



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA EN SISTEMAS DE POTENCIA**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**DESARROLLO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL  
DESPACHO HIDROTÉRMICO A CORTO PLAZO CON MULTIEMBALSE.**

Proyecto de Titulación presentado previo a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico en  
Sistemas de Eléctricos de Potencia

**Autores:**

Ortiz Malla Josue Steeven

Pico Tayo David Andrés

**Tutor Académico:**

Ing. Quinatoa Caiza Carlos Iván

**LATACUNGA - ECUADOR**

**2021**



## DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Nosotros, **ORTIZ MALLA JOSUE STEEVEN** y **PICO TAYO DAVID ANDRES** declaramos ser autores del presente proyecto de investigación: “**DESARROLLO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL DESPACHO HIDROTÉRMICO A CORTO PLAZO CON MULTIEMBALSE**”, siendo el Ing. **QUINATOCA CAIZA CARLOS IVAN** el tutor del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica de Cotopaxi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de nuestra exclusiva responsabilidad.

**Ortiz Malla Josue Steeven**

C.C. 2300657570

**Pico Tayo David Andrés**

C.C. 1805071006



## **AVAL DEL TUTOR DE PROYECTO DE TITULACIÓN**

En calidad de Tutor del Trabajo de Investigación sobre el título:

**“DESARROLLO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL DESPACHO HIDROTÉRMICO A CORTO PLAZO CON MULTIEMBALSE”**, de **ORTIZ MALLA JOSUE STEEVEN** y **PICO TAYO DAVID ANDRES**, de la carrera de Ingeniería en Electricidad, considero que dicho Informe Investigativo cumple con los requerimientos metodológicos y aportes científico-técnicos suficientes para ser sometidos a la evaluación del Tribunal de Validación de Proyecto que el Honorable Consejo Académico de la Facultad de la Ingeniería y Aplicadas de la Universidad Técnica de Cotopaxi designe, para su correspondiente estudio y calificación.

Latacunga, agosto 2021

El Tutor

.....  
Ing. Quinatoa Caiza Carlos Iván Ms.C.

**C.C. 0503287864**



## APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE TITULACIÓN

En calidad de Tribunal de Lectores, aprueban el presente Informe de Investigación de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la Universidad Técnica de Cotopaxi, y por la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas; por cuanto, los postulantes **ORTIZ MALLA JOSUE STEEVEN** y **PICO TAYO DAVID ANDRES** con el título de Proyecto de titulación “**DESARROLLO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL DESPACHO HIDROTÉRMICO A CORTO PLAZO CON MULTIEMBALSE**”, han considerado las recomendaciones emitidas oportunamente y reúne los méritos suficientes para ser sometido al acto de Sustentación de Proyecto.

Por lo antes expuesto, se autoriza realizar los empastados correspondientes, según la normativa institucional.

Latacunga, agosto 2021

Para constancia firman:

**Ms.C. Guamán Wilian**  
**(Presidente)**  
**CC: 0603578956**

**Ing. Jiménez Diego**  
**CC: 0503493702**

**Ms.C. Proaño Xavier**  
**CC: 0502656424**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios por cuidarme en cada paso que doy y permitir culminar una etapa más en mi vida.

A mis compañeros de la Universidad con los que he compartido alegrías y tristezas, aprendiendo a superarnos día con día. A mis más queridos amigos David, Andrés, Elías, Karina y Jefferson, quienes me han acompañado en las buenas y las malas, les debo mucho y me siento muy agradecido por eso.

A la Universidad Técnica de Cotopaxi que junto con sus maestros han logrado formarme como persona y profesional, nunca olviden “Un gran poder conlleva una gran responsabilidad”.

**Josue Ortiz Malla**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco principalmente a Dios por siempre cuidarme, a los docentes por sus enseñanzas, comentarios e interés mostrado para el desarrollo de este trabajo y a las personas que me acompañaron durante toda mi formación.

A mis amigos de toda la vida que supieron brindarme su apoyo incondicional.

**David Pico Tayo**

## **DEDICATORIA**

Dedico el presente trabajo a mi gran familia. A mi madre por guiarme en camino de la rectitud, soportarme y amarme, por mostrarme que la dedicación tiene su recompensa.

A mi padre por enseñarme que la vida no es fácil y que hay que ser un poco duro, terco y constante para poder obtener resultados.

A mis hermanos por los buenos momentos juntos y por darme el buen ejemplo que es la superación personal.

**Josue Ortiz Malla**

## **DEDICATORIA**

Dedico especialmente todo el esfuerzo realizado a mi madre y hermanos por el amor y la guía que me dieron, por lo que les estoy muy agradecido.

A mi tío por todos sus consejos.

**David Pico Tayo**



## RESUMEN

La coordinación hidrotérmica a corto plazo se define como uno de los problemas de programación más importantes y desafiantes, cuyo objetivo es satisfacer la demanda horaria considerando el mínimo costo de producción de energía eléctrica. En este proyecto se propone un modelo de programación para la operación hidrotérmica a corto plazo, desarrollado para la operación diaria utilizando el entorno de GAMS. El problema de coordinación hidrotérmica es resuelto usando una función de costo equivalente para las unidades térmicas, mientras que el despacho económico se resuelve mediante las restricciones de coordinación hidrotérmica, con la finalidad de minimizar los costos de generación, teniendo en cuenta las funciones cuadráticas de costo de unidades térmicas, y la ecuación de segundo grado que relaciona las características del embalse para calcular la potencia generada de centrales hidroeléctricas. Por consiguiente, se emplea un algoritmo de optimización mediante el método de programación no lineal (NLP) utilizando modelación algebraica para la resolución de problemas de operación del sistema eléctrico no lineal. El método propuesto se emplea en cuatro sistemas de prueba para evaluar el rendimiento del método de optimización aplicado en el problema de coordinación hidrotérmica a corto plazo.

**Palabras Clave:** coordinación hidrotérmica, despacho económico, programación no lineal, centrales térmicas, centrales hidroeléctricas, costo de generación.

## ABSTRACT

### **THEME:**

“DEVELOPMENT OF AN OPTIMIZATION MODEL FOR SHORT TERM HYDROTHERMAL DISPATCHING WITH MULTI-RESERVOIR”.

### **Authors:**

Ortiz Malla Josue Steeven

Pico Tayo David Andrés

Short-term hydrothermal coordination is defined as one of the most important and challenging scheduling problems, whose objective is to satisfy the hourly demand considering the minimum cost of electricity production. In this project, a scheduling model for short-term hydrothermal operation, developed for daily operation using the GAMS environment, is proposed. The hydrothermal coordination problem is solved using an equivalent cost function for the thermal units, while the economic dispatch is solved using the hydrothermal coordination constraints, to minimize the generation costs, take into account the quadratic cost functions of thermal units, and the second-degree equation relating the reservoir characteristics to calculate the generated power of hydroelectric power plants. Therefore, a nonlinear programming (NLP) optimization algorithm using algebraic modeling is employed to solve nonlinear power system operation problems. The proposed method is employed on four test systems to evaluate the performance of the optimization method applied in the short-term hydrothermal coordination problem.

**Keywords:** hydrothermal coordination, economic dispatch, nonlinear programming, thermal power plants, hydroelectric power plants, generation cost.

## ***AVAL DE TRADUCCIÓN***

En calidad de Docente del Idioma Inglés del Centro de Idiomas de la Universidad Técnica de Cotopaxi; en forma legal **CERTIFICO** que:

La traducción del resumen del proyecto de investigación al Idioma Inglés presentado por los señores Egresados de la **CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD** de la **FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS, ORTIZ MALLA JOSUE STEEVEN** y **PICO TAYO DAVID ANDRES**, cuyo título versa “**DESARROLLO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL DESPACHO HIDROTÉRMICO A CORTO PLAZO CONSIDERANDO MULTIEMBALSE**”, lo realizaron bajo mi supervisión y cumple con una correcta estructura gramatical del Idioma.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad y autorizo a los peticionarios hacer uso del presente certificado de la manera ética que estimaren conveniente.

Latacunga, Agosto del 2021

Atentamente,



**Mg. Emma Jackeline Herrera Lasluisa**  
**DOCENTE CENTRO DE IDIOMAS UTC**  
**C.C. 0502277031**



## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>1.</b>	<b>INFORMACIÓN GENERAL</b> .....	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>2</b>
<b>2.1.</b>	<b>EL PROBLEMA</b> .....	<b>2</b>
<b>2.1.1.</b>	<b>Situación Problémica</b> .....	<b>2</b>
<b>2.1.2.</b>	<b>Formulación del Problema</b> .....	<b>2</b>
<b>2.2.</b>	<b>OBJETO Y CAMPO DE ACCIÓN</b> .....	<b>3</b>
<b>2.2.1.</b>	<b>Objeto</b> .....	<b>3</b>
<b>2.2.2.</b>	<b>Campo de Acción</b> .....	<b>3</b>
<b>2.3.</b>	<b>BENEFICIARIOS</b> .....	<b>3</b>
<b>2.4.</b>	<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	<b>3</b>
<b>2.5.</b>	<b>HIPÓTESIS</b> .....	<b>4</b>
<b>2.6.</b>	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>4</b>
<b>2.6.1.</b>	<b>General</b> .....	<b>4</b>
<b>2.6.2.</b>	<b>Específicos</b> .....	<b>4</b>
<b>2.7.</b>	<b>SISTEMAS DE TAREAS</b> .....	<b>4</b>
<b>3.</b>	<b>FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA</b> .....	<b>6</b>
<b>3.1.</b>	<b>ANTECEDENTES</b> .....	<b>6</b>
<b>3.2.</b>	<b>ESTRUCTURA DEL SEP</b> .....	<b>7</b>
<b>3.2.1.</b>	<b>Estructura Física</b> .....	<b>7</b>
<b>3.2.2.</b>	<b>Estructura Económica</b> .....	<b>8</b>
<b>3.2.2.1</b>	<b>Operación del SEP</b> .....	<b>8</b>
<b>3.2.3.</b>	<b>Estructura Regulatoria</b> .....	<b>9</b>
<b>3.2.3.1</b>	<b>Operación centralizada</b> .....	<b>9</b>
<b>3.2.3.2</b>	<b>Operación de mercado</b> .....	<b>9</b>

<b>3.3.</b>	<b>COSTOS DE GENERACIÓN.</b> .....	10
<b>3.3.1.</b>	<b>Curva de Entrada-Salida.</b> .....	10
<b>3.3.2.</b>	<b>Curva de Costo del Combustible.</b> .....	12
<b>3.3.3.</b>	<b>Curva de Costos Incrementales.</b> .....	12
<b>3.4.</b>	<b>CARACTERÍSTICAS DE UNIDADES TÉRMICAS</b> .....	13
<b>3.4.1.</b>	<b>Características de Entrada-Salida de Unidades Térmicas.</b> .....	13
<b>3.5.</b>	<b>CARACTERÍSTICAS DE UNIDADES HIDRÁULICAS.</b> .....	14
<b>3.5.1.</b>	<b>Características asociadas a centrales hidráulicas.</b> .....	15
<b>3.5.2.</b>	<b>Características de Entrada-Salida</b> .....	17
<b>3.5.3.</b>	<b>Efecto de la Altura del Agua.</b> .....	18
<b>3.5.4.</b>	<b>Costo Incremental de una Central Hidroeléctrica.</b> .....	18
<b>3.5.5.</b>	<b>Restricciones de Centrales Hidroeléctricas.</b> .....	19
<b>3.6.</b>	<b>FLUJOS DE POTENCIA</b> .....	19
<b>3.6.1.</b>	<b>Método de Flujos DC</b> .....	20
<b>3.6.2.</b>	<b>Formulación al Problema del Flujo de Potencia</b> .....	21
<b>3.7.</b>	<b>MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN</b> .....	22
<b>3.7.1.</b>	<b>Optimización Numérica</b> .....	22
<b>3.7.2.</b>	<b>Métodos Convencionales</b> .....	23
<b>3.8.</b>	<b>PROGRAMACIÓN NO LINEAL</b> .....	24
<b>3.8.1.</b>	<b>Funciones Convexas y Cóncavas</b> .....	27
<b>3.8.2.</b>	<b>Programación No Lineal Sin Restricciones</b> .....	28
<b>3.8.3.</b>	<b>Programación No Lineal Con Restricciones</b> .....	30
<b>3.9.</b>	<b>DESPACHO ECONÓMICO DEL SISTEMA ELÉCTRICO</b> .....	31
<b>3.9.1.</b>	<b>Función Objetivo y Restricciones del Despacho Económico</b> .....	32
<b>3.9.2.</b>	<b>Problema del Despacho Económico</b> .....	33
<b>3.9.3.</b>	<b>Método de la Derivada</b> .....	34

3.9.4.	<b>Método del Gradiente</b> .....	35
3.10.	<b>COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA</b> .....	37
3.10.1.	<b>Programación Hidrotérmica de corto plazo</b> .....	38
4.	<b>MATERIALES Y MÉTODOS</b> .....	41
4.1.	<b>MATERIALES Y HERRAMIENTAS</b> .....	41
4.1.1.	<b>Normativas</b> .....	41
4.1.2.	<b>Lenguajes de Optimización</b> .....	41
4.1.3.	<b>GAMS Como Software de Optimización</b> .....	42
4.2.	<b>MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN</b> .....	43
4.3.	<b>PLANTEAMIENTO DEL MODELO</b> .....	44
4.3.1.	<b>Modelo de Despacho Térmico Uninodal</b> .....	44
4.3.2.	<b>Modelo de Despacho Térmico con Flujos DC</b> .....	45
4.3.3.	<b>Modelo Hidrotérmico con Embalse en Cascada Uninodal</b> .....	45
4.3.4.	<b>Modelo de Despacho Hidrotérmico con Líneas de Transmisión</b> .....	47
5.	<b>ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS</b> .....	49
5.1.	<b>ASPECTOS GENERALES</b> .....	49
5.1.1.	<b>Caso 1: Despacho Térmico</b> .....	49
5.1.2.	<b>Caso 2: Despacho Térmico Considerando Líneas de Transmisión</b> .....	52
5.1.3.	<b>Caso 3: Coordinación Hidrotérmica Uninodal</b> .....	54
5.1.4.	<b>Caso 4: Modelo IEEE 14 Barras</b> .....	64
6.	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	70
6.1.	<b>CONCLUSIONES</b> .....	70
6.2.	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	71
7.	<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	72
8.	<b>ANEXOS</b> .....	74

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 3.1</b> Marco temporal de análisis para la estructura económica del SEP [11].	8
<b>Tabla 5.1</b> Validación del costo obtenido en GAMS con el modelo propuesto Caso 1.	50
<b>Tabla 5.2</b> Validación de Potencia generada obtenida en GAMS con el Modelo Propuesto, Caso 1.	50
<b>Tabla 5.3</b> Variación del coeficiente de generación "a" de la unidad térmica 1.	51
<b>Tabla 5.4</b> Validación del Costo Obtenido en GAMS con el Modelo Propuesto, Caso 2.	52
<b>Tabla 5.5</b> Potencia y Costo de Generación de Centrales Térmicas caso 2.	53
<b>Tabla 5.6</b> Flujo de Potencia entre Líneas de Transmisión.	53
<b>Tabla 5.7</b> Variación del coeficiente de generación "a" de la unidad térmica 1, caso 2.	53
<b>Tabla 5.8</b> Validación del costo obtenido en GAMS con el modelo propuesto.	54
<b>Tabla 5.9.</b> Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas [32].	56
<b>Tabla 5.10</b> Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas - Parte 1.	56
<b>Tabla 5.11</b> Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas. - Parte 2	57
<b>Tabla 5.12.</b> Potencia de generación de la asignación de unidades hidráulica y térmica [32].	59
<b>Tabla 5.13</b> Potencia generada por las centrales hidráulicas y térmicas - Parte 1.	59
<b>Tabla 5.14</b> Potencia generada por las centrales hidráulicas y térmicas - Parte 2.	60
<b>Tabla 5.15.</b> Programa de asignación de unidades y potencias activas de generación para un periodo de 24 horas – Parte 1 [32].	60
<b>Tabla 5.16</b> Programa de asignación de unidades y potencias activas de generación para un periodo de 24 horas – Parte 2 [32].	61
<b>Tabla 5.17</b> Aporte de generación de unidades térmicas – Parte 1.	61
<b>Tabla 5.18</b> Aporte de generación de unidades térmicas – Parte 2.	62
<b>Tabla 5.19</b> Volumen de agua en los embalses – parte 1.	62
<b>Tabla 5.20</b> Volumen de agua en los embalses – parte 2.	63
<b>Tabla 5.21</b> Costo de generación para el caso 4.	64
<b>Tabla 5.22</b> Generación y Costo de Generación de Centrales Térmicas.	65
<b>Tabla 5.23</b> Potencia de Generación de centrales térmicas e hidroeléctricas.	66
<b>Tabla 5.24</b> Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas.	67
<b>Tabla 5.25</b> Volumen de agua en los embalses.	68
<b>Tabla 5.26</b> Flujos de potencia entre líneas parte 1.	68
<b>Tabla 5.27</b> Flujos de potencia entre líneas parte 2.	69
<b>Tabla A.1.</b> Datos de las unidades térmicas [33].	74
<b>Tabla B.1.</b> Datos de unidades térmicas para el caso 2 [34].	78
<b>Tabla B.2.</b> Demanda eléctrica del caso 2 [34].	78
<b>Tabla B.3.</b> Datos de las líneas de transmisión para el caso 2 [34].	78
<b>Tabla B.4.</b> Datos de resumen de las barras para el caso 2.	79
<b>Tabla C.1.</b> Demandas del sistema para un periodo de 24 horas [32].	85
<b>Tabla C.2.</b> Coeficientes de potencia de generación hidráulica [32].	85
<b>Tabla C.3.</b> Flujos de entrada de los embalses [32].	85
<b>Tabla C.4.</b> Límites de capacidad de almacenaje, límites de descarga y límites de generación hidráulica [32].	86
<b>Tabla C.5.</b> Características técnicas y económicas del sistema térmico [32].	86
<b>Tabla D.1.</b> Coeficientes de potencia de generación hidráulica [32].	103

<b>Tabla D.2.</b> Límites de capacidad de almacenaje, límites de descarga y límites de generación hidráulica [32].....	103
<b>Tabla D.3.</b> Características del sistema térmico de prueba [35]. .....	104
<b>Tabla D.4.</b> Flujos de entrada en los embalses de las centrales, caso 4 [32]. .....	104
<b>Tabla D.5.</b> Parámetros de las líneas de transmisión, caso 4 [35].....	104
<b>Tabla D.6.</b> Demanda para un periodo de 8 horas del caso 4 [35].....	105



## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 3.1.</b> Característica de entrada-salida de una unidad de vapor [13].	10
<b>Figura 3.2.</b> Sistema de generación térmica [13].	13
<b>Figura 3.3.</b> Esquema de Generación de una Central Hidroeléctrica [18].	14
<b>Figura 3.4</b> Variables asociadas a una central hidroeléctrica [20].	15
<b>Figura 3.5</b> Centrales hidroeléctricas acopladas hidráulicamente por una misma cuenca [20].	17
<b>Figura 3.6.</b> Curva de entrada-salida de una unidad hidráulica [22].	17
<b>Figura 3.7.</b> Efecto de la altura del agua en la descarga de agua [13].	18
<b>Figura 3.8</b> Representación del marco de optimización numérica [24].	23
<b>Figura 3.9</b> Representación de programación no lineal [24].	25
<b>Figura 3.10</b> Programación no lineal de mínimos múltiples [24].	26
<b>Figura 3.11</b> Condición de las funciones convexas [24].	27
<b>Figura 3.12</b> Condiciones necesarias para funciones no convexas [24].	28
<b>Figura 3.13.</b> Casos de estudio del problema de despacho económico [16].	32
<b>Figura 3.14</b> Esquema del procedimiento de optimización [27].	38
<b>Figura 3.15</b> Sistema Hidrotérmico [22].	39
<b>Figura 5.1</b> Resultado de la variación del coeficiente (a) para el caso 1.	50
<b>Figura 5.2</b> Comparación de los resultados de la generación obtenida entre los diferentes escenarios.	52
<b>Figura 5.3</b> Resultado de la variación del coeficiente (a) del generador 1 para el caso 2.	54
<b>Figura 5.4</b> Costo de Generación de Centrales Térmicas.	55
<b>Figura 5.5</b> Aporte de Generación de Centrales Térmicas e Hidroeléctricas.	58
<b>Figura 5.6</b> Porcentaje de Potencia Total Generada por Central.	58
<b>Figura 5.7</b> Volumen en los embalses de las centrales hidráulicas.	63
<b>Figura 5.8</b> Costo de Generación de Centrales Térmicas.	65
<b>Figura 5.9</b> Potencia de Generación Total de Centrales Térmicas e Hidroeléctricas.	66
<b>Figura 5.10</b> Porcentaje total de generación de cada central.	67
<b>Figura 5.11</b> Agua vertida por los embalses de cada central.	67
<b>Figura 5.12</b> Volumen del embalse al final de cada período.	68
<b>Figura A.1.</b> Diagrama unifilar, caso 1 [33].	74
<b>Figura B.1.</b> Diagrama unifilar para el sistema de 4 barras del caso 2 [34].	79
<b>Figura C.1.</b> Diagrama unifilar del sistema hidrotérmico, caso 3 [32].	87
<b>Figura C.2.</b> Configuración de cuatro unidades hidroeléctricas en cascada [32].	87
<b>Figura D.1.</b> Diagrama unifilar del sistema de 14 barras de la IEEE, caso 4 [35].	103

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

$i, j$	Índice de los buses de la red
$t$	Intervalos de tiempo
$h$	Índice de unidades de generación hidráulica
$th$	Índice de unidades de generación térmica
$\Omega_H^i$	Conjunto de todas las unidades de generación hidráulica conectadas al bus $i$
$\Omega_H$	Conjunto de todas las unidades de generación hidráulica
$\Omega_G$	Conjunto de todas las unidades de generación térmica
$\Omega_G^i$	Conjunto de todas las unidades de generación térmica conectadas al bus $i$ .
$\Omega_\ell^i$	Conjunto de todos los buses conectados al bus $i$
$\Omega_\ell$	Conjunto de buses de la red.
$a_i^{th}, b_i^{th}, c_i^{th}$	Coefficientes de costo de combustible de la unidad térmica $i$
$D_i$	Demanda de potencia activa el bus $i$ (MW)
$D_e$	Demanda de potencia activa (MW)
$P_i^{th}$	Potencia activa generada por unidad térmica $i$ (MW)
$P_i^h$	Potencia activa generada por unidad hidráulica $i$ (MW)
$P_i^{th,max/min}$	Límites máximo y mínimo de generación de potencia de la unidad térmica $i$ en (MW).
$R_t^h$	Agua liberada por el embalse en el tiempo $t$
$R_{max/min}^h$	Límite máximo y mínimo de agua liberada por el embalse
$I_t^h$	Los influjos o entradas de agua en el tiempo $t$
$L_t^h$	Volumen del embalse en el tiempo $t$
$L_{max/min}^h$	Limites máximo y mínimo de volumen del embalse en el tiempo $t$
$P_{ij}$	Flujo de potencia que conecta el bus $i$ al $j$ (MW)

$P_{ij}^{max}$	Límite máximo de flujo de energía que conecta el bus $i$ al $j$ (MW)
$x_{ij}$	Reactancia que conecta el bus $i$ al $j$
$\delta_i$	Angulo de voltaje en el bus $i$ (rad)
$OF$	Costo total de Operación (\$)

## 1. INFORMACIÓN GENERAL

**Título:** Desarrollo de un modelo de optimización para el despacho hidrotérmico a corto plazo con multiembalse.

**Fecha de inicio:** 5 de abril del 2021

**Fecha de finalización:** 5 de agosto del 2021

**Lugar de ejecución:** Latacunga

**Facultad que auspicia:** Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas “CIYA”.

**Carrera que auspicia:** Ingeniería en Electricidad.

**Proyecto de vinculación vinculado:** Optimización de Sistemas Eléctricos de Potencia.

**Equipo de trabajo:**

Tutor de Titulación: Quinatoa Caiza Carlos Iván

Estudiantes: Ortiz Malla Josue Steeven.

Pico Tayo David Andrés.

**Área de conocimiento:** 07 / 071 / 0713

**Línea de investigación:** Energías alternativas y renovables, eficiencia energética y protección ambiental.

**Sublíneas de investigación de la carrera:**

- Explotación y diseño de sistemas eléctricos de potencia.
- Conversión y uso racional de la energía eléctrica.

## **2. INTRODUCCIÓN**

### **2.1. EL PROBLEMA**

#### **2.1.1. Situación Problémica**

El Sistema Eléctrico Ecuatoriano tiene un parque generador conformado por centrales hidroeléctricas, termoeléctricas y de energía renovable, siendo las dos primeras tecnologías las principales fuentes de las cuales se obtiene energía eléctrica. Por consiguiente, para el control de la operación del despacho económico se utiliza un modelo hidrotérmico de optimización que permite determinar el uso apropiado de los recursos energéticos disponibles y las restricciones que estas presentan, con la finalidad de minimizar los costos operativos del parque generador.

El despacho económico (DE) ha sido un área de investigación activa desde que se empezó a operar los Sistemas de Potencia, debido a las múltiples perspectivas a analizar y parámetros a controlar, por las características dinámicas propias del sistema. Como resultado el DE se lo considera como un problema de optimización del sistema eléctrico y que se suelen clasificar como problemas de operación y problemas de planificación.

Por esta razón la programación de la generación busca solventar los problemas de operación, mediante la operación del sistema eléctrico de forma coordinada, tomando en cuenta diferentes aspectos técnicos, operativos y económicos de tal manera que se garantice la confiabilidad y seguridad del sistema, así como del suministro de energía, a la vez que se busca maximizar los beneficios y minimizar los costos asociados a la generación.

En la actualidad existen métodos desarrollados para solucionar los problemas de optimización como los métodos clásicos y los heurísticos, sin embargo, estos enfoques se han aplicado según la necesidad y característica de cada región en función del modelo de su matriz energética. De modo que, esta información se encuentra dispersa complicando la profundización en estos temas y de cómo aplicarlos de forma correcta considerando los diferentes parámetros a controlar para realizar el despacho económico.

#### **2.1.2. Formulación del Problema**

La complejidad del despacho hidrotérmico dificulta la consideración de variables y restricciones propias de las unidades de generación, que se encuentran comprometidas dentro de la programación de energía a corto plazo.

## **2.2. OBJETO Y CAMPO DE ACCIÓN**

### **2.2.1. Objeto**

Despacho Hidrotérmico a Corto Plazo.

### **2.2.2. Campo de Acción**

3300 Ciencias Tecnológicas / 3306 Ingeniería y Tecnología Eléctricas / 3306.02 Aplicaciones Eléctricas.

3300 Ciencias Tecnológicas / 3322 Tecnología Energética / 3322.02 Generación de Energía.

## **2.3. BENEFICIARIOS**

Los beneficiarios directos de esta propuesta tecnológica son los estudiantes de la carrera Ingeniería en Electricidad de la Universidad Técnica de Cotopaxi.

## **2.4. JUSTIFICACIÓN**

La presente investigación se encuentra vinculada a la temática de “Planificación y Operación de Sistemas Eléctricos de Potencia” perteneciente a la sublínea de investigación de la carrera de Ingeniería en Electricidad de la Universidad Técnica de Cotopaxi, en relación a lo expuesto, se considera pertinente el estudio de la operación económica en sistemas de generación hidrotérmica.

Los sistemas de energía deben funcionar de forma económica, para que la energía eléctrica sea rentable para el consumidor. Teniendo en cuenta que, en la operación de los sistemas eléctricos, la contribución de cada carga y de cada unidad dentro de una central debe garantizar que el costo de la energía eléctrica producida sea mínimo. Esta operación se realiza mediante modelos de optimización. Sin embargo, formular un modelo de optimización resulta complejo, sobre todo para sistemas a gran escala. Además, es responsabilidad del operador técnico elegir un algoritmo apropiado para una aplicación concreta, más aún cuando se trata de generación mixta, dado que para evaluar el punto óptimo entre asignación de unidades de generación se debe considerar las características y variables propias de cada tipo de tecnología. Como consecuencia no resulta fácil modelar un sistema de optimización, de ahí la necesidad de analizar las variables y restricciones que intervienen en el despacho hidrotérmico que permita modelar el algoritmo apropiado para determinar una solución óptima.

Finalmente, se pretende establecer una contribución parcial a una investigación de mayor alcance, que pueda enfocarse por ejemplo al desarrollo de metodologías para el mejoramiento

del algoritmo de minimización de costos de producción o al estudio del funcionamiento económico del sistema eléctrico enfocado al mercado eléctrico mayorista (MEM).

## 2.5. HIPÓTESIS

Si la introducción de generación hidroeléctrica en sistemas de potencia minimiza los costos operación, entonces la formulación del modelo de optimización para despacho hidrotérmico ayuda a que los sistemas presenten un menor costo ante la generación eléctrica convencional, mediante el despacho óptimo de energía.

## 2.6. OBJETIVOS

### 2.6.1. General

Formular un modelo matemático de optimización mediante el lenguaje de modelado algebraico GAMS para la coordinación del despacho hidrotérmico a corto plazo considerando multiembalse.

### 2.6.2. Específicos

Realizar el estado del arte del modelo de optimización para la coordinación del despacho hidrotérmico a corto plazo.

Formular a partir de los casos de estudio de la literatura científica un modelo de optimización, utilizando programación no lineal para la coordinación del despacho hidrotérmico a corto plazo considerando multiembalse.

Simular los modelos matemáticos de optimización para los casos de estudio propuestos, considerando el análisis de las variables técnicas de operación y costos, mediante el software GAMS.

## 2.7. SISTEMAS DE TAREAS

<b>Objetivos</b>	<b>Actividades (tareas)</b>	<b>Resultados esperados</b>	<b>Técnicas, Medios e Instrumentos</b>
Realizar el estado del arte del modelo de optimización para la coordinación del despacho	Investigación sobre de los modelos de optimización del SEP. Investigación sobre los métodos matemáticos	Información, definición, unidades, cálculo y antecedentes referente al despacho hidrotérmico	Fuentes bibliográficas, libros, artículos, tesis relacionadas con

hidrotérmico a corto plazo.	utilizados para la coordinación de sistemas eléctricos.		coordinación hidrotérmica a corto plazo.
Formular a partir de los casos de estudio de la literatura científica un modelo de optimización, utilizando programación no lineal para la coordinación del despacho hidrotérmico a corto plazo considerando multiembalse.	Formulación matemática de los sistemas planteados para los casos de estudio.  Aplicación de un software para modelar sistemas hidrotérmicos.	Determinación de la función objetivo y sus restricciones como se detalla en la sección 4.3.  Compilación del algoritmo matemático utilizado.	Modelado matemático.
Simular los modelos matemáticos de optimización para los casos de estudio propuestos, considerando el análisis de las variables técnicas de operación y costos, mediante el software GAMS.	Verificación de valores obtenidos de los casos de estudio planteados.  Determinación de la distribución de carga entre las centrales de generación.	Adquisición del reporte de resultados del DE para cada caso.  Análisis y tratamiento de los datos obtenidos detallados en la sección 5.1.	Software de optimización GAMS.



### 3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 3.1. ANTECEDENTES

Desde que se introdujo el suministro de energía al público, se ha requerido contar con una fuente de electricidad fiable y barata [1]. En consecuencia, los algoritmos de optimización del despacho económico (DE) han tenido un papel importante a la hora de decidir la operación de las unidades de generación comprometidas, de modo que reduzcan los costos de generación. Por lo tanto, los avances en la investigación del DE han permitido desarrollar nuevas alternativas para la modelación de sistemas de potencia.

Se puede decir que, las ideas del concepto de despacho económico surgieron en la década de 1920 en Estados Unidos. En [2], George Davison en la publicación de su artículo “*Dividing load between units. Electrical World*” en el año de 1922 hace referencia que, para establecer los programas de funcionamiento de las unidades, había que calcular el consumo de combustible de las distintas combinaciones de turbinas a distintas cargas.

En relación a esta idea, desde la década de 1930 se desarrollaron e implementaron varios métodos para resolver el problema del DE. Entre estos métodos iniciales, el más popular era el Criterio de Igualdad de Costos Incrementales o “*EICC*” por sus siglas en inglés. Desde entonces, se han desarrollado otras metodologías para mejorar los algoritmos de minimización de costos de producción [3].

Sin embargo, los estudios del DE realizados en esas décadas se enfocaban a la minimización de costos de unidades de generación térmica. Por lo cual no se consideraba la integración de otras fuentes de energía como la generación hidroeléctrica, que tienen que ser despachadas evaluando consideraciones diferentes [4].

De esta manera el despacho económico se derivó en diferentes casos de estudio, como la distribución óptima de carga entre unidades térmicas, considerando restricciones y la coordinación hidrotérmica a corto y largo plazo. Como consecuencia surgieron nuevos modelos utilizados para el Despacho Económico Hidrotérmico de Corto Plazo (DEHCP) desde el punto de vista matemático como informático [5].

El despacho económico a corto plazo (DECP) es un proceso continuo de toma de decisiones temporales. Por lo que en los últimos 50 años se han dedicado considerables esfuerzos a este proceso. A casusa de la evolución de la tecnología informática que ha puesto a disposición del operario una amplia gama de códigos de optimización con distintos grados de rigor y

sofisticación, dando como resultado el desarrollado de diferentes modelos matemáticos de optimización para casos reales con limitaciones físicas y operativas. Para las soluciones de este modelo se han aplicado ampliamente métodos como la programación dinámica y el algoritmo de optimización progresiva. Mientras que, en los últimos 30 años, se ha prestado atención a la aplicación de enfoques de inteligencia artificial y computacional, como el algoritmo genético, la optimización por enjambre de partículas y el algoritmo de la colonia de hormigas [6].

En Ecuador se utiliza un modelo de optimización hidrotérmico para el control de la operación del despacho económico [7]. Por tal motivo en el año 2005, en [8] se realiza un DEHCP utilizando un modelo de programación lineal. En la cual se consideró restricciones de energía para un sistema con embalse.

Por lo general la coordinación del despacho económico hidrotérmico (DEH) se lo clasifica como un problema de optimización de programación no lineal y se suele dividir en periodos de operación de corto y largo plazo. Debido a esto, en la actualidad se utilizan varios métodos y algoritmos para resolver los problemas de DEH. Entre ellos se puede mencionar la relajación lagrangiana, la programación dinámica, los algoritmos genéticos, el recocido simulado y el método del punto interior [9].

### **3.2. ESTRUCTURA DEL SEP**

El sistema eléctrico de potencia se divide en diferentes aspectos tanto físico, económico y regulatorio que definen su estructura para su funcionamiento.

#### **3.2.1. Estructura Física**

La estructura física del SEP se caracteriza por ser jerárquico que compone todo sistema eléctrico, dividido por cuatro subsistemas principales, que se menciona a continuación:

- Generación
- Transmisión
- Distribución
- Demanda o consumo.

En donde las líneas de transmisión constituyen el enlace de conexión entre las centrales generadoras y las redes de distribución. Además, considerando que la estructura se encuentra condicionada por el hecho de que tiene que existir un equilibrio instantáneo y permanente entre generación y demanda [10]. Por lo que también se los denomina sistemas de equilibrio dinámico.

### 3.2.2. Estructura Económica

La estructura económica del SEP se puede analizar en función de diferentes marcos temporales, y dependiendo del mismo se pueden distinguir diferentes problemas que se presenta en el sistema eléctrico:

- Los sistemas de energía eléctrica tienen que construirse, reforzarse y ampliarse, lo que conlleva a problemas de planificación a largo plazo, que abarcan de 1 a 20 años en el futuro.
- Después, estos sistemas deben ser operados para abastecer la demanda eléctrica, al mismo tiempo que la operación se enfoca en un objetivo económico como el minimizar el costo de suministro a la vez que se cumple con las restricciones técnicas del sistema.
- Por último, minutos antes de la entrega de energía, la seguridad del suministro se convierte en parte primordial, donde se busca suministrar la demanda con seguridad respecto a eventuales contingencias.

En la **Tabla 3.1** se ilustra el marco temporal desde la planificación a largo plazo hasta el control en tiempo real que se suele considerar.

**Tabla 3.1** Marco temporal de análisis para la estructura económica del SEP [11].

<b>Planificación a largo plazo.</b>	<b>Planificación de operación</b>	<b>Operación</b>	<b>Control</b>
De 1 año a 20 años.	De 1 mes a una semana.	De 1 semana a minutos.	De minutos a tiempo real.

#### 3.2.2.1 Operación del SEP

Las operaciones del sistema eléctrico implican decisiones en un marco temporal de 1 mes a minutos de antelación al suministro de energía. En [11] se menciona tres tipos diferentes de decisiones de operación.

- El primero se refiere a las decisiones de planificación de la operación que se toman alrededor de 1 mes antes de la entrega de energía y que pertenecen normalmente a la adquisición de combustible, la gestión de los recursos hídricos, el mantenimiento preventivo de las instalaciones de generación y de las de transmisión/distribución.

- Así mismo el segundo se basa en las decisiones de operación en el día que implican la adquisición de reservas (energía de reserva preparada para tomar el relevo si se producen contingencias) y la programación de las unidades de generación para la producción.
- Finalmente, las decisiones de funcionamiento en cuestión de minutos antes de la entrega de energía, que implican garantizar el suministro fiable de energía respetando los requisitos técnicos, los niveles de tensión y los y los límites de las líneas de transmisión.

### **3.2.3. Estructura Regulatoria**

Los sistemas de energía eléctrica se suelen gestionar de forma centralizada o a través de un mercado. En base a esto se describirá brevemente estos enfoques que se consideran para la regulación y gestión del SEP.

#### **3.2.3.1 Operación centralizada**

Esta operación se caracteriza por la existencia de un operador central, que debe tener un conocimiento de todo el sistema, de los datos económicos y técnicos, y mediante el principio de control óptimo el operador se encargara de planificar y operar el sistema para abastecer la demanda al mínimo costo posible [11]. De este modo el operador central es responsable de la toma de decisiones, mientras que a los productores de energía simplemente se les dice cuándo y cómo operar sus propias unidades de producción.

#### **3.2.3.2 Operación de mercado**

Esta operación plantea el desarrollo de actividades en base a la competitividad entre productores, pero también plantea normativas para regular a los mismos. Es decir, los productores de electricidad podrán competir libremente construyendo y explotando instalaciones para la producción de energía, pero el comercio real de electricidad se organizará a través de dos tipos mercado como:

- El mercado de futuro donde las transacciones son a largo plazo y se materializan en contratos y opciones que abarcan desde una semana hasta varios años y;
- El mercado de pool donde las operaciones se realizan a corto plazo, creando un mercado diario y un mercado en tiempo real o de equilibrio. El mercado diario se liquida una vez al día, un día antes de la entrega de la energía, mientras que el mercado en tiempo real se liquida 10-20 minutos antes de la entrega de la energía [11].

### 3.3. COSTOS DE GENERACIÓN.

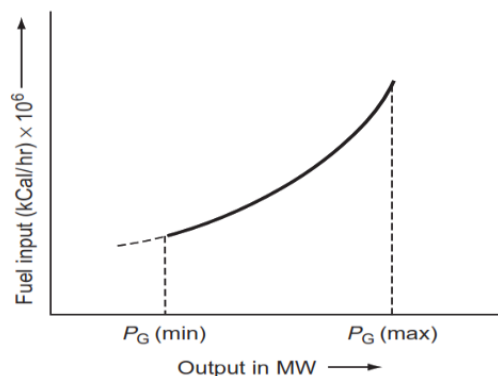
La operación económica de un sistema de potencia es muy importante para recuperar y obtener beneficios del capital invertido, por lo que las empresas generadoras buscan alcanzar la máxima eficiencia posible, ya que esto permite minimizar el costo de la energía tanto a los consumidores, como el costo que este representa a la compañía el suministrar una determinada cantidad de energía ante la creciente alza de precios del combustible, mano de obra, materia prima y mantenimiento que representan a las diferentes plantas generadoras.

Entonces se puede deducir que el problema del despacho económico depende principalmente de la función de costos de la unidad de generación. En consecuencia, resulta importante conocer la relación entre el costo y la potencia de salida de una unidad generadora. En base a lo antes mencionado en primera instancia se analizará los costos que producen las unidades de generación.

El costo de generar una cantidad de energía en (MWh) puede variar mucho según la tecnología de la unidad. En [12] se analiza la relación entre costo-potencia de una central térmica en cuatro tipos diferentes de curvas diferentes:

#### 3.3.1. Curva de Entrada-Salida.

Este tipo de curvas puede construirse de forma experimental mediante el uso de datos de campo, variando el consumo del combustible y midiendo la potencia de salida para ese consumo. Sin embargo, para cada unidad existen límites de funcionamiento como se muestra en la **Figura 3.1** que describe una curva típica de entrada-salida para una unidad de generación de vapor.



**Figura 3.1.** Característica de entrada-salida de una unidad de vapor [13].

También se debe considerar las diferentes magnitudes de medición que existe para la entrada de combustible, como en términos de calor la unidad de medición suele ser de  $10^6$  (kCal/hora) o (Btu/hora). Mientras que, en términos de cantidad de combustible, la unidad de medida es toneladas de combustible/hora (fuel/h), que se suelen convierten en (MkCal/h) millones de kCal sobre hora [13].

Un método para determinar la forma de la característica de entrada-salida de una unidad generadora es mediante la aplicación de mínimos cuadrados para calcular los coeficientes (a, b, c) cálculo el conjunto de:

- Datos estadísticos del combustible y,
- Datos estadísticos de la producción de energía.

En base a esto se aplica la ecuación (3.1) que relación el consumo de combustible con la potencia de salida.

$$\Delta F_k = (aP_k^2 + bP_k + c) - F_k \quad (3.1)$$

Donde  $F_k$  se refiere al consumo de combustible, mientras que  $P_k$  es la potencia de salida, obtenido de los datos estadísticos de  $k = 1, 2, \dots, n$ , y  $n$  representa el número de muestras de datos para una unidad generadora. Aplicando mínimos cuadrados en la ecuación (3.1) se obtiene:

$$J = (\Delta F_k)^2 = \sum_{k=1}^n (aP_k^2 + bP_k + c - F_k)^2 \quad (3.2)$$

Luego se realiza las derivadas parciales para cada uno de los coeficientes obteniendo las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = \sum_{k=1}^n 2P_k^2 (aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b} = \sum_{k=1}^n 2P_k (aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial J}{\partial c} = \sum_{k=1}^n 2(aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0 \quad (3.5)$$

Ordenando las ecuaciones (3.2) - (3.5) se obtiene:

$$\left(\sum_{k=1}^n P_k^2\right)a + \left(\sum_{k=1}^n P_k\right)b + nc = \sum_{k=1}^n F_k \quad (3.6)$$

$$\left(\sum_{k=1}^n P_k^3\right)a + \left(\sum_{k=1}^n P_k^2\right)b + \left(\sum_{k=1}^n P_k\right)c = \sum_{k=1}^n F_k P_k \quad (3.7)$$

$$\left(\sum_{k=1}^n P_k^4\right)a + \left(\sum_{k=1}^n P_k^3\right)b + \left(\sum_{k=1}^n P_k^2\right)c = \sum_{k=1}^n (F_k P_k^2) \quad (3.8)$$

Finalmente, para obtener los coeficientes de la función cuadrática de coto del combustible se resuelve las ecuaciones (3.6) - (3.8).

### 3.3.2. Curva de Costo del Combustible.

Este tipo de curva representa una función del costo de generación de electricidad con respecto a la producción de energía. Para la mayoría de los generadores, la mayor parte del costo de generación se compone del costo del combustible. En otras palabras, esta curva de una unidad de generación  $i$  puede considerarse como una función polinómica cuadrática como se muestra en (3.9):

$$C(P_{Gi}) = a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Gi}^2 \quad (3.9)$$

En otras literaturas como [14] la ecuación del costó de combustible se suele representar de la siguiente forma.

$$F = a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i \quad (3.10)$$

De modo que, para la presente investigación se abordará la ecuación que se muestra en (3.10). Donde a, b y c representan los coeficientes de la característica de entrada-salida. La constante c es equivalente al consumo de combustible de la unidad generadora en funcionamiento sin salida de potencia. Mientras que  $i$  representa la unidad de generación [15].

### 3.3.3. Curva de Costos Incrementales.

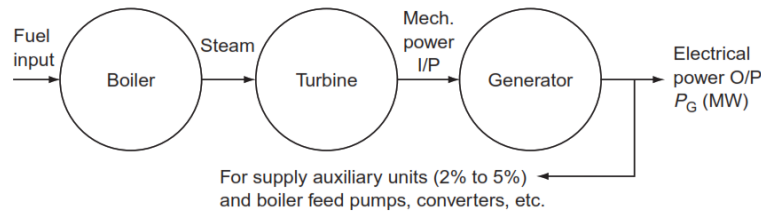
La curva de costos incrementales o costos marginales es otra forma de representar la relación entre costo y potencia. Esta resulta de la derivada de la curva de costos, es decir surge al derivar la ecuación (3.9) o (3.10) con respecto a  $P_{Gi}$  la potencia generada de la unidad  $i$ , resultando en la siguiente ecuación:

$$\frac{dF}{dP_{Gi}} = 2a_i P_{Gi} + b_i \quad (3.11)$$

Esta curva representa el cambio incremental en el costo de entrada cuando una unidad aumenta o disminuye la generación de energía en una unidad [12].

### 3.4. CARACTERÍSTICAS DE UNIDADES TÉRMICAS

El sistema de la unidad térmica suele estar formado por la caldera, la turbina de vapor y el generador como se muestra en la **Figura 3.2**. La entrada de la caldera es el combustible, y la salida es el volumen de vapor. Por lo cual la relación entre la entrada y la salida puede expresarse como una curva convexa.



**Figura 3.2.** Sistema de generación térmica [13].

El rendimiento de cualquier unidad puede entenderse mediante la característica de entrada-salida del generador y la curva de costos que se analizó en el apartado anterior. En [16] las características de las máquinas individuales se dibujan en gráficos y luego se convierten en ecuaciones matemáticas adecuadas mediante métodos de ajuste de curvas. Estas ecuaciones se utilizan para resolver el problema de programación económica.

#### 3.4.1. Características de Entrada-Salida de Unidades Térmicas.

Como se mencionó la entrada de una unidad térmica se puede expresar en términos de calor suministrado (kcal/h) o en términos de costo de combustible (USD/h), mientras que la producción se expresa en MW. Por consiguiente, la característica de entrada-salida de la unidad generadora se puede observar la producción de energía limitada por la capacidad mínima y máxima de la unidad generadora, como se indica en (3.12):

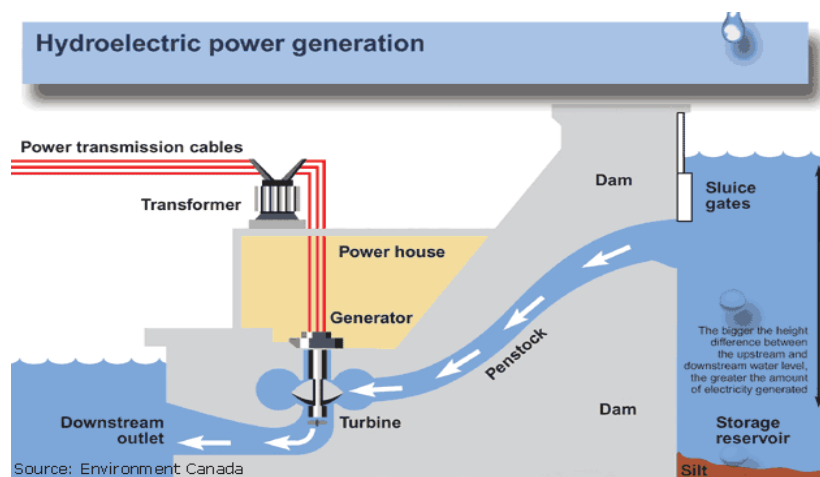
$$P_{Gmin} < P_G < P_{Gmax} \quad (3.12)$$

Donde  $P_{Gmin}$  y  $P_{Gmax}$  son constantes que representan los límites de capacidad de generación de potencia activa de la unidad.



### 3.5. CARACTERÍSTICAS DE UNIDADES HIDRÁULICAS.

En una central hidroeléctrica, las turbinas convierten la energía potencial del agua en energía cinética, que a su vez se convierte en forma eléctrica a través de los generadores. Además, este tipo de energía ha desempeñado un papel importante en el funcionamiento seguro, estable y eficiente de los sistemas de energía eléctrica, pues no sólo genera electricidad como la mayor fuente renovable del mundo, sino que también asume una gran parte de la de regulación y equilibrio en muchos sistemas eléctricos [17]. Sin embargo, las centrales hidroeléctricas son complejos sistemas de potencia no lineales que incluye subsistemas hidráulicos, mecánicos y eléctricos, como se ilustra en la **Figura 3.3**.



**Figura 3.3.** Esquema de Generación de una Central Hidroeléctrica [18].

Las instalaciones hidroeléctricas se clasifican en dos tipos. El primero son las convencionales que se deriva en instalaciones de almacenamiento y de pasada, mientras que el segundo son las instalaciones de bombeo [19].

- Centrales de almacenamiento

Las plantas con embalses de gran capacidad de almacenamiento se denominan plantas de almacenamiento. En periodos de baja demanda de energía, el agua puede almacenarse y utilizarse cuando la demanda es alta.

- Centrales de bombeo

Una central hidroeléctrica de bombeo consta de un embalse superior y otro inferior. Durante los periodos de carga ligera, el agua se bombea desde el embalse inferior al superior utilizando

la energía más económica disponible como excedente de otras fuentes del sistema. Durante los periodos de carga máxima, el agua almacenada en el embalse superior se libera para generar energía, desplazando la generación fósil de alto costo. No obstante, el despacho económico de los sistemas con energía hidroeléctrica de bombeo representan un problema difícil de modelar [19].

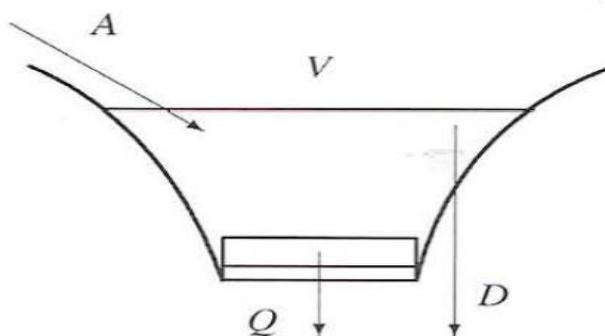
Sin embargo, todas las centrales hidroeléctricas tienen obligaciones sociales, como las necesidades de agua para la agricultura y otros fines, los acuerdos con los afluentes, entre otras. En consecuencia, estas obligaciones influyen en las limitaciones de almacenamiento, afectando a la generación de energía, a diferencia de las unidades térmicas que no necesitan tener en cuenta las obligaciones sociales, más allá de las relacionadas por los niveles de contaminación.

### 3.5.1. Características asociadas a centrales hidráulicas.

Por lo general cuando la cuenca de un río tiene un alto potencial hidrológico se suelen construir centrales en cascada para aprovechar varias veces la energía del agua. Con el objeto de identificar las diferencias al modelar las centrales hidroeléctricas, en adelante se explicará las características de estos tipos de centrales.

El primer lugar se encuentran las centrales de embalse sin acoplamiento, es decir, no tiene acoplamiento hidráulico con otros embalses aguas arriba y el segundo se refiere a las centrales con acoplamiento hidráulico también conocidas como centrales en cascada o en serie. En consecuencia, las ecuaciones utilizadas para modelar los embalses difieren el uno del otros debido a las consideraciones que se debe tener como la descarga de agua, el retardo entre centrales, el influjo de cada central. En [20] se describen detalladamente los modelos que se plantean a continuación.

#### a. Central sin acoplamiento



**Figura 3.4** Variables asociadas a una central hidroeléctrica [20].

En la **Figura 3.4** se relaciona las variables  $V$  que representa el volumen de agua embalsada medido en  $(hm^3)$ , la variable  $A$  que es la aportación externa medida en  $(hm^3/h)$ ,  $D$  que representa el caudal excedente en  $(hm^3/h)$  y  $Q$  representa al caudal utilizado por la central  $(hm^3/h)$ , formulando la siguiente ecuación que relaciona cada una de las variables.

$$V_{h,t} = V_{h,t-1} + A_{h,t} - D_{h,t} - Q_{h,t}(P_{h,t}) \quad (3.13)$$

La variable  $V_{h,t}$  es considerada como el volumen de agua en el embalse asociado a la central  $h$  en el intervalo  $t$ ,  $A_{h,t}$  es la aportación externa al embalse en el intervalo  $t$ , también llamado influjo natural,  $D_{h,t}$  es el caudal vertido por el embalse en el intervalo  $t$ , caudal excedente que no es aprovechado para la generación y  $Q_{h,t}$  es el caudal medio utilizado por la central  $h$  en el intervalo  $t$ . La ecuación (3.13) relaciona el caudal utilizado en función de la potencia media generada  $P_{h,t}$ . Además, estas variables suelen estar acompañadas de las siguientes restricciones de desigualdad.

$$V_h^{min} \leq V_{h,t} \leq V_h^{max} \quad (3.14)$$

$$D_h^{min} \leq D_{h,t} \leq D_h^{max} \quad (3.15)$$

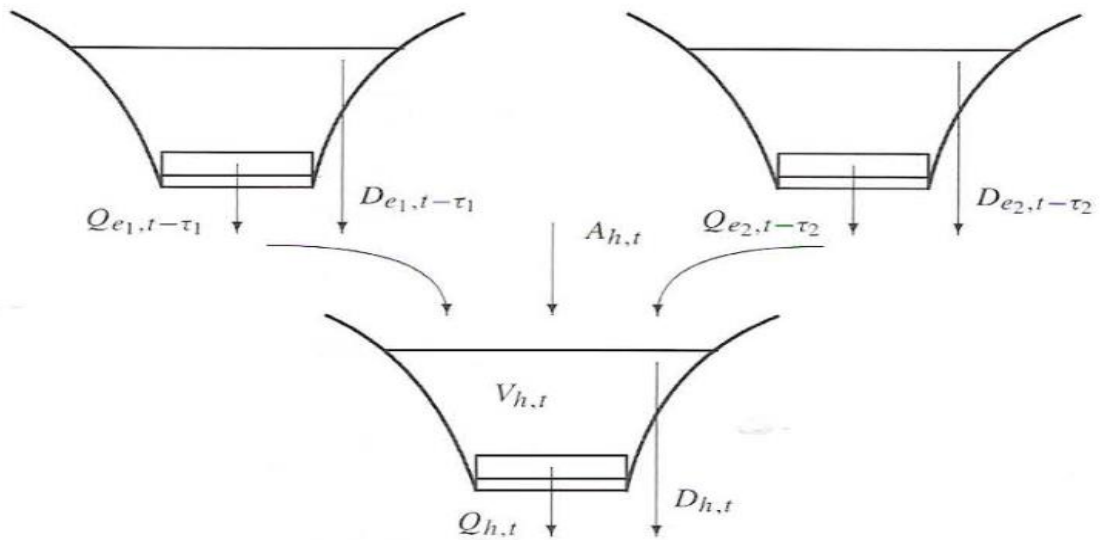
$$Q_h^{min} \leq Q_{h,t} \leq Q_h^{max} \quad (3.16)$$

### b. Hidroeléctricas con acoplamiento

Para modelar el acoplamiento existente entre embalses de una misma cuenca se suele aplicar la siguiente ecuación:

$$V_{h,t} = V_{h,t-1} + A_{h,t} - D_{h,t} - Q_{h,t}(P_{h,t}) + \sum_{e=C_h} \{Q_{e,t-\tau}(P_{e,t-\tau}) + D_{e,t-\tau}\} \quad (3.17)$$

Donde la ecuación (3.17) hace referencia a la relación que existe entre embalses ubicados en un mismo caudal como se muestra en la **Figura 3.5**. Por consiguiente  $C_h$  representa el conjunto de embalses aguas arriba del embalse  $h$ ,  $\tau$  es el tiempo de retardo que tiene el caudal vertido por la central  $e$  en estar disponible en el embalse  $h$ .

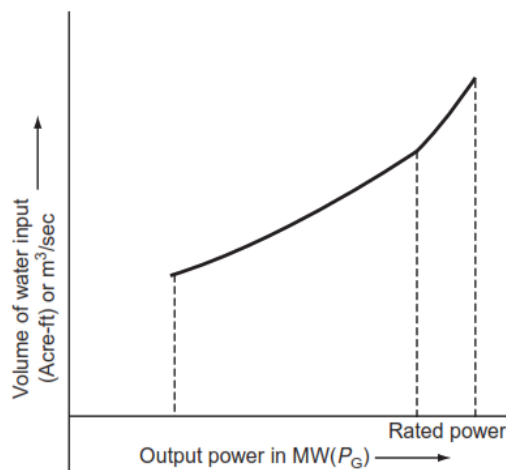


**Figura 3.5** Centrales hidroeléctricas acopladas hidráulicamente por una misma cuenca [20].

### 3.5.2. Características de Entrada-Salida

Las características de la curva de entrada-salida de las unidades hidroeléctricas comparten similitud con las unidades de turbina de vapor. Con la diferencia que la entrada es en términos de volumen de agua por unidad de tiempo y la salida es en términos de potencia eléctrica.

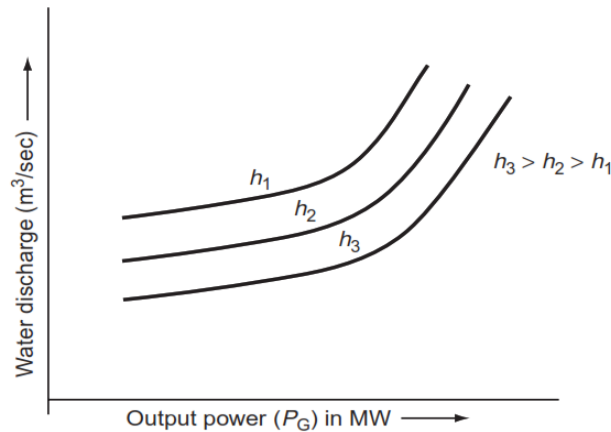
La **Figura 3.6** muestra una curva típica de entrada-salida de las necesidades de volumen de agua de entrada por unidad de tiempo en función de la potencia a medida que ésta aumenta desde la carga mínima hasta la nominal, cuando se sobrepasa este punto las necesidades de volumen aumentan a medida que disminuye el rendimiento de la unidad [21].



**Figura 3.6.** Curva de entrada-salida de una unidad hidráulica [22].

### 3.5.3. Efecto de la Altura del Agua.

Se conoce como efecto de la altura del agua a la variación del nivel de agua. Es decir, cuando la altura del agua disminuye, la característica de entrada-salida de una central hidroeléctrica se desplaza, verticalmente hacia arriba, de modo que se necesita una mayor descarga de agua para la misma generación de energía. Sin embargo, ocurrirá lo contrario cuando la altura del agua aumente [13], la **Figura 3.7** muestra este efecto.



**Figura 3.7.** Efecto de la altura del agua en la descarga de agua [13].

### 3.5.4. Costo Incremental de una Central Hidroeléctrica.

Una central hidroeléctrica no depende del costo, pero los costos de entrada de agua se deben a la capacidad de almacenamiento, a la necesidad de agua para fines agrícolas y al funcionamiento de la central durante temporadas bajas o estaciones secas. El requisito de almacenamiento artificial atribuido al costo de la construcción de presas, canales, conductos, compuertas, conductos forzados impone un costo en la entrada de agua a la turbina, así como el costo del control en la salida de agua de la turbina debido a la necesidad agrícola. Por lo que dentro de este marco las características del costo incremental pueden obtenerse a partir de la siguiente relación.

$$IC = \text{tasa de agua incremental} * \text{costo de agua} \quad (3.18)$$

$$IC = \left[ \frac{m^3}{MWh} \right] * \left[ \frac{USD}{m^3} \right] = \left[ \frac{USD}{MWh} \right] \quad (3.19)$$

### 3.5.5. Restricciones de Centrales Hidroeléctricas.

Por lo general los principales elementos de una central hidroeléctrica como los niveles de embalse o el control de caudales suelen estar limitadas por las siguientes restricciones.

- i. Restricciones de almacenamiento de agua.

El almacenamiento de agua se utiliza en centrales de embalse donde el volumen es  $V_j$  y está limitada por la capacidad mínima y máxima del volumen de agua al final del intervalo  $j$ , como se indica en (3.20):

$$V_{min} \leq V_j \leq V_{max} \quad (3.20)$$

- ii. Restricciones de derrame de agua

Por lo general se establece una prohibición del derrame de agua de manera que  $S_{pj} = 0$ , para reducir el costo de explotación de una central térmica. Sin embargo, se puede presentar circunstancias en las que se permita el derrame de agua  $S_{pj} > 0$  para algún intervalo  $j$ .

- iii. Restricciones del flujo de agua

El flujo de descarga puede ser restringido tanto en tasa y en total como se muestra en las ecuaciones (3.21) y (3.22) respectivamente.

$$q_{min} \leq q_j \leq q_{max} \quad (3.21)$$

$$\sum_{j=1}^{j_{max}} n_j q_j = q_{total} \quad (3.22)$$

## 3.6. FLUJOS DE POTENCIA

El estudio de los flujos de potencia es importante para determinar las mejores condiciones de operación del sistema, permitiendo obtener las magnitudes y ángulos de fase del voltaje de las barras, así como las potencias que fluyen por cada línea [23]. En efecto, es evidente que el objetivo del problema de flujo de potencia es determinar el nivel de tensión y los flujos de potencia a lo largo de la red correspondientes a las cargas e inyecciones de los generadores. En un problema más general los flujos de potencia permiten optimizar tanto los programas de potencia real como los de potencia reactiva. De hecho, también pueden optimizarse otros parámetros del sistema, como las tensiones de los generadores, las derivaciones de los transformadores.

Si bien es cierto existen diferentes métodos para el análisis de flujos de potencia como son Newton Raphson, Gauss Seidel, desacoplado rápido (FDR) y el método de flujos DC, cada uno con diferentes ventajas y características sobre los otros, pero todos permiten tener aproximaciones reales de las variables de estado del sistema. Sin embargo, en este capítulo se abordará el método de flujos DC (FDC) sobre los cuales se basa las soluciones al problema de flujos de potencia para los casos planteados.

De esta manera las ecuaciones de flujos de potencia activa y reactiva están dadas por las siguientes expresiones.

$$P_k = \sum_{m=1}^N |Y_{km} V_k^{i-1} V_m^{i-1}| \cos(\theta_{km} + \delta_m - \delta_k) \quad (3.23)$$

$$Q_k = \sum_{m=1}^N |Y_{km} V_k^{i-1} V_m^{i-1}| \sen(\theta_{km} + \delta_m - \delta_k) \quad (3.24)$$

Donde  $P_k$  es la potencia activa y  $Q_k$  es la potencia reactiva en la barra  $k$ ,  $Y_{km}$  es el valor absoluto de la admitancia de la línea que va de la barra  $k$  a la barra  $m$ ,  $V_k^{i-1}$  es el voltaje de barra de la iteración anterior,  $\theta_{km}$  representa el ángulo de la admitancia y  $\delta$  es el ángulo de los voltajes de la iteración anterior. Hay que tener en cuenta que los valores de las variables de control P y Q generadas son obtenidos del despacho realizado en la barra.

### 3.6.1. Método de Flujos DC

La relación directa que se tiene entre potencia activa y ángulos de fase ( $P - \delta$ ) [20], permite modelar de forma lineal esta relación mediante la aplicación del método de FDC asumiendo las siguientes suposiciones:

- Se considera que la resistencia será mucho menor que la reactancia de la línea.

$$r_{km} \ll x_{km} \quad (3.25)$$

- Se asume que los voltajes de las barras del sistema son las mismas.

$$V_k = V_m = V_N = 1 \text{ p. u.} \quad (3.26)$$

En efecto los flujos de potencia reactiva no se considerarán. Por lo tanto, la ecuación de flujo de potencia activa que fluye por una línea entre las barras  $k$  y  $m$  viene dado por la siguiente ecuación:

$$P_{km} = \frac{1}{X_{km}}(\delta_k - \delta_m) \quad (3.27)$$

Donde  $X_{km}$  representa la reactancia serie de la línea. De esta forma la ecuación anterior implica que el flujo de cargas en DC ignora las pérdidas por efecto Joule.

Mientras que, para formar la matriz de admitancias, se considera la ecuación propuesta en (3.28).

$$Y_{km} = \frac{1}{Z_{km}} = \frac{1}{r_{km} + jx_{km}} = G_{km} - jB_{km} \quad (3.28)$$

Donde  $G_{km}$  es la conductancia y  $jB_{km}$  representa la susceptancia. Obteniendo la siguiente matriz.

$$B_{DC} = \begin{bmatrix} x_{kk} & -x_{km} \\ -x_{km} & x_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Finalmente, la ecuación para determinar los ángulos de voltaje en las barras se expresa de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} \delta_k \\ \delta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{kk} & -x_{km} \\ -x_{km} & x_{mm} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} P_k \\ P_m \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

### 3.6.2. Formulación al Problema del Flujo de Potencia

- **Función objetivo**

El problema del OPF puede tener varias funciones objetivo, entre estos se puede mencionar los siguientes: la minimización del costo del combustible, minimización de las pérdidas activas o reactivas, y mínimo movimiento de control. Esta flexibilidad permite utilizar el OPF para diferentes tipos de problemas como:

- a. Despacho económico: permite minimizar el costo de operación, incluyendo el costo de la seguridad de la red que se aplican a instalaciones de la red que operan dentro de sus límites.



- b. Despacho preventivo: se incluyen las restricciones de contingencia en el problema y se ajustan los controles para mantener las tensiones y los flujos de las ramas dentro de los límites incluso con la presencia de una contingencia.
- c. Despacho correctivo: se aplica durante una emergencia si un equipo del sistema está por encima del límite o si se produce una violación del voltaje, entonces el OPF puede sugerir los ajustes necesarios del sistema para garantizar que todos los elementos funcionen dentro de sus límites normales de estado estacionario.
- d. Cálculo del precio spot: el OPF puede utilizarse para calcular el precio de la energía por nodo en el sistema sobre una base de intervalo fijo, bajo el régimen del mercado eléctrico.

- **Restricciones**

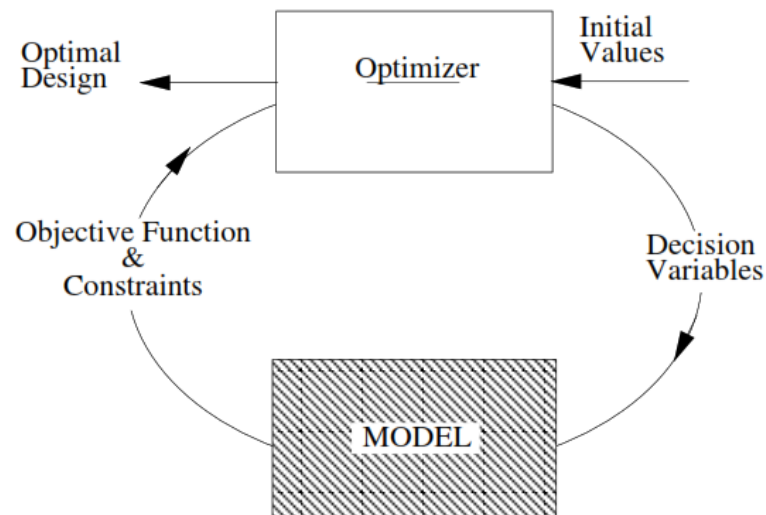
Los flujos de potencia pueden tener tanto restricciones de igualdad como de desigualdad. La igualdad está relacionada con el equilibrio del flujo de energía. Mientras que las restricciones de desigualdad están relacionadas con los límites superior e inferior de los equipos del sistema, como de las líneas de transmisión, generadores o transformadores.

### **3.7. MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN**

#### **3.7.1. Optimización Numérica**

La teoría de la optimización matemática ofrece una alternativa para la toma de decisiones en situaciones donde se presentan modelos complejos, siempre que se puedan representar matemáticamente las decisiones y el sistema. Entonces se puede decir que el objetivo de un problema de optimización es determinar las variables de decisión que optimicen la función objetivo, asegurando al mismo tiempo que el modelo funcione dentro de los límites establecidos por las restricciones de igualdad y las restricciones de desigualdad.

En la **Figura 3.8** se describe de forma esquemática el procedimiento iterativo empleado en una técnica de optimización numérica, en donde el optimizador invoca el modelo con un conjunto de valores de las variables de decisión. Desde ese punto el modelo simula los fenómenos y calcula la función objetivo y las restricciones, para que luego la información obtenida sea utilizada por el optimizador para calcular un nuevo conjunto de variables de decisión. Esta secuencia iterativa continúa hasta que los criterios de optimización que pertenecen al algoritmo de optimización se satisfagan.



**Figura 3.8** Representación del marco de optimización numérica [24].

En la actualidad existen diversos métodos que se han desarrollado para resolver problemas de operación de sistemas eléctricos. En [14] se clasifican estos métodos como:

- i. Métodos convencionales de optimización.
- ii. Métodos de búsqueda de inteligencia.

Para el desarrollo de este proyecto se encauzó en los métodos convencionales de optimización, a continuación, se abordará los métodos convencionales.

### 3.7.2. Métodos Convencionales

Entre los diferentes métodos convencionales de optimización se pueden mencionar los siguientes:

#### a. Enfoques de optimización sin restricciones

Los principales enfoques de optimización sin restricciones que se utilizan en la operación del sistema de energía son el método del gradiente, el método del multiplicador de Lagrange, la optimización de Newton – Raphson, entre otros, y son la base para la formulación de los algoritmos de optimización con restricciones.

#### b. Programación no lineal (PNL)

Los métodos basados en PNL tienen mayor precisión que los enfoques basados en LP, y también tienen convergencia global. Lo que permite manejar fácilmente los problemas de operación del sistema eléctrico, como los problemas OPF con funciones objetivo y de restricción no lineales.

**c. Programación lineal (PL)**

Se utiliza para linealizar el problema de optimización del sistema de energía no lineal. Sin embargo, la evaluación suele ser imprecisa para encontrar una solución exacta, en comparación con un modelo preciso del sistema eléctrico no lineal. Sin embargo, a pesar de ser un método no muy preciso, se puede tener resultados aproximados. Por lo que se utiliza para resolver problemas de operación del SEP, como el DE con restricciones de seguridad, el OPF, las regiones de seguridad en estado estacionario, la optimización de la potencia reactiva, entre otras.

**d. Método de Newton**

El método de Newton requiere el cálculo de las derivadas parciales de segundo orden de las ecuaciones de flujo de potencia y otras restricciones. Mientras que, para las condiciones necesarias de optimalidad se suelen aplicar las condiciones de Karush Kuhn-Tucker (KKT).

Dentro de este orden para este proyecto se propone el uso del método PNL para el desarrollo de los modelos de optimización con el objetivo de realizar la programación óptima de generación, por lo que a continuación se abordará este método.

**3.8. PROGRAMACIÓN NO LINEAL**

La programación no lineal (PNL) es uno de los algoritmos más empleados dentro de la programación matemática y que representa un problema de optimización que puede tener o no limitaciones en el cual la función objetivo, las restricciones, o tanto el objetivo como las restricciones son no lineales [10], [24]. Un problema general de programación no lineal, se puede formular de la siguiente forma [25].

$$\text{Optimizar } z = f(x_1, \dots, x_n) \tag{3.31}$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} h_1(x_1, \dots, x_n) &= 0 \\ \vdots &\vdots \\ h_\ell(x_1, \dots, x_n) &= 0 \\ g_1(x_1, \dots, x_n) &\leq 0 \\ \vdots &\vdots \\ g_m(x_1, \dots, x_n) &\leq 0 \end{aligned} \tag{3.32}$$

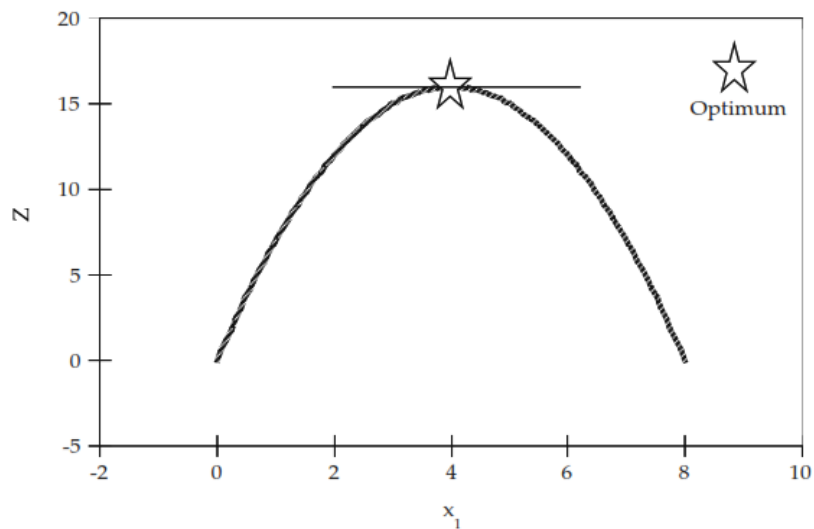
Sin embargo, se suele representar de una forma más reducida como se detalla a continuación.

$$\text{Optimizar } Z = f(x) \tag{3.33}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} h(x) &= 0 \\ g(x) &\leq 0 \end{aligned} \tag{3.34}$$

donde  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  representa un vector de las variables de decisión,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es la función objetivo, mientras que  $h(x) = (h_1(x), \dots, h_\ell(x))^T$  y  $g(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x))^T$  son las restricciones de igualdad y desigualdad respectivamente. Para la solución de un PNL, es necesario observar la relación de la función objetivo con cada variable de decisión. Por ejemplo, la **Figura 3.9** representa la función objetivo  $Z$  donde se requiere determinar las variables de decisión  $x_1$ .



**Figura 3.9** Representación de programación no lineal [24].

La función objetivo y la restricción de la **Figura 3.9** que muestra una función cóncava viene dada por la siguiente expresión.

$$\text{Maximizar } Z = 8x_1 - x_1^2 \tag{3.35}$$

Sujeto a

$$x_1 \geq 0 \tag{3.36}$$

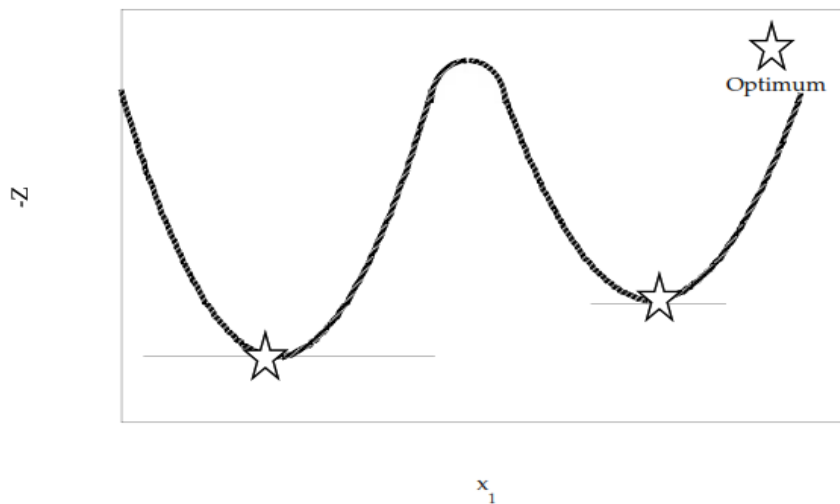
Entonces se puede decir que el punto óptimo máximo de la función objetivo se encuentra cuando  $x_1 = 4$ , donde el eje  $x$  es tangente a la curva de la función objetivo, teniendo una pendiente en relación a la derivada parcial de  $(dZ / dx_1)$  igual a cero [24]. Cumpliendo con la

primera condición necesaria de optimalidad que se utiliza para decidir el punto extremo de una función en los problemas de PNL.

Para diferenciar un máximo de un mínimo se debe determinar si la pendiente es creciente o decreciente alrededor del punto extremo, por ejemplo, en la **Figura 3.9** la pendiente es decreciente a medida que  $x_1$  se aleja del punto 4. Mientras que, cuando la pendiente es creciente da lugar a un mínimo.

Evidentemente se puede dar el caso de que se presente un único punto óptimo, por lo que cuando se tiene un único óptimo se lo denomina máximo ideal en caso de que la función objetivo sea maximizar o mínimo idea si la función objetivo se requiere minimizar [24]. Sin embargo, cuando se trata de una función objetivo como la que se muestra en la **Figura 3.10** donde se tiene una función con dos puntos mínimos uno mejor que otro, una solución en PNL puede ser determinar el óptimo local, o un óptimo global. Estos puntos óptimos que se definen como.

- **Óptimo local:** el punto es mejor que cualquier otro punto adyacente.
- **Óptimo global:** el mejor de todos los puntos factibles.



**Figura 3.10** Programación no lineal de mínimos múltiples [24].

Entonces para el caso de la **Figura 3.10** se tendría un mínimo local y un mínimo global de una función no convexa ni cóncava. Mientras que, para algunos problemas se puede obtener un óptimo global. Por ejemplo, el caso propuesto en la **Figura 3.9** muestra un máximo global de una función cóncava.

### 3.8.1. Funciones Convexas y Cóncavas

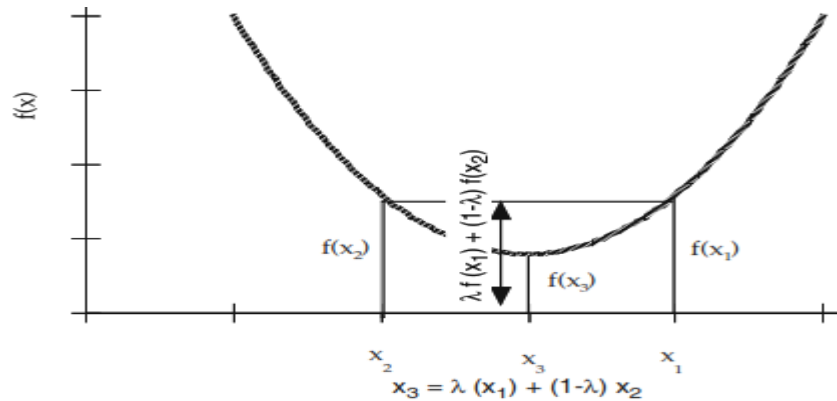
Para determinar si una solución óptima local es también una solución óptima global, se debe determinar su región de definición y la convexidad o la concavidad de la función. Debido a esto resulta importante reconocer las funciones convexas y cóncavas. Por lo que a continuación, se tratan las características de estos tipos de funciones.

#### a. Funciones convexas

Se denomina conjuntos convexas si, para dos vectores distintos  $x_1$  y  $x_2$  de una función  $f(x)$  en  $S$ , el vector  $x = \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2$ , donde  $\lambda$  es un número real entre 0 y 1, además está en  $S$ . Es decir  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Mientras que, se dice que una función  $f(x)$  es estrictamente convexa si, para dos puntos distintos  $x_1$  y  $x_2$ , se aplica la siguiente ecuación [24].

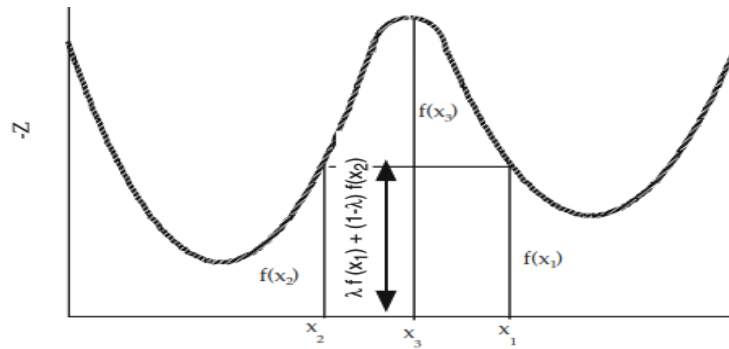
$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) \quad (3.37)$$

La ecuación (3.37) se describe en la figura para una función convexa de un único mínimo.



**Figura 3.11** Condición de las funciones convexas [24].

Mientras que para una función no convexa se puede tener múltiples mínimos como en la **Figura 3.12**.



**Figura 3.12** Condiciones necesarias para funciones no convexas [24].

### b. Función cóncava

Una función  $f(x)$  es estrictamente cóncava si la resta de función es estrictamente convexa, es decir  $-f(x)$ . Por lo tanto, la **Figura 3.9** representa una función cóncava que tiene un único máximo.

Con base en las funciones explicadas, para obtener un óptimo global en PNL se aplican las siguientes condiciones [24].

- Maximización: La función objetivo debe ser cóncava y el espacio de soluciones debe ser un conjunto convexo.
- Minimización: La función objetivo debe ser convexa y el espacio de soluciones debe ser un conjunto convexo.

### 3.8.2. Programación No Lineal Sin Restricciones

En [10] el problema sin restricciones de PNL se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & x \in \mathfrak{R}^n \end{aligned} \tag{3.38}$$

Donde  $f(x)$  es una función de  $\mathfrak{R}^n$  en  $\mathfrak{R}$  hasta las derivadas de segundas continuas. Para este tipo de problemas se tiene dos tipos de condiciones de optimalidad.

#### a. Condiciones necesarias de primer orden.

Para una PNL sin restricciones las condiciones vienen dadas por la ecuación (3.39) y requiere que la primera derivada (Jacobiano/gradiente) de la función objetivo con respecto a cada variable de decisión sea cero, es decir:

$$J = \nabla z(x^*) = 0 \quad (3.39)$$

Esta condición se aplica tanto para determinar un punto óptimo máximo, o un mínimo. Por lo que para el caso de un mínimo cuando  $\nabla z(x^*)$  es cero entonces  $x^*$  se lo conoce como un minimizador local, en cambio sí es diferente de cero no es un minimizador local.

### b. Condiciones necesarias de segundo orden.

La condición necesaria de segundo orden se aplica al hessiano y distingue entre un máximo y un mínimo, esta condición establece que el hessiano (H) para un mínimo local tiene que ser semidefinido positivo y para un máximo local tiene que ser semidefinido negativo.

$$H = \nabla^2 z(x^*) \quad (3.40)$$

donde  $x^*$  es un mínimo local fuerte, si el jacobiano (J) es cero y el hessiano (H) es definido positivo.

### c. Condiciones de suficiencia

Tomando las mismas ecuaciones (3.39) y (3.40), y partiendo de que  $x^*$  se considera un mínimo local fuerte, si el jacobiano es cero y el hessiano es definido positivo. Entonces  $\nabla z(x^*)$  es el vector columna de derivadas parciales de primer orden de  $z(x)$  evaluadas en  $x^*$ , y  $\nabla^2 z(x^*)$  es la matriz simétrica de las derivadas parciales de segundo orden de  $z(x)$  evaluadas en  $x^*$ , a menudo llamada también como matriz hessiana. Mientras que el elemento de la fila  $i$  y la columna  $j$  es  $\frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_j}$ .

Entonces, se dice que la matriz H es definida positiva si y sólo si se cumple la ecuación (3.41)

$$Q(x) = \nabla x^T H \nabla x > 0 |_{x=x^*} \quad (3.41)$$

Por lo tanto, la condición de H se puede definir en términos de  $Q(x)$ , como se indica a continuación:

- H es definido positivo si para todo  $x$ ,  $Q(x) > 0$ .
- H es semidefinido positivo si para todo  $x$ ,  $Q(x) \geq 0$ .
- H es definido negativo si para todo  $x$ ,  $Q(x) < 0$ .
- H es semidefinido negativo si para todo  $x$ ,  $Q(x) \leq 0$ .
- H es indefinido si para todo  $x$ ,  $Q(x) \leq 0$
- Para otras  $x$ ,  $Q(x) < 0$ .



### 3.8.3. Programación No Lineal Con Restricciones

Los problemas de programación no lineal con restricciones se plantean de la siguiente manera como se describe en [10]:

$$\text{Optimizar } Z(x) \quad (3.42)$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} h(x) &= 0 \\ g(x) &\leq 0 \\ x &\in \mathfrak{R}^n \end{aligned} \quad (3.43)$$

Donde  $Z(x)$  es una función de  $\mathfrak{R}^n$  en  $\mathfrak{R}$ ,  $h(x)$  es una función de  $\mathfrak{R}^n$  en  $\mathfrak{R}^m$  y  $g(x)$  una función de  $\mathfrak{R}^n$  en  $\mathfrak{R}^p$ . Esto es  $Z(x): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ ,  $h(x): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ ,  $g(x): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^p$ , donde  $m \leq n$ . Las funciones  $h(x)$  y  $g(x)$  se suelen expresar por matrices como:

$$h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_m(x) \end{bmatrix}; \quad g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_p(x) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Para la solución de PNL es importante considerar todas las restricciones de desigualdades e igualdades que se encuentren activas.

#### a. Condiciones necesarias de primer orden.

Las condiciones de optimalidad se denominan condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), donde las variables de decisión incluyen  $\mu$  y  $\lambda$ . Estas variables son llamadas variables duales, multiplicadores de Kuhn-Tucker o multiplicadores de Lagrange. Las condiciones de KKT proporcionan las condiciones necesarias para una solución de PNL y se utilizan en los métodos numéricos para resolver el problema de forma iterativa.

Las condiciones de KKT de primer orden necesarias para la optimización pueden escribirse como sigue:

1. Dependencia lineal de los gradientes:

$$\nabla L(x^*, u^*, \lambda^*) = \nabla Z(x^*) + \nabla g(x^*)^T \mu^* + \nabla h(x^*)^T \lambda^* = 0 \quad (3.45)$$

Donde  $*$  se refiere a la solución óptima, mientras que la primera condición representa la dependencia lineal de los gradientes, también se lo conoce como error de Kuhn-Tucker.

2. Viabilidad de la solución PNL:

$$g(x^*) \leq 0 \quad (3.46)$$

$$h(x^*) = 0 \quad (3.47)$$

La segunda condición requiere que la PNL satisfaga todas las restricciones. Por lo que los signos de las restricciones de desigualdad son muy importantes para encontrar la solución óptima, siendo necesario definir una convención para representar una PNL.

3. Condición de complementariedad; o bien  $u^* \leq 0$  o bien  $g(x^*) = 0$ :

$$u^{*T} g(x^*) = 0 \quad (3.48)$$

4. No negatividad de los multiplicadores de las restricciones de desigualdad:

$$u^* \geq 0 \quad (3.49)$$

Al igual que la PNL sin restricciones se debe tener en cuenta los conceptos de minimizador local y minimizador local estricto para problemas con restricciones como se describe en [10]:

a. Minimizador local

Un punto  $x^* \in \mathfrak{R}^n$  es un minimizador local de  $Z(x)$  sujeto a  $h(x) = 0, g(x) \leq 0$  si existe un valor  $\epsilon > 0$  tal que  $Z(x^*) \leq Z(x), \forall x \in \mathfrak{R}^n$  y tal que  $h(x) = 0, g(x) \leq 0$  y  $|x - x^*| < \epsilon$ .

b. Minimizador local estricto

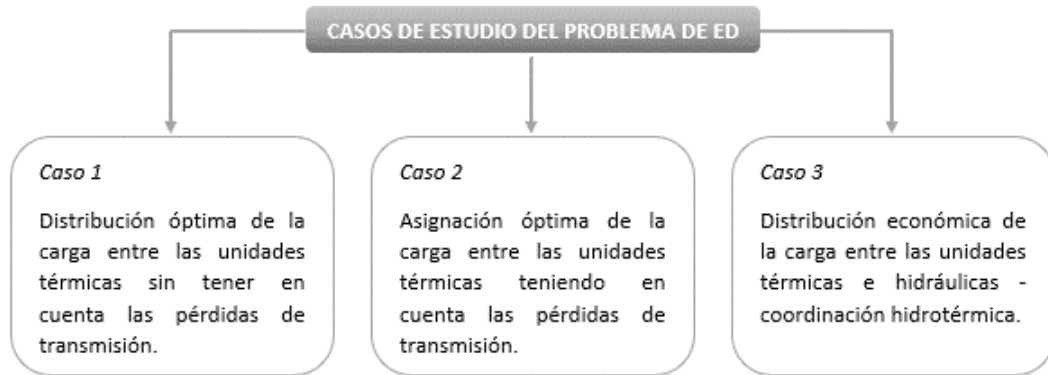
Un punto  $x^* \in \mathfrak{R}^n, h(x^*) = 0, g(x^*) \leq 0$  es un minimizador local estricto de  $Z(x)$  que se encuentra sujeto a  $h(x) = 0, g(x) \leq 0$  si existe un valor  $\epsilon > 0$  tal que  $Z(x^*) < Z(x), \forall x \in \mathfrak{R}^n$  y tal que  $h(x) = 0, g(x) \leq 0, x \neq x^*$  y  $|x - x^*| < \epsilon$ .

### 3.9. DESPACHO ECONÓMICO DEL SISTEMA ELÉCTRICO

El despacho económico es el núcleo del funcionamiento económico de un sistema eléctrico. Por lo cual además de mantener la fiabilidad del sistema, también uno de los objetivos clave de la explotación del sistema eléctrico es satisfacer la carga prevista del sistema al menor costo posible.

Según [12] define el DE como un problema que determina el programa del despacho de generación de las unidades comprometidas para satisfacer la demanda de carga requerida al menor costo posible. Una definición similar se puede hallar en [26] refiriéndose al DE cómo el proceso de asignación de la generación entre las diferentes unidades y que se suele denominar

como despacho óptimo. Entonces se puede decir que la programación económica es un modo rentable de asignación de la generación entre las diferentes unidades de tal manera que el costo global de la generación sea el mínimo.



**Figura 3.13.** Casos de estudio del problema de despacho económico [16].

En la **Figura 3.13** se hace mención a los casos de estudio que abarca el despacho económico. Por consiguiente, en esta investigación se profundizará en los casos 1 y 3 para la modelación de los sistemas optimización planteados. Sin embargo, las pérdidas por transmisión del caso 2 no se considerará, pero si se contemplara dentro del análisis el flujo de potencia (PF).

### 3.9.1. Función Objetivo y Restricciones del Despacho Económico

La función objetivo del problema DE consiste en minimizar la función de la ecuación (3.50) sujeta a la satisfacción de las diferentes restricciones.

$$C_{total} = f(P_{G1}, P_{G2}, P_{G3}, \dots, P_{Gn}) \quad (3.50)$$

Donde  $C_{total}$  es el costo total de generación y  $P_{G1}, P_{G2}, P_{G3}, \dots, P_{Gn}$  son generaciones individuales de n-número de unidades.

Entonces el problema del DE puede tratarse como una optimización de parámetros que se encuentra sujeta a la satisfacción de las restricciones del sistema. Por ellos las restricciones del sistema son de dos tipos:

- i. Restricciones de igualdad

Para la programación optimizada del costo de generación, es necesario que se satisfagan las ecuaciones de flujo de potencia.

Así como la restricción de balance de potencia donde se plantea que la suma de la generación de energía de las unidades individuales sea igual a la demanda total de energía como se muestra en la ecuación (3.51).

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = P_D \quad (3.51)$$

ii. Restricciones de desigualdad

Por lo general se suelen incluir a un problema típico del DE las siguientes restricciones de desigualdad.

- Cada unidad generadora de un número  $n$  dado, debe operar ya sea por debajo de su límite máximo y sobre su límite mínimo o en un límite igual a uno de sus límites.
- Límites de magnitudes y ángulos de tensión para garantizar que el sistema tenga mejores márgenes de estabilidad.

### 3.9.2. Problema del Despacho Económico

En [3] se plantea el problema de despacho económico como un problema de optimización no lineal estático que se describe por la ecuación (3.52).

$$\text{Minimizar } \left\{ \sum_{i=1}^M C_i(P_{Gi}) \right\} \quad (3.52)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^M P_{Gi} = P_L + \sum_{i=1}^N P_{Di} \quad (3.53)$$

$$P_{Gi}^{Min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{Max}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

Donde  $M$  es el numero de unidades de generación y  $N$  es el número de nodos de demanda. Para establecer las condiciones necesarias para un valor extremo de la función objetivo se añade la función de restricción (3.53) a la función objetivo después de haber multiplicado la función de restricción por un multiplicador indeterminado, esto se conoce como función de Lagrange. Entonces para establecer la condición de optimalidad de primer orden, la función de Lagrange puede definirse como:

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_{i=1}^M C_i(P_{Gi}) + \lambda \left[ P_L + \sum_{i=1}^N P_{Di} - \sum_{i=1}^M P_{Gi} \right] \\
 & + \sum_{i=1}^M [u_i^{Min}(P_{Gi}^{Min} - P_{Gi}) + u_i^{Max}(P_{Gi} - P_{Gi}^{Max})]
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

Donde  $\lambda$  representa el multiplicador de Lagrange de la ecuación de equilibrio de potencia, y  $u_i^{Min}$  y  $u_i^{Max}$  representan los correspondientes multiplicadores de Lagrange de las ecuaciones de límite de potencia. A partir de esta ecuación, las condiciones de optimalidad de primer orden (KKT) pueden derivarse de las siguientes consideraciones:

Para  $P_{Gi}^{Min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{Max}$

$$\frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} + \lambda \left( \frac{dP_L}{dP_{Gi}} \right) = 0 \tag{3.55}$$

Si  $P_{Gi} = P_{Gi}^{Min}$

$$\frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} + \lambda \left( \frac{dP_L}{dP_{Gi}} \right) - u_i^{Min} = 0; \quad u_i^{Min} \geq 0 \tag{3.56}$$

Si  $P_{Gi} = P_{Gi}^{Max}$

$$\frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} + \lambda \left( \frac{dP_L}{dP_{Gi}} \right) + u_i^{Max} = 0; \quad u_i^{Max} \geq 0 \tag{3.57}$$

### 3.9.3. Método de la Derivada

Este método utiliza la función de costos del generador considerando el multiplicador de Lagrange del cual se toma la primera derivada de la función de Lagrange con respecto a cada una de las variables independientes y se fijan las derivadas iguales a 0.

Entonces reescribiendo la ecuación (3.54) cuando no se consideran pérdidas por las líneas se obtiene la ecuación (3.58).

$$L = C_T + \lambda \left( P_{Di} - \sum_{i=1}^M P_{Gi} \right) \tag{3.58}$$

Donde  $C_T$  es la función de costo para centrales térmicas expresada por  $C_T = \sum_{i=1}^M C_i(P_{Gi})$ ,  $L$  es la función de Lagrange y  $\lambda$  simboliza el costo incremental.

Entonces aplicando la primera derivada a la función descrita en la ecuación (3.58) se obtiene:

$$\frac{dL}{dP_{Gi}} = \frac{dC_i(P_i)}{dP_{Gi}} - \lambda = 0 \quad (3.59)$$

Por consiguiente, se puede obtener la condición necesaria de un mínimo costo en el cual todos los generadores térmicos proveen energía, para lo tanto  $\lambda$  se asume como la tasa de costo incremental para todas las unidades. Para resolver estas ecuaciones se tiene que añadir la ecuación de la potencia generada que debe ser igual a la potencia de carga, considerando que se debe respetar de forma simultánea las limitaciones de potencia máxima y mínima de los generadores. Matemáticamente esto se expresa como:

$$\frac{dC_i}{dP_{Gi}} = \lambda \quad (3.60)$$

$$P_{Gi,min} < P_{Gi} < P_{max} \quad (3.61)$$

$$\sum_{i=1}^N P_{Gi} = P_D \quad (3.62)$$

Así pues, se plantea N número de ecuaciones que formarán una matriz para obtener los resultados.

$$\begin{bmatrix} \frac{dC_1}{dP_{G1}} - \lambda \\ \frac{dC_2}{dP_{G2}} - \lambda \\ \vdots \\ \frac{dC_i}{dP_{Gi}} - \lambda \\ \sum_{i=1}^N P_{Gi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ P_D \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

A este procedimiento de solución matemática se la podría tener en cuenta como la base para el desarrollo de procedimientos siguientes, por la razón de que esta tiene falencias en sus resultados las cuales no consideran la potencia mínima y máxima de generación, llegando a decidir potencias fuera de rango proporcionando resultados no satisfactorios.

### 3.9.4. Método del Gradiente

El principio del método del gradiente se basa en que el mínimo de una función dada,  $f(x)$  se puede encontrar mediante una serie de pasos que siempre van en dirección descendente. Entonces el gradiente de la función  $f(x)$  puede expresarse como sigue en [14]:

$$\nabla g = \begin{bmatrix} \frac{df}{dx_1} \\ \frac{df}{dx_2} \\ \vdots \\ \frac{df}{dx_n} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

Aplicando la ecuación (3.58) al método del gradiente se construye la función de Lagrange como se muestra a continuación:

$$\nabla L = \begin{bmatrix} \frac{dL}{dP_{G1}} \\ \frac{dL}{dP_{G2}} \\ \vdots \\ \frac{dL}{dP_{GN}} \\ \frac{dL}{d\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF_1(P_{G1})}{dP_{G1}} - \lambda \\ \frac{dF_2(P_{G2})}{dP_{G2}} - \lambda \\ \vdots \\ \frac{dF_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} - \lambda \\ P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Por consiguiente, para resolver el problema de despacho económico, se deben dar valores iniciales a  $P_{G1}^0, P_{G2}^0, \dots, P_{GN}^0$  y  $\lambda^0$ . Entonces establecido los puntos de partida  $x^0$ , el nuevo punto  $x^1$  se calcularán mediante la siguiente ecuación.

$$x^1 = x^0 - \varepsilon(\nabla L) \quad (3.66)$$

Donde  $\varepsilon$  es una escala que se utiliza para procesar la convergencia del método del gradiente. Además, considerando que los puntos  $x^1$  y  $x^0$  son vectores, la expresión se puede expresar de forma general como:

$$\begin{bmatrix} P_{G1}^1 \\ P_{G2}^1 \\ \vdots \\ P_{GN}^1 \\ \lambda^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1}^0 \\ P_{G2}^0 \\ \vdots \\ P_{GN}^0 \\ \lambda^0 \end{bmatrix} - \varepsilon \begin{bmatrix} \frac{dF_1(P_{G1})}{dP_{G1}} - \lambda \\ \frac{dF_2(P_{G2})}{dP_{G2}} - \lambda \\ \vdots \\ \frac{dF_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} - \lambda \\ P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

### 3.10. COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA

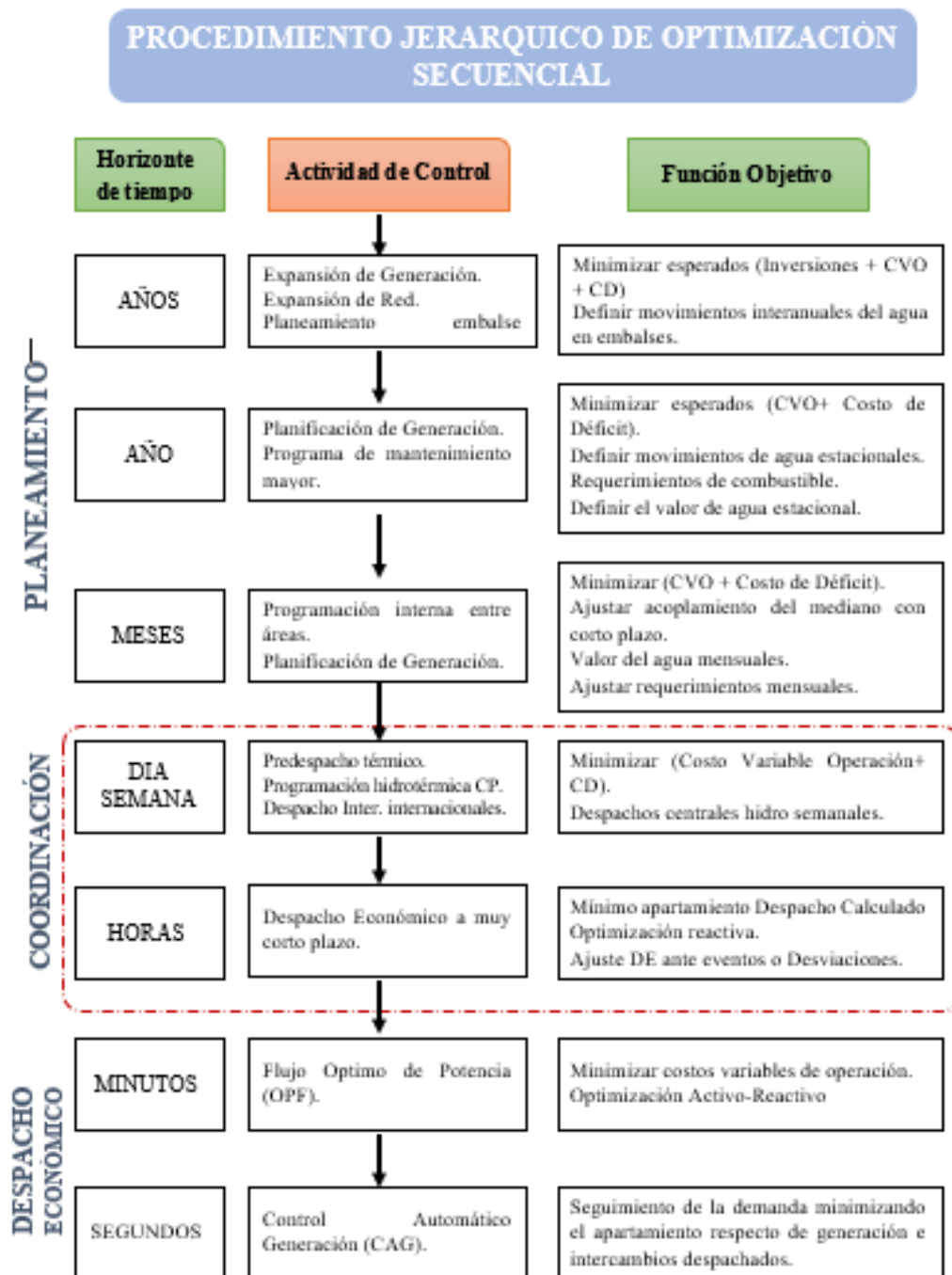
Resulta más complejo la operación de un sistema que cuenta tanto con centrales hidroeléctricas como térmicas, ya que deben funcionar con la restricción de disponibilidad de agua para la generación hidroeléctrica durante un periodo de tiempo determinado, a pesar de tener un costo de explotación insignificante, además de las restricciones térmicas que ya se han mencionado.

Entonces el problema de programación óptima en un sistema hidrotérmico puede plantearse como minimizar el costo del combustible de las centrales térmicas bajo la restricción de la disponibilidad de agua para la generación a lo largo de un periodo determinado de operación. En consecuencia, las empresas de servicios públicos elaboran planes a largo y corto plazo, con el fin de gestionar el funcionamiento de los sistemas de energía para satisfacer las demandas previstas según los criterios económicos y de seguridad requeridos.

Sin embargo, dada la complejidad de las estructuras de los sistemas de suministro de energía y las múltiples restricciones que son activas en períodos de distinta duración, no resulta posible una solución exacta de optimización en una sola etapa del problema global. Esto debido a los distintos subproblemas que involucra la programación de la operación [27]. Por consiguiente, resulta evidente que para resolver el problema global se lo debe abordar como una serie de problemas parciales en base a la actividad que se desea controlar y al horizonte al que se enfoca el estudio. Considerando la **Figura 3.14** en donde se muestra el problema global que se considera para la elaboración de los procedimientos de optimización, el estudio puede dividirse en dos casos en dos casos de estudio como:

- 1) Programación hidrotérmica de largo plazo.
- 2) Programación hidrotérmica de corto plazo.





**Figura 3.14** Esquema del procedimiento de optimización [27].

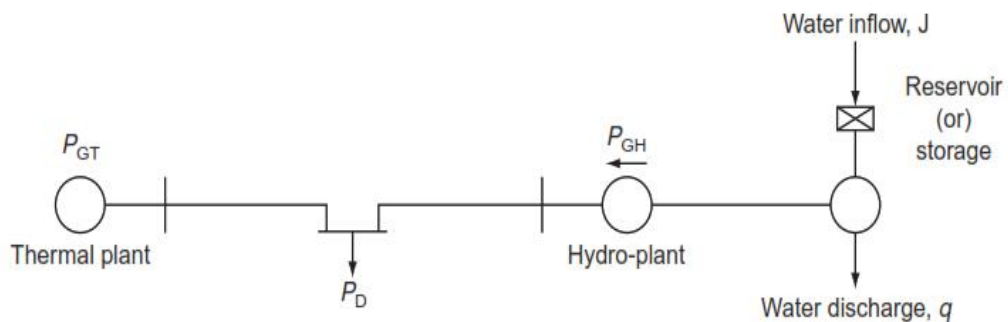
### 3.10.1. Programación Hidrotérmica de corto plazo

Cuando se toma en cuenta el factor de tiempo el problema de optimización se denomina problema dinámico. Por lo que para la programación económica de los sistemas hidrotérmicos combinados también dependerá de las condiciones existentes a lo largo de todo el periodo de funcionamiento, es decir para la coordinación hidrotérmica a corto plazo se debe considerar las

diferentes particularidades de los dos tipos de centrales a fin de cubrir en su totalidad la demanda de carga diaria [22]. Entonces esta consideración se describe en la siguiente ecuación.

$$\sum_{t=1}^{t_{max}} P_H + \sum_{t=1}^{t_{max}} P_{Th} = P_{Dt} \quad (3.68)$$

La ecuación (3.68) establece el balance de potencia que debe cumplir para cada hora. Mientras se satisfacen las restricciones de límites de generación de cada central. Por lo que en la **Figura 3.15** se muestra un sistema hidrotérmico típico.



**Figura 3.15** Sistema Hidrotérmico [22].

Entre las diferentes particularidades que se debe contemplar en las centrales hidráulicas es el análisis de la disponibilidad del agua, por lo que se suele plantear como función a minimizar el costo del combustible de las centrales térmicas bajo la restricción de la disponibilidad de agua para la generación en un periodo de operación. Lo que implica la programación hora a hora de todas las generaciones disponibles en un sistema para obtener el mínimo costo de producción para el tiempo dado. Esto se realiza con el fin de garantizar el uso apropiado de los recursos energéticos disponibles.

Dentro de este marco en este tipo de problemas de programación, se asume que se conocen la carga, las entradas hidráulicas y las disponibilidades de las unidades. Además, el problema también es cómo suministrar la carga durante el período de operación, de manera que la generación de las plantas térmicas sea mínima. Esta condición se cumplirá cuando el valor de la generación hidroeléctrica, más que su cantidad, sea un máximo durante un periodo determinado.

De este modo los factores de los que depende el funcionamiento económico de un sistema combinado hidrotérmico son los siguientes:

- Ciclo de carga.
- Costos incrementales del combustible de las centrales térmicas.
- Caudal de agua previsto en las centrales hidroeléctricas.
- La altura del agua en función del almacenamiento de agua en las centrales hidroeléctricas.
- Generación hidroeléctrica.
- Pérdida de transmisión incremental.

## **4. MATERIALES Y MÉTODOS**

### **4.1. MATERIALES Y HERRAMIENTAS**

#### **4.1.1. Normativas**

En la elaboración de este proyecto se utilizó como guía la regulación ARCONEL-006/00. En este se establecen los procedimientos del despacho y operación del sistema eléctrico. Esta regulación proporciona una base metodológica y normativa para el despacho y operación del sistema nacional interconectado (SNI).

#### **4.1.2. Lenguajes de Optimización.**

Los programas de optimización se pueden clasificar en dos categorías muy importantes al momento de considerar su uso: Software con y sin licencia comercial. En este sentido a continuación, se presentarán algunos ejemplos de los softwares más accesibles para estudiantes de pregrado.

##### **a. PYOMO**

Pyomo es un paquete de software basado en Python que admite una amplia gama de funciones de optimización para crear, resolver y analizar modelos de optimización. La función principal de Pyomo es modelar una aplicación estructurada optimizada. Siendo un software de código libre, Pyomo se puede utilizar para identificar problemas simbólicos comunes, iniciar problemas específicos y resolverlos [28]. También Pyomo admite una amplia gama de problemas, que incluyen:

- Programación lineal
- Programación cuadrática
- Programación no lineal
- Programación lineal de enteros mixtos
- Programación cuadrática de enteros mixtos
- Programación no lineal de enteros mixtos
- Programación estocástica
- Programación disyuntiva generalizada
- Ecuaciones algebraicas diferenciales
- Programas matemáticos con restricciones de equilibrio

##### **b. CVXOPT**

Es un programa gratuito de optimización convexa basado en el lenguaje de programación Python. Puede usarse como un intérprete interactivo de Python en la línea de comandos ejecutando código Python. Alternativamente, también se puede integrar en otro programa a través de las extensiones de Python, es decir, llamando al programa desde otra línea de comando en otro programa. El objetivo principal de este programa es desarrollar aplicaciones de optimización convexa.

#### **c. AMPL**

El programa AMPL [29] forma parte de los lenguajes de modelado y es utilizado para el análisis, depuración, manipulación de datos e implementación de estrategias de optimización. Lo que permite modelar sistemas mediante el lenguaje AML, el cual soporta una gran variedad de solucionadores.

Una de las grandes ventajas de este programa es que el planteamiento que el usuario realice puede ser escrito en forma de notación algebraica facilitando el uso de la sintaxis de programación. AMPL soporta una gran cantidad de tipos de problemas de programación entre los cuales destacan:

- Programación lineal
- Programación no lineal
- Programación lineal entera mixta
- Programación no lineal entera mixta

#### **d. GAMS**

El sistema de Modelación Algebraica General o GAMS es un software especialmente diseñado para modelar y optimizar problemas en sistemas lineales o no lineales. Este software permite a los usuarios manipular las variables en cuestión según las necesidades [30]. Por lo tanto, en segundos, utilizará las nuevas variables para generar nuevos resultados y compararlos con los resultados originales para indicar cambios en el sistema. Puede cambiar rápidamente el tipo de modelo lineal a no lineal y viceversa, así como cambiar las ecuaciones clave de su sistema de forma rápida y sencilla.

#### **4.1.3. GAMS Como Software de Optimización.**

Como ya se explicó anteriormente los lenguajes como PYOMO, CVXOPT, AMPL son herramientas de optimización muy buenos. Sin embargo, se eligió el software de optimización de GAMS para los casos de estudio propuestos debido a la interface y simplicidad del programa

al momento de ingresar las variables, restricciones y ecuaciones. Además, se adapta muy bien a los casos presentados los cuales manejan una cantidad limitada de variables y restricciones, lo que permite que la licencia demostrativa sea suficiente para la ejecución del mismo.

Uno de los motivos por el cual se decidió utilizar GAMS sobre otros lenguajes de modelado como AMPL, se debe al periodo de prueba que da cada lenguaje para su uso, por ejemplo, la licencia de demostración de AMPL tiene una duración de 30 días a comparación de GAMS que tiene 6 meses, esta consideración fue clave para la elección de la herramienta de optimización debido al tiempo estimado en el que se desarrolló del trabajo de investigación.

También, GAMS proporciona al usuario todas las herramientas computacionales para ejecutar la programación, lo que le permite concentrarse más en la parte conceptual del modelo que está desarrollando, mientras garantiza una interfaz de fácil comprensión, proporcionando un informe de resultados bastante claro. Otro de los motivos para la elección del lenguaje GAMS se debe a que es uno de los programas de optimización más comerciales y por ende con mayor cantidad de usuarios.

Finalmente, para el desarrollo del proyecto de Investigación se utilizó una licencia de demostración, la cual permite modelar y resolver problemas lineales (LP, RMIP y MIP) que no superan las 2000 variables y 2000 restricciones. Para todos los demás tipos de modelos como (PNL), el modelo no puede tener más de 1000 variables y 1000 restricciones.

A partir de las ecuaciones matemáticas planteadas se desarrollarán los casos de estudio utilizando la interfaz de usuario del software GAMS, con el objetivo de simular un sistema multinodal y obtener tanto los costos de generación como los flujos de potencia del sistema.

#### **4.2. MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN**

Para validar el modelo propuesto se aplicaron diferentes métodos para el desarrollo de este proyecto. En primer lugar, se utilizó un método descriptivo para la recolección, tabulación y posterior análisis de datos, mediante una investigación bibliográfica para la fundamentación teórica, a partir de información de fuentes secundarias, utilizando textos, libros, guías, folletos, revistas, artículos, tesis y normativa consolidada, para el cálculo del despacho económico y la coordinación hidrotérmica.

Posteriormente se utilizó un método sistémico para modelar el objeto de análisis mediante la determinación de los componentes y la relaciones entre ellos, con el objetivo de determinar la estructura y su dinámica. Además, también se aplicó el método matemático utilizado para

evaluar las restricciones de funcionamiento para el despacho óptimo de las centrales hídricas y centrales térmicas. Finalmente, para que la explicación sea lo más clara posible, se dividió en diferentes casos:

- i. Despacho económico de las unidades térmicas.
- ii. Coordinación de centrales hidráulicas con un conjunto de unidades térmicas.
- iii. Coordinación hidrotérmica en un sistema multinodal y multihorario analizando los flujos de potencia.

### 4.3. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

En este capítulo se presenta los modelos de optimización aplicados a la operación del SEP que se denominaran como:

#### 4.3.1. Modelo de Despacho Térmico Uninodal

A continuación, se ha adoptado el modelo propuesto en [21]. Donde se considera que  $P_i^{th,max}$  y  $P_i^{th,min}$  son las salidas de potencia máxima y mínima de la unidad térmica  $i$ , donde  $i=1, 2, \dots, N$  que representa el conjunto de todas las unidades de generación, es decir  $i \in \Omega_{th}$ ,  $C_i^{th}(P_i^{th})$  representa el costo del combustible y  $D_e$  representa la carga general en el nodo.

$$\min OF = \sum_{i \in \Omega_{th}} C_i^{th}(P_i^{th}) \quad (4.1)$$

Sujeto a:

$$C_i^{th}(P_i^{th}) = a_i^{th}(P_i^{th})^2 + b_i^{th}P_i^{th} + c_i^{th} \quad i \in \Omega_{th} \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{th}} P_i^{th} = D_e \quad (4.3)$$

$$P_i^{th,min} \leq P_i^{th} \leq P_i^{th,max} \quad i \in \Omega_{th} \quad (4.4)$$

En este modelo la función objetivo (4.1) es una función cuadrática utilizada para determinar el costo total del combustible. Cada central de generación termoeléctrica, posee una curva de costos específica, dicha curva es particular para cada uno de los generadores y está representada por la ecuación (4.2). La restricción (4.3) corresponde al balance de potencia que se considera entre la potencia generada y la potencia suministrada. La restricción (4.4) corresponde a los límites técnicos de generación de potencia activa que tiene cada unidad.

### 4.3.2. Modelo de Despacho Térmico con Flujos DC

Como parte del proceso de formulación para el modelo de optimización se considera el modelo matemático establecido en [11], donde se añaden las restricciones técnicas de líneas de transmisión para el análisis de flujos de potencia entre barras del sistema.

$$\min OF = \sum_{g \in \Omega_G} a_i^{th} (P_i^{th})^2 + b_i^{th} P_i^{th} + c_i^{th} \quad (4.5)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in \Omega_G^1} P_i^{th} - D_i = \sum_{j \in \Omega_\ell^1} P_{ij} \quad (4.6)$$

$$P_{ij} = B_{ij}(\delta_i - \delta_j) = \frac{\delta_i - \delta_j}{x_{ij}} \quad i, j \in \Omega_\ell \quad (4.7)$$

$$-P_{ij}^{max} \leq P_{ij} \leq P_{ij}^{max} \quad ij \in \Omega_\ell \quad (4.8)$$

$$P_i^{th, min} \leq P_i^{th} \leq P_i^{th, max} \quad i \in \Omega_{th} \quad (4.9)$$

Para el flujo de potencia la variable  $P_{ij}$  representa el flujo que circula por la línea de la barra  $i$  hacia la barra  $j$ , mientras que  $\Omega_\ell$  es el conjunto de líneas existente en el sistema y  $\delta_i, \delta_j$  son el ángulo de la barra  $i$  y de la barra  $j$  dado en radianes.

### 4.3.3. Modelo Hidrotérmico con Embalse en Cascada Uninodal

Los modelos matemáticos establecidos en [31], [32] fueron utilizados para formular el modelo hidrotérmico uninodal con embalses en cascada, donde la función  $OF$  representa la función objetivo y permite obtener un costo mínimo para el despacho de energía. Además, para este modelo hidrotérmico se ha considerado el costo de oportunidad de agua expresado como  $\zeta_h$ , mientras que  $\Omega_{th}$  representa el conjunto de unidades térmicas,  $P_t^h$  y  $P_{i,t}^{th}$  representan la potencia hidroeléctrica y termoeléctrica generada respectivamente en el periodo de tiempo  $t$ , los coeficientes  $c_{1 \rightarrow 6}^h$  mostrado en la ecuación (4.11) representa los factores característicos de la turbina hidráulica  $h$  que describen la relación entre el agua liberada y la altura del embalse con la potencia de salida.  $L_t^h$  representa el volumen de los embalses,  $I_t^h$  los influjos o entradas de agua y  $R_t^h$  agua liberada en el tiempo  $t$ ,  $\hat{h}$  corresponde al número de presas que se encuentran río arriba del embalse  $i$ . Mientras que  $\tau$  corresponde al tiempo de viaje del agua de una presa



río arriba a otro río abajo. Para la ecuación (4.13)  $L_{t0}^h$  representa el volumen de agua para el periodo 0,  $L_{ini}^h$  es el volumen de agua inicial,  $L_{t24}^h$  es el volumen del embalse al final del periodo analizado y  $L_{fin}^h$  representa el volumen final del embalse.

$$\min OF = \sum_t \left( P_t^h \zeta_h + \sum_{i \in \Omega_{th}} (a_i^{th} (P_{i,t}^{th})^2 + b_i^{th} P_{i,t}^{th} + c_i^{th}) \right) \quad (4.10)$$

Sujeto a:

$$P_t^h = c_1^h (L_t^h)^2 + c_2^h (R_t^h)^2 + c_3^h R_t^h L_t^h + c_4^h L_t^h + c_5^h R_t^h + C_6^h \quad (4.11)$$

$$L_t^h = L_{t-1}^h + I_t^h - R_t^h - S_t^h + \eta \sum_{\bar{h}} R_{t-\tau_{\bar{h}}}^{\bar{h}} - S_{t-\tau_{\bar{h}}}^{\bar{h}} \quad (4.12)$$

$$L_{t0}^h = L_{ini}^h, L_{t24}^h = L_{fin}^h \quad (4.13)$$

$$\sum_h P_{h,t} + \sum_i P_{i,t}^{th} = D_{e,t} \quad (4.14)$$

$$L_{min}^h \leq L_t^h \leq L_{max}^h, \bar{h} \in up \{h\} \quad (4.15)$$

$$R_{min}^h \leq R_t^h \leq R_{max}^h \quad (4.16)$$

$$P_i^{th,min} \leq P_i^{th} \leq P_i^{th,max} \quad i \in \Omega_{th} \quad (4.17)$$

$$P^{h,min} \leq P_t^h \leq P^{h,max} \quad (4.18)$$

La función objetivo mostrada en la ecuación (4.10) es modelada de forma tal que pueda minimizar los costos de ambos tipos de generación. La ecuación (4.11) describe la potencia de salida de la central hidroeléctrica. La restricción (4.12) describe el balance hídrico para embalses en cascada, donde cada presa debe cumplir que el volumen almacenado en la hora  $t$  debe corresponder al volumen de la hora anterior, más el agua que ingresa al embalse, menos el agua extraída para generar energía eléctrica, menos las pérdidas de agua en el embalse (evaporación y filtraciones) y menos el agua liberada. Además, existirá relación entre los caudales asociados a la generación de los embalses ubicados aguas arriba y los caudales afluentes de los embalses ubicados aguas abajo. La restricción (4.13) muestra el volumen del embalse. La restricción (4.14) establece el balance de potencia, donde la potencia generada es

igual a la potencia demandada en el periodo respectivo. La restricción (4.16) describe los límites de descarga de agua o agua liberada. Las restricciones (4.17) y (4.18) corresponden a los límites de generación de las centrales térmicas e hidroeléctricas respectivamente.

#### 4.3.4. Modelo de Despacho Hidrotérmico con Líneas de Transmisión

Considerando los modelos planteados anteriormente se formula un nuevo modelo no lineal para la coordinación hidrotérmica de la siguiente manera:

$$\min OF = \sum_t \left( P_t^h \zeta_h + \sum_i (a_i^{th} (P_{i,t}^{th})^2 + b_i^{th} P_{i,t}^{th} + c_i^{th}) \right) \quad (4.19)$$

Sujeto a:

$$P_t^h = c_1^h (L_t^h)^2 + c_2^h (R_t^h)^2 + c_3^h R_t^h L_t^h + c_4^h L_t^h + c_5^h R_t^h + C_6^h \quad (4.20)$$

$$L_t^h = L_{t-1}^h + I_t^h - R_t^h - S_t^h \quad (4.21)$$

$$L_{t0}^h = L_{ini}^h, L_{t8}^h = L_{fin}^h \quad (4.22)$$

$$P_{ij,t} = \frac{\delta_{i,t} - \delta_{j,t}}{x_{ij}} \quad ij \in \Omega_\ell \quad (4.23)$$

$$\sum_{i \in \Omega_G^i} P_{i,t}^{th} + \sum_{h \in \Omega_H^i} P_{h,t} - \sum L_{i,t} = \sum_{j \in \Omega_\ell^i} P_{ij,t} \quad (4.24)$$

$$L_{min}^h \leq L_t^h \leq L_{max}^h \quad (4.25)$$

$$R_{min}^h \leq R_t^h \leq R_{max}^h \quad (4.26)$$

$$P_i^{th,min} \leq P_{i,t}^{th} \leq P_i^{th,max} \quad i \in \Omega_{th} \quad (4.27)$$

$$P^{h,min} \leq P_{i,t}^h \leq P^{h,max} \quad (4.28)$$

$$-P_{ij}^{max} \leq P_{ij,t} \leq P_{ij}^{max} \quad ij \in \Omega_\ell \quad (4.29)$$

La función objetivo mostrada en la ecuación (4.19) es modelada de forma tal que pueda minimizar los costos de ambos tipos de generación. La ecuación (4.20) describe la potencia suministrada por la central hidroeléctrica. La restricción (4.21) describe el balance hídrico para

embalses que no tiene acoplamiento con otras centrales hidráulicas. La restricción (4.22) muestra el volumen del embalse. La restricción (4.23) plantea los flujos de potencia activa que fluyen por la línea de transmisión. La restricción (4.24) establece el balance de potencia, donde la potencia generada es igual a la potencia demandada en el periodo respectivo. La restricción (4.26) describe los límites de descarga de agua o agua liberada. Las restricciones (4.27) y (4.28) corresponden a los límites de generación de las centrales térmicas e hidroeléctricas respectivamente. Mientras que la restricción (4.29) es el límite de potencia de transmisión.

## 5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se describen los resultados obtenidos en los modelos de optimización propuestos para el cual se desarrollaron cuatro casos de estudio. Los datos son validados con los casos 1 y 2 que se utilizó para modelar la estructura de los sistemas y restricciones necesarias para el análisis de centrales térmicas y flujos de potencia. Mientras que el caso 3 se utilizó para modelar la coordinación de generación hidrotérmica, así como la validación del sistema de 14 barras planteado por la IEEE.

### 5.1. ASPECTOS GENERALES

Los modelos de optimización descritos se aplican a diferentes sistemas para resolver el despacho económico considerando diferentes horizontes de tiempo, pero dentro del rango de operación de corto plazo. Para los diferentes casos de estudio se han tomado las siguientes consideraciones:

- El primer caso se observa la distribución óptima de carga obtenido de minimizar los costos de generación del despacho económico en el sistema propuesto por [33], que considera un sistema térmico uninodal. Ver el anexo **A**.
- El segundo caso se analiza el costo de generación y los flujos de potencia que surgen del despacho económico para un sistema de tres barras con centrales de generación térmica propuesto por [34]. Ver el anexo **B**.
- Para el tercer caso se considera el sistema hidrotérmico uninodal planteado en [32], considerando embalses en cascada, donde se comparan los valores obtenidos. Ver el anexo **C**.
- Finalmente para el último caso se considera el sistema de 14 barras de la IEEE planteado por [35], donde se reemplazaron las máquinas síncronas de los buses 6 y 8 por centrales hidroeléctricas de embalse. Ver anexo **D**.

Todos los datos de los casos planteados se encuentran en los respectivos anexos mencionados.

#### 5.1.1. Caso 1: Despacho Térmico

Para este caso se tomó en cuenta la siguiente consideración: los generadores deben abastecer en su totalidad la demanda cumpliendo con los límites de generación definidos. En base a esto, los resultados obtenidos al minimizar el costo de generación del despacho realizado para el modelo propuesto utilizando el solver CONOPT y que se muestra en la **Tabla 5.1**.

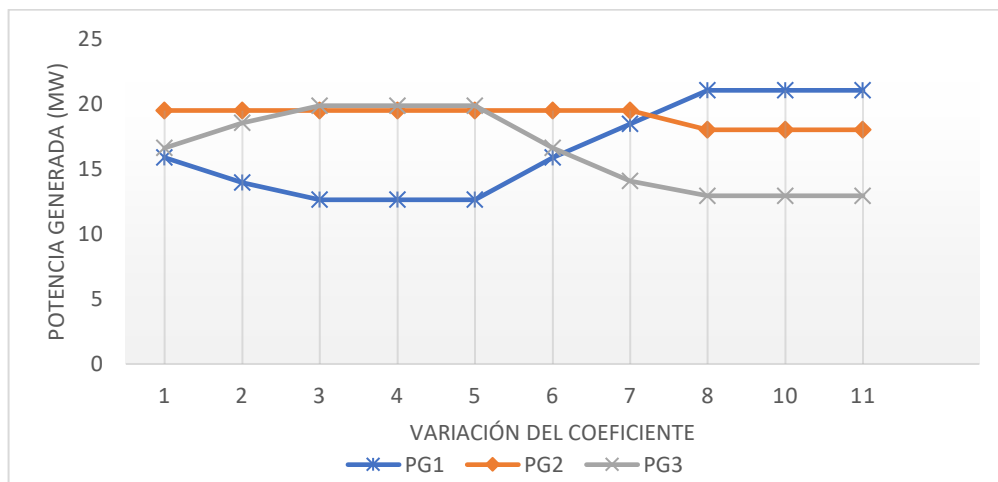
**Tabla 5.1** Validación del costo obtenido en GAMS con el modelo propuesto Caso 1.

Detalle	Valor obtenido en GAMS (CONOPT)	Valores propios de bibliografía	Error porcentual
Costo Térmico	\$1154,125	\$1167,43	1.14%

**Tabla 5.2** Validación de Potencia generada obtenida en GAMS con el Modelo Propuesto, Caso 1.

Potencia obtenida en GAMS (MW)			Potencia en bibliografía (MW)		
Gen 1	Gen 2	Gen 3	Gen 1	Gen 2	Gen 3
15,888	19,500	16,612	15,92	19,39	16,98

Como se puede observar el porcentaje de error calculado para los valores del despacho es de 1.14% entre el valor calculado con el valor de referencia, dando una diferencia de \$13,30. Esto se debe a que el programa considera todos los decimales permitiendo valores más cercanos a los reales. Por lo que utilizando lenguajes de modelado como GAMS se puede minimizar al máximo los costos de generación. En relación con los valores de las potencias suministradas dadas en la **Tabla 5.2**, para cada uno de los generadores se evidencia una variación entre los dos casos.



**Figura 5.1** Resultado de la variación del coeficiente (a) para el caso 1.

Para un análisis más detallado de la generación para este caso, se establecieron nuevos valores para el coeficiente “a” de la unidad térmica 1, con el fin de observar el comportamiento de cada

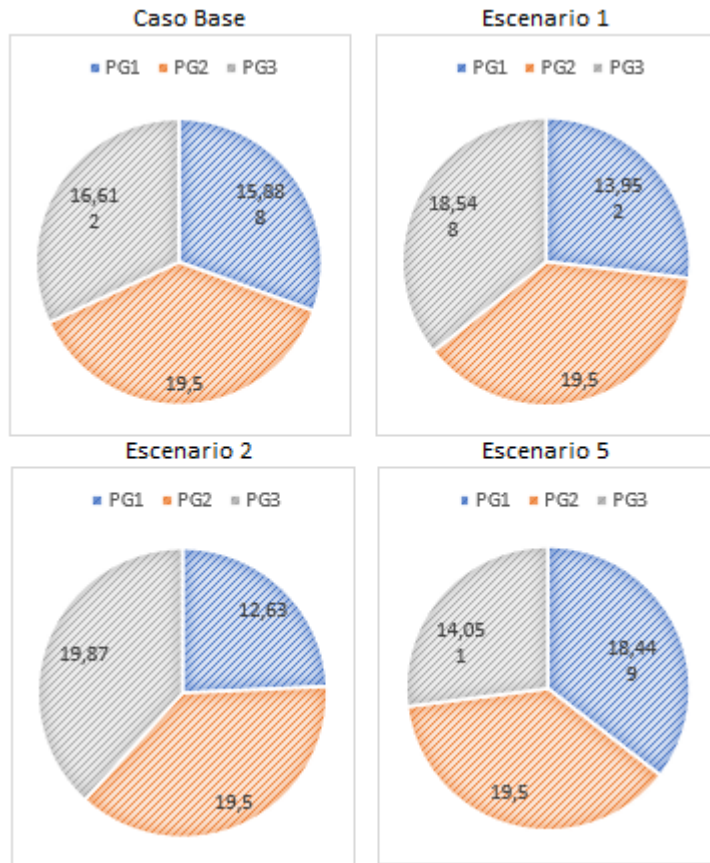
una de las centrales al variar el 20% del coeficiente no lineal correspondiente a la curva característica del mismo.

Por esto, en la **Figura 5.1** se ha verificado cómo el generador PG1 disminuye mientras simultáneamente se puede ver un aumento en el generador PG3, esto se debe a que el costo por producir energía se eleva, por ende PG3 se encarga de suministrar la energía mientras PG1 disminuye, por otro lado las restricciones no permiten que esto se prolongue indefinidamente, PG1 llegará a un máximo y mínimo de generación obligando a las demás unidades a satisfacer la demanda restante, finalmente se llegará a un punto en donde la variación del coeficiente “a” no influirá en la generación, estableciendo un despacho óptimo para las características dadas del sistema. A continuación, se muestra en la **Tabla 5.3** la potencia generada en relación a los nuevos valores del coeficiente “a”.

**Tabla 5.3** Variación del coeficiente de generación "a" de la unidad térmica 1.

	Variación del coeficiente (+20%)					Variación del coeficiente (-20%)				
	Caso base	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 3	Esc. 4	Caso base	Esc. 5	Esc. 6	Esc. 7	Esc. 8
<b>Valor de (a)</b>	0,2340	0,2808	0,3369	0,4043	0,4852	0,2340	0,1872	0,1498	0,1198	0,0958
<b>PG1</b>	15,888	13,952	12,63	12,63	12,63	15,888	18,449	21	21,05	21,05
<b>PG2</b>	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	18	18,013	18,013
<b>PG3</b>	16,612	18,548	19,87	19,87	19,87	16,612	14,051	13	12,937	12,937

Otra forma de analizar la variación de potencia que se generan entre las distintas unidades a partir de los escenarios propuestos considerando las variaciones de los coeficientes de generación de la unidad 1 se muestra en la **Figura 5.2**.



**Figura 5.2** Comparación de los resultados de la generación obtenida entre los diferentes escenarios.

### 5.1.2. Caso 2: Despacho Térmico Considerando Líneas de Transmisión

Los resultados obtenidos para el sistema de 4 barras planteado se describen en la **Tabla 5.4** y Del que se puede concluir que de la formulación del modelo descrito en GAMS se obtiene valores iguales al propuesto en la bibliografía teniendo un error en el cálculo de 0%.

**Tabla 5.4** Validación del Costo Obtenido en GAMS con el Modelo Propuesto, Caso 2.

Detalle	Valor obtenido en GAMS	Valores propios de bibliografía	Error porcentual
Costo Térmico	\$9864	\$9864	0

Los resultados del despacho económico para cada central y el costo del mismo se detallan en la **Tabla 5.5**. Del cual se puede determinar que el generador 1 asume la mayor carga a satisfacer. Esto se debe a que resulta más económico despachar el generador 1 debido a los coeficientes

de la unidad en comparación con el otro, por lo que su costo de generación será mayor al generador 2.

**Tabla 5.5** Potencia y Costo de Generación de Centrales Térmicas caso 2.

Centrales Térmicas (MW)		Costo de Generación (\$/MW)	
Gen 1	Gen 2	Costo G1	Costo G2
1220	480	6718,4	3145,6

Finalmente, en la **Tabla 5.6** se puede evaluar los flujos de potencia que se distribuyen por la red. Hay que notar para este caso no se consideran los límites de transmisión.

**Tabla 5.6** Flujo de Potencia entre Líneas de Transmisión.

Flujo de Potencia (MW)				
Flujo 1-2	Flujo 1-4	Flujo 2-3	Flujo 2-4	Flujo 3-4
938	282	-5,5	943,5	474,5

Tomando como referencia los valores de generación obtenidos, como caso base se plantea una variación del 20% con la finalidad de contrastar el comportamiento de las centrales térmicas. Por lo que los datos utilizados en este análisis se presentan a continuación.

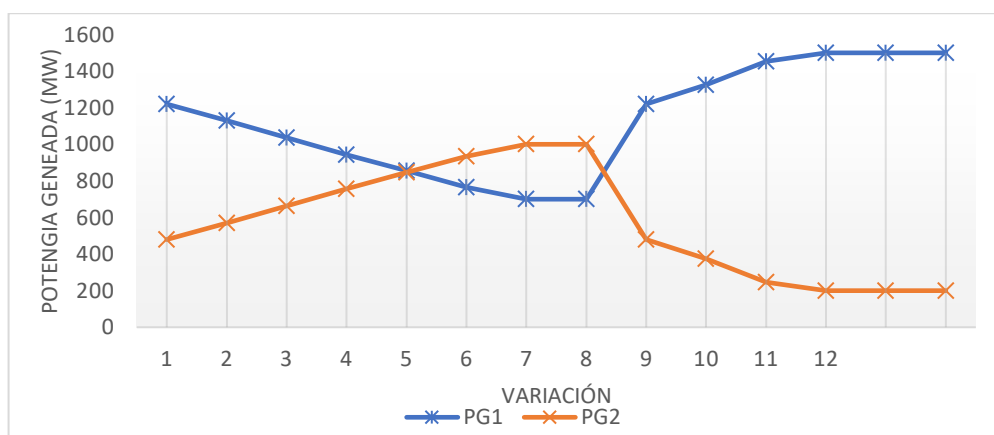
**Tabla 5.7** Variación del coeficiente de generación "a" de la unidad térmica 1, caso 2.

	Variación del coeficiente (+20%)						Variación del coeficiente (-20%)			
	Caso base	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 3	Esc. 4	Esc. 5	Caso base	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 3
<b>Valor de (a)</b>	0,001	0,0012	0,0014	0,0017	0,0020	0,0024	0,001	0,0008	0,0006	0,0005
<b>PG1 (MW)</b>	1220	1129,6	1037,4	944,27	854,34	764,41	1220	1326,0	1452,3	1500
<b>PG2 (MW)</b>	480	570,37	662,58	755,72	845,65	935,58	480	373,91	247,61	200

Sobre la base de lo mencionado en la se puede observar que con el aumento de este parámetro PG1 disminuye de igual manera, ya que sabemos que el aumento de "a" es directamente proporcional al costo, en este sistema se puede apreciar de mejor manera el comportamiento de



la generación ya que ambas unidades deben suplir una demanda de 1700 MW. En este caso PG2 alcanza sus límites de generación por lo que en ese punto ninguna disminución de “a” afectará la potencia entregada, por ende, se puede concluir que la variación desmedida de los coeficientes de las curvas características de los generadores afecta en gran medida a su generación. De ahí la importancia de establecer límites que regulen esta generación para no encarecer el sistema.



**Figura 5.3** Resultado de la variación del coeficiente (a) del generador 1 para el caso 2.

### 5.1.3. Caso 3: Coordinación Hidrotérmica Uninodal

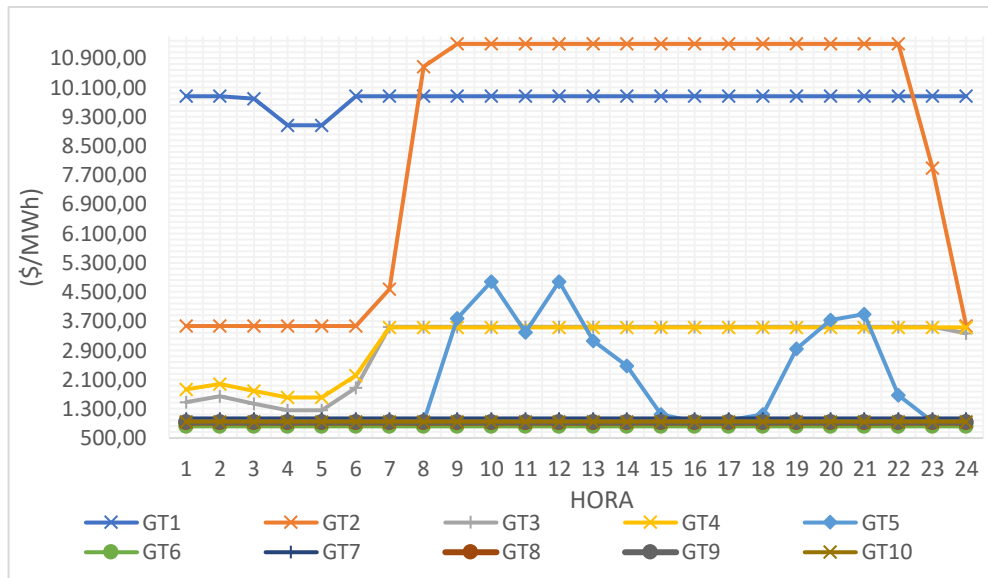
Para demostrar la validez del modelo planteado en el apartado 4.3.3 de este proyecto, se adopta el sistema eléctrico propuesto por [32]. Tanto la estructura como los parámetros de la red eléctrica se describen en el anexo C. Para empezar, los resultados de la programación para la minimización del costo de generación se muestran en la **Tabla 5.8**.

**Tabla 5.8** Validación del costo obtenido en GAMS con el modelo propuesto.

Detalle	Valor obtenido en GAMS	Valores propios de bibliografía [32]	Error porcentual
Costo Térmico	\$748.770	\$702.306	6.61%
Costo Hidroeléctrico	\$156.220	-	-
<b>Total</b>	<b>\$904.990</b>	<b>\$702.306</b>	-

La comparación de los resultados descritos en la **Tabla 5.8**, con el modelo propuesto en GAMS y el método de algoritmo genético (AG) propuesto por [32], para la coordinación de generación

hidrotérmica da un error del 6.61%, es decir una diferencia de \$202.684,00. El porcentaje de error surge por la consideración de la restricción para los límites de generación y la repartición de carga entre cada central. Cabe resaltar que, el costo total de generación también resulta afectado producto de la consideración del costo de oportunidad de agua establecido en un precio de 14\$/MWh.



**Figura 5.4** Costo de Generación de Centrales Térmicas.

En relación con la idea anterior en la **Figura 5.4** se puede observar la evolución del costo de generación de cada central térmica para cada periodo que intervienen en el sistema, para el despacho de energía. En efecto, resulta claro que las centrales GT1 y GT2 son las que más potencia generan. Debido a la consideración de los coeficientes y límites de generación de cada central. En consecuencia, la central GT1 despacha constantemente a su límite máximo, mientras que GT2 asume mayor generación a medida que aumenta la demanda, a pesar de que la curva de costo es más alta, sus límites de generación son iguales. Por lo que resulta más económico despachar en su totalidad estas centrales para no encarecer al sistema y determinar la solución óptima del despacho económico.

En relación con el análisis de las características para las centrales hidroeléctricas a continuación se comparan la descarga de agua de cada uno de los embalses.

**Tabla 5.9.** Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas [32].

Hora	Embalses ( $\times 10^4$ m <sup>3</sup> )			
	1	2	3	4
1	5	6	12,581	18,6
2	8,333	12,000	24,194	15,40
3	9,667	7,200	20,968	18,600
4	10,333	9,000	24,839	23,400
5	5,667	6,600	24,839	17,000
6	5,667	9,600	24,194	19,400
7	5,667	9,000	24,194	19,400
8	10,333	12,600	17,097	15,400
9	12,333	6,600	16,452	19,400
10	10,333	6,600	18,387	21,000
11	11,000	13,800	25,484	13,00
12	5,000	7,200	15,806	15,400
13	11,00	6,000	17,097	21,00
14	11,667	11,400	16,452	17,800
15	7,000	6,000	13,871	21,800
16	5,000	6,000	26,774	25,000
17	7,000	7,800	26,774	22,600
18	6,333	9,600	23,548	17,800
19	9,667	8,400	21,613	21,000
20	5,000	10,200	14,516	24,200
21	8,333	6,600	17,097	16,200
22	5,667	10,800	11,935	21,000
23	11,667	11,400	18,387	13,000
24	12,333	6,000	10,000	16,200

En primer lugar, en la tabla anterior se muestra los datos obtenidos por el método de algoritmos genéticos (GA), en donde se observa que los valores de cada embalse de agua cumplen con la restricción de descarga para garantizar el balance de agua.

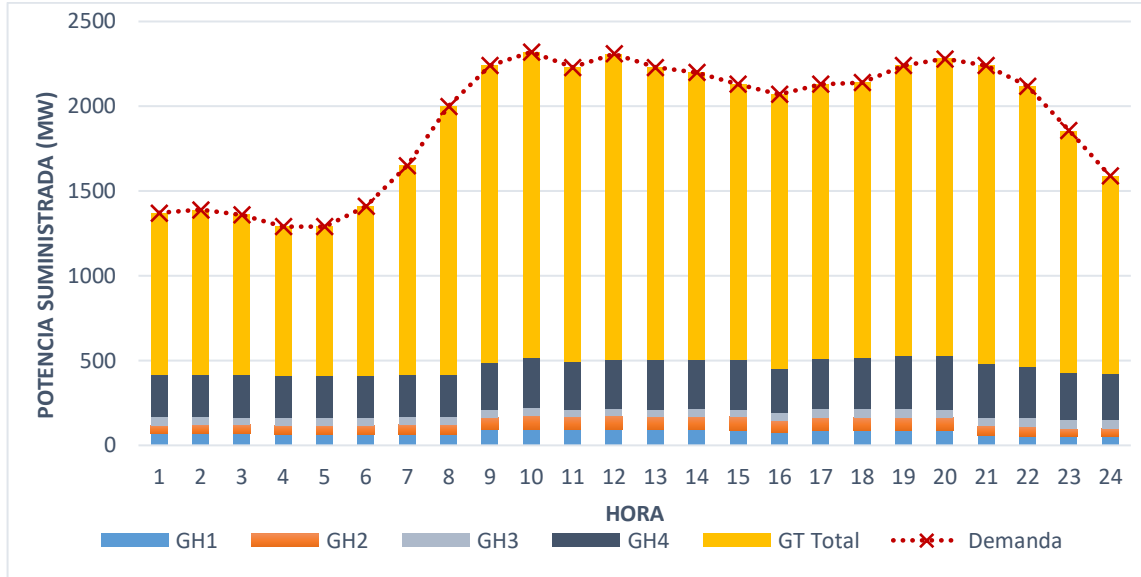
**Tabla 5.10** Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas - Parte 1.

Hora	Embalses ( $\times 10^4$ ) (m <sup>3</sup> )			
	H1	H2	H3	H4
1	6,987	6	12,166	13
2	7,044	6	11,231	13
3	6,78	6	11,4	13
4	6,409	6	11,666	13
5	6,109	6	11,735	13
6	5,858	6	11,83	13

**Tabla 5.11** Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas. - Parte 2

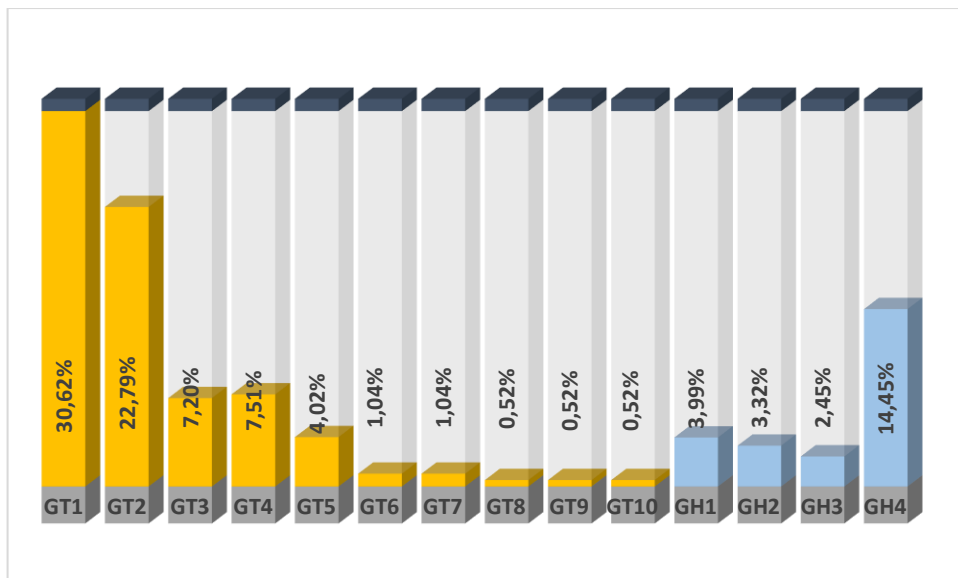
Hora	Embalses ( $\times 10^4$ ) (m <sup>3</sup> )			
	H1	H2	H3	H4
7	6,469	6	11,895	13
8	6,456	6	11,927	13
9	10,647	8,582	11,867	15,684
10	11,475	10,45	11,734	18,565
11	10,56	9,235	11,659	16,689
12	10,894	10,211	11,573	18,162
13	10,596	10,158	11,699	17,797
14	10,463	10,386	11,863	17,929
15	10,021	10,32	11,986	17,514
16	7,885	8,317	12,198	14
17	9,66	10,816	12,302	18,294
18	9,524	11,277	12,395	18,877
19	10,044	12,462	12,417	20,409
20	10,331	13,606	12,323	21,236
21	5,788	8,032	12,339	21,771
22	5	8,149	12,503	20,994
23	5	6	10,418	17,36
24	5	6	10	17,85

Mientras que, en la **Tabla 5.10** se muestran los valores obtenidos para la descarga de agua mediante el modelo programado en GAMS. Sin embargo, a pesar de que en ambos casos se cumple con las restricciones de descarga de agua establecidas, se puede observar en las dos tablas que el agua liberada varia para cada caso, teniendo una influencia directa en la generación hidráulica.



**Figura 5.5** Aporte de Generación de Centrales Térmicas e Hidroeléctricas.

En la **Figura 5.5** se compara el balance de potencia entre la generación con la demanda existente en cada periodo. Por lo que resulta fácil determinar que las centrales térmicas son las que mayor participación tienen para abastecer la carga total. Esto se debe a que los influjos naturales de entrada de cada embalse no proporcionan el volumen de agua suficiente para la generación de potencia. Por lo tanto, para aumentar la generación hidroeléctrica la entrada de agua en los embalses debe ser mayor a los datos propuestos. Finalmente, en la **Figura 5.6** se aprecia los porcentajes de energía total entregada al sistema.



**Figura 5.6** Porcentaje de Potencia Total Generada por Central.

A continuación, a partir de la **Tabla 5.12** hasta la **Tabla 5.17** se comparan las potencias generadas obtenidas por cada central tanto térmica como hidroeléctrica con los datos obtenidos de la bibliografía.

**Tabla 5.12.** Potencia de generación de la asignación de unidades hidráulica y térmica [32].

Hora	Plantas hidroeléctricas (MW)				Potencia Térmica Total
	Ph1	Ph2	Ph3	Ph4	
1	93	53	3	265	958
2	72	65	26	253	975
3	63	61	51	283	902
4	91	54	34	257	855
5	68	52	26	263	884
6	63	61	9	312	971
7	86	89	53	272	1155
8	79	49	57	310	1507
9	67	49	59	246	1823
10	68	72	33	248	1901
11	73	50	55	256	1799
12	75	86	43	236	1870
13	65	49	56	280	1777
14	88	58	60	287	1728
15	102	90	3	226	1710
16	61	63	61	240	1662
17	61	75	39	287	1668
18	99	75	18	285	1665
19	103	57	3	287	1795
20	71	45	40	306	1819
21	54	63	57	328	1738
22	54	65	59	282	1678
23	76	41	60	308	1372
24	61	57	54	263	1157

En la **Tabla 5.12** se muestra las potencias generadas donde se observa que cumple con la demanda por hora.

**Tabla 5.13** Potencia generada por las centrales hidráulicas y térmicas - Parte 1.

Hora	Plantas hidroeléctricas (MW)				Potencia térmica total
	PH1	PH2	PH3	PH4	
1	69,105	50,164	48,661	248,845	953,2
2	69,974	51,296	47,487	249,37	971,9

**Tabla 5.14** Potencia generada por las centrales hidráulicas y térmicas - Parte 2.

Hora	Plantas hidroeléctricas (MW)				Potencia térmica total
	PH1	PH2	PH3	PH4	
3	68,301	52,934	45,2	249,37	944,2
4	65,586	54,5	41,379	249,37	879,2
5	63,182	55,504	42,473	249,37	879,4
6	61,328	55,994	43,913	249,37	999,4
7	66,529	55,994	44,876	249,37	1233,2
8	66,846	56,476	45,356	249,37	1582
9	92,533	73,05	44,475	274,675	1755,3
10	95,736	81,94	42,455	296,868	1803
11	92,417	75,772	41,274	283,001	1737,5
12	93,615	79,433	39,878	294,074	1803
13	92,443	77,921	41,911	291,456	1726,3
14	92,256	78,148	44,404	292,409	1692,8
15	90,378	77,035	46,193	289,371	1627
16	78,115	66,474	49,089	259,321	1617
17	88,84	76,584	50,421	294,999	1619,2
18	87,77	74,843	51,559	298,958	1626,9
19	89,702	74,92	51,819	308,372	1715,2
20	89,795	73,507	50,674	312,843	1753,2
21	60,771	52,091	50,877	315,51	1760,8
22	54,302	53,376	52,825	306,044	1653,5
23	54,705	41,344	54,366	276,24	1423,3
24	55,02	42,7	56,06	271,399	1164,8

La tabla anterior muestra los resultados obtenidos por el modelo matemático propuesto. Sin embargo, se puede observar que se tiene una variación entre la generación mostrada en la **Tabla 5.12** y la **Tabla 5.13**, esto se debe a la consideración de las restricciones técnicas del sistema afectando a la asignación de carga entre cada unidad tanto térmica como hidráulica. Este efecto se demuestra en la siguiente tabla.

**Tabla 5.15.** Programa de asignación de unidades y potencias activas de generación para un periodo de 24 horas – Parte 1 [32].

Hora	Unidades									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	592	0	168	168	0	30	0	0	0	0
2	583	0	164	164	0	63	0	0	0	0
3	590	0	167	145	0	0	0	0	0	0
4	594	0	95	166	0	0	0	0	0	0

**Tabla 5.16** Programa de asignación de unidades y potencias activas de generación para un periodo de 24 horas – Parte 2 [32].

Hora	Unidades									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	587	0	168	129	0	0	0	0	0	0
6	591	0	169	168	0	43	0	0	0	0
7	589	0	165	166	131	104	0	0	0	0
8	592	533	168	169	25	20	0	0	0	0
9	590	589	169	169	211	95	0	0	0	0
10	592	592	166	166	211	104	0	70	0	0
11	592	592	166	166	211	73	0	0	0	0
12	592	591	168	169	211	104	0	37	0	0
13	592	590	168	168	210	49	0	0	0	0
14	592	592	168	169	207	0	0	0	0	0
15	591	592	168	168	191	0	0	0	0	0
16	591	574	168	168	161	0	0	0	0	0
17	592	592	168	168	148	0	0	0	0	0
18	592	592	168	168	145	0	0	0	0	0
19	591	592	169	169	211	63	0	0	0	0
20	592	591	169	168	210	88	0	0	0	0
21	592	591	169	169	191	26	0	0	0	0
22	592	591	169	168	158	0	0	0	0	0
23	592	443	169	169	0	0	0	0	0	0
24	590	230	168	168	0	0	0	0	0	0

Como se puede observar, en los datos de la **Tabla 8.10**, se plantearon restricciones de generación para las unidades térmicas. Sin embargo, la **Tabla 5.15** muestra que parte de las unidades de generación no participan en la asignación de carga para la programación del despacho.

**Tabla 5.17** Aporte de generación de unidades térmicas – Parte 1.

Hora	UNIDADES TÉRMICAS (MW)									
	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
1	592,0	150,0	47,3	68,9	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
2	592,0	150,0	56,9	78,0	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
3	588,3	150,0	44,6	66,3	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
4	544,6	150,0	33,7	55,9	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
5	544,8	150,0	33,7	55,9	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
6	592,0	150,0	71,0	91,4	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
7	592,0	208,2	169,0	169,0	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
8	592,0	557,0	169,0	169,0	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0



**Tabla 5.18** Aporte de generación de unidades térmicas – Parte 2.

Hora	UNIDADES TÉRMICAS (MW)									
	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
9	592,0	592,0	169,0	169,0	163,3	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
10	592,0	592,0	169,0	169,0	211,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
11	592,0	592,0	169,0	169,0	145,5	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
12	592,0	592,0	169,0	169,0	211,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
13	592,0	592,0	169,0	169,0	134,3	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
14	592,0	592,0	169,0	169,0	100,8	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
15	592,0	592,0	169,0	169,0	35,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
16	592,0	592,0	169,0	169,0	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
17	592,0	592,0	169,0	169,0	27,2	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
18	592,0	592,0	169,0	169,0	34,9	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
19	592,0	592,0	169,0	169,0	123,2	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
20	592,0	592,0	169,0	169,0	161,2	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
21	592,0	592,0	169,0	169,0	168,8	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
22	592,0	592,0	169,0	169,0	61,5	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
23	592,0	398,3	169,0	169,0	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0
24	592,0	150,0	158,8	169,0	25,0	20,0	20,0	10,0	10,0	10,0

Por último, en la **Tabla 5.17** parte 1 y **Tabla 5.18** parte 2 se detalla la generación de las unidades térmicas para cada periodo cuando se cumple con la restricción de los límites de generación de todas las unidades. En resumen, para este caso se comparó el comportamiento real que tiene la generación tanto hidráulica como térmica para abastecer la carga del sistema.

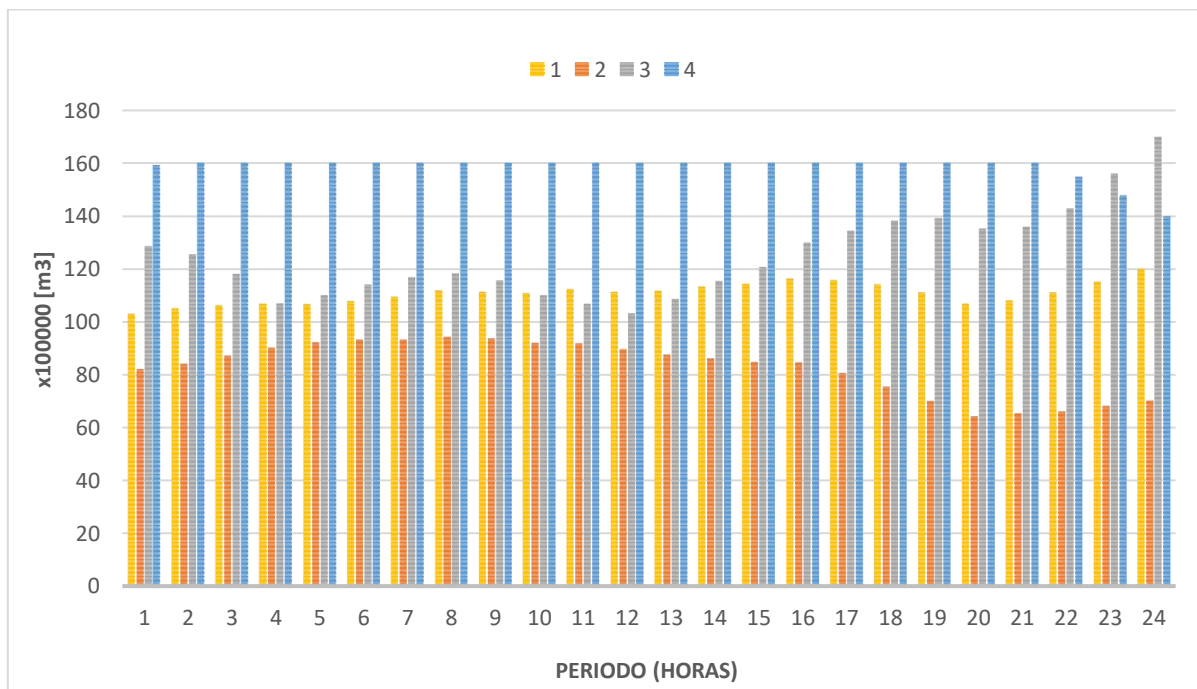
**Tabla 5.19** Volumen de agua en los embalses – parte 1.

HORA	Embalses ( $\times 10^4 \text{m}^3$ )			
	H1	H2	H3	H4
1	103,013	82	128,531	159,369
2	104,969	84	125,5	160
3	106,189	87	118,1	160
4	106,78	90	107,1	160
5	106,67	92	110,087	160
6	107,812	93	114,131	160
7	109,343	93	116,911	160
8	111,887	94	118,32	160
9	111,24	93,418	115,746	160
10	110,765	91,968	110,039	160
11	112,205	91,733	106,819	160
12	111,311	89,522	103,112	160

**Tabla 5.20** Volumen de agua en los embalses – parte 2.

HORA	Embalses ( x10 <sup>4</sup> m <sup>3</sup> )			
	H1	H2	H3	H4
13	111,715	87,364	108,544	160
14	113,253	85,978	115,54	160
15	114,232	84,658	120,821	160
16	116,347	84,342	129,925	160
17	115,687	80,525	134,385	160
18	114,163	75,248	138,357	160
19	111,119	69,786	139,288	160
20	106,788	64,181	135,254	160
21	108	65,149	135,959	160
22	111	66	142,974	154,792
23	115	68	156,063	147,85
24	120	70	170	140

Finalmente, los valores mostrados en la **Tabla 5.19** y **Tabla 5.20** se corrobora el cumplimiento de los límites del volumen de agua permitido para cada embalse. Además, con el objeto de ilustrar estos valores se plantea la **Figura 5.7**.



**Figura 5.7** Volumen en los embalses de las centrales hidráulicas.

#### 5.1.4. Caso 4: Modelo IEEE 14 Barras.

El caso de estudio está conformado por el sistema de 14 barras de la IEEE, originalmente el sistema estaba compuesto por tres centrales térmicas y dos compensadores síncronos que fueron reemplazados por centrales hidroeléctricas de embalse, obteniendo un sistema de cinco centrales de generación, de las cuales tres son térmicas ubicadas en los buses 1, 2 y 3 mientras que las dos hidroeléctricas entregan potencia en los buses 6 y 8 respectivamente, para este caso no existe acoplamiento hidráulico entre las hidroeléctricas. Además, se estima un análisis para un período de 8 horas. Mediante el programa desarrollado en GAMS se considera las siguientes restricciones:

- Límites de generación térmica e hidroeléctrica.
- Flujo de potencia.
- Balance de potencia.
- Balance hídrico.
- Volumen de embalse.

Donde los resultados del despacho económico fueron los siguientes:

#### Costo de generación por tipo de central

- i. Costo total de generación.

Los costos de generación se obtienen mediante la programación del despacho económico. De esta forma estos valores se resumen en la siguiente tabla.

**Tabla 5.21** Costo de generación para el caso 4.

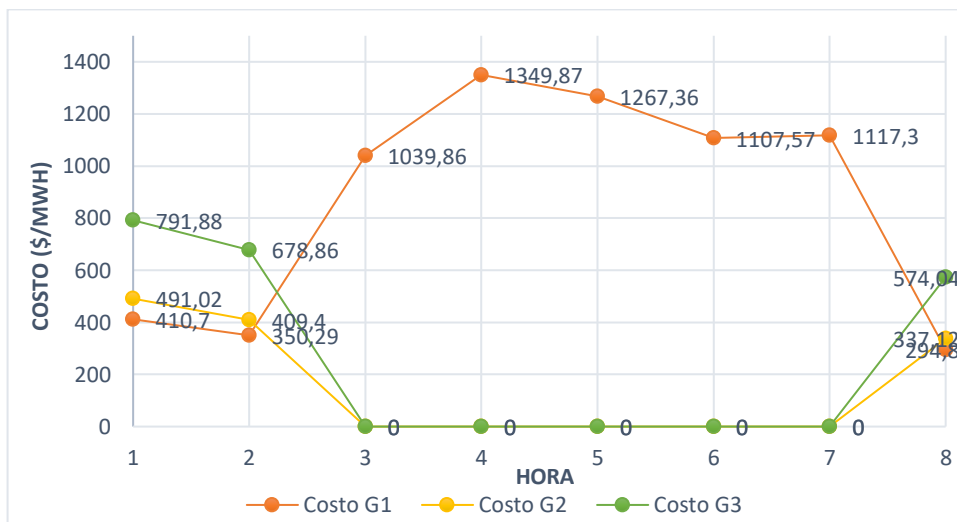
Tipo	Costo de Generación [\$]
Termoeléctrico	\$10.219,656
Hidroeléctrico	\$22.400
<b>Total</b>	<b>\$32.619,656</b>

De la **Tabla 5.21** se puede deducir que la participación de generación térmica es menor a la hidroeléctrica debido al bajo costo que tiene sobre el total calculado.

**Tabla 5.22** Generación y Costo de Generación de Centrales Térmicas.

Hora	Generación (MW)			Costo de Generación (\$/MWh)		
	Gen 1	Gen 2	Gen 3	Gen 1	Gen 2	Gen 3
1	19,7	19,7	19,7	410,7	491,02	791,88
2	16,9	16,9	16,9	350,29	409,4	678,86
3	47,2	0	0	1039,86	0	0
4	59,8	0	0	1349,87	0	0
5	56,5	0	0	1267,36	0	0
6	50	0	0	1107,57	0	0
7	50,4	0	0	1117,3	0	0
8	14,3	14,3	14,3	294,8	337,12	574,04

La **Tabla 5.22** permite evaluar la generación de cada central térmica y el costo que representa despachar dicha unidad. Mientras que en la **Figura 5.8** se puede valorar el costo por cada central durante cada hora que suministra energía.



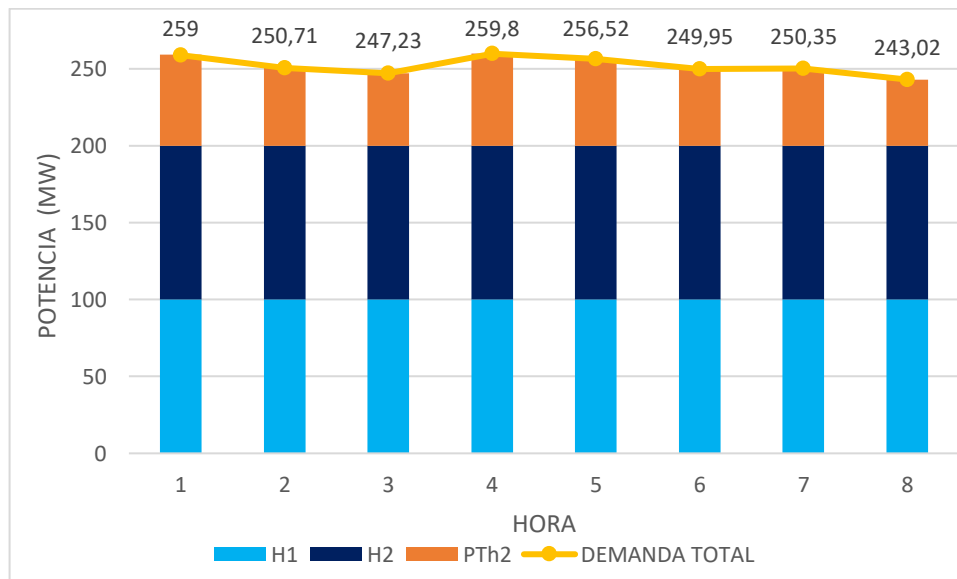
**Figura 5.8** Costo de Generación de Centrales Térmicas.

La **Figura 5.8** describe la curva de costo para cada central térmica donde se determina el precio de generación de energía en función de la potencia. Además, para el despacho económico se cumple con la función objetivo de minimizar los costos de generación al despachar la central con menor costo que en este caso representa la central G1, debido a que los coeficientes de esta central son menores en comparación con las dos centrales térmicas.

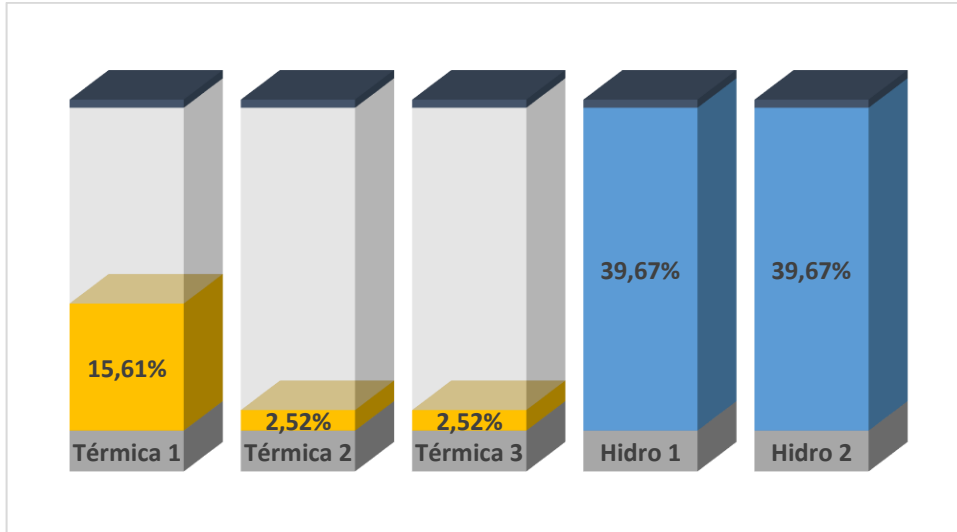
**Tabla 5.23** Potencia de Generación de centrales térmicas e hidroeléctricas.

Hora	Generación (MW)		
	H1	H2	PTh
1	100	100	59,1
2	100	100	50,7
3	100	100	47,2
4	100	100	59,8
5	100	100	56,5
6	100	100	50
7	100	100	50,4
8	100	100	42,9

En la **Tabla 5.23** y la **Figura 5.9** se resumen la repartición de carga entre las centrales de generación térmica e hidroeléctrica.

**Figura 5.9** Potencia de Generación Total de Centrales Térmicas e Hidroeléctricas.

Por su parte en la **Figura 5.9** se puede constatar la restricción de balance de potencia formulado para este sistema en función de la carga total que se encuentra conectada en las barras. De manera que, se limita la generación de cada central para suministrar la energía necesaria durante cada periodo. Además, se determina que la generación térmica se utiliza solo para abastecer la demanda faltante, debido a que las centrales hidroeléctricas resultan más económicas despachar. Por otra parte, en la **Figura 5.10** se ilustra los porcentajes de energía total entregada al sistema.

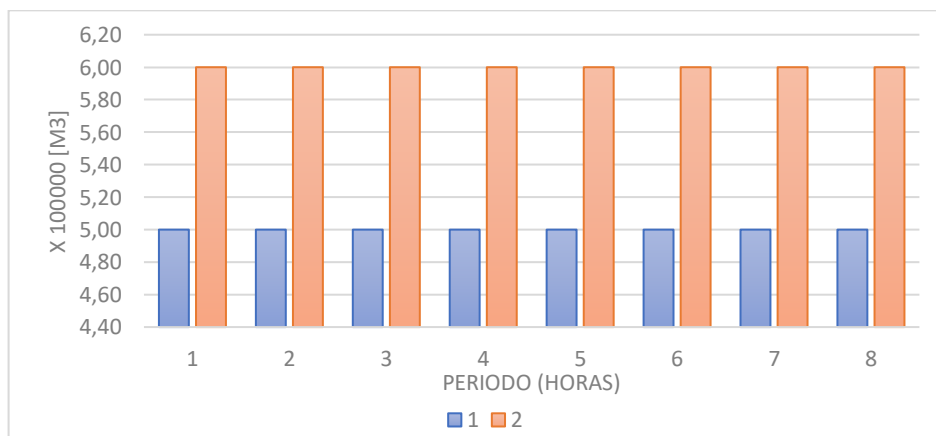


**Figura 5.10** Porcentaje total de generación de cada central.

ii. Resultado de los embalses.

**Tabla 5.24** Descarga de agua en las plantas hidroeléctricas.

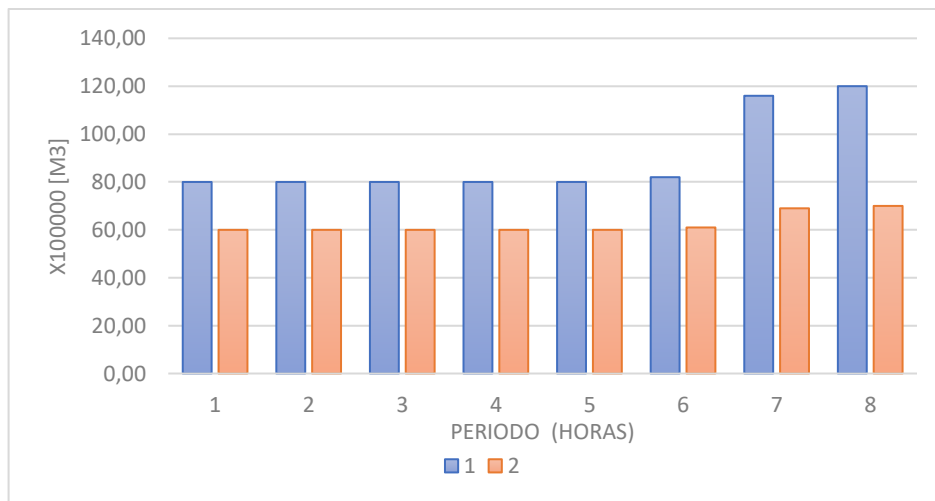
HORA	Embalses ( $\times 10^4 m^3$ )	
	H1	H2
1	5,00	6,00
2	5,00	6,00
3	5,00	6,00
4	5,00	6,00
5	5,00	6,00
6	5,00	6,00
7	5,00	6,00
8	5,00	6,00



**Figura 5.11** Agua vertida por los embalses de cada central.

**Tabla 5.25** Volumen de agua en los embalses.

Hora	Embalses ( x10 <sup>4</sup> m <sup>3</sup> )	
	1	2
1	80,00	60,00
2	80,00	60,00
3	80,00	60,00
4	80,00	60,00
5	80,00	60,00
6	82,00	61,00
7	116,00	69,00
8	120,00	70,00



**Figura 5.12** Volumen del embalse al final de cada período.

En las tablas siguientes se muestra los flujos de potencia que fluyen por las líneas al considerar límites de transmisión. Por lo que se puede analizar las condiciones de operación del sistema, así como la generación y los consumos de cada nodo.

**Tabla 5.26** Flujos de potencia entre líneas parte 1.

Periodo	Flujo 1-2	Flujo 1-5	Flujo 2-3	Flujo 2-4	Flujo 2-5	Flujo 3-4	Flujo 4-5	Flujo 4-7	Flujo 4-9	Flujo 5-6
1	20,40	-0,7	36,1	-10,00	-7,8	-38,4	-27,7	-56,1	-12,40	-43,8
2	18,40	-1,5	35,4	-12,30	-8,2	-37,9	-28,1	-57,1	-13,00	-45,0
3	43,10	4,1	44,7	-11,70	-9,4	-47,4	-33,3	-57,9	-13,40	-45,4
4	52,60	7,2	45,4	-6,30	-8,6	-47,6	-32,6	-54,6	-11,50	-40,9
5	50,00	6,5	45,6	-7,80	-8,7	-47,9	-32,4	-55,4	-12,00	-42,1
6	45,00	5	44,7	-10,10	-8,9	-47,3	-32,1	-55,9	-12,30	-43,0
7	45,50	4,9	46,4	-10,50	-9,2	-49,1	-33,1	-57	-12,90	-44,6
8	17,20	2,9	39,3	-18,30	-9,5	-42,7	-30,8	-59,8	-14,60	-51,2

**Tabla 5.27** Flujos de potencia entre líneas parte 2.

<b>Periodo</b>	<b>Flujo 6 -11</b>	<b>Flujo 6-12</b>	<b>Flujo 6-13</b>	<b>Flujo 7-8</b>	<b>Flujo 7-9</b>	<b>Flujo 9-10</b>	<b>Flujo 9-14</b>	<b>Flujo 10-11</b>	<b>Flujo 12-13</b>	<b>Flujo 13-14</b>
1	14,80	8,8	21,4	-100,00	43,9	-2,3	4,3	-11,3	2,7	10,6
2	14,60	8,6	21	-100,00	42,9	-2,4	4,2	-11,3	2,6	10,5
3	14,70	8,5	20,9	-100,00	42,1	-3	3,9	-11,5	2,7	10,7
4	15,20	9,4	22,4	-100,00	45,4	-1,3	5,1	-11,1	2,5	10,7
5	15,20	9,0	21,7	-100,00	44,6	-1,9	4,7	-11,2	2,6	10,80
6	15,20	8,9	21,4	-100,00	44,1	-2,1	4,4	-11,2	2,6	10,80
7	15,20	8,8	21,3	-100,00	43	-2,4	4,1	-11,4	2,6	10,80
8	16,40	7,1	15,4	-100,00	40,2	-4,4	1,5	-12,9	1,0	12,90



## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 6.1. CONCLUSIONES

La operación de los sistemas eléctricos de potencia varía de acuerdo a su planificación que son segmentados en el tiempo, por lo tanto, en la literatura científica, existen modelos matemáticos de optimización como: PL, PNL, MILP, MILNP y métodos metaheurísticos como son algoritmo genético, enjambre abejas, etc. Casi la mayoría de investigaciones con respecto a la coordinación de los sistemas eléctricos de potencia utilizan métodos metaheurísticos debido a la característica no lineal que presenta la estructura de optimización, sin embargo, existen modelos exactos desarrollados como la programación entera lineal que aplican a la planificación de la expansión, la programación no lineal que utilizan para minimizar pérdidas en la red y la programación lineal que son utilizadas en la coordinación de la operación de los sistemas eléctricos de potencia donde consideran algunas restricciones como lineales.

La formulación matemática se realizó en base a los modelos propuestos en la literatura científica, empezando desde el modelo térmico cuadrático uninodal con restricciones de generación, luego se agregó un modelo considerando líneas de transmisión, en donde se estableció así mismo restricciones de potencia de generación y transmisión, más adelante para un sistema uninodal con embalses en cascada, se tomó las siguientes consideraciones: para las centrales hidroeléctricas se añadieron las restricciones de agua liberada y volumen embalse, además de establecer parámetros iniciales y finales para los mismos, mientras que para las centrales térmicas se toma en cuenta restricciones de generación. Con todo lo agregado anteriormente se desarrolló un modelo hidrotérmico considerando todas las restricciones incluyendo líneas de transmisión.

En esta investigación se utiliza PNL para resolver el problema de coordinación hidrotérmica con la ayuda del solucionador CONOPT. Los resultados obtenidos del despacho hidrotérmico para el sistema de 14 barras de la IEEE, donde las centrales hidrotérmicas asumen el 79.34% de generación para abastecer la demanda durante el periodo de operación de 8 horas, obteniendo un costo de generación total de \$32.619,656 entre centrales térmicas e hidroeléctricas, mientras que el costo de generación térmico se redujo a \$10.219,656 debido a que resulta más económico generar energía con las centrales hidroeléctricas. De esta manera para mantener el equilibrio de generación en relación con la demanda las centrales hidráulicas asumen mayor participación, por lo tanto el volumen inicial de los embalses cambia de 138000 m<sup>3</sup> y 100000 m<sup>3</sup> a 120000 m<sup>3</sup> y 70000 m<sup>3</sup> respectivamente, es decir se utiliza parte del agua embalsada más el agua que entra de manera natural al

embalse, al mismo tiempo se controla la descarga de agua en los embalses para mantener el nivel de los mismos, mientras que los flujos de potencia que circulan por la red se encuentran dentro del rango de límite de transmisión donde la máxima potencia transmitida es de 100MW en la línea que conecta las buses 7-8.

## **6.2. RECOMENDACIONES**

Se recomienda realizar el despacho hidrotérmico considerando flujo óptimo de potencia (OPF) para observar el comportamiento de las variables de control y las variables de estado.

Se sugiere considerar las variables de rampa de bajada y subida para determinar el incremento y disminución de la potencia en los periodos establecidos.

Se debe considerar la formulación para las pérdidas de transmisión, la contaminación emitida por las centrales térmicas y el acoplamiento de recursos renovables.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] L. L. Grigsby, “Economic Dispatch and Unit Commitment,” in *Power System Stability and Control*, 2007, pp. 305–315.
- [2] G. R. Davison, “Dividing Load Between Units.,” *Electr. World*, p. 26, 1922.
- [3] J. Lin and F. H. Magnago, *Electricity Markets: Theories and Applications*. John Wiley & Sons, Inc., 2017.
- [4] F. Milano, “Economic Dispatch,” in *Advances in Power System Modelling, Control and Stability Analysis*, Dublin, 2016, pp. 292–293.
- [5] A. Vargas and W. Sifuentes, “Despacho Economico Hidrotermico Multibalse Multinodal de Corto Plazo. Estado del Arte de los Metodos de Optimizacion,” *Fifth Latin-American Congr. Electr. Gener. Transm.*, no. May 2014, 2014.
- [6] C. Ma, H. Wang, and J. Lian, “Short-Term Electricity Dispatch Optimization of Ertan Hydropower Plant Based on Data by Field Tests,” *J. Renew. Sustain. Energy*, vol. 3, no. 6, pp. 1–16, 2011, doi: 10.1063/1.3668287.
- [7] MERNNR, “Plan de Expansión de la Transmisión.” <https://www.rekursosyenergia.gob.ec/plan-maestro-de-electricidad/>.
- [8] M. Valencia, “Un Modelo De Coordinación Hidrotérmica De Corto Plazo Para El Sistema Eléctrico Ecuatoriano,” *Rev. Técnica “Energía,”* vol. 1, no. 1, pp. 84–91, 2005, doi: 10.37116/revistaenergia.v1.n1.2005.296.
- [9] U. Fragomeni, “A Graphical Solution to the Hydrothermal Dispatching Problem,” *Int. Conf. Expo. Electr. Power Eng.*, pp. 747–751, 2012, doi: 10.1109.
- [10] G. Expósito, *ANÁLISIS Y OPERACIÓN DE SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA*. 2002.
- [11] A. Conejo and L. Baringo, *Power System Operation*, vol. 14, no. 54. Springer, 2018.
- [12] J. Lin and F. H. Magnago, “Power System Economic Dispatch,” in *Electricity Markets Theories and Applications*, 2017, pp. 119–146.
- [13] S. Sivanagaraju and G. Sreenivasan, “Economic Load Dispatch - I,” in *POWER SYSTEM OPERATION AND CONTROL*, 2009, pp. 25–26.
- [14] J. Zhu, *OPTIMIZATION OF POWER ELECTRIC OPERATION*. John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- [15] J. Zhu, “Input-Output Characteristic of Generator Units,” in *OPTIMIZATION OF POWER ELECTRIC OPERATION.*, John Wiley & Sons, Inc., 2009, pp. 85–90.
- [16] N. Ramana, “Economic Operation of Power System — I,” in *POWER SYSTEM OPERATION And CONTROL*, PEARSON, 2011, pp. 1–12.
- [17] W. Yang, *HYDROPOWER PLANTS AND POWER SYSTEMS DYNAMIC*. Springer, 2019.
- [18] USGS Science for a changing world, “Hydroelectric Power Water Use.” [https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/hydroelectric-power-water-use?qt-science\\_center\\_objects=0#qt-science\\_center\\_objects](https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/hydroelectric-power-water-use?qt-science_center_objects=0#qt-science_center_objects).

- [19] M. EL-Hawary and G. Christensen, *OPTIMAL ECONOMIC OPERATION OF ELECTRIC POWER SYSTEM*. 1979.
- [20] A. Expósito and J. Martínez, *SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA*. PEARSON, 2002.
- [21] A. Wood, B. Wollenberg, and G. Sheblé, *POWER GENERATION OPERATION AND CONTROL*, Third edit. John Wiley & Sons, Inc., 2014.
- [22] S. Sivanagaraju and G. Sreenivasan, *POWER SYSTEM OPERATION AND CONTROL*. PEARSON, 2009.
- [23] J. Grainger and W. Stevenson, “ANÁLISIS DE SISTEMAS DE POTENCIA.” MCGRAW HILL.
- [24] U. Diwekar, *INTRODUCTION TO APLIED OPTIMIZATION*, 2nd ed., vol. 25. Springer, 2008.
- [25] E. Castillo, A. Conejo, P. Pedregal, R. Garcia, and N. Alguacil, “Optimalidad y Dualidad en Programación No Lineal,” in *FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA EN INGENIERÍA Y CIENCIA*., 2002, pp. 187–216.
- [26] S. Sivanagaraju and G. Sreenivasan, “Problem Of Optimun Dispatch —Formulation,” in *POWER SYSTEM OPERATION AND CONTROL*, 2009, pp. 26–27.
- [27] I. Diego and M. O. Esteybar, *Regulación en Mercados de Energía Eléctrica y Redes Inteligentes*. INSTITUTO DE ENERGÍA ELÉCTRICA, 2020.
- [28] Sandia National Laboratories, “About Pyomo.” <http://www.pyomo.org/about>.
- [29] R. Fourer, D. Gay, and B. Kernighan, “AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming.” <https://ampl.com/resources/the-ampl-book/>.
- [30] J. Tarapuez and G. Barrera, *GAMS Aplicado a las Ciencias Económicas*. 2010.
- [31] M. Nazari-Heris, A. Babaei, B. Mohammadi-Ivatloo, and S. Asadi, “Improved Harmony Search Algorithm for the Solution of Non-Linear Non-Convex Short-term Hydrothermal Scheduling,” *Energy*, vol. 151, pp. 226–237, 2018, doi: 10.1016/j.energy.2018.03.043.
- [32] P. Oñate and J. Ramírez, “SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA DE CORTO PLAZO POR ALGORITMOS GENÉTICOS,” *Rev. Técnica “Energía”*; vol. 5, no. 1, pp. 39–47, 2009, doi: 10.37116/REVISTAENERGIA.V5.N1.2009.239.
- [33] F. Ruiz, “SYSTEM POWER III,” CHOCHABAMBA, 2012. [Online]. Available: <https://aiu.edu/applications/DocumentLibraryManager/upload/1-962012-124345-1054188656.doc>.
- [34] A. Expósito, J. Ramos, J. Macias, E. Ramos, and J. Riquelme, “Programación de la Generación,” in *SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA*, PRENTICE HALL, 2006, pp. 171–175.
- [35] D. Asija, K. Soni, S. Sinh, and V. . Yadav, “Assessment of congestion condition in transmission line for IEEE 14 bus system using D.C. optimal power flow,” *India Int. Conf. Power Electron.*, vol. 7th, pp. 1–6, 2016, doi: 10.1109/IICPE.2016.8079332.

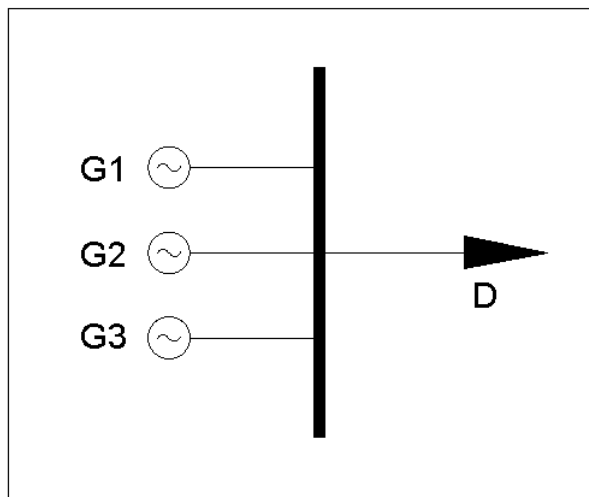
## 8. ANEXOS

La formulación del problema de programación para el DE presentadas en las secciones anteriores, son utilizadas para plantear los modelos de los casos de estudio para el presente trabajo de investigación. Estos problemas se formulan como un problema de programación no lineal para cada uno de los casos de estudio que se plantea a continuación.

### ANEXO A: CASO DE ESTUDIO 1

#### A. Despacho Térmico

En primera instancia se plantea un sistema uninodal conformado por 3 unidades generación térmico ilustrado en la **Figura 8.1**, mientras que las características técnicas y económicas se muestran en la **Tabla 8.1**.



**Figura 8.1.** Diagrama unifilar, caso 1 [33].

**Tabla 8.1.** Datos de las unidades térmicas [33].

Unidad	H (MBtu/h)	P <sub>min</sub> (MW)	P <sub>max</sub> (MW)
1	$H_1 = 0,234 P_1^2 + 2,112 P_1 + 112,8$	12,63	21,05
2	$H_2 = 0,0022 P_2^2 + 8,71 P_2 + 69,91$	11,29	19,50
3	$H_3 = 0,1032 P_3^2 + 6,119 P_3 + 79,61$	12,16	20,23

Donde H se define como la entrada de calor a la turbina y el costo del combustible es la potencia de salida de cada máquina es  $\alpha=1,76$  (\$/MBTU). Considerando una demanda de 52 MW.

### 1. Memoria de cálculos

$$F_1 = 0,4118 P_1^2 + 3,7171 P_1 + 198,528$$

$$F_2 = 0,003872 P_2^2 + 15,3296 P_2 + 123,0416$$

$$F_3 = 0,1816 P_3^2 + 10,7694 P_3 + 140,1136$$

Derivando la función respecto a la potencia se obtiene el costo incremental del combustible. Mientras que, aplicando la ecuación de coordinación y la ecuación de balance de potencia, se puede resolver el sistema de ecuaciones siguiente.

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0,8236P_1 + 3,7171 = \lambda$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 0,007744P_2 + 15,3296 = \lambda$$

$$\frac{dF_3}{dP_3} = 0,3632P_3 + 10,7694 = \lambda$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 52 \text{ MW}$$

$$\begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8236 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0,007744 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0,3632 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} -3,7171 \\ -15,3296 \\ -10,7694 \\ 52 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14,3308 \\ 24,5892 \\ 13,0798 \\ 15,5200 \end{bmatrix}$$

La solución del sistema como se puede observar es inválida, debido a que el generador 2 excede su capacidad máxima, es importante tener en cuenta las restricciones de los generadores debido a que este factor puede alterar el despacho, por consiguiente, se procede a despachar el máximo permitido en el generador 2 y luego se procede a resolver un nuevo sistema de ecuaciones en donde participarán los generadores 1 y 3.

$$\begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8236 & 0 & -1 \\ 0 & 0,3632 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} -3,7171 \\ -10,7694 \\ 32,5 \end{bmatrix}$$

La solución del sistema es:

- a) La potencia de salida para el despacho económico de unidades

$$P_{G1} = 15,8883 \text{ [MW]}$$

$$P_{G2} = 19,5 \text{ [MW]}$$

$$P_{G3} = 16,6116 \text{ [MW]}$$

Se observa que todas las soluciones cumplen las restricciones de operación establecidos en los límites de generación para cada unidad mostrada en la **Tabla 8.1**.

b) Costo total de operación del sistema

$$F_1 = 0,4118(15.8883)^2 + 3,7171(15,8883) + 198,528 = 361,5404 \text{ [$/h]}$$

$$F_2 = 0,003872(19.5)^2 + 15,3296(19,5) + 123,0416 = 423,4411 \text{ [$/h]}$$

$$F_3 = 0,1816(16.6116)^2 + 10,7694(16,6116) + 140,1136 = 369,1222 \text{ [$/h]}$$

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 = 1.154,1037 \text{ [$/h]}$$

c) Costo incremental

$$\lambda = 16,802 \text{ [$/MWh]}$$

Los valores obtenidos en la simulación realizada en GAMS se muestran a continuación, considerando los mismo funciones y restricciones planteadas al principio.

## 2. Algoritmo Desarrollado

Una vez mostrado las condiciones y resultados del problema, se tiene el desarrollo del mismo, a continuación, el algoritmo en GAMS:

### sets

```
G indice de generadores /G1*G3/;
```

### Scalar

```
Pd Potencia Demandada en [MW] /52/
```

```
comb Costo de combustible /1.76/;
```

```
Table data (G, *)
```

	A	B	C	Gmax	Gmin
G1	0.234	2.112	112.8	21.05	12.63
G2	0.0022	8.71	69.91	19.50	11.29
G3	0.1032	6.119	79.61	20.23	12.16 ;

### variables

```
P(G) Potencia térmica generada
```

```
z Costo total del sistema;
```

```
positive variable P(G);
```

### equations

```
Fobj funcion objetivo
```

```
balance balance
```

```

max(G) potencia máxima
min(G) potencia mínima ;

Fobj.. z=e= sum(G,data(G,'a')*P(G)*P(G)+data(G,'b')*P(G)
+data(G,'c'))*comb;
balance.. sum(G,P(G))=E=Pd ;
max(G).. P(G)=L=data(G,'Gmax');
min(G).. P(G)=G=data(G,'Gmin');

MODEL ACOFF /all/;

SOLVE ACOFF USING nlp MINIMIZING z;

```

### 3. Reporte de Simulación

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		
----	EQU Fobj	<b>461.683</b>	<b>461.683</b>	<b>461.683</b>	<b>1.000</b>
----	EQU balance	<b>52.000</b>	<b>52.000</b>	<b>52.000</b>	<b>16.804</b>
	Fobj	funcion objetivo			
	balance	balance			
----	EQU max	potencia máxima			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
G1	-INF	<b>15.888</b>	<b>21.050</b>	.	
G2	-INF	<b>19.500</b>	<b>19.500</b>	<b>-1.323</b>	
G3	-INF	<b>16.612</b>	<b>20.230</b>	.	
----	EQU min	potencia mínima			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
G1	<b>12.630</b>	<b>15.888</b>	+INF	EPS	
G2	<b>11.290</b>	<b>19.500</b>	+INF	.	
G3	<b>12.160</b>	<b>16.612</b>	+INF	.	
----	VAR P	Potencia térmica generada			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
G1	.	<b>15.888</b>	+INF	.	
G2	.	<b>19.500</b>	+INF	.	
G3	.	<b>16.612</b>	+INF	.	
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	VAR z	-INF	<b>1154.125</b>	+INF	.
	z	Costo total del sistema			



**ANEXO B: CASO DE ESTUDIO 2****B. Despacho Térmico Considerando Líneas de Transmisión**

Como parte del proceso de análisis se considera el siguiente caso donde se incluye líneas de transmisión en el sistema, con el objetivo de considerar las restricciones de los flujos de potencia aplicando el método flujos de corriente directa (FDC), para el cual se asume los siguientes datos:

**Tabla 8.2.** Datos de unidades térmicas para el caso 2 [34].

Unidad	a (\$/MW <sup>2</sup> h)	b (\$/MWh)	c (\$/h)	Pmin (MW)	Pmax (MW)
1	0,0010	4	350	500	2000
2	0,0015	5	400	200	1000

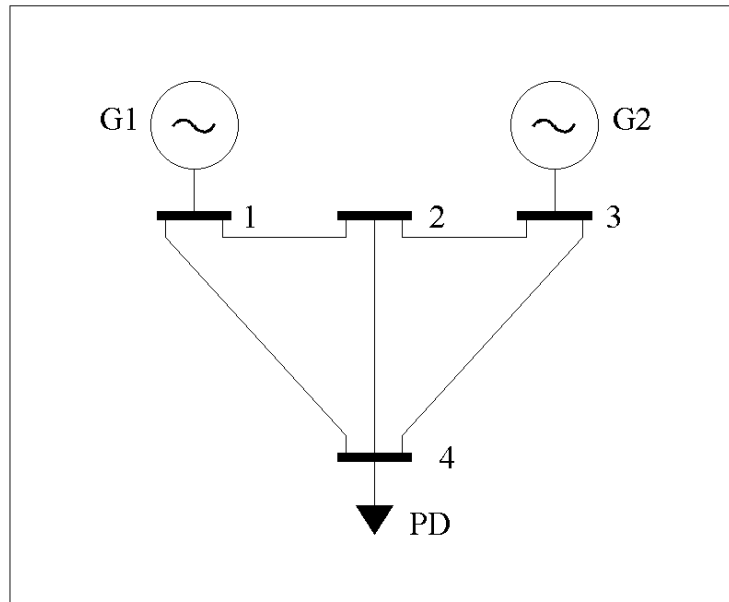
**Tabla 8.3.** Demanda eléctrica del caso 2 [34].

BUS	DEMANDA [MW]
4	1700

**Tabla 8.4.** Datos de las líneas de transmisión para el caso 2 [34].

LINEAS	Reactancia X (p.u)
1-2	0,010
1-4	0,050
2-3	0,005
2-4	0,005
3-4	0,010

El sistema de 3 barras está representado en la **Figura 8.2**, donde la barra 1 se define como la barra Slack. Además, se considerando una potencia base de 200 MVA.



**Figura 8.2.** Diagrama unifilar para el sistema de 4 barras del caso 2 [34].

### 1. Memoria de cálculos

Mediante el programa realizado en GAMS se obtienen las siguientes generaciones para cada unidad térmica:

$$P_{G1} = 1220 [MW]$$

$$P_{G2} = 480 [MW]$$

En base a los datos obtenidos por parte del optimizador resulta fácil desarrollar los flujos de potencia por las líneas y los ángulos de cada una de las barras, teniendo en cuenta lo anterior se puede clasificar a las barras como se muestra en la **Tabla 8.5**.

**Tabla 8.5.** Datos de resumen de las barras para el caso 2.

Nodo	Tipo	V(p.u.)	P generada	P demandada	P especificada
1	Slack	1	-	0	-
2	PV	1	0	0	0
3	PV	1	4,8	0	4,8
4	PV	1	0	17	-17

La matriz de admitancias se plantea de la siguiente manera:

$$Y = \begin{bmatrix} -120i & 100i & 0 & 20i \\ 100i & -500i & 200i & 200i \\ 0 & 200i & -300i & 100i \\ 20i & 200i & 100i & -320i \end{bmatrix}$$

Resolviendo por flujos DC, se asume un perfil plano de tensiones. Donde todos los módulos de tensión son 1 p.u. dicho esto, lo siguiente será encontrar los ángulos asociados a cada barra.

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & -B_{24} \\ -B_{32} & -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{42} & -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 \text{ Especificada} \\ P_3 \text{ Especificada} \\ P_4 \text{ Especificada} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500i & -200i & -200i \\ -200i & 300i & -100i \\ -200i & -100i & 320i \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 4,8 \\ -17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,09380 \\ -0,09352 \\ -0,14098 \end{bmatrix} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,3743 \\ -5,3583 \\ -8,0775 \end{bmatrix}$$

Las condiciones iniciales para el desarrollo de los flujos de potencia del sistema son:

$$V_1 = 1 ; \delta_1 = 0$$

$$V_2 = 1 ; \delta_2 = -5,3743$$

$$V_3 = 1 ; \delta_3 = -5,3583$$

$$V_4 = 1 ; \delta_4 = -8,0775$$

Para los flujos de potencia se utiliza los ángulos en radianes obtenidos anteriormente:

$$P_{12} = \frac{1}{X_{12}} (\delta_1 - \delta_2) = \frac{1}{0,010} (0 + 0,09380) = 9,38 \text{ p.u}$$

$$P_{12} = 9,38 * 100 \text{ MVA} = 938 \text{ MW}$$

$$P_{21} = -938 \text{ MW}$$

$$P_{14} = \frac{1}{X_{14}} (\delta_1 - \delta_4) = \frac{1}{0,050} (0 + 0,14098) = 2,8196 \text{ p.u}$$

$$P_{14} = 2,82 * 100 \text{ MVA} = 281,96 \text{ MW}$$

$$P_{41} = -281,96 \text{ MW}$$

$$P_{23} = \frac{1}{X_{23}} (\delta_2 - \delta_3) = \frac{1}{0,005} (-0,09380 + 0,09352) = -0,056 \text{ p.u}$$

$$P_{23} = -0,056 * 100\text{MVA} = -5,6 \text{ MW}$$

$$P_{32} = 5,6 \text{ MW}$$

$$P_{34} = \frac{1}{X_{34}} (\delta_3 - \delta_4) = \frac{1}{0,010} (-0,09352 - 0,14098) = -4,746 \text{ p.u}$$

$$P_{34} = 4,746 * 100\text{MVA} = 474,6 \text{ MW}$$

$$P_{43} = -474,6 \text{ MW}$$

## 2. Algoritmo Desarrollado

### Sets

```
bus /1*4/
slack(bus) /1/
G /g1*g2/;
```

### Scalars

```
Sbase /100/
```

### alias

```
(bus,node);
```

```
Table tabla_G(G,*)
```

	b	a	c	Pmin	Pmax
g1	4	0.0010	350	500	2000
g2	5	0.0015	400	200	1000;

```
set conectividad(bus,G) Ubicacion de cada unidad generadora en las barras
/
```

```
1 . g1
3 . g2/;
```

```
Table tabla_B(bus,*) Ubicacion de las cargas y su PD en MW
```

	Pd
4	1700;

```
set conexiones Interconexiones entre barras
/
```

```
1 . 2
1 . 4
2 . 3
2 . 4
3 . 4/;
```

```
conexiones (bus,node) $conexiones (node,bus)=1;
```

```
Table lineas (bus,node,*)
```

	reactancia	Limite
1 . 2	0.01	8000
1 . 4	0.050	8000
2 . 3	0.005	8000
2 . 4	0.005	8000
3 . 4	0.010	8000;

```

lineas (bus,node,'reactancia')$(lineas (bus,node,'reactancia')=0)=lineas (node
,bus,'reactancia');
lineas (bus,node,'Limite')$(lineas (bus,node,'Limite')=0)=lineas (node,bus,'Li
mite');
lineas (bus,node,'bij')$conexiones (bus,node)=1/lineas (bus,node,'reactancia')
;

```

#### Variables

```

Costo_termico      Costo total de la Unidades Térmicas
Pij (bus,node)    Potencia por la líneas
Pg(G) Potencia    generada por cada unidad
angulo (bus)      Angulo de cada barra;

```

#### Equations

```

eq1
eq2
eq3;

```

```

* _____ ----> Restricciones del sistema <---- _____
Pg.lo (G)=tabla_G (G,'Pmin')/Sbase;
Pg.up (G)=tabla_G (G,'Pmax')/Sbase;
angulo.up (bus)=pi;
angulo.lo (bus)=-pi;
angulo.fx (slack)=0;

```

```

Pij.up (bus,node)$((conexiones (bus,node)))=lineas (bus,node,'Limite')/Sbase;
Pij.lo (bus,node)$((conexiones (bus,node)))=-
lineas (bus,node,'Limite')/Sbase;

```

```

* _____ ----> Flujo de Potencia <---- _____
eq1 (bus,node)$conexiones (bus,node) ..
Pij (bus,node)=e=lineas (bus,node,'bij') *
(angulo (bus)-angulo (node));

```

```

* _____ ----> Balance de potencia<----- _____
eq2 (bus) .. sum (G$conectividad (bus,G),Pg (G) -tabla_B (bus,'pd')/Sbase=e=
+sum (node$conexiones (node,bus),Pij (bus,node));

```

```

* _____ ----> Función Objetivo Costo Térmico<---- _____
eq3..
costo_termico=e=sum (G,tabla_G (G,'a') *power (Pg (G),2) *Sbase*Sbase+Pg (G) *tabla
_G (G,'b') *Sbase
+tabla_G (G,'c'));

```

**Model** flujo\_DC /eq1, eq2, eq3/;

**Solve** flujo\_DC minimizing costo\_termico using nlp;

```

parameter report (bus,*), Costo_congestion; ;
report (bus,'Generación (MW)')=sum (G$conectividad (bus,G),Pg.l (G) ) *sbase;
report (bus,'Angulo')=angulo.l (bus) * (180/pi);
report (bus,'carga (MW)')=tabla_B (bus,'pd');
report (bus,'Costo Marginal ($/MWh)')=eq2.m (bus) /sbase
;Costo_congestion=sum ((bus,node),Pij.l (bus,node) * (eq2.m (bus)
+eq2.m (node))) /2 ;

```

**Display** report, Costo\_congestion;

### 3. Reporte de simulación.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

```

                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Costo_ter~    -INF    9864.000    +INF      .

```

Costo\_termico Costo total de la Unidades Térmicas

```

---- VAR Pij Potencia por la líneas

                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

1.2  -80.000    9.380    80.000      .
1.4  -80.000    2.820    80.000      .
2.1  -80.000   -9.380    80.000      .
2.3  -80.000   -0.055    80.000      .
2.4  -80.000    9.435    80.000      .
3.2  -80.000    0.055    80.000      .
3.4  -80.000    4.745    80.000      .
4.1  -80.000   -2.820    80.000      .
4.2  -80.000   -9.435    80.000      .
4.3  -80.000   -4.745    80.000      .

```

---- VAR Pg Potencia generada por cada unidad

```

                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

g1    5.000    12.200    20.000      .
g2    2.000    4.800    10.000     EPS

```

---- VAR angulo Angulo de cada barra

```

                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

1      .          .          .          EPS
2   -3.142   -0.094    3.142      .
3   -3.142   -0.094    3.142      .
4   -3.142   -0.141    3.142      .

```

```

**** REPORT SUMMARY :      0      NONOPT
                          0      INFEASIBLE
                          0      UNBOUNDED
                          0      ERRORS

```

Los costos operativos totales serán 9864 \$/h y el Costo marginal para todos los buses será igual 6,44 \$/MW. Esto significa que, si el valor de la demanda en cualquier bus aumenta en 1MW, entonces el costo operativo aumentará en 6,44 \$. El reporte del Sistema es el siguiente:

---- 80 PARAMETER report

```

Generació~      Angulo      carga (MW)      Costo Mar~

```

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

1	1220.000			6.440
2		-5.375		6.440
3	480.000	-5.359		6.440
4		-8.078	1700.000	6.440

**ANEXO C: CASO DE ESTUDIO 3****C. Coordinación Hidrotérmica para un sistema multihorario**

Para el siguiente caso de estudio se ha tomado el sistema que se muestra a continuación, donde se plantea la coordinación hidrotérmica considerando embalses en cascada mediante algoritmos genéticos con los siguientes datos:

**Tabla 8.6.** Demandas del sistema para un periodo de 24 horas [32].

Demanda (MW)					
Hora	PD	Hora	PD	Hora	PD
1	1370	9	2240	17	2130
2	1390	10	2320	18	2140
3	1360	11	2230	19	2240
4	1290	12	2310	20	2280
5	1290	13	2230	21	2240
6	1410	14	2200	22	2120
7	1650	15	2130	23	1858
8	2000	16	2070	24	1590

**Tabla 8.7.** Coeficientes de potencia de generación hidráulica [32].

Unidades	C1	C2	C3	C4	C5	C6
1	-0,0042	-0,42	0,03	0,9	10	-50
2	-0,004	-0,3	0,015	1,14	9,5	-70
3	-0,0016	-0,3	0,014	0,55	5,5	-40
4	-0,003	-0,31	0,027	1,44	14	-90

**Tabla 8.8.** Flujos de entrada de los embalses [32].

Hora	Embalses ( $\times 10^4 m^3$ )				Hora	Embalses ( $\times 10^4 m^3$ )			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	10	8	8,1	2,8	13	11	8	4	0
2	9	8	8,2	2,4	14	12	9	3	0
3	8	9	4	1,6	15	11	9	3	0
4	7	9	2	0	16	10	8	2	0
5	6	8	3	0	17	9	7	2	0
6	7	7	4	0	18	8	6	2	0
7	8	6	3	0	19	7	7	1	0
8	9	7	2	0	20	6	8	1	0
9	10	8	1	0	21	7	9	2	0
10	11	9	1	0	22	8	9	2	0
11	12	9	1	0	23	9	8	1	0
12	10	8	2	0	24	10	8	0	0



**Tabla 8.9.** Límites de capacidad de almacenaje, límites de descarga y límites de generación hidráulica [32].

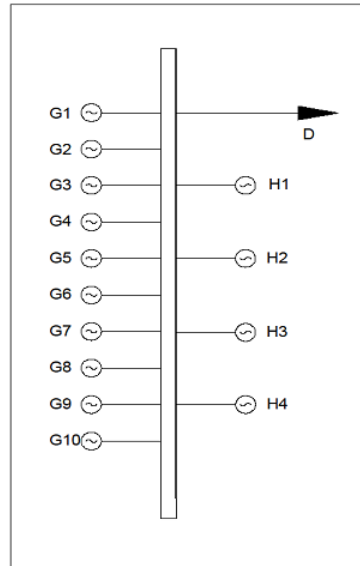
Planta	<i>V<sub>min</sub></i>	<i>V<sub>máx</sub></i>	<i>V<sub>ini</sub></i>	<i>V<sub>fin</sub></i>	<i>Q<sub>min</sub></i>	<i>Q<sub>máx</sub></i>	<i>PH<sub>min</sub></i>	<i>PH<sub>máx</sub></i>
	x10 <sup>4</sup> [m <sup>3</sup> ]						MW	MW
1	80	150	100	120	5	15	0	500
2	60	120	80	70	6	15	0	500
3	100	240	170	170	10	30	0	500
4	70	160	120	140	13	25	0	500

Los coeficientes de la función de costo de cada unidad térmica (unidad monetaria \$/MW) y los límites de potencia de generación se especifican en la **Tabla 8.10**.

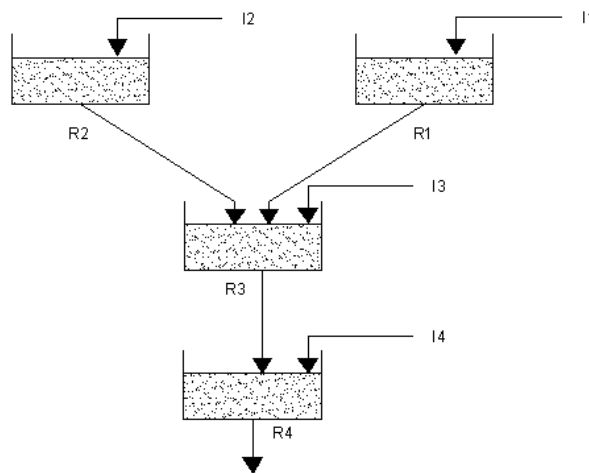
**Tabla 8.10.** Características técnicas y económicas del sistema térmico [32].

Gen	a	b	c	P <sub>máx</sub>	P <sub>min</sub>
G1	0,0005	16,19	100	592	150
G2	0,0003	17,26	970	592	150
G3	0,0020	16,50	700	169	20
G4	0,0021	16,5	680	169	20
G5	0,0040	19,70	450	211	25
G6	0,0071	22,26	370	104	20
G7	0,0008	27,74	480	114	20
G8	0,0041	25,92	660	72	10
G9	0,0022	27,27	665	72	10
G10	0,0017	27,79	670	72	10

Finalmente, el sistema la asignación de unidades se realiza para un sistema uninodal, como se muestra en la **Figura 8.3**, mientras que la configuración de las unidades hidroeléctricas se muestra en la **Figura 8.4**.



**Figura 8.3.** Diagrama unifilar del sistema hidrotérmico, caso 3 [32].



**Figura 8.4.** Configuración de cuatro unidades hidroeléctricas en cascada [32].

En resumen, la solución propuesta al problema de programación de generación hidrotérmica descrito por P. Oñate y J. Ramírez en [32], emplea un sistema de potencia conformado por 4 plantas hidráulicas y 10 unidades térmicas, para un período de análisis de 24 horas con una curva de carga definida por horas el cual se desarrolló mediante algoritmos genéticos.

En base al modelo planteado se desarrolló el programa de optimización para realizar el despacho económico considerando el mismo esquema y las restricciones del sistema mencionado anteriormente.

## 1. Algoritmo Desarrollado

**Sets** t/t1\*t24/, H/h1\*h4/, G/g1\*g10/;

**Scalar** costo\_agua/14/;

**Table** tabla(H,\*) Coeficientes de generadores hidráulicos

	c1	c2	c3	c4	c5	c6
h1	-0.0042	-0.42	0.030	0.90	10.0	-50
h2	-0.004	-0.3	0.015	1.14	9.5	-70
h3	-0.0016	-0.3	0.014	0.55	5.5	-40
h4	-0.003	-0.31	0.027	1.44	14	-90;

**Table** tabla\_G(G,\*) Características y límites de generadores térmicos

	c	b	a	G_min	G_max
g1	100.0	16.19	0.0005	150	592
g2	970.0	17.26	0.0003	150	592
g3	700.0	16.60	0.0020	20	169
g4	680.0	16.50	0.0021	20	169
g5	450.0	19.70	0.0040	25	211
g6	370.0	22.26	0.0071	20	104
g7	480.0	27.74	0.0008	20	114
g8	660.0	25.92	0.0041	10	72
g9	665.0	27.27	0.0022	10	72
g10	670.0	27.79	0.0017	10	72;

**Alias** (H, Hhat); **set** rio\_arriba(H, Hhat);

rio\_arriba('h3', Hhat) \$(ord(Hhat) < 3) = yes;

rio\_arriba('h4', 'h3') = yes;

**Parameter** retraso(H) /

h1 2  
h2 3  
h3 4  
h4 0/;

**Table** influjo(t,H) Tabla de influjos o Entradas de Agua

	h1	h2	h3	h4
t1	10	8	8.1	2.8
t2	9	8	8.2	2.4
t3	8	9	4	1.6
t4	7	9	2	0
t5	6	8	3	0
t6	7	7	4	0
t7	8	6	3	0
t8	9	7	2	0
t9	10	8	1	0
t10	11	9	1	0
t11	12	9	1	0
t12	10	8	2	0
t13	11	8	4	0
t14	12	9	3	0
t15	11	9	3	0
t16	10	8	2	0
t17	9	7	2	0
t18	8	6	2	0
t19	7	7	1	0
t20	6	8	1	0
t21	7	9	2	0
t22	8	9	2	0
t23	9	8	1	0
t24	10	8	0	0;

```
parameter demanda(t) Tabla de demanda por hora
/t1      1370
t2       1390
t3       1360
t4       1290
t5       1290
t6       1410
t7       1650
t8       2000
t9       2240
t10      2320
t11      2230
t12      2310
t13      2230
t14      2200
t15      2130
t16      2070
t17      2130
t18      2140
t19      2240
t20      2280
t21      2240
t22      2120
t23      1850
t24      1590/;
```

**Table** tabla\_H(H,\*) Características y límites de los Embalses

	V_min	V_max	V_ini	V_fin	Q_min	Q_max	P_min	P_max
h1	80	150	100	120	5	15	0	500
h2	60	120	80	70	6	15	0	500
h3	100	240	170	170	10	30	0	500
h4	70	160	120	140	13	25	0	500;

### Variables

```
Vol(H,t), agua_L(H,t), Derrame(H,t), OBJETIVO, PH(H,t), costo_termico, Pg(G,t);
Pg.up(G,t)=tabla_G(G, 'G_max');
Pg.lo(G,t)=tabla_G(G, 'G_min');
Vol.LO(H,t)=tabla_H(H, 'V_min');
Vol.UP(H,t)=tabla_H(H, 'V_max');
Vol.FX(H, 't24')=tabla_H(H, 'V_fin');
PH.lo(H,t)=tabla_H(H, 'P_min');
PH.up(H,t)=tabla_H(H, 'P_max');
agua_L.LO(H,t)=tabla_H(H, 'Q_min');
agua_L.UP(H,t)=tabla_H(H, 'Q_max');
Derrame.LO(H,t)=0;
```

### Equations

```
***-----Ecuaciones-----***
Nivel_agua, potencia_T, costo_T, balance, F_OBJETIVO;

*-----Ecuación de costo de los generadores térmicos-----***
costo_T..costo_termico=e=sum((t,G), tabla_G(G, 'a')*power(Pg(G,t), 2)
+tabla_G(G, 'b')*Pg(G,t)+tabla_G(G, 'c'));

*-----Ecuación de nivel de agua de los Embalses-----***
```

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

```
Nivel_agua(H,t)..Vol(H,t)=e=tabla_H(H,'V_ini')$(ord(t)=1)+Vol(H,t-1)$(ord(t)>1)+influjo(t,H)-agua_L(H,t)-Derrame(H,t)+sum(Hhat$rrio_arriba(H,Hhat),agua_L(Hhat,t-retraso(H))+Derrame(Hhat,t-retraso(H)));

*-----Ecuación de generación hidroeléctrica-----***
Potencia_T(H,t)..Ph(H,t)=e=tabla(H,'c1')*Vol(H,t)*Vol(H,t)+tabla(H,'c2')*agua_L(H,t)*agua_L(H,t)+tabla(H,'c3')*Vol(H,t)*agua_L(H,t)+tabla(H,'c4')*Vol(H,t)+tabla(H,'c5')*agua_L(H,t)+tabla(H,'c6');

***-----Ecuación de Balance-----***
balance(t)..sum(G,Pg(G,t))+sum(H,ph(H,t))=e=demanda(t);

***-----Función Objetivo-----***
F_OBJETIVO..OBJETIVO=e=costo_agua*sum((H,t),Ph(H,t))+costo_termico;

Model hidrotermico /all/;
Solve hidrotermico us nlp min OBJETIVO;
```

**2. Reporte de simulación**

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU F_OBJETIVO	.	.	.	<b>1.000</b>
---- VAR Vol				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	<b>80.000</b>	<b>103.013</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t2	<b>80.000</b>	<b>104.969</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t3	<b>80.000</b>	<b>106.189</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t4	<b>80.000</b>	<b>106.780</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t5	<b>80.000</b>	<b>106.670</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t6	<b>80.000</b>	<b>107.812</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t7	<b>80.000</b>	<b>109.343</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t8	<b>80.000</b>	<b>111.887</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t9	<b>80.000</b>	<b>111.240</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t10	<b>80.000</b>	<b>110.765</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t11	<b>80.000</b>	<b>112.205</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t12	<b>80.000</b>	<b>111.311</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t13	<b>80.000</b>	<b>111.715</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t14	<b>80.000</b>	<b>113.253</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t15	<b>80.000</b>	<b>114.232</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t16	<b>80.000</b>	<b>116.347</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t17	<b>80.000</b>	<b>115.687</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t18	<b>80.000</b>	<b>114.163</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t19	<b>80.000</b>	<b>111.119</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t20	<b>80.000</b>	<b>106.788</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t21	<b>80.000</b>	<b>108.000</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t22	<b>80.000</b>	<b>111.000</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t23	<b>80.000</b>	<b>115.000</b>	<b>150.000</b>	.
h1.t24	<b>120.000</b>	<b>120.000</b>	<b>120.000</b>	<b>56.737</b>
h2.t1	<b>60.000</b>	<b>82.000</b>	<b>120.000</b>	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h2.t2	60.000	84.000	120.000	.
h2.t3	60.000	87.000	120.000	.
h2.t4	60.000	90.000	120.000	.
h2.t5	60.000	92.000	120.000	.
h2.t6	60.000	93.000	120.000	.
h2.t7	60.000	93.000	120.000	.
h2.t8	60.000	94.000	120.000	.
h2.t9	60.000	93.418	120.000	.
h2.t10	60.000	91.968	120.000	.
h2.t11	60.000	91.733	120.000	.
h2.t12	60.000	89.522	120.000	.
h2.t13	60.000	87.364	120.000	.
h2.t14	60.000	85.978	120.000	.
h2.t15	60.000	84.658	120.000	.
h2.t16	60.000	84.342	120.000	.
h2.t17	60.000	80.525	120.000	.
h2.t18	60.000	75.248	120.000	.
h2.t19	60.000	69.786	120.000	.
h2.t20	60.000	64.181	120.000	.
h2.t21	60.000	65.149	120.000	.
h2.t22	60.000	66.000	120.000	.
h2.t23	60.000	68.000	120.000	.
h2.t24	70.000	70.000	70.000	25.564
h3.t1	100.000	128.531	240.000	.
h3.t2	100.000	125.500	240.000	.
h3.t3	100.000	118.100	240.000	.
h3.t4	100.000	107.100	240.000	.
h3.t5	100.000	110.087	240.000	.
h3.t6	100.000	114.131	240.000	.
h3.t7	100.000	116.911	240.000	.
h3.t8	100.000	118.320	240.000	.
h3.t9	100.000	115.746	240.000	.
h3.t10	100.000	110.039	240.000	.
h3.t11	100.000	106.819	240.000	-1.51E-10
h3.t12	100.000	103.112	240.000	1.5405E-9
h3.t13	100.000	108.544	240.000	.
h3.t14	100.000	115.540	240.000	.
h3.t15	100.000	120.821	240.000	.
h3.t16	100.000	129.925	240.000	.
h3.t17	100.000	134.385	240.000	.
h3.t18	100.000	138.357	240.000	.
h3.t19	100.000	139.288	240.000	.
h3.t20	100.000	135.254	240.000	.
h3.t21	100.000	135.959	240.000	.
h3.t22	100.000	142.974	240.000	.
h3.t23	100.000	156.063	240.000	.
h3.t24	170.000	170.000	170.000	29.153
h4.t1	70.000	159.369	160.000	8.706E-11
h4.t2	70.000	160.000	160.000	-2.081
h4.t3	70.000	160.000	160.000	-2.258
h4.t4	70.000	160.000	160.000	-1.259
h4.t5	70.000	160.000	160.000	-1.283
h4.t6	70.000	160.000	160.000	-1.386
h4.t7	70.000	160.000	160.000	-1.654
h4.t8	70.000	160.000	160.000	-1.771
h4.t9	70.000	160.000	160.000	-3.907

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h4.t10	70.000	160.000	160.000	-5.255
h4.t11	70.000	160.000	160.000	-3.838
h4.t12	70.000	160.000	160.000	-4.349
h4.t13	70.000	160.000	160.000	-4.024
h4.t14	70.000	160.000	160.000	-4.019
h4.t15	70.000	160.000	160.000	-3.718
h4.t16	70.000	160.000	160.000	-2.446
h4.t17	70.000	160.000	160.000	-4.034
h4.t18	70.000	160.000	160.000	-4.238
h4.t19	70.000	160.000	160.000	-5.034
h4.t20	70.000	160.000	160.000	-5.338
h4.t21	70.000	160.000	160.000	-5.500
h4.t22	70.000	154.792	160.000	.
h4.t23	70.000	147.850	160.000	.
h4.t24	140.000	140.000	140.000	18.218

---- VAR agua\_L

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	5.000	6.987	15.000	EPS
h1.t2	5.000	7.044	15.000	EPS
h1.t3	5.000	6.780	15.000	EPS
h1.t4	5.000	6.409	15.000	EPS
h1.t5	5.000	6.109	15.000	EPS
h1.t6	5.000	5.858	15.000	EPS
h1.t7	5.000	6.469	15.000	EPS
h1.t8	5.000	6.456	15.000	.
h1.t9	5.000	10.647	15.000	.
h1.t10	5.000	11.475	15.000	3.3466E-9
h1.t11	5.000	10.560	15.000	EPS
h1.t12	5.000	10.894	15.000	EPS
h1.t13	5.000	10.596	15.000	1.1154E-9
h1.t14	5.000	10.463	15.000	1.0029E-9
h1.t15	5.000	10.021	15.000	2.4785E-9
h1.t16	5.000	7.885	15.000	1.2592E-9
h1.t17	5.000	9.660	15.000	.
h1.t18	5.000	9.524	15.000	.
h1.t19	5.000	10.044	15.000	1.3488E-9
h1.t20	5.000	10.331	15.000	1.4083E-9
h1.t21	5.000	5.788	15.000	1.5107E-9
h1.t22	5.000	5.000	15.000	1.365
h1.t23	5.000	5.000	15.000	24.801
h1.t24	5.000	5.000	15.000	26.461
h2.t1	6.000	6.000	15.000	17.338
h2.t2	6.000	6.000	15.000	16.370
h2.t3	6.000	6.000	15.000	16.030
h2.t4	6.000	6.000	15.000	15.897
h2.t5	6.000	6.000	15.000	15.635
h2.t6	6.000	6.000	15.000	15.578
h2.t7	6.000	6.000	15.000	13.595
h2.t8	6.000	6.000	15.000	12.919
h2.t9	6.000	8.582	15.000	EPS
h2.t10	6.000	10.450	15.000	.
h2.t11	6.000	9.235	15.000	-1.639E-9
h2.t12	6.000	10.211	15.000	-2.446E-9

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h2.t13	6.000	10.158	15.000	EPS
h2.t14	6.000	10.386	15.000	-3.89E-10
h2.t15	6.000	10.320	15.000	.
h2.t16	6.000	8.317	15.000	.
h2.t17	6.000	10.816	15.000	6.156E-10
h2.t18	6.000	11.277	15.000	-1.798E-9
h2.t19	6.000	12.462	15.000	-6.08E-10
h2.t20	6.000	13.606	15.000	-7.29E-10
h2.t21	6.000	8.032	15.000	-3.17E-10
h2.t22	6.000	8.149	15.000	-4.85E-10
h2.t23	6.000	6.000	15.000	5.919
h2.t24	6.000	6.000	15.000	5.246
h3.t1	10.000	12.166	30.000	EPS
h3.t2	10.000	11.231	30.000	.
h3.t3	10.000	11.400	30.000	.
h3.t4	10.000	11.666	30.000	.
h3.t5	10.000	11.735	30.000	.
h3.t6	10.000	11.830	30.000	.
h3.t7	10.000	11.895	30.000	.
h3.t8	10.000	11.927	30.000	.
h3.t9	10.000	11.867	30.000	.
h3.t10	10.000	11.734	30.000	.
h3.t11	10.000	11.659	30.000	.
h3.t12	10.000	11.573	30.000	.
h3.t13	10.000	11.699	30.000	.
h3.t14	10.000	11.863	30.000	EPS
h3.t15	10.000	11.986	30.000	EPS
h3.t16	10.000	12.198	30.000	EPS
h3.t17	10.000	12.302	30.000	.
h3.t18	10.000	12.395	30.000	-2.120E-9
h3.t19	10.000	12.417	30.000	EPS
h3.t20	10.000	12.323	30.000	EPS
h3.t21	10.000	12.339	30.000	1.5169E-9
h3.t22	10.000	12.503	30.000	4.036E-10
h3.t23	10.000	10.418	30.000	4.853E-10
h3.t24	10.000	10.000	30.000	1.824
h4.t1	13.000	13.000	25.000	39.690
h4.t2	13.000	13.000	25.000	36.922
h4.t3	13.000	13.000	25.000	37.158
h4.t4	13.000	13.000	25.000	37.556
h4.t5	13.000	13.000	25.000	36.540
h4.t6	13.000	13.000	25.000	34.021
h4.t7	13.000	13.000	25.000	27.870
h4.t8	13.000	13.000	25.000	24.564
h4.t9	13.000	15.684	25.000	2.0750E-9
h4.t10	13.000	18.565	25.000	.
h4.t11	13.000	16.689	25.000	.
h4.t12	13.000	18.162	25.000	.
h4.t13	13.000	17.797	25.000	7.960E-10
h4.t14	13.000	17.929	25.000	.
h4.t15	13.000	17.514	25.000	.
h4.t16	13.000	14.000	25.000	5.071E-10
h4.t17	13.000	18.294	25.000	-6.03E-10
h4.t18	13.000	18.877	25.000	.
h4.t19	13.000	20.409	25.000	.
h4.t20	13.000	21.236	25.000	8.030E-10



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h4.t21	13.000	21.771	25.000	.
h4.t22	13.000	20.994	25.000	.
h4.t23	13.000	17.360	25.000	EPS
h4.t24	13.000	17.850	25.000	.

---- VAR Derrame

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	.	.	+INF	20.142
h1.t2	.	.	+INF	20.450
h1.t3	.	.	+INF	20.812
h1.t4	.	.	+INF	21.383
h1.t5	.	.	+INF	22.065
h1.t6	.	.	+INF	23.976
h1.t7	.	.	+INF	26.559
h1.t8	.	.	+INF	28.514
h1.t9	.	.	+INF	30.785
h1.t10	.	.	+INF	31.271
h1.t11	.	.	+INF	30.861
h1.t12	.	.	+INF	30.958
h1.t13	.	.	+INF	30.151
h1.t14	.	.	+INF	29.987
h1.t15	.	.	+INF	29.957
h1.t16	.	.	+INF	30.375
h1.t17	.	.	+INF	31.695
h1.t18	.	.	+INF	32.433
h1.t19	.	.	+INF	32.734
h1.t20	.	.	+INF	31.630
h1.t21	.	.	+INF	59.068
h1.t22	.	.	+INF	57.894
h1.t23	.	.	+INF	57.166
h1.t24	.	.	+INF	56.872
h2.t1	.	.	+INF	37.226
h2.t2	.	.	+INF	36.615
h2.t3	.	.	+INF	36.048
h2.t4	.	.	+INF	35.723
h2.t5	.	.	+INF	35.544
h2.t6	.	.	+INF	36.616
h2.t7	.	.	+INF	38.288
h2.t8	.	.	+INF	39.193
h2.t9	.	.	+INF	40.299
h2.t10	.	.	+INF	39.128
h2.t11	.	.	+INF	36.620
h2.t12	.	.	+INF	34.861
h2.t13	.	.	+INF	31.946
h2.t14	.	.	+INF	29.655
h2.t15	.	.	+INF	27.378
h2.t16	.	.	+INF	25.544
h2.t17	.	.	+INF	24.959
h2.t18	.	.	+INF	23.094
h2.t19	.	.	+INF	20.522
h2.t20	.	.	+INF	16.071
h2.t21	.	.	+INF	39.890
h2.t22	.	.	+INF	34.678
h2.t23	.	.	+INF	30.132

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h2.t24	.	.	+INF	27.731	
h3.t1	.	37.404	+INF	.	
h3.t2	.	.	+INF	1.467	
h3.t3	.	.	+INF	0.871	
h3.t4	.	1.334	+INF	EPS	
h3.t5	.	1.265	+INF	EPS	
h3.t6	.	1.170	+INF	EPS	
h3.t7	.	1.105	+INF	EPS	
h3.t8	.	1.073	+INF	EPS	
h3.t9	.	3.817	+INF	EPS	
h3.t10	.	6.831	+INF	1.2892E-9	
h3.t11	.	5.030	+INF	5.914E-10	
h3.t12	.	6.590	+INF	6.885E-10	
h3.t13	.	6.098	+INF	EPS	
h3.t14	.	6.066	+INF	EPS	
h3.t15	.	5.529	+INF	.	
h3.t16	.	1.802	+INF	.	
h3.t17	.	5.992	+INF	1.0343E-9	
h3.t18	.	6.482	+INF	-2.489E-9	
h3.t19	.	7.993	+INF	.	
h3.t20	.	8.913	+INF	.	
h3.t21	.	9.432	+INF	1.1697E-9	
h3.t22	.	3.283	+INF	EPS	
h3.t23	.	.	+INF	5.019	
h3.t24	.	.	+INF	7.906	
h4.t1	.	.	+INF	68.261	
h4.t2	.	.	+INF	65.932	
h4.t3	.	.	+INF	65.664	
h4.t4	.	.	+INF	65.613	
h4.t5	.	.	+INF	64.600	
h4.t6	.	.	+INF	63.610	
h4.t7	.	.	+INF	62.599	
h4.t8	.	.	+INF	61.440	
h4.t9	.	.	+INF	60.224	
h4.t10	.	.	+INF	57.802	
h4.t11	.	.	+INF	54.728	
h4.t12	.	.	+INF	52.178	
h4.t13	.	.	+INF	49.354	
h4.t14	.	.	+INF	46.872	
h4.t15	.	.	+INF	44.618	
h4.t16	.	.	+INF	42.638	
h4.t17	.	.	+INF	41.289	
h4.t18	.	.	+INF	39.560	
h4.t19	.	.	+INF	37.881	
h4.t20	.	.	+INF	36.022	
h4.t21	.	.	+INF	33.997	
h4.t22	.	.	+INF	31.969	
h4.t23	.	.	+INF	25.294	
h4.t24	.	.	+INF	21.719	
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	VAR OBJETIVO	-INF	9.0499E+5	+INF	.
----	VAR PH				

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	.	69.105	500.000	.
h1.t2	.	69.974	500.000	.
h1.t3	.	68.301	500.000	.
h1.t4	.	65.586	500.000	.
h1.t5	.	63.182	500.000	.
h1.t6	.	61.328	500.000	.
h1.t7	.	66.529	500.000	.
h1.t8	.	66.846	500.000	.
h1.t9	.	92.533	500.000	.
h1.t10	.	95.736	500.000	.
h1.t11	.	92.417	500.000	.
h1.t12	.	93.615	500.000	.
h1.t13	.	92.443	500.000	.
h1.t14	.	92.256	500.000	.
h1.t15	.	90.378	500.000	.
h1.t16	.	78.115	500.000	.
h1.t17	.	88.840	500.000	.
h1.t18	.	87.770	500.000	.
h1.t19	.	89.702	500.000	.
h1.t20	.	89.795	500.000	.
h1.t21	.	60.771	500.000	.
h1.t22	.	54.302	500.000	.
h1.t23	.	54.705	500.000	.
h1.t24	.	55.020	500.000	.
h2.t1	.	50.164	500.000	.
h2.t2	.	51.296	500.000	.
h2.t3	.	52.934	500.000	.
h2.t4	.	54.500	500.000	.
h2.t5	.	55.504	500.000	.
h2.t6	.	55.994	500.000	.
h2.t7	.	55.994	500.000	.
h2.t8	.	56.476	500.000	.
h2.t9	.	73.050	500.000	.
h2.t10	.	81.940	500.000	.
h2.t11	.	75.772	500.000	.
h2.t12	.	79.433	500.000	.
h2.t13	.	77.921	500.000	.
h2.t14	.	78.148	500.000	.
h2.t15	.	77.035	500.000	.
h2.t16	.	66.474	500.000	.
h2.t17	.	76.584	500.000	.
h2.t18	.	74.843	500.000	.
h2.t19	.	74.920	500.000	.
h2.t20	.	73.507	500.000	.
h2.t21	.	52.091	500.000	.
h2.t22	.	53.376	500.000	.
h2.t23	.	41.344	500.000	.
h2.t24	.	42.700	500.000	.
h3.t1	.	48.661	500.000	.
h3.t2	.	47.487	500.000	.
h3.t3	.	45.200	500.000	.
h3.t4	.	41.379	500.000	.
h3.t5	.	42.473	500.000	.
h3.t6	.	43.913	500.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h3.t7	.	44.876	500.000	.
h3.t8	.	45.356	500.000	.
h3.t9	.	44.475	500.000	.
h3.t10	.	42.455	500.000	.
h3.t11	.	41.274	500.000	.
h3.t12	.	39.878	500.000	.
h3.t13	.	41.911	500.000	.
h3.t14	.	44.404	500.000	.
h3.t15	.	46.193	500.000	.
h3.t16	.	49.089	500.000	.
h3.t17	.	50.421	500.000	.
h3.t18	.	51.559	500.000	.
h3.t19	.	51.819	500.000	.
h3.t20	.	50.674	500.000	.
h3.t21	.	50.877	500.000	.
h3.t22	.	52.825	500.000	.
h3.t23	.	54.366	500.000	.
h3.t24	.	56.060	500.000	.
h4.t1	.	248.845	500.000	.
h4.t2	.	249.370	500.000	.
h4.t3	.	249.370	500.000	.
h4.t4	.	249.370	500.000	.
h4.t5	.	249.370	500.000	.
h4.t6	.	249.370	500.000	.
h4.t7	.	249.370	500.000	.
h4.t8	.	249.370	500.000	.
h4.t9	.	274.675	500.000	.
h4.t10	.	296.868	500.000	.
h4.t11	.	283.001	500.000	.
h4.t12	.	294.074	500.000	.
h4.t13	.	291.456	500.000	.
h4.t14	.	292.409	500.000	.
h4.t15	.	289.371	500.000	.
h4.t16	.	259.321	500.000	.
h4.t17	.	294.999	500.000	.
h4.t18	.	298.958	500.000	.
h4.t19	.	308.372	500.000	.
h4.t20	.	312.843	500.000	.
h4.t21	.	315.510	500.000	.
h4.t22	.	306.044	500.000	.
h4.t23	.	276.240	500.000	.
h4.t24	.	271.399	500.000	.

LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

---- VAR costo\_ter~ -INF 7.4877E+5 +INF .

---- VAR Pg

LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

g1 .t1	150.000	592.000	592.000	-0.007
g1 .t2	150.000	592.000	592.000	-0.046
g1 .t3	150.000	588.339	592.000	EPS
g1 .t4	150.000	544.639	592.000	.
g1 .t5	150.000	544.845	592.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

g1 .t6	150.000	592.000	592.000	-0.102
g1 .t7	150.000	592.000	592.000	-0.603
g1 .t8	150.000	592.000	592.000	-0.812
g1 .t9	150.000	592.000	592.000	-4.224
g1 .t10	150.000	592.000	592.000	-5.706
g1 .t11	150.000	592.000	592.000	-4.082
g1 .t12	150.000	592.000	592.000	-4.609
g1 .t13	150.000	592.000	592.000	-3.992
g1 .t14	150.000	592.000	592.000	-3.724
g1 .t15	150.000	592.000	592.000	-3.198
g1 .t16	150.000	592.000	592.000	-1.641
g1 .t17	150.000	592.000	592.000	-3.135
g1 .t18	150.000	592.000	592.000	-3.197
g1 .t19	150.000	592.000	592.000	-3.903
g1 .t20	150.000	592.000	592.000	-4.207
g1 .t21	150.000	592.000	592.000	-4.268
g1 .t22	150.000	592.000	592.000	-3.410
g1 .t23	150.000	592.000	592.000	-0.717
g1 .t24	150.000	592.000	592.000	-0.453
g2 .t1	150.000	150.000	592.000	0.561
g2 .t2	150.000	150.000	592.000	0.522
g2 .t3	150.000	150.000	592.000	0.572
g2 .t4	150.000	150.000	592.000	0.615
g2 .t5	150.000	150.000	592.000	0.615
g2 .t6	150.000	150.000	592.000	0.466
g2 .t7	150.000	208.231	592.000	.
g2 .t8	150.000	556.952	592.000	.
g2 .t9	150.000	592.000	592.000	-3.391
g2 .t10	150.000	592.000	592.000	-4.873
g2 .t11	150.000	592.000	592.000	-3.249
g2 .t12	150.000	592.000	592.000	-3.776
g2 .t13	150.000	592.000	592.000	-3.159
g2 .t14	150.000	592.000	592.000	-2.891
g2 .t15	150.000	592.000	592.000	-2.365
g2 .t16	150.000	592.000	592.000	-0.808
g2 .t17	150.000	592.000	592.000	-2.302
g2 .t18	150.000	592.000	592.000	-2.364
g2 .t19	150.000	592.000	592.000	-3.070
g2 .t20	150.000	592.000	592.000	-3.374
g2 .t21	150.000	592.000	592.000	-3.435
g2 .t22	150.000	592.000	592.000	-2.576
g2 .t23	150.000	398.345	592.000	.
g2 .t24	150.000	150.000	592.000	0.115
g3 .t1	20.000	47.335	169.000	.
g3 .t2	20.000	56.886	169.000	.
g3 .t3	20.000	44.585	169.000	EPS
g3 .t4	20.000	33.660	169.000	EPS
g3 .t5	20.000	33.711	169.000	EPS
g3 .t6	20.000	70.983	169.000	.
g3 .t7	20.000	169.000	169.000	-0.109
g3 .t8	20.000	169.000	169.000	-0.318
g3 .t9	20.000	169.000	169.000	-3.730
g3 .t10	20.000	169.000	169.000	-5.212
g3 .t11	20.000	169.000	169.000	-3.588
g3 .t12	20.000	169.000	169.000	-4.115
g3 .t13	20.000	169.000	169.000	-3.498

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

g3 .t14	20.000	169.000	169.000	-3.230
g3 .t15	20.000	169.000	169.000	-2.704
g3 .t16	20.000	169.000	169.000	-1.147
g3 .t17	20.000	169.000	169.000	-2.641
g3 .t18	20.000	169.000	169.000	-2.703
g3 .t19	20.000	169.000	169.000	-3.409
g3 .t20	20.000	169.000	169.000	-3.713
g3 .t21	20.000	169.000	169.000	-3.774
g3 .t22	20.000	169.000	169.000	-2.916
g3 .t23	20.000	169.000	169.000	-0.223
g3 .t24	20.000	158.821	169.000	-1.99E-11
g4 .t1	20.000	68.891	169.000	EPS
g4 .t2	20.000	77.987	169.000	EPS
g4 .t3	20.000	66.271	169.000	.
g4 .t4	20.000	55.866	169.000	EPS
g4 .t5	20.000	55.915	169.000	EPS
g4 .t6	20.000	91.412	169.000	4.352E-11
g4 .t7	20.000	169.000	169.000	-0.175
g4 .t8	20.000	169.000	169.000	-0.384
g4 .t9	20.000	169.000	169.000	-3.796
g4 .t10	20.000	169.000	169.000	-5.279
g4 .t11	20.000	169.000	169.000	-3.654
g4 .t12	20.000	169.000	169.000	-4.182
g4 .t13	20.000	169.000	169.000	-3.564
g4 .t14	20.000	169.000	169.000	-3.296
g4 .t15	20.000	169.000	169.000	-2.770
g4 .t16	20.000	169.000	169.000	-1.213
g4 .t17	20.000	169.000	169.000	-2.707
g4 .t18	20.000	169.000	169.000	-2.769
g4 .t19	20.000	169.000	169.000	-3.476
g4 .t20	20.000	169.000	169.000	-3.780
g4 .t21	20.000	169.000	169.000	-3.840
g4 .t22	20.000	169.000	169.000	-2.982
g4 .t23	20.000	169.000	169.000	-0.289
g4 .t24	20.000	169.000	169.000	-0.025
g5 .t1	25.000	25.000	211.000	3.111
g5 .t2	25.000	25.000	211.000	3.072
g5 .t3	25.000	25.000	211.000	3.122
g5 .t4	25.000	25.000	211.000	3.165
g5 .t5	25.000	25.000	211.000	3.165
g5 .t6	25.000	25.000	211.000	3.016
g5 .t7	25.000	25.000	211.000	2.515
g5 .t8	25.000	25.000	211.000	2.306
g5 .t9	25.000	163.267	211.000	.
g5 .t10	25.000	211.000	211.000	-1.100
g5 .t11	25.000	145.536	211.000	-1.97E-10
g5 .t12	25.000	211.000	211.000	-0.003
g5 .t13	25.000	134.269	211.000	.
g5 .t14	25.000	100.782	211.000	.
g5 .t15	25.000	35.023	211.000	EPS
g5 .t16	25.000	25.000	211.000	1.477
g5 .t17	25.000	27.157	211.000	EPS
g5 .t18	25.000	34.869	211.000	-3.18E-10
g5 .t19	25.000	123.187	211.000	.
g5 .t20	25.000	161.181	211.000	.
g5 .t21	25.000	168.751	211.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

g5 .t22	25.000	61.453	211.000	.
g5 .t23	25.000	25.000	211.000	2.401
g5 .t24	25.000	25.000	211.000	2.665
g6 .t1	20.000	20.000	104.000	5.755
g6 .t2	20.000	20.000	104.000	5.716
g6 .t3	20.000	20.000	104.000	5.766
g6 .t4	20.000	20.000	104.000	5.809
g6 .t5	20.000	20.000	104.000	5.809
g6 .t6	20.000	20.000	104.000	5.660
g6 .t7	20.000	20.000	104.000	5.159
g6 .t8	20.000	20.000	104.000	4.950
g6 .t9	20.000	20.000	104.000	1.538
g6 .t10	20.000	20.000	104.000	0.056
g6 .t11	20.000	20.000	104.000	1.680
g6 .t12	20.000	20.000	104.000	1.153
g6 .t13	20.000	20.000	104.000	1.770
g6 .t14	20.000	20.000	104.000	2.038
g6 .t15	20.000	20.000	104.000	2.564
g6 .t16	20.000	20.000	104.000	4.121
g6 .t17	20.000	20.000	104.000	2.627
g6 .t18	20.000	20.000	104.000	2.565
g6 .t19	20.000	20.000	104.000	1.859
g6 .t20	20.000	20.000	104.000	1.555
g6 .t21	20.000	20.000	104.000	1.494
g6 .t22	20.000	20.000	104.000	2.352
g6 .t23	20.000	20.000	104.000	5.045
g6 .t24	20.000	20.000	104.000	5.309
g7 .t1	20.000	20.000	114.000	10.983
g7 .t2	20.000	20.000	114.000	10.944
g7 .t3	20.000	20.000	114.000	10.994
g7 .t4	20.000	20.000	114.000	11.037
g7 .t5	20.000	20.000	114.000	11.037
g7 .t6	20.000	20.000	114.000	10.888
g7 .t7	20.000	20.000	114.000	10.387
g7 .t8	20.000	20.000	114.000	10.178
g7 .t9	20.000	20.000	114.000	6.766
g7 .t10	20.000	20.000	114.000	5.284
g7 .t11	20.000	20.000	114.000	6.908
g7 .t12	20.000	20.000	114.000	6.381
g7 .t13	20.000	20.000	114.000	6.998
g7 .t14	20.000	20.000	114.000	7.266
g7 .t15	20.000	20.000	114.000	7.792
g7 .t16	20.000	20.000	114.000	9.349
g7 .t17	20.000	20.000	114.000	7.855
g7 .t18	20.000	20.000	114.000	7.793
g7 .t19	20.000	20.000	114.000	7.087
g7 .t20	20.000	20.000	114.000	6.783
g7 .t21	20.000	20.000	114.000	6.722
g7 .t22	20.000	20.000	114.000	7.580
g7 .t23	20.000	20.000	114.000	10.273
g7 .t24	20.000	20.000	114.000	10.537
g8 .t1	10.000	10.000	72.000	9.213
g8 .t2	10.000	10.000	72.000	9.174
g8 .t3	10.000	10.000	72.000	9.224
g8 .t4	10.000	10.000	72.000	9.267
g8 .t5	10.000	10.000	72.000	9.267

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

g8 .t6	10.000	10.000	72.000	9.118
g8 .t7	10.000	10.000	72.000	8.617
g8 .t8	10.000	10.000	72.000	8.408
g8 .t9	10.000	10.000	72.000	4.996
g8 .t10	10.000	10.000	72.000	3.514
g8 .t11	10.000	10.000	72.000	5.138
g8 .t12	10.000	10.000	72.000	4.611
g8 .t13	10.000	10.000	72.000	5.228
g8 .t14	10.000	10.000	72.000	5.496
g8 .t15	10.000	10.000	72.000	6.022
g8 .t16	10.000	10.000	72.000	7.579
g8 .t17	10.000	10.000	72.000	6.085
g8 .t18	10.000	10.000	72.000	6.023
g8 .t19	10.000	10.000	72.000	5.317
g8 .t20	10.000	10.000	72.000	5.013
g8 .t21	10.000	10.000	72.000	4.952
g8 .t22	10.000	10.000	72.000	5.810
g8 .t23	10.000	10.000	72.000	8.503
g8 .t24	10.000	10.000	72.000	8.767
g9 .t1	10.000	10.000	72.000	10.525
g9 .t2	10.000	10.000	72.000	10.486
g9 .t3	10.000	10.000	72.000	10.536
g9 .t4	10.000	10.000	72.000	10.579
g9 .t5	10.000	10.000	72.000	10.579
g9 .t6	10.000	10.000	72.000	10.430
g9 .t7	10.000	10.000	72.000	9.929
g9 .t8	10.000	10.000	72.000	9.720
g9 .t9	10.000	10.000	72.000	6.308
g9 .t10	10.000	10.000	72.000	4.826
g9 .t11	10.000	10.000	72.000	6.450
g9 .t12	10.000	10.000	72.000	5.923
g9 .t13	10.000	10.000	72.000	6.540
g9 .t14	10.000	10.000	72.000	6.808
g9 .t15	10.000	10.000	72.000	7.334
g9 .t16	10.000	10.000	72.000	8.891
g9 .t17	10.000	10.000	72.000	7.397
g9 .t18	10.000	10.000	72.000	7.335
g9 .t19	10.000	10.000	72.000	6.629
g9 .t20	10.000	10.000	72.000	6.325
g9 .t21	10.000	10.000	72.000	6.264
g9 .t22	10.000	10.000	72.000	7.122
g9 .t23	10.000	10.000	72.000	9.815
g9 .t24	10.000	10.000	72.000	10.079
g10.t1	10.000	10.000	72.000	11.035
g10.t2	10.000	10.000	72.000	10.996
g10.t3	10.000	10.000	72.000	11.046
g10.t4	10.000	10.000	72.000	11.089
g10.t5	10.000	10.000	72.000	11.089
g10.t6	10.000	10.000	72.000	10.940
g10.t7	10.000	10.000	72.000	10.439
g10.t8	10.000	10.000	72.000	10.230
g10.t9	10.000	10.000	72.000	6.818
g10.t10	10.000	10.000	72.000	5.336
g10.t11	10.000	10.000	72.000	6.960
g10.t12	10.000	10.000	72.000	6.433
g10.t13	10.000	10.000	72.000	7.050



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

g10.t14	10.000	10.000	72.000	7.318
g10.t15	10.000	10.000	72.000	7.844
g10.t16	10.000	10.000	72.000	9.401
g10.t17	10.000	10.000	72.000	7.907
g10.t18	10.000	10.000	72.000	7.845
g10.t19	10.000	10.000	72.000	7.139
g10.t20	10.000	10.000	72.000	6.835
g10.t21	10.000	10.000	72.000	6.774
g10.t22	10.000	10.000	72.000	7.632
g10.t23	10.000	10.000	72.000	10.325
g10.t24	10.000	10.000	72.000	10.589

\*\*\*\* REPORT SUMMARY :  
0       NONOPT  
0       INFEASIBLE  
0       UNBOUNDED  
0       ERRORS

**ANEXO D: CASO DE ESTUDIO 4**

**D. Modelo de 14 Barras IEEE**

Para el último caso se ha modificado el sistema de 14 barras de la IEEE reemplazando los compensadores síncronos con generación hidroeléctrica, los datos para el sistema se dan en las Tablas **Tabla 8.11** - **Tabla 8.15**. Los valores son tomados de la bibliografía [32] y [35].

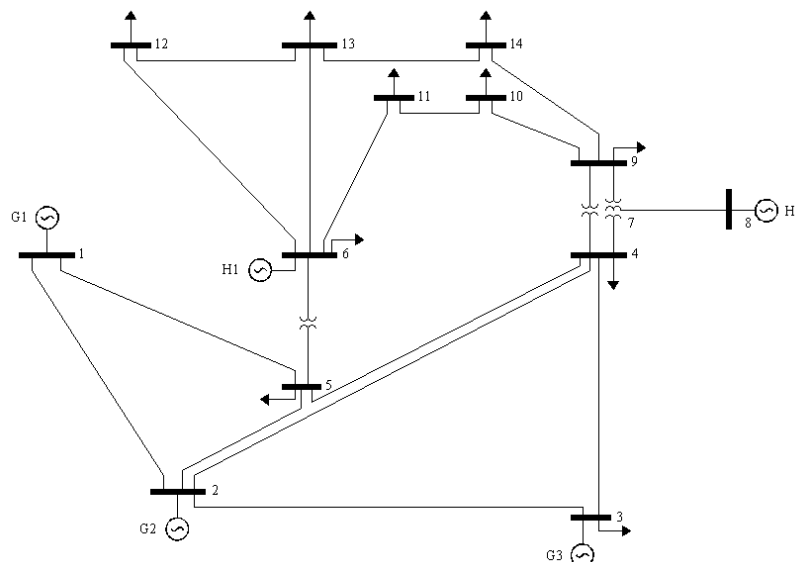
**Tabla 8.11.** Coeficientes de potencia de generación hidráulica [32].

Unidades	C1	C2	C3	C4	C5	C6
H1	-0,0042	-0,42	0,03	0,9	10	-50
H2	-0,004	-0,3	0,015	1,14	9,5	-70

**Tabla 8.12.** Límites de capacidad de almacenaje, límites de descarga y límites de generación hidráulica [32].

Planta	<i>V<sub>min</sub></i>	<i>V<sub>máx</sub></i>	<i>V<sub>ini</sub></i>	<i>V<sub>fin</sub></i>	<i>Q<sub>min</sub></i>	<i>Q<sub>máx</sub></i>	<i>Ph<sub>min</sub></i>	<i>Ph<sub>máx</sub></i>
	$\times 10^4 m^3$						MW	MW
1	80	150	100	120	5	15	0	100
2	60	120	80	70	6	15	0	100

El diagrama del sistema se muestra en la **Figura 8.5**. Los coeficientes de la función de costo de cada unidad térmica (unidad monetaria \$/MW). Los límites de potencia de generación se especifican en la **Tabla 8.13**.



**Figura 8.5.** Diagrama unifilar del sistema de 14 barras de la IEEE, caso 4 [35].

**Tabla 8.13.** Características del sistema térmico de prueba [35].

Unidades	a	b	c	<i>P</i> <sub>máx</sub>	<i>P</i> <sub>mín</sub>
G1	0,043029	20	0	332.4	0
G2	0,25	20	0	140	0
G3	0,01	40	0	100	0

**Tabla 8.14.** Flujos de entrada en los embalses de las centrales, caso 4 [32].

HORAS	Embalses ( $\times 10^4 \text{ m}^3$ )	
	H1	H2
1	10	8
2	9	8
3	8	9
4	7	9
5	6	8
6	7	7
7	8	6
8	9	7

**Tabla 8.15.** Parámetros de las líneas de transmisión, caso 4 [35].

LINEAS	Reactancia (p.u)	Límite de transmisión [MW]
1-2	0,0592	200
1-5	0,223	200
2-4	0,1763	200
2-3	0,0198	200
2-5	0,1739	200
3-4	0,171	200
4-5	0,0421	200
4-7	0,2091	200
4-9	0,5562	200
5-6	0,252	200
6-11	0,1989	200
6-12	0,2558	200
6-13	0,1303	200
7-8	0,1762	200
7-9	0,11	200
9-10	0,0845	200
9-14	0,2704	200
10-11	0,1921	200
12-13	0,1999	200
13-14	0.348	200

Los flujos de potencia que circulan por el sistema se muestran en la **Tabla 8.16**

**Tabla 8.16.** Demanda para un periodo de 8 horas del caso 4 [35].

Demanda [MW]											
HORA	NODO 2	NODO 3	NODO 4	NODO 5	NODO 6	NODO 9	NODO 10	NODO 11	NODO 12	NODO 13	NODO 14
1	21,7	94,2	47,8	7,6	11,2	29,5	9	3,5	6,1	13,5	14,9
2	20,4	90,2	48	7,2	10,8	28,1	8,9	3,31	6	13,12	14,68
3	19,5	92,1	45,5	6,9	10,5	27,8	8,54	3,12	5,83	12,92	14,52
4	22	93	44,8	7	12	30,1	9,86	4,12	6,92	14,2	15,8
5	21	93,5	44	7,5	11,9	29,8	9,30	4	6,45	13,54	15,53
6	19,2	92	42,9	7	11,5	29,5	9,14	3,95	6,32	13,21	15,23
7	18,7	95,5	43,5	7,2	10,12	28,3	9,01	3,81	6,21	13,12	14,88
8	20,1	96,3	44,2	8	10	28,5	8,5	3,5	6,12	3,45	14,35

## 1. Algoritmo Desarrollado

### Sets

```
H      Generadores Hidricos /h1*h2/
t      Tiempo de la demanda /t1*t8/
bus /1*14/
slack(bus) /1/
Pd /pd1/
G      Centrales termicas /g1*g3/;
```

### scalars

```
Sbase /100/
Costo_agua /14/;
```

### alias

```
(bus,node);
```

### Table tabla(H,\*)

```
      c1      c2      c3      c4      c5      c6
h1   -0.0042  -0.42   0.0300  0.90   10.0   -50
h2   -0.004   -0.3    0.015   1.14   9.5    -70;
```

### Table influjo(t,H) Ingreso de agua

```
      h1      h2
t1    10      8
t2     9      8
t3     8      9
t4     7      9
t5     6      8
t6     7      7
t7     8      6
t8     9      7;
```

### Table tabla\_H(H,\*) Características y límites de los Embalses

```
      V_min V_max  V_ini V_fin  Q_min  Q_max  PH_min PH_max
h1     80   150   138   120    5     15    0     100
```

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

```

h2      60      120      100      70      6      15      0      100;
Table tabla_G(G,*)      Características de las unidades generadoras
      c      b      a      G_min      G_max
g1      0      20      0.043029      0      332.4
g2      0      20      0.25      0      140
g3      0      40      0.01      0      100;
set conectividad(bus,G)      Indice de conectividad de cada unidad generadora
con cada bus
/1      .      g1
2      .      g2
3      .      g3/;
set conectividad_H(bus,H)      Indice de conectividad de cada unidad
generadora con cada bus
/6      .      h1
8      .      h2/;
Table tabla_B(bus,t,Pd)      Demanda de cada bus en MW
      Pd1
2.t1      21.7
2.t2      20.4
2.t3      19.5
2.t4      22
2.t5      21
2.t6      19.2
2.t7      18.7
2.t8      20.1
3.t1      94.2
3.t2      90.2
3.t3      92.1
3.t4      93
3.t5      93.5
3.t6      92
3.t7      95.5
3.t8      96.3
4.t1      47.8
4.t2      48
4.t3      45.5
4.t4      44.8
4.t5      44
4.t6      42.9
4.t7      43.5
4.t8      44.2
5.t1      7.6
5.t2      7.2
5.t3      6.9
5.t4      7
5.t5      7.5
5.t6      7
5.t7      7.2
5.t8      8
6.t1      11.2
6.t2      10.8
6.t3      10.5
6.t4      12
6.t5      11.9
6.t6      11.5
6.t7      10.12

```

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

6.t8	10
9.t1	29.5
9.t2	28.1
9.t3	27.8
9.t4	30.1
9.t5	29.8
9.t6	29.5
9.t7	28.3
9.t8	28.5
10.t1	9
10.t2	8.9
10.t3	8.54
10.t4	9.86
10.t5	9.30
10.t6	9.14
10.t7	9.01
10.t8	8.5
11.t1	3.5
11.t2	3.31
11.t3	3.12
11.t4	4.12
11.t5	4
11.t6	3.95
11.t7	3.81
11.t8	3.5
12.t1	6.1
12.t2	6
12.t3	5.83
12.t4	6.92
12.t5	6.45
12.t6	6.32
12.t7	6.21
12.t8	6.12
13.t1	13.5
13.t2	13.12
13.t3	12.92
13.t4	14.2
13.t5	13.54
13.t6	13.21
13.t7	13.12
13.t8	3.45
14.t1	14.9
14.t2	14.68
14.t3	14.52
14.t4	15.8
14.t5	15.53
14.t6	15.23
14.t7	14.88
14.t8	14.35;

```
set conexiones  Matriz de conectividad de los buses
/1 . 2
1 . 5
2 . 3
2 . 4
```

```

2 . 5
3 . 4
4 . 5
4 . 7
4 . 9
5 . 6
6 . 11
6 . 12
6 . 13
7 . 8
7 . 9
9 . 10
9 . 14
10 . 11
12 . 13
13 . 14/;

```

conexiones (bus, node) \$(conexiones (node, bus))=1;

Table lineas ( bus,node,\*) Caracteristicas técnicas de la red

		reactancia	Limite	
1	.	2	0.0592	200
1	.	5	0.223	200
2	.	3	0.1763	200
2	.	4	0.0198	200
2	.	5	0.1739	200
3	.	4	0.171	200
4	.	5	0.0421	200
4	.	7	0.2091	200
4	.	9	0.5562	200
5	.	6	0.252	200
6	.	11	0.1989	200
6	.	12	0.2558	200
6	.	13	0.1303	200
7	.	8	0.1762	200
7	.	9	0.11	200
9	.	10	0.0845	200
9	.	14	0.2704	200
10	.	11	0.1921	200
12	.	13	0.1999	200
13	.	14	0.348	200;

```

lineas (bus, node, 'reactancia') $(lineas (bus,
node, 'reactancia')=0)=lineas (node, bus, 'reactancia');
lineas (bus, node, 'Limite') $(lineas (bus, node, 'Limite')=0)=lineas (node,
bus, 'Limite');
lineas (bus, node, 'bij') $conexiones (bus, node)=1/lineas (bus,
node, 'reactancia');

```

## Variables

OBJETIVO      Funcion Objetivo  
 Ph(H,t)      Potencia generada por las centrales hídricas  
 costo\_termico      Costo Térmico  
 Pij (bus,node,t)      Flujo de potencia  
 Pg (G,t)      Potencia térmica generada  
 angulo (bus,t)      Ángulo  
 Vol (H,t)      Volumen

Agua\_L(H,t) Agua liberada  
 Derrame(H,t)  
 Ph(H,t) Potencia generada por las centrales hidricas;

pg.up(G,t)=tabla\_G(G,'G\_max');  
 pg.lo(G,t)=tabla\_G(G,'G\_min');  
 Vol.LO(H,t)= tabla\_H (H,'V\_min');  
 Vol.UP(H,t)= tabla\_H (H,'V\_max');  
 Vol.FX(H,'t8')= tabla\_H (H,'V\_fin');  
 ph.lo(H,t)= tabla\_H (H,'PH\_min');  
 ph.up(H,t)= tabla\_H (H,'PH\_max');  
 agua\_L.LO(H,t)= tabla\_H (H,'Q\_min');  
 agua\_L.UP(H,t)=tabla\_H(H,'Q\_max');  
 Derrame.LO(H,t)=0;

**Equations**

eq1  
 eq2  
 eq3  
 potencia\_T  
 F\_OBJETIVO  
 Nivel\_agua;

\* \_\_\_\_\_ ----> Flujo de Potencia <---- \_\_\_\_\_ \*\*\*  
 eq1 (bus,node,t)\$conexiones (bus,node) ..  
 Pij (bus,node,t)=e=lineas (bus,node,'bij') \* (angulo (bus,t)-angulo (node,t));

\* -----> Balance de potencia<-----\*\*\*\*\*  
 eq2 (bus,t) ..  
 +sum(G\$conectividad (bus,G),Pg(G,t))+sum(H\$conectividad\_H (bus,H),PH(H,t))-  
 tabla\_B (bus,t,'Pd1')/Sbase=e+sum (node\$conexiones (node,bus),Pij (bus,node,t)  
 );

\*----->Ecuación de costo de los generadores térmicos<-----\*\*\*  
 eq3..costo\_termico=e=sum ((t,G),Pg(G,t)\*Sbase\*Pg(G,t)\*Sbase\*tabla\_G(G,'a')+P  
 g(G,t)\*Sbase\*tabla\_G(G,'b')+tabla\_G(G,'c'));

\*----->Ecuación de nivel de agua en los embalses<-----\*\*\*  
 Nivel\_agua(H,t)..Vol(H,t)=e=tabla\_H(H,'V\_ini')\$(ord(t)=1)+Vol(H,t-  
 1)\$(ord(t)>1)  
 +influjo(t,H)-agua\_L(H,t)-Derrame(H,t);  
 potencia\_T(H,t)..  
 Ph(H,t)=e=tabla(H,'c1')\*Vol(H,t)\*Vol(H,t)+tabla(H,'c2')\*agua\_L(H,t)\*agua\_L(  
 H,t)+tabla(H,'c3')\*Vol(H,t)\*agua\_L(H,t)+tabla(H,'c4')\*Vol(H,t)+tabla(H,'c5'  
 )\*agua\_L(H,t)+tabla(H,'c6');

F\_OBJETIVO.. OBJETIVO=e=Sbase\*costo\_agua\*sum ((H,t),Ph(H,t))+costo\_termico;

**Model** flujo\_hidrotermico /all/;

Pg.lo(G,t)=tabla\_G(G,'G\_min')/Sbase;  
 Pg.up(G,t)=tabla\_G(G,'G\_max')/Sbase;  
 ph.lo(H,t)=tabla\_H(H,'PH\_min')/Sbase;  
 ph.up(H,t)=tabla\_H(H,'PH\_max')/Sbase;  
 angulo.up (bus,t)=pi;  
 angulo.lo (bus,t)=-pi;  
 angulo.fx (slack,t)=0;



```
Pij.up(bus,node,t)$((conexiones(bus,node)))=1*lineas(bus,node,'Limite')/Sbase;
Pij.lo(bus,node,t)$((conexiones(bus,node)))=-
1*lineas(bus,node,'Limite')/Sbase;
```

```
Solve flujo_hidrotermico minimizing OBJETIVO using nlp;
parameter report (t,*,bus) ;
report(t,'Gen (MW)',bus)=sum(G$conectividad(bus,G),Pg.l(G,t))*sbase;
report(t,'Ángulo',bus)=angulo.l(bus,t)*(180/pi);
report(t,'carga (MW)',bus)=tabla_B(bus,t,'pdl');
report(t,'Costo Marginal ($/MWh)',bus)=eq2.m(bus,t)/sbase ;
```

```
Display report;
```

## 2. Reporte de Simulación

Los resultados del despacho económico se muestran a continuación:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR OBJETIVO	-INF	<b>32619.656</b>	+INF	.

OBJETIVO Funcion Objetivo

---- VAR Ph Potencia generada por las centrales hídricas

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t2	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t3	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t4	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t5	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t6	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t7	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h1.t8	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.031</b>
h2.t1	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t2	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t3	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t4	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t5	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t6	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t7	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>
h2.t8	.	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>-0.016</b>

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR costo_ter~	-INF	<b>10219.656</b>	+INF	.

costo\_termico Costo Térmico

---- VAR Pij Flujo de potencia

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--	-------	-------	-------	----------

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

1 .2 .t1	-2.000	0.204	2.000	.
1 .2 .t2	-2.000	0.184	2.000	.
1 .2 .t3	-2.000	0.431	2.000	.
1 .2 .t4	-2.000	0.526	2.000	.
1 .2 .t5	-2.000	0.500	2.000	.
1 .2 .t6	-2.000	0.450	2.000	.
1 .2 .t7	-2.000	0.455	2.000	.
1 .2 .t8	-2.000	0.172	2.000	.
1 .5 .t1	-2.000	-0.007	2.000	.
1 .5 .t2	-2.000	-0.015	2.000	.
1 .5 .t3	-2.000	0.041	2.000	.
1 .5 .t4	-2.000	0.072	2.000	.
1 .5 .t5	-2.000	0.065	2.000	.
1 .5 .t6	-2.000	0.050	2.000	.
1 .5 .t7	-2.000	0.049	2.000	.
1 .5 .t8	-2.000	-0.029	2.000	.
2 .1 .t1	-2.000	-0.204	2.000	.
2 .1 .t2	-2.000	-0.184	2.000	.
2 .1 .t3	-2.000	-0.431	2.000	.
2 .1 .t4	-2.000	-0.526	2.000	.
2 .1 .t5	-2.000	-0.500	2.000	.
2 .1 .t6	-2.000	-0.450	2.000	.
2 .1 .t7	-2.000	-0.455	2.000	.
2 .1 .t8	-2.000	-0.172	2.000	.
2 .3 .t1	-2.000	0.361	2.000	.
2 .3 .t2	-2.000	0.354	2.000	.
2 .3 .t3	-2.000	0.447	2.000	.
2 .3 .t4	-2.000	0.454	2.000	.
2 .3 .t5	-2.000	0.456	2.000	.
2 .3 .t6	-2.000	0.447	2.000	.
2 .3 .t7	-2.000	0.464	2.000	.
2 .3 .t8	-2.000	0.393	2.000	.
2 .4 .t1	-2.000	-0.100	2.000	.
2 .4 .t2	-2.000	-0.123	2.000	.
2 .4 .t3	-2.000	-0.117	2.000	.
2 .4 .t4	-2.000	-0.063	2.000	.
2 .4 .t5	-2.000	-0.078	2.000	.
2 .4 .t6	-2.000	-0.101	2.000	.
2 .4 .t7	-2.000	-0.105	2.000	.
2 .4 .t8	-2.000	-0.183	2.000	.
2 .5 .t1	-2.000	-0.078	2.000	.
2 .5 .t2	-2.000	-0.082	2.000	.
2 .5 .t3	-2.000	-0.094	2.000	.
2 .5 .t4	-2.000	-0.086	2.000	.
2 .5 .t5	-2.000	-0.087	2.000	.
2 .5 .t6	-2.000	-0.089	2.000	.
2 .5 .t7	-2.000	-0.092	2.000	.
2 .5 .t8	-2.000	-0.095	2.000	.
3 .2 .t1	-2.000	-0.361	2.000	.
3 .2 .t2	-2.000	-0.354	2.000	.
3 .2 .t3	-2.000	-0.447	2.000	.
3 .2 .t4	-2.000	-0.454	2.000	.
3 .2 .t5	-2.000	-0.456	2.000	.
3 .2 .t6	-2.000	-0.447	2.000	.
3 .2 .t7	-2.000	-0.464	2.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

3 .2 .t8	-2.000	-0.393	2.000	.
3 .4 .t1	-2.000	-0.384	2.000	.
3 .4 .t2	-2.000	-0.379	2.000	.
3 .4 .t3	-2.000	-0.474	2.000	.
3 .4 .t4	-2.000	-0.476	2.000	.
3 .4 .t5	-2.000	-0.479	2.000	.
3 .4 .t6	-2.000	-0.473	2.000	.
3 .4 .t7	-2.000	-0.491	2.000	.
3 .4 .t8	-2.000	-0.427	2.000	.
4 .2 .t1	-2.000	0.100	2.000	.
4 .2 .t2	-2.000	0.123	2.000	.
4 .2 .t3	-2.000	0.117	2.000	.
4 .2 .t4	-2.000	0.063	2.000	.
4 .2 .t5	-2.000	0.078	2.000	.
4 .2 .t6	-2.000	0.101	2.000	.
4 .2 .t7	-2.000	0.105	2.000	.
4 .2 .t8	-2.000	0.183	2.000	.
4 .3 .t1	-2.000	0.384	2.000	.
4 .3 .t2	-2.000	0.379	2.000	.
4 .3 .t3	-2.000	0.474	2.000	.
4 .3 .t4	-2.000	0.476	2.000	.
4 .3 .t5	-2.000	0.479	2.000	.
4 .3 .t6	-2.000	0.473	2.000	.
4 .3 .t7	-2.000	0.491	2.000	.
4 .3 .t8	-2.000	0.427	2.000	.
4 .5 .t1	-2.000	-0.277	2.000	.
4 .5 .t2	-2.000	-0.281	2.000	.
4 .5 .t3	-2.000	-0.333	2.000	.
4 .5 .t4	-2.000	-0.326	2.000	.
4 .5 .t5	-2.000	-0.324	2.000	.
4 .5 .t6	-2.000	-0.321	2.000	.
4 .5 .t7	-2.000	-0.331	2.000	.
4 .5 .t8	-2.000	-0.308	2.000	.
4 .7 .t1	-2.000	-0.561	2.000	.
4 .7 .t2	-2.000	-0.571	2.000	.
4 .7 .t3	-2.000	-0.579	2.000	.
4 .7 .t4	-2.000	-0.546	2.000	.
4 .7 .t5	-2.000	-0.554	2.000	.
4 .7 .t6	-2.000	-0.559	2.000	.
4 .7 .t7	-2.000	-0.570	2.000	.
4 .7 .t8	-2.000	-0.598	2.000	.
4 .9 .t1	-2.000	-0.124	2.000	.
4 .9 .t2	-2.000	-0.130	2.000	.
4 .9 .t3	-2.000	-0.134	2.000	.
4 .9 .t4	-2.000	-0.115	2.000	.
4 .9 .t5	-2.000	-0.120	2.000	.
4 .9 .t6	-2.000	-0.123	2.000	.
4 .9 .t7	-2.000	-0.129	2.000	.
4 .9 .t8	-2.000	-0.146	2.000	.
5 .1 .t1	-2.000	0.007	2.000	.
5 .1 .t2	-2.000	0.015	2.000	.
5 .1 .t3	-2.000	-0.041	2.000	.
5 .1 .t4	-2.000	-0.072	2.000	.
5 .1 .t5	-2.000	-0.065	2.000	.
5 .1 .t6	-2.000	-0.050	2.000	.
5 .1 .t7	-2.000	-0.049	2.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

5 .1 .t8	-2.000	0.029	2.000	.
5 .2 .t1	-2.000	0.078	2.000	.
5 .2 .t2	-2.000	0.082	2.000	.
5 .2 .t3	-2.000	0.094	2.000	.
5 .2 .t4	-2.000	0.086	2.000	.
5 .2 .t5	-2.000	0.087	2.000	.
5 .2 .t6	-2.000	0.089	2.000	.
5 .2 .t7	-2.000	0.092	2.000	.
5 .2 .t8	-2.000	0.095	2.000	.
5 .4 .t1	-2.000	0.277	2.000	.
5 .4 .t2	-2.000	0.281	2.000	.
5 .4 .t3	-2.000	0.333	2.000	.
5 .4 .t4	-2.000	0.326	2.000	.
5 .4 .t5	-2.000	0.324	2.000	.
5 .4 .t6	-2.000	0.321	2.000	.
5 .4 .t7	-2.000	0.331	2.000	.
5 .4 .t8	-2.000	0.308	2.000	.
5 .6 .t1	-2.000	-0.438	2.000	.
5 .6 .t2	-2.000	-0.450	2.000	.
5 .6 .t3	-2.000	-0.454	2.000	.
5 .6 .t4	-2.000	-0.409	2.000	.
5 .6 .t5	-2.000	-0.421	2.000	.
5 .6 .t6	-2.000	-0.430	2.000	.
5 .6 .t7	-2.000	-0.446	2.000	.
5 .6 .t8	-2.000	-0.512	2.000	.
6 .5 .t1	-2.000	0.438	2.000	.
6 .5 .t2	-2.000	0.450	2.000	.
6 .5 .t3	-2.000	0.454	2.000	.
6 .5 .t4	-2.000	0.409	2.000	.
6 .5 .t5	-2.000	0.421	2.000	.
6 .5 .t6	-2.000	0.430	2.000	.
6 .5 .t7	-2.000	0.446	2.000	.
6 .5 .t8	-2.000	0.512	2.000	.
6 .11.t1	-2.000	0.148	2.000	.
6 .11.t2	-2.000	0.146	2.000	.
6 .11.t3	-2.000	0.147	2.000	.
6 .11.t4	-2.000	0.152	2.000	.
6 .11.t5	-2.000	0.152	2.000	.
6 .11.t6	-2.000	0.152	2.000	.
6 .11.t7	-2.000	0.152	2.000	.
6 .11.t8	-2.000	0.164	2.000	.
6 .12.t1	-2.000	0.088	2.000	.
6 .12.t2	-2.000	0.086	2.000	.
6 .12.t3	-2.000	0.085	2.000	.
6 .12.t4	-2.000	0.094	2.000	.
6 .12.t5	-2.000	0.090	2.000	.
6 .12.t6	-2.000	0.089	2.000	.
6 .12.t7	-2.000	0.088	2.000	.
6 .12.t8	-2.000	0.071	2.000	.
6 .13.t1	-2.000	0.214	2.000	.
6 .13.t2	-2.000	0.210	2.000	.
6 .13.t3	-2.000	0.209	2.000	.
6 .13.t4	-2.000	0.224	2.000	.
6 .13.t5	-2.000	0.217	2.000	.
6 .13.t6	-2.000	0.214	2.000	.
6 .13.t7	-2.000	0.213	2.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

6 .13.t8	-2.000	0.154	2.000	.
7 .4 .t1	-2.000	0.561	2.000	.
7 .4 .t2	-2.000	0.571	2.000	.
7 .4 .t3	-2.000	0.579	2.000	.
7 .4 .t4	-2.000	0.546	2.000	.
7 .4 .t5	-2.000	0.554	2.000	.
7 .4 .t6	-2.000	0.559	2.000	.
7 .4 .t7	-2.000	0.570	2.000	.
7 .4 .t8	-2.000	0.598	2.000	.
7 .8 .t1	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t2	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t3	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t4	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t5	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t6	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t7	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .8 .t8	-2.000	-1.000	2.000	.
7 .9 .t1	-2.000	0.439	2.000	.
7 .9 .t2	-2.000	0.429	2.000	.
7 .9 .t3	-2.000	0.421	2.000	.
7 .9 .t4	-2.000	0.454	2.000	.
7 .9 .t5	-2.000	0.446	2.000	.
7 .9 .t6	-2.000	0.441	2.000	.
7 .9 .t7	-2.000	0.430	2.000	.
7 .9 .t8	-2.000	0.402	2.000	.
8 .7 .t1	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t2	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t3	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t4	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t5	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t6	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t7	-2.000	1.000	2.000	.
8 .7 .t8	-2.000	1.000	2.000	.
9 .4 .t1	-2.000	0.124	2.000	.
9 .4 .t2	-2.000	0.130	2.000	.
9 .4 .t3	-2.000	0.134	2.000	.
9 .4 .t4	-2.000	0.115	2.000	.
9 .4 .t5	-2.000	0.120	2.000	.
9 .4 .t6	-2.000	0.123	2.000	.
9 .4 .t7	-2.000	0.129	2.000	.
9 .4 .t8	-2.000	0.146	2.000	.
9 .7 .t1	-2.000	-0.439	2.000	.
9 .7 .t2	-2.000	-0.429	2.000	.
9 .7 .t3	-2.000	-0.421	2.000	.
9 .7 .t4	-2.000	-0.454	2.000	.
9 .7 .t5	-2.000	-0.446	2.000	.
9 .7 .t6	-2.000	-0.441	2.000	.
9 .7 .t7	-2.000	-0.430	2.000	.
9 .7 .t8	-2.000	-0.402	2.000	.
9 .10.t1	-2.000	-0.023	2.000	.
9 .10.t2	-2.000	-0.024	2.000	.
9 .10.t3	-2.000	-0.030	2.000	.
9 .10.t4	-2.000	-0.013	2.000	.
9 .10.t5	-2.000	-0.019	2.000	.
9 .10.t6	-2.000	-0.021	2.000	.
9 .10.t7	-2.000	-0.024	2.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

9 .10.t8	-2.000	-0.044	2.000	.
9 .14.t1	-2.000	0.043	2.000	.
9 .14.t2	-2.000	0.042	2.000	.
9 .14.t3	-2.000	0.039	2.000	.
9 .14.t4	-2.000	0.051	2.000	.
9 .14.t5	-2.000	0.047	2.000	.
9 .14.t6	-2.000	0.044	2.000	.
9 .14.t7	-2.000	0.041	2.000	.
9 .14.t8	-2.000	0.015	2.000	.
10.9 .t1	-2.000	0.023	2.000	.
10.9 .t2	-2.000	0.024	2.000	.
10.9 .t3	-2.000	0.030	2.000	.
10.9 .t4	-2.000	0.013	2.000	.
10.9 .t5	-2.000	0.019	2.000	.
10.9 .t6	-2.000	0.021	2.000	.
10.9 .t7	-2.000	0.024	2.000	.
10.9 .t8	-2.000	0.044	2.000	.
10.11.t1	-2.000	-0.113	2.000	.
10.11.t2	-2.000	-0.113	2.000	.
10.11.t3	-2.000	-0.115	2.000	.
10.11.t4	-2.000	-0.111	2.000	.
10.11.t5	-2.000	-0.112	2.000	.
10.11.t6	-2.000	-0.112	2.000	.
10.11.t7	-2.000	-0.114	2.000	.
10.11.t8	-2.000	-0.129	2.000	.
11.6 .t1	-2.000	-0.148	2.000	.
11.6 .t2	-2.000	-0.146	2.000	.
11.6 .t3	-2.000	-0.147	2.000	.
11.6 .t4	-2.000	-0.152	2.000	.
11.6 .t5	-2.000	-0.152	2.000	.
11.6 .t6	-2.000	-0.152	2.000	.
11.6 .t7	-2.000	-0.152	2.000	.
11.6 .t8	-2.000	-0.164	2.000	.
11.10.t1	-2.000	0.113	2.000	.
11.10.t2	-2.000	0.113	2.000	.
11.10.t3	-2.000	0.115	2.000	.
11.10.t4	-2.000	0.111	2.000	.
11.10.t5	-2.000	0.112	2.000	.
11.10.t6	-2.000	0.112	2.000	.
11.10.t7	-2.000	0.114	2.000	.
11.10.t8	-2.000	0.129	2.000	.
12.6 .t1	-2.000	-0.088	2.000	.
12.6 .t2	-2.000	-0.086	2.000	.
12.6 .t3	-2.000	-0.085	2.000	.
12.6 .t4	-2.000	-0.094	2.000	.
12.6 .t5	-2.000	-0.090	2.000	.
12.6 .t6	-2.000	-0.089	2.000	.
12.6 .t7	-2.000	-0.088	2.000	.
12.6 .t8	-2.000	-0.071	2.000	.
12.13.t1	-2.000	0.027	2.000	.
12.13.t2	-2.000	0.026	2.000	.
12.13.t3	-2.000	0.027	2.000	.
12.13.t4	-2.000	0.025	2.000	.
12.13.t5	-2.000	0.026	2.000	.
12.13.t6	-2.000	0.026	2.000	.
12.13.t7	-2.000	0.026	2.000	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

12.13.t8	-2.000	0.010	2.000	.
13.6.t1	-2.000	-0.214	2.000	.
13.6.t2	-2.000	-0.210	2.000	.
13.6.t3	-2.000	-0.209	2.000	.
13.6.t4	-2.000	-0.224	2.000	.
13.6.t5	-2.000	-0.217	2.000	.
13.6.t6	-2.000	-0.214	2.000	.
13.6.t7	-2.000	-0.213	2.000	.
13.6.t8	-2.000	-0.154	2.000	.
13.12.t1	-2.000	-0.027	2.000	.
13.12.t2	-2.000	-0.026	2.000	.
13.12.t3	-2.000	-0.027	2.000	.
13.12.t4	-2.000	-0.025	2.000	.
13.12.t5	-2.000	-0.026	2.000	.
13.12.t6	-2.000	-0.026	2.000	.
13.12.t7	-2.000	-0.026	2.000	.
13.12.t8	-2.000	-0.010	2.000	.
13.14.t1	-2.000	0.106	2.000	.
13.14.t2	-2.000	0.105	2.000	.
13.14.t3	-2.000	0.107	2.000	.
13.14.t4	-2.000	0.107	2.000	.
13.14.t5	-2.000	0.108	2.000	.
13.14.t6	-2.000	0.108	2.000	.
13.14.t7	-2.000	0.108	2.000	.
13.14.t8	-2.000	0.129	2.000	.
14.9.t1	-2.000	-0.043	2.000	.
14.9.t2	-2.000	-0.042	2.000	.
14.9.t3	-2.000	-0.039	2.000	.
14.9.t4	-2.000	-0.051	2.000	.
14.9.t5	-2.000	-0.047	2.000	.
14.9.t6	-2.000	-0.044	2.000	.
14.9.t7	-2.000	-0.041	2.000	.
14.9.t8	-2.000	-0.015	2.000	.
14.13.t1	-2.000	-0.106	2.000	.
14.13.t2	-2.000	-0.105	2.000	.
14.13.t3	-2.000	-0.107	2.000	.
14.13.t4	-2.000	-0.107	2.000	.
14.13.t5	-2.000	-0.108	2.000	.
14.13.t6	-2.000	-0.108	2.000	.
14.13.t7	-2.000	-0.108	2.000	.
14.13.t8	-2.000	-0.129	2.000	.

---- VAR Pg Potencia térmica generada

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
g1.t1	.	0.197	3.324	.
g1.t2	.	0.169	3.324	.
g1.t3	.	0.472	3.324	.
g1.t4	.	0.598	3.324	.
g1.t5	.	0.565	3.324	.
g1.t6	.	0.500	3.324	.
g1.t7	.	0.504	3.324	.
g1.t8	.	0.143	3.324	.
g2.t1	.	0.197	1.400	EPS
g2.t2	.	0.169	1.400	EPS

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

g2.t3	.	.	1.400	EPS
g2.t4	.	.	1.400	EPS
g2.t5	.	.	1.400	EPS
g2.t6	.	.	1.400	EPS
g2.t7	.	.	1.400	EPS
g2.t8	.	0.143	1.400	EPS
g3.t1	.	0.197	1.000	EPS
g3.t2	.	0.169	1.000	EPS
g3.t3	.	.	1.000	EPS
g3.t4	.	.	1.000	EPS
g3.t5	.	.	1.000	EPS
g3.t6	.	.	1.000	EPS
g3.t7	.	.	1.000	EPS
g3.t8	.	0.143	1.000	EPS

---- VAR angulo    Ángulo

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1 .t1	.	.	.	EPS
1 .t2	.	.	.	EPS
1 .t3	.	.	.	EPS
1 .t4	.	.	.	EPS
1 .t5	.	.	.	EPS
1 .t6	.	.	.	EPS
1 .t7	.	.	.	EPS
1 .t8	.	.	.	EPS
2 .t1	-3.142	-0.012	3.142	.
2 .t2	-3.142	-0.011	3.142	.
2 .t3	-3.142	-0.026	3.142	.
2 .t4	-3.142	-0.031	3.142	.
2 .t5	-3.142	-0.030	3.142	.
2 .t6	-3.142	-0.027	3.142	.
2 .t7	-3.142	-0.027	3.142	.
2 .t8	-3.142	-0.010	3.142	.
3 .t1	-3.142	-0.076	3.142	.
3 .t2	-3.142	-0.073	3.142	.
3 .t3	-3.142	-0.104	3.142	.
3 .t4	-3.142	-0.111	3.142	.
3 .t5	-3.142	-0.110	3.142	.
3 .t6	-3.142	-0.105	3.142	.
3 .t7	-3.142	-0.109	3.142	.
3 .t8	-3.142	-0.079	3.142	.
4 .t1	-3.142	-0.010	3.142	.
4 .t2	-3.142	-0.008	3.142	.
4 .t3	-3.142	-0.023	3.142	.
4 .t4	-3.142	-0.030	3.142	.
4 .t5	-3.142	-0.028	3.142	.
4 .t6	-3.142	-0.025	3.142	.
4 .t7	-3.142	-0.025	3.142	.
4 .t8	-3.142	-0.007	3.142	.
5 .t1	-3.142	0.002	3.142	.
5 .t2	-3.142	0.003	3.142	.
5 .t3	-3.142	-0.009	3.142	.
5 .t4	-3.142	-0.016	3.142	.
5 .t5	-3.142	-0.014	3.142	.



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

5 .t6	-3.142	-0.011	3.142	.
5 .t7	-3.142	-0.011	3.142	.
5 .t8	-3.142	0.006	3.142	.
6 .t1	-3.142	0.112	3.142	.
6 .t2	-3.142	0.117	3.142	.
6 .t3	-3.142	0.105	3.142	.
6 .t4	-3.142	0.087	3.142	.
6 .t5	-3.142	0.092	3.142	.
6 .t6	-3.142	0.097	3.142	.
6 .t7	-3.142	0.101	3.142	.
6 .t8	-3.142	0.135	3.142	.
7 .t1	-3.142	0.107	3.142	.
7 .t2	-3.142	0.111	3.142	.
7 .t3	-3.142	0.098	3.142	.
7 .t4	-3.142	0.084	3.142	.
7 .t5	-3.142	0.088	3.142	.
7 .t6	-3.142	0.092	3.142	.
7 .t7	-3.142	0.094	3.142	.
7 .t8	-3.142	0.119	3.142	.
8 .t1	-3.142	0.283	3.142	.
8 .t2	-3.142	0.287	3.142	.
8 .t3	-3.142	0.274	3.142	.
8 .t4	-3.142	0.260	3.142	.
8 .t5	-3.142	0.264	3.142	.
8 .t6	-3.142	0.268	3.142	.
8 .t7	-3.142	0.271	3.142	.
8 .t8	-3.142	0.295	3.142	.
9 .t1	-3.142	0.059	3.142	.
9 .t2	-3.142	0.064	3.142	.
9 .t3	-3.142	0.052	3.142	.
9 .t4	-3.142	0.034	3.142	.
9 .t5	-3.142	0.039	3.142	.
9 .t6	-3.142	0.044	3.142	.
9 .t7	-3.142	0.047	3.142	.
9 .t8	-3.142	0.074	3.142	.
10 .t1	-3.142	0.061	3.142	.
10 .t2	-3.142	0.066	3.142	.
10 .t3	-3.142	0.054	3.142	.
10 .t4	-3.142	0.035	3.142	.
10 .t5	-3.142	0.040	3.142	.
10 .t6	-3.142	0.045	3.142	.
10 .t7	-3.142	0.049	3.142	.
10 .t8	-3.142	0.078	3.142	.
11 .t1	-3.142	0.083	3.142	.
11 .t2	-3.142	0.088	3.142	.
11 .t3	-3.142	0.076	3.142	.
11 .t4	-3.142	0.057	3.142	.
11 .t5	-3.142	0.062	3.142	.
11 .t6	-3.142	0.067	3.142	.
11 .t7	-3.142	0.071	3.142	.
11 .t8	-3.142	0.103	3.142	.
12 .t1	-3.142	0.089	3.142	.
12 .t2	-3.142	0.095	3.142	.
12 .t3	-3.142	0.084	3.142	.
12 .t4	-3.142	0.063	3.142	.
12 .t5	-3.142	0.069	3.142	.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

12.t6	-3.142	0.074	3.142	.
12.t7	-3.142	0.079	3.142	.
12.t8	-3.142	0.117	3.142	.
13.t1	-3.142	0.084	3.142	.
13.t2	-3.142	0.089	3.142	.
13.t3	-3.142	0.078	3.142	.
13.t4	-3.142	0.058	3.142	.
13.t5	-3.142	0.063	3.142	.
13.t6	-3.142	0.069	3.142	.
13.t7	-3.142	0.074	3.142	.
13.t8	-3.142	0.115	3.142	.
14.t1	-3.142	0.047	3.142	.
14.t2	-3.142	0.053	3.142	.
14.t3	-3.142	0.041	3.142	.
14.t4	-3.142	0.020	3.142	.
14.t5	-3.142	0.026	3.142	.
14.t6	-3.142	0.032	3.142	.
14.t7	-3.142	0.036	3.142	.
14.t8	-3.142	0.070	3.142	.

---- VAR Vol Volumen

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	80.000	80.000	150.000	0.012
h1.t2	80.000	80.000	150.000	0.012
h1.t3	80.000	80.000	150.000	0.012
h1.t4	80.000	80.000	150.000	0.012
h1.t5	80.000	80.000	150.000	0.007
h1.t6	80.000	82.000	150.000	.
h1.t7	80.000	116.000	150.000	.
h1.t8	120.000	120.000	120.000	EPS
h2.t1	60.000	60.000	120.000	0.012
h2.t2	60.000	60.000	120.000	0.012
h2.t3	60.000	60.000	120.000	0.012
h2.t4	60.000	60.000	120.000	0.012
h2.t5	60.000	60.000	120.000	0.008
h2.t6	60.000	61.000	120.000	.
h2.t7	60.000	69.000	120.000	.
h2.t8	70.000	70.000	70.000	EPS

---- VAR Agua\_L Agua liberada

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	5.000	5.000	15.000	0.256
h1.t2	5.000	5.000	15.000	0.256
h1.t3	5.000	5.000	15.000	0.256
h1.t4	5.000	5.000	15.000	0.256
h1.t5	5.000	5.000	15.000	0.256
h1.t6	5.000	5.000	15.000	0.262
h1.t7	5.000	5.000	15.000	0.306
h1.t8	5.000	5.000	15.000	0.312
h2.t1	6.000	6.000	15.000	0.106
h2.t2	6.000	6.000	15.000	0.106
h2.t3	6.000	6.000	15.000	0.106

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI – CARRERA DE ELECTRICIDAD

h2.t4	6.000	6.000	15.000	0.106
h2.t5	6.000	6.000	15.000	0.106
h2.t6	6.000	6.000	15.000	0.111
h2.t7	6.000	6.000	15.000	0.124
h2.t8	6.000	6.000	15.000	0.135

---- VAR Derrame

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
h1.t1	.	63.000	+INF	.
h1.t2	.	4.000	+INF	.
h1.t3	.	3.000	+INF	.
h1.t4	.	2.000	+INF	.
h1.t5	.	1.000	+INF	.
h1.t6	.	.	+INF	0.004
h1.t7	.	.	+INF	0.016
h1.t8	.	.	+INF	0.018
h2.t1	.	42.000	+INF	.
h2.t2	.	2.000	+INF	.
h2.t3	.	3.000	+INF	.
h2.t4	.	3.000	+INF	.
h2.t5	.	2.000	+INF	.
h2.t6	.	.	+INF	0.004
h2.t7	.	.	+INF	0.016
h2.t8	.	.	+INF	0.026

\*\*\*\* REPORT SUMMARY :

	0	NONOPT
	18	INFEASIBLE (INFES)
SUM	712.336	
MAX	54.020	
MEAN	39.574	
	0	UNBOUNDED
	0	ERRORS