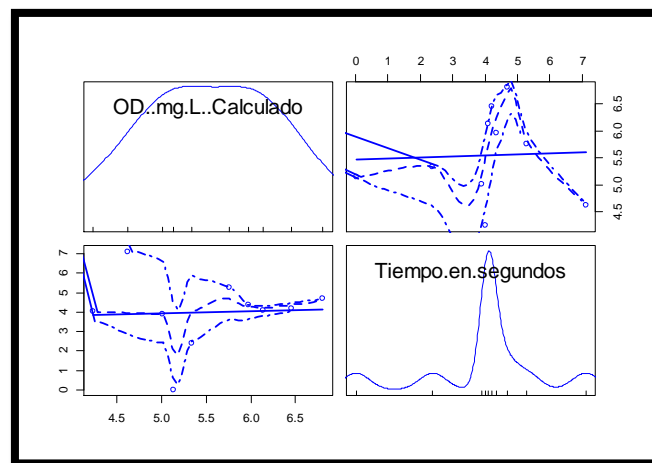
**Gráfico 10.-** Interrelación de variables del OD medido con el equipo y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD medido con el equipo multiparámetro presenta una relación monótonica no lineal con el OD calculado. Es muy apreciable la similitud del comportamiento en relación a estas dos variables, pese a que el OD medido con el equipo no fue aplicado en el modelo matemático.

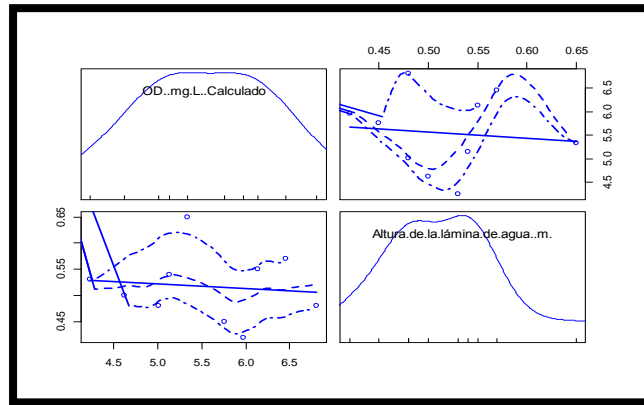
**Gráfico 11.-** Interrelación de variables entre el tiempo que atraviesa una cantidad de volumen en un tramo del río y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD calculado en función de tiempo tiene una relación monótonica no lineal, presentando mayor contenido de OD cuando mayor es el tiempo de exposición de un determinado volumen a un transecto del río.

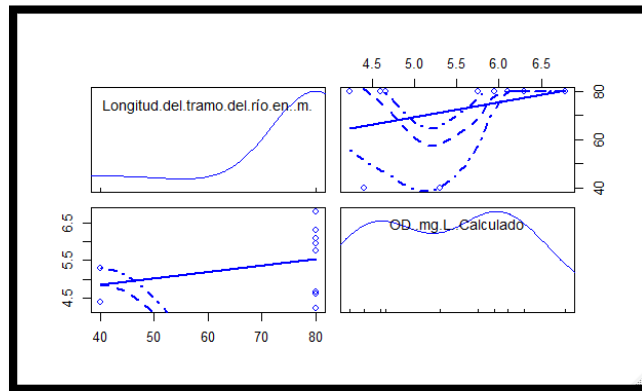
**Gráfico 12.-** Interrelación de variables entre la altura de la lámina de agua y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD calculado en función de la altura de la lámina de agua tiene una relación monótonica no lineal, puesto que el OD aumenta su concentración a una altura considerable de lámina de agua. Esta variable es muy influyente en la estimación de OD puesto que, si llega a medir un metro de lámina de agua o sobrepasa este valor, la cantidad de OD disminuye en un 10% de su concentración.

**Gráfico 13.-** Interrelación de variables entre longitud del río y el OD calculado

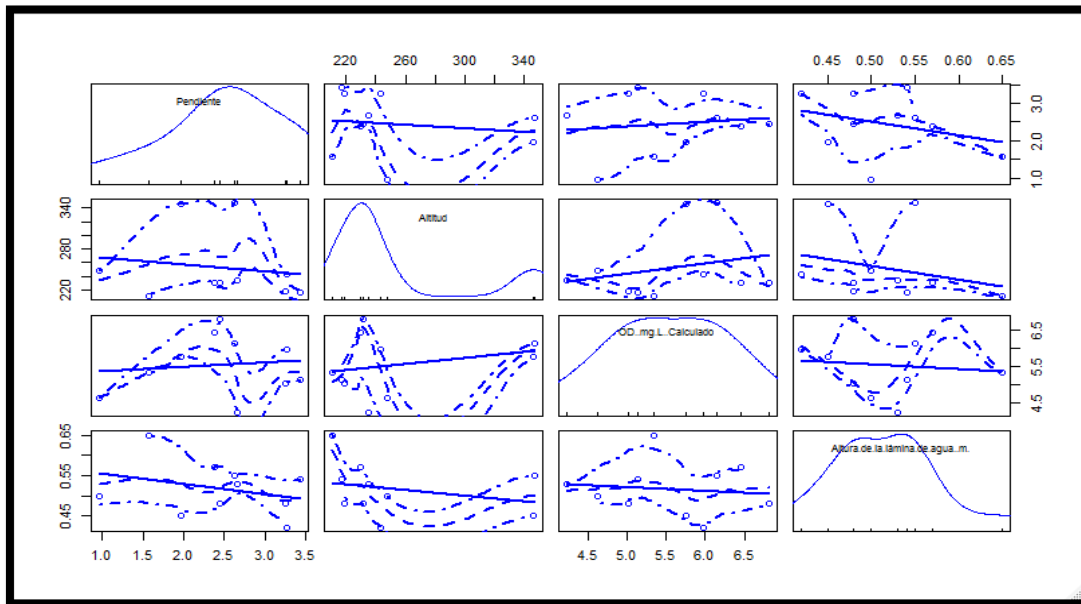


**Elaborado por:** Pastuña Byron

El OD calculado en función de la longitud del río presenta relación monótonica no lineal, existiendo mayor similitud de comportamiento en longitudes superiores a los 40m.

La longitud de una determinada sección del río influye especialmente en el cálculo de la concentración de OD, puesto que depende de la longitud y el área hidráulica para determinar la cantidad de volumen que atraviesa en una unidad de tiempo, a través de una sección con determinada velocidad.

**Gráfico 14.-** Interrelación de variables en campo y el OD calculado



**Elaborado por:** Pastuña Byron

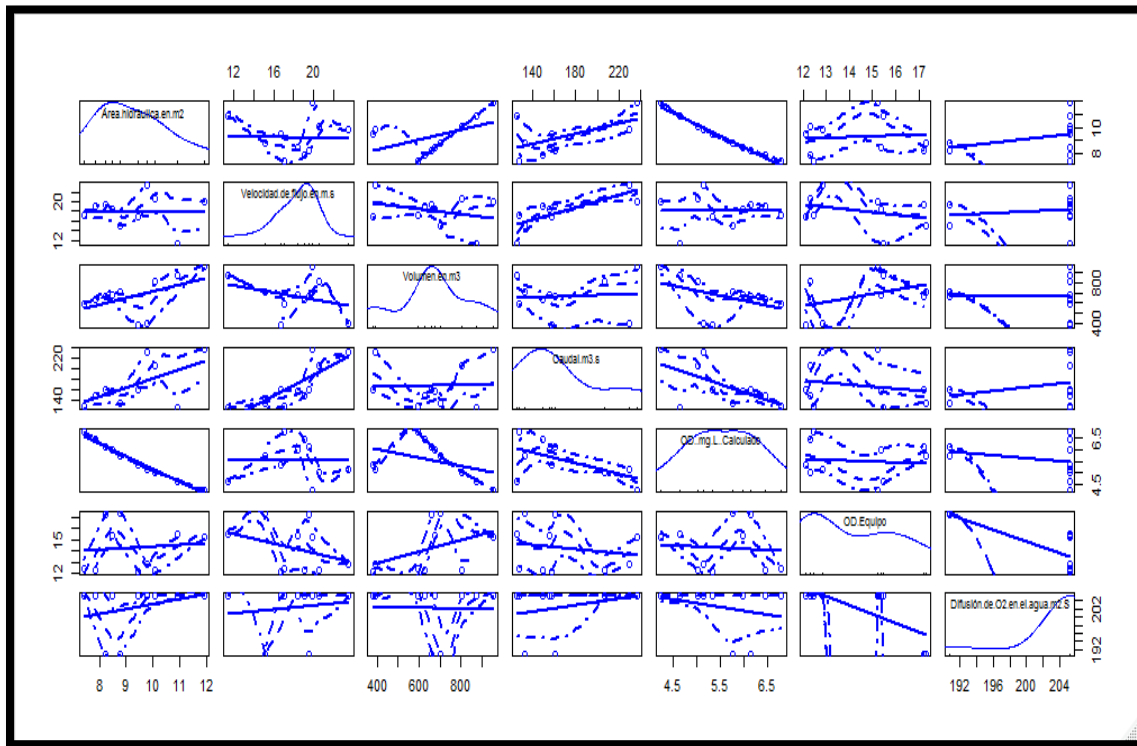
En este gráfico se puede apreciar la relación de todas las características físicas que fueron identificadas, y su influencia en la estimación de oxígeno disuelto.

Mediante el análisis exploratorio multivariado de datos se determinó que la temperatura no tiene mayor influencia en la estimación de OD. Esto se debe a que una variable que actúa independientemente de las demás variables, y fue aplicado en la determinación del coeficiente de difusión molecular.

La pendiente es la característica principal que influye en la estimación de oxígeno disuelto, ya que es el punto de partida para que ocurra diversos fenómenos en función del movimiento del fluido.



**Gráfico 15.-** Interrelación entre las variables calculadas y el OD calculado

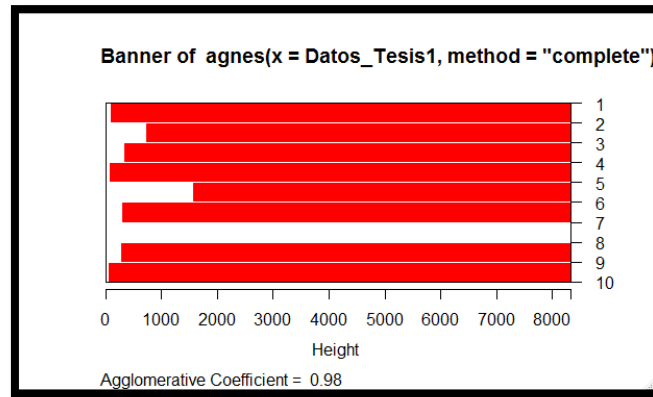


**Elaborado por:** Pastuña Byron

Es muy apreciable la interrelación que existe entre las variables calculadas, esto ocurre a que todo se encuentra en función de la pendiente que presenta el río, se puede determinar que la pendiente es la principal variable influyente en la estimación del OD, aplicado al modelo matemático de convección – difusión.

### 14.3. Análisis jerárquicos de similitud entre las variables aplicadas al modelo matemático con R-STUDIO

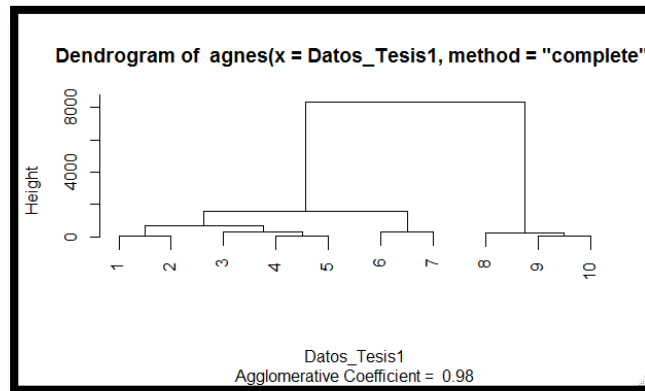
**Gráfico 16.-** Similitud de las variables aplicadas en el modelo matemático de convección – difusión



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El gráfico claramente muestra donde se encuentran un grupo disociativo a las demás variables en estudio, las cual se encuentran representado por el espacio en blanco. Contiene un coeficiente aglomerativo de 0.98 de similitud. El grafico muestra una muy elevada asociación de las variables que se denomina alto nivel de fusión.

**Gráfico 17.-** Grupos de similitud de variables



**Elaborado por:** Pastuña Byron

El grafico muestra que existe tres grandes grupos de conglomerados y contiene entre 7 y 8 similitud mínima entre variables, de igual manera contiene un alto nivel de fusión entre variables igual a 0,98.

## 12. CONCLUSIONES

- El modelo de aplicación basado en el fenómeno de convección – difusión más la ley de gases aplicando ley de Henry es:

$$\frac{ODmg}{L} = \left( \frac{1}{2} \left[ 1 + erf \left( \frac{Vt - x}{2\sqrt{D_T}} \right) \right] \right) + C$$

- Las variables que se utilizaron en la estimación de oxígeno disuelto fueron las siguientes: altura de la lámina de agua, área hidráulica, difusión del oxígeno en el agua, caudal, longitud de sección del río, pendiente del cauce, presión, temperatura, velocidad de flujo, tiempo que atraviesa cierta cantidad de volumen en un transecto del río, presión a partir de la altitud en msnm.
- De los datos recolectados se obtuvieron los siguientes resultados: la altura de la lámina de agua varían entre 0,45 y 0,65 (m), las áreas hidráulicas varían entre los 7,42 y 11,9 (m<sup>2</sup>), el caudal tiene una variación de entre 14,97 y 35,82 (m<sup>3</sup>/s), la longitud de un tramo de río medido varía entre los 40 a 80 (m), existe una diferencia de pendientes en todos los puntos de muestreo con una diferencia de entre el 15% hasta el 34%, el río contiene un variación de temperatura de entre 22°C a 24°C, existe diferencia de velocidades de flujo de entre 11,44 a 23,50 (m/s), también tiene una variación de tiempo en cada tramo por unidad de volumen de entre 0,01 y 7,11 segundos. La presión más alta en el lugar de estudio tiene un valor de 0,98 atm y la más baja de 0,96 atm de acuerdo a la altitud. El punto de muestreo más bajo se encuentra a 211msnm y el más alto a 347msnm.
- Se aplicó un análisis jerárquico de datos, donde se muestra la verosimilitud existente entre variables, y tiene un coeficiente de fusión de variable del 98%. El área hidráulica es una de las variables más influyentes en el cálculo del oxígeno disuelto de acuerdo al modelo de convección – difusión, puesto que, a partir de ella se calcula la concentración de oxígeno disuelto, en términos de masa sobre una unidad de volumen (mg/L). También se encuentra interrelacionada con la lámina de agua, que además de

determinar el área hidráulica, también influye en la concentración de oxígeno disuelto.

- La variable que influye en la concentración de oxígeno disuelto en función del modelo de convección – difusión es la pendiente, ya que, de ella depende el desarrollo de los cálculos de las demás variables a excepción de la temperatura. La temperatura tuvo un decrecimiento con la altitud, y se la aplicó en la determinación de la difusión. La difusión se encuentra en función de la temperatura, y se calcula en términos de difusión molecular.
- Las variables más influyentes para determinar la constante de oxígeno disuelto existente a determinada altura fueron; la presión parcial y la temperatura, aplicando la ley de gases de Henry.
- Los valores mínimos estimado de oxígeno disuelto varían desde 13,01 (mg/L) hasta 15,58 (mg/L). Cabe recalcar que estos valores fueron estimados en función de las características físicas predominantes del río. Se aplicó también ley de gases para la obtención de los valores constantes de oxígeno disuelto que debe existir a cierta presión y temperatura, el cual varía desde 8,6 mg/L siendo el más bajo y el más alto con un valor de 8,8 mg/L.
- El coeficiente de NASH tuvo un valor de -0,2, por lo cual se recomienda utilizar el valor de la media de los datos calculados en la estimación de oxígeno disuelto.

### 13. RECOMENDACIONES

- Para el cálculo de oxígeno disuelto en (mg/L) se recomienda aplicar análisis dimensional ( $LMT^{-1}$ ), dividir el resultado obtenido del modelo con el área hidráulica en unidades de cm. Además, se debe tener en cuenta que la concentración en el modelo de convección – difusión se encuentra descrita en (g/cm) lineal.
- La recolección de datos se lo realizó en época de estiaje en el mes de junio, se recomienda realizar el muestreo de datos en época de avenida.
- En el cálculo de oxígeno disuelto con de la ley de Henry, utilizar la presión parcial en función de la presión atmosférica.
- De acuerdo con el resultado del coeficiente de NASH en la validación del modelo matemático, es recomendable utilizar la media de los datos simulados/calculados en la estimación de oxígeno disuelto
- Se recomienda realizar más pruebas de campo en diferentes lugares para fortalecer la aplicación del presente modelo matemático.

## 14. BIBLIOGRAFÍA

- Cruz , S., & Tetlalmatzi, M. ((s.f) de 2014). *Integral gaussiana y función error para todos*. Recuperado el 01 de 04 de 2019, de Miscelanea Matemática: <http://www.miscelaneamatematica.org/Misc59/5906.pdf>
- Lenntech B.V. All rights reserved. (2019). *¿Por qué es importante el oxígeno disuelto en el agua?* Recuperado el 11 de 01 de 2019, de Lenntech Tratamiento de agua & purificación: <https://www.lenntech.es/por-que-es-importante-el-oxigeno-disuelto-en-el-agua.htm>
- Butler, B., & Burrows , D. ((n.d)). *Dissolved Oxigen Guidelines for Freswater Habitats of Northern Australia*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de Australian Centre for Tropical Freshwater Research: [https://researchonline.jcu.edu.au/29265/1/29265\\_Butler\\_Burrows\\_2007.pdf](https://researchonline.jcu.edu.au/29265/1/29265_Butler_Burrows_2007.pdf)
- Cabrera. ((s.f)). *Implementación del modelo*. Recuperado el 07 de 16 de 2019, de Repositorio digital EPN: [http://bdigital.unal.edu.co/56240/31/1036927979.2017\\_05.pdf](http://bdigital.unal.edu.co/56240/31/1036927979.2017_05.pdf)
- Cabrera, J. ((s.f)). *Calibración de Modelos Hidrológicos* . Recuperado el 07 de 16 de 2019, de Microsoft Word - modhidro: [http://www.imefen.uni.edu.pe/Temas\\_interes/modhidro\\_2.pdf](http://www.imefen.uni.edu.pe/Temas_interes/modhidro_2.pdf)
- Carrillo, P. (2013). *COMPORTAMIENTO DEL OXÍGENO DISUELTO EN LA COLUMNA*. Recuperado el 11 de 01 de 2019, de Inocar: [https://www.inocar.mil.ec/web/phocadownloadpap/actas\\_oceanograficas/acta18/OC E1801\\_4.pdf](https://www.inocar.mil.ec/web/phocadownloadpap/actas_oceanograficas/acta18/OC E1801_4.pdf)
- Dzul, M. ((s.f)). *DISEÑOS TRANSECCIONALES*. Recuperado el 13 de 02 de 2019, de Sistema de Universidad Virtual: <https://www.tecnicas-de-estudio.org/investigacion/investigacion39.htm>
- Escobar, J., & DueñaS, N. (2016). *DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE OXIGENACIÓN Y DESOXIGENACIÓN PARA LA CURVA DE COMPORTAMIENTO DE OXÍGENO DISUELTO EN EL RÍO FUCHA*. Recuperado

el 14 de 02 de 2019, de Repositorio digital Universidad Católica de Colombia:  
<https://repository.ucatolica.edu.co/bitstream/10983/6805/4/Determinaci%C3%B3n%20de%20los%20Coeficientes%20de%20oxigenaci%C3%B3n%20y%20desoxigenaci%C3%B3n%20para%20la%20curva%20de%20comportamiento.pdf?fbclid=IwAR0k5PKc8MjJ2QSN3ZRlbCAA06A00de0sX7jtmkiQYBxvA>

Fondriest Environmental Inc. (19 de 11 de 2013). *Dissolved Oxygen*. Obtenido de  
 Fundamental of environmental measurements:  
<https://www.fondriest.com/environmental-measurements/parameters/water-quality/dissolved-oxygen/>

García, H. A., & Obregón, N. (14 de 07 de 2008). *MODELACIÓN DE LA CALIDAD DEL AGUA EN CORRIENTES NATURALES MEDIANTE SISTEMAS NO LINEALES ACOPLADOS*. Recuperado el 23 de 04 de 2019, de repositorio javeriana:  
<https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/3809/GarciaQuinteroHermesAlfonso2008.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Geiger, N. M. (12 de 2010). *What is dissolved oxygen?* Obtenido de Dissolve Oxygen:  
[https://extension.usu.edu/waterquality/files-ou/whats-in-your-water/do/NR\\_WQ\\_2005-16dissolvedoxygen.pdf](https://extension.usu.edu/waterquality/files-ou/whats-in-your-water/do/NR_WQ_2005-16dissolvedoxygen.pdf)

González, N., Zamora, J., Ramos, L., Pérez, E., Pérez, C., & Salazar. (2009). *TRANSFERENCIA Y CONSUMO DE OXÍGENO EN EL CULTIVO DE ALTA DENSIDAD*. Recuperado el 11 de 01 de 2019, de Tecnología Química :  
<https://www.redalyc.org/pdf/4455/445543761020.pdf>

Guardian, J., Lluís, S., & Freixa, M. (01 de 1992). *Aplicación del análisis exploratorio de datos en los sistemas de ecuaciones estructurales*. Recuperado el 14 de 02 de 2019,  
 de [researchgate](https://www.researchgate.net/publication/39240843_Aplicacion_del_analisis_exploratorio_de_datos_en_los_sistemas_de_ecuaciones_estructurales):  
[https://www.researchgate.net/publication/39240843\\_Aplicacion\\_del\\_analisis\\_exploratorio\\_de\\_datos\\_en\\_los\\_sistemas\\_de\\_ecuaciones\\_estructurales](https://www.researchgate.net/publication/39240843_Aplicacion_del_analisis_exploratorio_de_datos_en_los_sistemas_de_ecuaciones_estructurales)

Infojardín. (2015). *Oxígeno disuelto - definición*. Recuperado el 11 de 01 de 2019, de Infojardin: <http://www.infojardin.net/glosario/o2/oxigeno-disuelto.htm>

Institute of Mathematics and Informatics. (28 de 04 de 2001). *Dissolved Oxygen Balance Model for Neris*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de Nonlinear Analysis: [https://www.mii.lt/na/issues/NA\\_0601/NA06110.pdf](https://www.mii.lt/na/issues/NA_0601/NA06110.pdf)

Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales. (22 de 06 de 2004). *Determinacion de oxígeno disuelto por el método yodometrico modificación de azida*. Recuperado el 12 de 03 de 2019, de IDEAM: <http://www.ideam.gov.co/documents/14691/38155/Ox%C3%ADgeno+Disuelto+M%C3%A9todo+Winkler.pdf/e2c95674-b399-4f85-b19e-a3a19b801dbf>

Juárez, H. (13 de 05 de 2015). *Modelos y Problemas de Difusión*. Obtenido de UAMI: [http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/uami/hect/Taller\\_de\\_Modelado\\_I/notasTM1.pdf](http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/uami/hect/Taller_de_Modelado_I/notasTM1.pdf)

Martín, R. ((s.f)). *ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de [previa.uclm:](https://previa.uclm.es/profesorado/raulmmartin/EstadisticaSPSSLEleccion/NotasClaseyPracticas.pdf) <https://previa.uclm.es/profesorado/raulmmartin/EstadisticaSPSSLEleccion/NotasClaseyPracticas.pdf>

Mathews , J., & Kurtis , F. (2000). *AJUSTE DE CURVAS*. Recuperado el 15 de 02 de 2019, de [Métodos Numéricos con MATLAB:](http://disi.unal.edu.co/~lctorress/MetNum/MeNuCI04.pdf) <http://disi.unal.edu.co/~lctorress/MetNum/MeNuCI04.pdf>

Matovelle, C. (06 de 2017). *Modelo matemático de calidad de agua aplicado en la microcuenca del río Tabacay*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de ReseachGate: [https://www.researchgate.net/publication/320724778\\_Modelo\\_matematico\\_de\\_calidad\\_de\\_agua\\_aplicado\\_en\\_la\\_microcuenca\\_del\\_rio\\_Tabacay?fbclid=IwAR29s615Qvyayi14prIUMvbRsEBsJLB46ZRcH3oAFjQ8FOK6x5o12c0GbQQ](https://www.researchgate.net/publication/320724778_Modelo_matematico_de_calidad_de_agua_aplicado_en_la_microcuenca_del_rio_Tabacay?fbclid=IwAR29s615Qvyayi14prIUMvbRsEBsJLB46ZRcH3oAFjQ8FOK6x5o12c0GbQQ)

MgClbustos. (09 de 04 de 2015). *Tutorial de análisis exploratorio usando Rstudio*. Recuperado el 14 de 03 de 2019, de archivo de video.

Miranda, M., & Condal, A. (08 de 2003). [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0717-92002003000200004](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-92002003000200004). Recuperado el 17 de 02 de 2019, de Scielo: [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0717-92002003000200004](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-92002003000200004)



- Muñoz, H., Orozco, S., Vera, A., Suárez, J., García, E., Neira, M., & Jiménez, J. (10 de 2015). *Relación entre oxígeno disuelto, precipitación pluvial y temperatura: río Zahuapan, Tlaxcala, México*. Recuperado el 11 de 01 de 2019, de Scielo: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2007-24222015000500005](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-24222015000500005)
- Murphy, S. (23 de 04 de 2007). *General Information on Dissolved Oxygen*. Obtenido de Basin: <http://bcn.boulder.co.us/basin/data/NEW/info/DO.html>
- Muscato, C. (2019). *Factors That Influence Water Movement in River Systems*. Recuperado el 30 de 01 de 2019, de Study: <https://study.com/academy/lesson/factors-that-influence-water-movement-in-river-systems.html>
- Pazmiño-Rodríguez, J. C., Zambrano-Ganchozo, G. L., & Coello-Burgos, H. A. (01/03 de 2018). *Modelización de la calidad del agua del estero aguas Claras, cantón Quevedo, Ecuador*. Obtenido de Scielo: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0012-73532018000100204](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0012-73532018000100204)
- Peña, A., Katsev, S., Oguz, T., & Gilbert, D. (09 de 09 de 2010). *Modeling dissolved oxygen dynamics and hypoxia*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de biogeosciences: <https://www.biogeosciences.net/7/933/2010/bg-7-933-2010.pdf?fbclid=IwAR2vTr3kk4SfU09MxRXpms5nd-aljUKdVfwQ3GedKnCUgj4sfourB5WcnCg>
- Pinpunchat, B., Swetman, W., Wake, G., Triampo, W., & Parsthotam, A. (13 de 03 de 2008). *A mathematical model for pollution in a river and its remediation by aeration*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de ELSEVIER: [https://core.ac.uk/download/pdf/82006297.pdf?fbclid=IwAR3EHvb6M5xpHRL7pcGfTjHzXEAECUZwBAYYEP-6j4HCK\\_9eA8tYNadrdRg](https://core.ac.uk/download/pdf/82006297.pdf?fbclid=IwAR3EHvb6M5xpHRL7pcGfTjHzXEAECUZwBAYYEP-6j4HCK_9eA8tYNadrdRg)
- Risberg, J. (02 de 2009). *Low Dissolved Oxygen in Water*. Obtenido de Minnesota Pollution Control Agency: <https://www.pca.state.mn.us/sites/default/files/wq-iw3-24.pdf>
- Robayo, J. (15 de 11 de 2018). *4.4 Análisis exploratorio en R*. Recuperado el 09 de 07 de 2019, de archivo de video: <https://www.youtube.com/watch?v=kHXhF7CslcQ>

- Rojas, H. (2010). *APLICACIÓN DE UN MODELO DE CORRELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES*. Recuperado el 11 de 01 de 2019, de Scielo: <http://scielo.iics.una.py/pdf/rcfacen/v1n2/v1n2a02.pdf>
- Sproles, E. ((s.f)). *Tutoria Modelo Pronostico – Microsoft Excel*. Recuperado el 16 de 07 de 2019, de Microsoft Word - Tutoria Modelo Pronostico – Microsoft Excel.docx: [http://www.cazalac.org/mwar\\_lac/fileadmin/imagenes2/Remote\\_Sensing/3.\\_Tutoria\\_Modelo\\_Pronostico\\_-\\_Microsoft\\_Excel.pdf](http://www.cazalac.org/mwar_lac/fileadmin/imagenes2/Remote_Sensing/3._Tutoria_Modelo_Pronostico_-_Microsoft_Excel.pdf)
- Stanley, F. ((n.d) de 1993). *convectio - difution*. Recuperado el 209 de 02 de 2019, de Partial Differential Equations for Scientists Engineers: <https://the-eye.eu/public/Books/Materials%20science%20and%20engineering/G207%20Differential%20equations/Stanley%20J.%20Farlow%20Partial%20Differential%20Equations%20for%20Scientists%20and%20Engineers.pdf>
- Suares , J., & Fernandez, A. (03 de 2009). *MODELOS DE CALIDAD DE AGUAS*. Recuperado el 15 de 02 de 2019, de MCA: [file:///C:/Users/User/Downloads/MCA\\_TEMA\\_5\\_complemento\\_2\\_\\_reaireacion.pdf](file:///C:/Users/User/Downloads/MCA_TEMA_5_complemento_2__reaireacion.pdf)
- Texas Instruments. (17 de 10 de 2006). *Sonda de OXIGENO DISUELTO*. Obtenido de vernier-iberica: <http://www.vernier-iberica.com/descargas/datos%20tecnicos/dobta.pdf>
- The MathWorks. (2019). *Ajuste de Datos con MATLAB*. Recuperado el 15 de 02 de 2019, de MathWorks: <https://es.mathworks.com/discovery/ajuste-datos.html>
- TULSMA. ((s.f)). *Criterios de calidad de aguas para la conservación de de flora y fauna en aguas dulces frías o cálidas, y en aguas marinas* . Obtenido de NORMA DE CALIDAD AMBIENTAL Y DE DESCARGA DE EFLUENTES: RECURSO AGUA : <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/ecu112180.pdf>
- TuProfeYoutube. (20 de 09 de 2016). *Como Hallar la Presion Atmosferica Dada la Altura sobre el Nivel del Mar*. Recuperado el 16 de 07 de 209, de archivo de video: <https://www.youtube.com/watch?v=81Cmycb1dGQ>

Urquía Moraleda, A., & Martín Villalba, C. ((s.f)). *Introducción al análisis de datos con R*. Recuperado el 14 de 02 de 2019, de euclides : <http://www.euclides.dia.uned.es/aurquia/Files/analisisDatosR.pdf>

Victorica Almeida, J. I. (06 de 1996). *MODELO PARA SIMULAR LA EVOLUCIÓN DEL OXÍGENO DISUELTO EN EMBALSES* . Recuperado el 14 de 02 de 2019, de UPCommons: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099/3116/32article5.pdf>

Zuñiga, L. A. (2014). *Modelo de Streeter y Phelps*. Recuperado el 13 de 04 de 2019, de Repositorio Universidad Técnica Particular de Loja: <C:/Users/User/Downloads/ZUÑIGA%20TORRES%20LILIANA.pdf>



## 15. ANEXOS

## Anexo 1.- Libreta de campo

LIBRETA DE CAMPO						
TEMA: VELOCIDAD DE UN CAUCE "MÉTODO HIDRÁULICO"				EQUIPO: NIVEL TOPOGRÁFICO		
ASIGNATURA: TITULACIÓN II				DOCENTE: ING. JUAN ESPINOSA		
λ	ABSCISA	LECTURA ATRÁS	ALTURA INTERMEDIA	LECTURA ADELANTE	ATI	COTA MSNM
	0+00					
A	0+020					
B	0+020					
C	0+020					
D	0+020					
<b>TOTAL</b>				<b>DIFERENCIA DE NIVEL</b>		
<b>PENDIENTE DEL RÍO</b>				i=		
<b>ÁREA HIDRÁULICA</b>						
PUNTOS	DISTANCIA (m)	ALTURA (m)		ÁREA PARCIAL (m <sup>2</sup> )		
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
<b>TOTAL</b>						
<b>VELOCIDAD DEL FLUJO</b>						
<b>ECUACIÓN DE MANNING</b>		$V = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$		V=		
<b>MEDICIÓN DE OXÍGENO DISUELTO</b>						
EQUIPO MULTIPARÁMETRO "Oberco Hellige Serie 150"		PUNTOS DE MEDICIÓN A LO LARGO DEL RÍO EN ESTUDIO		DATO OBTENIDO EN CAMPO		
		1				
		2				
		3				
		TOTAL	4 PTUNTOS	PROMEDIO		
<b>COORDENADAS UTM WGS- 84 ZONA-17S</b>						
PUNTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS		X			Y	
		Temperatura en °C				

Elaborado por: Pastuña Byron

### Anexo 2.- Matriz de cálculo en Excel de oxígeno disuelto del modelo de convección – difusión

Re-aireación			Manning			Caudal Q=A*V		Erro de función Complementaria	Modelo matemático de estimación de OD				
$K_2^{20} = 43,132(1 + F^{\frac{1}{2}})(\frac{v}{H})^{\frac{1}{2}}$			$V = \frac{1}{n} * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$					$erf(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$	$\frac{1}{2} \left[ 1 + erf\left(\frac{Vt - x}{2\sqrt{D_T}}\right) \right]$				
u*=m/s	$\mu^* = 0,552\sqrt{H * S * H}$		Constante de manning	n	0,05	Área	9,425	error de función complementaria constante	Coficiente de difusión	$D \frac{m^2}{día} = 177,444 * (1,037)^{T-20}$			
gravedad	g	9,8	Área hidráulica (trapecio) en (m2) y (cm2)	17	B				9,425	D=m2/día	190,817777	T	22
lámina de agua	h	0,65		12	b					D=m2/s	conversión en segundos		0,00220854
pendiente	S	1,56378637		0,65	h					94250	Re-aireación	$K_2^{20} = (1 + F^{\frac{1}{2}})(\frac{v}{H})^{\frac{1}{2}}$	
$\mu^*$ velocidad m/s	1,74219798		Perímetro mojado	2,5	Dor	17,1662365	Re-aireación m/s		0,004642366				
F=adimensional	$F = \frac{\mu^*}{\sqrt{g * H}}$			12	b		2,583118		2c	error de función	0,0886		
$\mu^*$ velocidad m/s	1,74219798		Radio Hidráulico AH/χ	área hidráulica		0,54904288	Velocidad		16,769607	Velocidad * tiempo (m)	0,011073286		
F	0,69028397			perímetro mojado					Caudal	158,053546	0,0886	Tiempo para Vt y DT	Longitud del río en (m)
Raíz Cuadarada de F	0,8308333		Pendiente	P	1,56378637	Q=m3/s				Área transversal del río	9,425		
Re-aireación	m/día	401,100463	Velocidad m/s	v	16,769607					volumen /Q (t=segundos)	2,38526759		
									OD en (g/cm)	0,503379319			
									<b>OD en (mg/lit)</b>	<b>5,340894629</b>			

Elaborado por: Pastuña Byron

**Anexo 3.- Río San Pablo**



**Elaborado por:** Pastuña Byron

**Anexo 4.- Flujo del Río San Pablo**



**Elaborado por:** Pastuña Byron

**Anexo 5.- Bordes del Río San pablo**

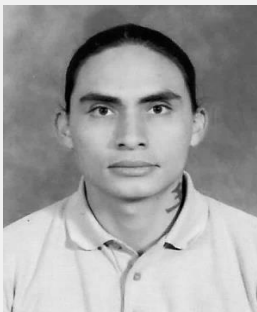


**Elaborado por:** Pastuña Byron



## Anexo 6.- Hoja de vida del tutor: Ing. Juan Espinosa

### JUAN MIGUEL ESPINOSA SOTO Especialista en Sistemas de Información Geográfica – SIG



#### Información Personal

**Fecha de Nacimiento:** 22/10/1981

**Estado Civil:** Casado **Nacionalidad:**

**Ecuatoriano Idiomas:**  
Español (100%)  
Portugués (100%)  
Inglés (80%)

#### Contacto

##### Dirección:

Isla Seymour N44-44 y Río Coca  
Quito - Ecuador

##### E-mail:

juanmiguelmanos@gmail.com  
juanmiguel7@yahoo.com

**Telf. Celular:** 0998176636

#### Referencias

##### Laborales:

Ing. Alejandra Repetto, Directora de  
Catastro, Ministerio de Desarrollo  
Urbano y Vivienda del Ecuador.  
(0998300261)

Lic. Jenny Arroyo, Coordinadora de  
Cultura PUCE. (2991700 /  
0991901226)

Ph.D. Santiago Rubio, Docente  
Titular de la Facultad de  
Humanidades, UDLA.  
(0998045001)

##### Personales:

Ing. Kalina Fonseca 0996267102

Ph.D. Mercy Ibay 0987533861 Dr.

Santiago Veloz 0987933172

#### Otros

##### Reconocimientos:

Contra-Mestre de Capoeira  
Grupo de Capoeira RUMIZUMBI

##### Aficiones:

Fotografía, Música, Cine, Artes,  
Deportes

#### PERFIL PROFESIONAL

Mi experiencia laboral me ha llevado hacia el mejoramiento de la calidad de la información geográfica que han generado y generan las instituciones del Estado. He puesto énfasis en el uso de nuevas tecnologías, procedimientos estandarizados y constante aprendizaje para cumplir los objetivos propuestos en las instituciones en donde he podido aportar.

Mi pasión por la Geografía me ha llevado a tener amplios conocimientos de ciencias de la tierra como la geología, climatología, oceanografía, vulcanología; así como los fenómenos humanos que caracterizan el territorio. En el último año me he dedicado a otra de mis pasiones, la docencia. El contacto con los estudiantes hace que se genere un círculo de aprendizaje continuo, donde las experiencias de los alumnos y los conocimientos del profesor enriquecen los contenidos académicos.

Cartografía    Geoestadística    Teledetección    Topología    Redes Geom.



#### EXPERIENCIA LABORAL

2017 - 2019	Universidad Técnica de Cotopaxi UTC – Docente de las carreras de Ingeniería Ambiental y Agronomía
2014 - 2015	Ministerio de Educación del Ecuador – Especialista en Sistemas de Información Geográfica
2014	Ministerio de Agricultura, Ganadería, Acuacultura y Pesca – Coordinador de Geomática de la Subsecretaría de Tierras
2013 – 2014	Instituto Nacional de Investigaciones Geológico, Minero Metalúrgico – Analista de Información Geográfica
2011 - 2013	Secretaría Nacional de Planificación y Desarrollo – Analista de Información Geográfica
2009 - 2011	Instituto Nacional de Patrimonio Cultural – Geógrafo

#### EDUCACIÓN

2016	Máster en Teledetección – Universidad de Valencia, España
2010	Ingeniero en Ciencias Geográficas y Desarrollo Sustentable – Pontificia Universidad Católica del Ecuador


#### PUBLICACIONES

2013	CONAGE/SENPLADES – Estándares de Información Geográfica (Coautor)
2013	CONAGE/SENPLADES – Catálogo Nacional de Objetos Geográficos (Coautor)
2011	INPC/MCP – Guías Patrimoniales del Ecuador (Elaboración de Mapas)

#### PROGRAMAS (SOFTWARE)



### Anexo 7.- Hoja de vida del autor: Pastuña Byron

I.-DATOS PERSONALES	
Apellidos Nombres Documento de identidad Fecha de nacimiento Lugar de nacimiento Provincia Nacionalidad Estado civil Grupo Sanguíneo Domicilio Celular Email  Profesión	Pastuña Maza Byron Javier 1726745753 16 de Julio de 1992 La Maná Cotopaxi Ecuatoriana Soltero O+ Quito Av. Simón Bolívar 0984024575 <a href="mailto:byron.pastuna3@utc.edu.ec.com">byron.pastuna3@utc.edu.ec.com</a> Estudiante
	
II.- Formación Académica	
Estudios Primarios Institución Educativa: Estudios Secundarios Institución Educativa: Bachillerato: Estudios Superiores Institución Educativa: Carrera:	Escuela Fiscal "Atahualpa" <hr/> Colegio Particular Segundo Ángel Tapia <hr/> Universidad Técnica de Cotopaxi Ingeniería en Medio Ambiente
III.- Cursos y Seminarios	
Evento o Curso : Primer Simposio de Nuevas Tecnologías para Tratamiento de Efluentes.  Duración:  Fecha:  Ciudad:	Primer Simposio de Nuevas Tecnologías para Tratamiento de Efluentes.  Colegio de ciencias e ingeniería y el Departamento de Ingeniería Ambiental de la Universidad San Francisco de Quito.  20 horas  13-14 octubre del 2016  Quito-Ecuador



Universidad  
Técnica de  
Cotopaxi

CENTRO DE IDIOMAS

## ***AVAL DE TRADUCCIÓN***

En calidad de Docente del Idioma Inglés del Centro de Idiomas de la Universidad Técnica de Cotopaxi; en forma legal **CERTIFICO** que: La traducción del resumen del proyecto de investigación al Idioma Inglés presentado por el señor Egresado de la Carrera de **INGENIERÍA EN MEDIO AMBIENTE** de la **FACULTAD DE CIENCIAS AGROPECUARIAS Y RECURSOS NATURALES: BYRON JAVIER PASTUÑA MAZA** cuyo título versa: **“MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA ESTIMAR OXÍGENO DISUELTO EN EL AGUA, EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL CAUCE DEL RÍO SAN PABLO, CANTÓN LA MANÁ PROVINCIA DE COTOPAXI, DURANTE EL PERIODO OCTUBRE 2018-AGOSTO 2019.”**, lo realizó bajo mi supervisión y cumple con una correcta estructura gramatical del Idioma.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad y autorizo al peticionario hacer uso del presente certificado de la manera ética que estimare conveniente.

Latacunga, Julio del 2019

Atentamente,

Lic. Rebeca Yugla Lema  
**DOCENTE CENTRO DE IDIOMAS**  
**C.C. 050265234-0**