



# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

**DIRECCIÓN DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN ELECTRICIDAD**

**MODALIDAD: INFORME DE INVESTIGACIÓN**

**Título:**

---

**Ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación  
óptima de líneas de transmisión**

---

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de magister en  
Electricidad mención Sistemas Eléctricos de Potencia

**Autor:**

Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco

**Tutor**

Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza MSc

**LATACUNGA - ECUADOR**

2024

## **APROBACIÓN DEL TUTOR**

En mi calidad de Tutor del Trabajo de Titulación “**Ubicación de PMU’s considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión**” presentado por **Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco**, para optar por el título magíster en Electricidad mención Sistemas Eléctricos de Potencia.

### **CERTIFICO**

Que dicho trabajo de investigación ha sido revisado en todas sus partes y se considera de que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación para la valoración por parte del Tribunal de Lectores que se designe y su exposición y defensa pública.

Latacunga, noviembre, 15, 2024



.....  
Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza MSc  
CC: 0503287864

## APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

El trabajo de Titulación: **Ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión**, ha sido revisado, aprobado y autorizada su impresión y empastado, previo a la obtención del título de Magíster en Electricidad mención Sistemas Eléctricos de Potencia; el presente trabajo reúne los requisitos de fondo y forma para que el estudiante pueda presentarse a la exposición y defensa.

Latacunga, noviembre, 15, 2024



.....  
Ing. Edison Xavier Panchi Escobar MSc  
CC: 0504027277  
Presidente del tribunal



.....  
Ing. Fernando Rafael Arias Atiaja MSc  
CC: 0502556251  
Lector 2



.....  
Ing. Raul Hediberto Andrango Guayasamin MSc  
CC: 1717526253  
Lector 3

## **DEDICATORIA**

Me gustaría dedicar este trabajo a Dios por cuidarme, bendecirme y darme la fuerza necesaria cada día para culminar este nuevo sueño tan anhelado. A mis padres, por todo su amor, cariño y apoyo en el transcurso de este peldaño de mi vida profesional siendo mi inspiración para salir adelante. A mis hermanos por sus consejos y enseñanzas siendo pilar fundamental en la culminación de esta meta. A mi novia Andrea Susana quien estuvo desde el inicio de este sueño con su amor y cariño infinito siendo mi mayor motivación en mi vida profesional. Finalmente, a mis grandes amigas Kathy, Lupita, Fernanda, Jennyfer y Cristina quienes han sido mis compañeras y confidentes en todo el transcurso de mi vida universitaria y profesional.

Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco

## **AGRADECIMIENTO**

Me gustaría agradecerte a ti Dios por bendecirme día a día para hacer realidad mi sueño tan anhelado. Al Ing. Carlos Quinatoa por haberme guiado en el transcurso de mi artículo, compartiendo sus conocimientos, su experiencia y su mutuo apoyo para lograr esta meta. A mis padres, por ser el pilar fundamental mi vida, por su apoyo y sus enseñanzas que me han compartido a lo largo de la misma impulsándome a ser mejor cada día. A la empresa CLICKNET S.A. por brindarme la oportunidad de trabajar y estudiar cumpliendo así mi más grande sueño. Finalmente a la Universidad Técnica de Cotopaxi por abrirme las puertas, para poder continuar con mi formación profesional y humanista al servicio del país.

Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco

## **RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA**

Quien suscribe, declara que asume la autoría de los contenidos y los resultados obtenidos en el presente Trabajo de Titulación.

Latacunga, noviembre, 15, 2024

  
.....  
Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco  
CC: 0550360044

## **RENUNCIA DE DERECHOS**

Quien suscribe, cede los derechos de autoría intelectual total y/o parcial del presente trabajo de titulación a la Universidad Técnica de Cotopaxi.

Latacunga, noviembre, 15, 2024

  
.....  
Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco  
CC: 0550360044

## **AVAL DEL PRESIDENTE**

Quien suscribe, declara que el presente Trabajo de Titulación: **Ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión** contiene las correcciones a las observaciones realizadas por los miembros del tribunal en la predefensa.

Latacunga, noviembre, 15, 2024



.....  
Ing. Edison Xavier Panchi Escobar MSc  
CC: 0504027277

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI  
DIRECCIÓN DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN ELECTRICIDAD MENCIÓN SISTEMAS  
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**Título: Ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación  
óptima de líneas de transmisión**

**Autor:** Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco

**Tutor:** Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza MSc

**RESUMEN**

En el ámbito del funcionamiento del sistema eléctrico en tiempo real, el aspecto radica en garantizar la observabilidad necesaria para una estimación precisa del estado. Varios algoritmos de optimización que se encuentran en la literatura científica desempeñan un papel fundamental a la hora de colocar dispositivos de medición, como los medidores sincrofasores (PMU's), que miden la magnitud y el ángulo de la tensión o la corriente. No obstante, la instalación de PMU en cada bus o nodo puede generar elevados costos importantes. Por lo tanto, en la investigación introduce un marco de optimización que garantiza una redundancia mínima de  $n-1$  durante las contingencias, a la vez que mantiene los costos dentro de los límites razonables. Nuestra propuesta tiene en cuenta la conmutación óptima de las líneas de transmisión, manteniendo la observabilidad. Por lo que se propone tres formulaciones principales: una que se centra en la colocación de las PMU sin tener en cuenta los nodos de inyección cero (ZIB's), otra que las incorpora y una tercera que apunta a maximizar la observabilidad los resultados generales en términos de participación son 21,43 % y el 28,57 %, respectivamente.

**PALABRAS CLAVE:** Distribución, Optimización, Unidad de medida fasorial, Óptimo local, Ángulo, Voltaje.

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI  
DIRECCIÓN DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN ELECTRICIDAD MENCIÓN SISTEMAS  
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**Title: Location of PMU's considering the optimal switching criterion for transmission lines.**

**Autor:** Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco

**Tutor:** Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza MSc

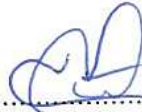
**ABSTRACT**

In real-time power system operation, the issue is to ensure the observability required for accurate state estimation. Several optimization algorithms found in the scientific literature play a key role in the placement of measurement devices, such as synchrophasor meters (PMU's), which measure the magnitude and angle of voltage or current. However, the installation of PMU's at each bus or node can generate significant high costs. Therefore, in the research, we introduce an optimization framework that guarantees a minimum redundancy of n-1 during contingencies, while keeping costs within reasonable limits. Our proposal takes into account the optimal switching of transmission lines while maintaining observability. Therefore, three main formulations are proposed: one that focuses on the placement of PMUs without taking into account the zero injection nodes (ZIB's), another that incorporates them and a third one that aims at maximizing the observability the overall results in terms of participation are 21.43 % and 28.57 %, respectively.

**KEYWORD:** Distribution, Optimization, Phasor measurement unit, Local optimum, Angle, Voltage.

Yo, MSc. Estuardo Vladimir Sandoval Vizuite con cédula de identidad número **0502104219** , licenciado en Ciencia de la Educación mención Inglés con número de registro de la SENESCYT **1010-04-477716** ; CERTIFICO haber revisado y aprobado la traducción al idioma inglés del resumen del trabajo de investigación con el título: **Ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión** de **Ing. Ivan Paúl Cayo Pallasco** aspirante a magister en Electricidad mención Sistemas Eléctricos de Potencia.

Latacunga, noviembre, 15, 2024



.....  
Lcdo. Estuardo Vladimir Sandoval Vizuite  
CC: 0502104219

# Índice

<b>1. INFORMACIÓN GENERAL</b>	<b>2</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN</b>	<b>2</b>
<b>3. MATERIALES Y MÉTODOS</b>	<b>5</b>
3.1. Metodología ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión .....	5
3.2. Formulación de la conmutación óptima de líneas de transmisión	6
3.3. Formulación del problema para la ubicación óptima de PMU's .	6
3.4. Formulación matemática para la ubicación de PMU's sin considerar ZIB utilizando el criterio de conmutación .....	7
3.5. Formulación matemática para la ubicación de PMU's considerando ZIB utilizando el criterio de conmutación .....	8
3.6. Formulación matemática para la ubicación de PMU's maximizado la observabilidad utilizando el criterio de conmutación.....	9
3.7. Características del sistema.....	10
<b>4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>11</b>
4.1. Modelo 14 barras sin considerar ZIB.....	11
4.2. Modelo 14 barras considerando ZIB .....	13
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>16</b>
<b>6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>17</b>

# 1. INFORMACIÓN GENERAL

Título del Proyecto:	Ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión
Línea de investigación:	Energías alternativas y renovables, eficiencia energética y protección ambiental
Proyecto de investigación asociado:	Desarrollo de sistemas eficientes para el abastecimiento y uso de energía eléctrica a nivel local, regional o nacional
Grupo de Investigación:	Sistemas Eléctricos de Potencia
Red nacional o internacional:	Intituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos IEEE

# 2. INTRODUCCIÓN

El sistema eléctrico cada vez presenta desafíos para la planificación y operación debido al incremento de ingreso de generación renovable que tiene intermitencia en los recursos primarios. No obstante, en el ámbito de la operación en tiempo real es necesario contar con algoritmo que sea de convergencia única y rápido para predecir el estado del sistema, para cumplir con esto es necesario que dentro del sistema tenga mediadas reales en magnitud tales como: potencia activa y reactiva inyectada en los nodos, flujo de potencia activa y reactiva y algunas mediciones de corriente y voltaje magnitud y ángulo. Con la implementación de los PMU's en los nodos se logra monitoria el sistema de manera dinámica. Sin embargo, es necesario saber cuántos aparatos son necesarios para lograr monitorear el sistema de tal manera que sea completamente observable y controlable, tomando consideración las contingencias n-1 [1].

Entonces para optimizar la ubicación de PMU en los sistemas de energía eléctrica es esencial para garantizar la observabilidad y la redundancia, especialmente durante las contingencias. Numerosos estudios presentan modelos y algoritmos para determinar las ubicaciones de las PMU más ventajosas, introducen un modelo destinado a minimizar la cantidad de PMU desplegadas y, al mismo tiempo, garantizar una observabilidad y redundancia completas [1], profundizan en la identificación de las ubicaciones óptimas de las PMU para detectar interrupciones en la línea, centrándose en maximizar la distancia mínima entre el ángulo de fase y las señales de voltaje de las

interrupciones [2]. Se centran en mejorar la flexibilidad del sistema eléctrico mediante una conmutación de transmisión (OTS) óptima y en integrar un sistema de clasificación de las líneas de transmisión para mejorar la eficiencia computacional [3]. Los autores sugieren algoritmos para la localización de fallos mediante PMU, lo que garantiza el diagnóstico y la localización de fallos en todas las líneas de la red [4]. Los autores introducen un enfoque de localización de fallos que utiliza mediciones de tensión de las PMU y una estrategia eficiente de colocación de las PMU para redes de transmisión extensas, lo que permite localizar los fallos de forma rápida y precisa sin necesidad de clasificar el tipo de fallo [5]. Por consiguiente, dentro de la literatura científica se tiene algunos trabajos de investigación que proponen novedosas estructuras para alcanzar el mínimo de PMU's en la red entre ellas tenemos, una hoja de ruta para colocación óptima de la PMU propuesto por los autores [6], donde la perspectiva de la colocación óptima de la PMU implica un enfoque integral que tenga en cuenta diversos factores como las necesidades de la aplicación, la fiabilidad y los retos de infraestructura para guiar el proceso de selección de manera efectiva. En [7] propone un modelo óptimo de colocación de PMU's considerando el aislamiento controlado para minimizar el número de PMU's y maximizar la redundancia de medidas para la observabilidad del sistema de potencia bajo varias condiciones.

Para abordar, el problema de la incertidumbre, los autores [8] proponen la colocación óptima de PMU minimiza el número de PMU al tiempo que garantiza la plena observabilidad. Los métodos estocásticos, incluida la programación restringida al azar, mejoran la resiliencia al considerar la contingencia N-1 en los sistemas eléctricos. Por el contrario, al igual que en el modelo de optimización, los problemas no convexos son difíciles de resolver debido a la presencia de variables binarias. [9] propone un algoritmo heurístico PSO mejorado combinado con algoritmo genético GA para la colocación óptima de PMU's en sistemas de potencia para lograr la observabilidad completa con el menor número de PMU's. Las técnicas de inteligencia artificial han ganado bastante campo dentro de los sistemas eléctricos por lo que en [10] proponen el algoritmo de Optimización Basado en Enseñanza-Aprendizaje (TLBO) logra la colocación óptima de PMU's en sistemas de potencia para observabilidad completa, probado en redes estándar IEEE, superando al Algoritmo Genético y al PSO Binario.

Los autores [11] proponen la ubicación óptima de las PMU donde consigue mediante un análisis de sensibilidad para mejorar la precisión de la detección de fallos en los sistemas eléctricos, garantizando una cartografía. [12] introduce un método novedoso para la ubicación óptima de PMU's que asegura la observabilidad completa del sistema de potencia considerando las medidas de inyección y de inyección cero, mejorando la precisión y la viabilidad de la solución. Se propone la ubicación óptima de las PMU se consigue formulándola

como un problema de programación no lineal, minimizando el número de PMU para la observabilidad del sistema eléctrico, con resultados comparables a la programación entera binaria. Por otro lado, la ubicación óptima de PMU ha sido ampliamente investigada en la literatura científica, empleando modelos de optimización, metaheurísticas y técnicas de aprendizaje automático. Sin embargo, hasta el momento no se ha abordado de manera integral la ubicación de PMU junto con la conmutación óptima de líneas de transmisión. Por lo tanto, en este trabajo se propone una metodología que integra ambos aspectos, considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión para la ubicación efectiva de PMU.

El artículo está estructurado de la siguiente manera: en la tercera sección se abordan la metodología y los modelos de optimización empleados. En la cuarta sección se analiza detalladamente el sistema eléctrico, junto con sus características específicas. La quinta sección presenta los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los modelos propuestos. Finalmente, en la sexta sección se exponen las conclusiones derivadas del estudio realizado, acompañadas de recomendaciones pertinentes.

Cuadro 1: Nomenclatura

<b>Nomenclatura OTS - TEP</b>	
$n$	Numero de generadores
$C_n$	Costo a invertir por la línea adicional entre los nodos n-i
$W_{ij}$	Número de nuevas líneas entre los nodos n-i
$F_l^{max}$	Máxima tasa de las líneas de transmisión
$Y_{ij}$	Susceptancia eléctrica de la línea de transmisión
$X_{ij}$	Reactancia eléctrica de la línea de transmisión
$P_g^{max}$	Generación máxima
$P_g^{min}$	Generación mínima
$\delta^{max}$	Ángulo máximo
$\delta_a$	Ángulo de origen de la barra
$\delta_b$	Ángulo de destino de la barra
$Z_{ij}^{max}$	Número máximo de líneas conmutadas
$W_{ij}^{max}$	Número máximo de líneas adicionales permitidas en el sistema
$n_{ij}$	Número de líneas existentes
$z_i$	Estado de la línea (0 fuera de servicio; 1 en servicio)
$P_g$	Potencia del generador
$P_{ij}$	Flujo de potencia transmitido por la línea
$M_{ij}$	Valor máximo de la potencia de las líneas
$L_i$	Demanda en el nodo i

### 3. MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1. Metodología ubicación de PMU's considerando el criterio de conmutación óptima de líneas de transmisión

La cuestión de determinar la ubicación óptima de los PMU's surge de la importancia de asegurar que los sistemas eléctricos puedan ser observados en su totalidad, lo que permite la monitorización en tiempo real y sincronizada desde diversas ubicaciones geográficas. En este estudio específico, se emplean modelos de optimización matemáticas como optimización sin considerar ZIB, con ZIB y máxima ubicación PMU's como método de resolución.

En la Figura 1 se muestra el diagrama de flujo, el proceso a realizar para obtener los resultados en distintos escenarios.

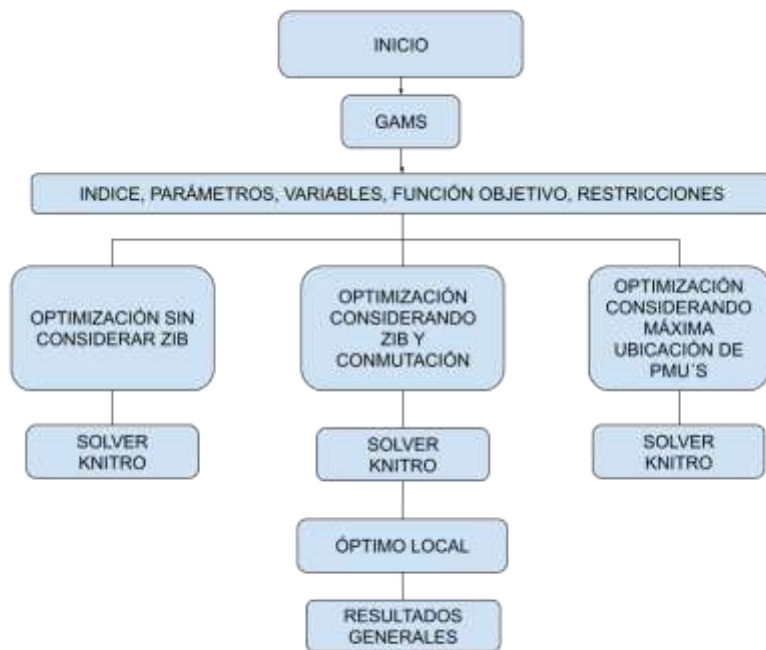


Figura 1: Diagrama de flujo del AG

La ubicación óptima de PMU's es crucial para garantizar la observabilidad del sistema al menor costo posible, lo cual es esencial tanto para la operación en tiempo real como para la estimación dinámica de las variables de estado del sistema. Sin embargo, dado que el sistema está sujeto a posibles fallas,

es necesario llevar a cabo un estudio de ubicación de estos PMU's utilizando el criterio N-1 para determinar si el sistema sigue siendo observable o no, en caso de que ocurra una contingencia. Para abordar este proceso, se presenta en la Figura 1 un procedimiento detallado: primero, se comienza declarando el sistema de 14 barras del IEEE, lo que implica obtener todos los parámetros eléctricos y topológicos de la red. Luego, se ingresan estos datos en el software GAMS junto con los índices, parámetros, variables, función objetivo y restricciones de acuerdo con cada modelo de optimización propuesto en la literatura y por los autores. Posteriormente, cada uno de estos modelos se resuelve utilizando el Solver Knitro, lo que permite obtener el óptimo local dado que los modelos de optimización son no lineales enteros mixtos. Finalmente, se obtienen los resultados finales, seguidos de las conclusiones y recomendaciones derivadas de este análisis.

### **3.2. Formulación de la conmutación óptima de líneas de transmisión**

La optimización de la conmutación de líneas de transmisión implica resolver problemas de optimización complejos para mejorar la eficiencia y seguridad de la red eléctrica. Estos problemas se expresan comúnmente como modelos de optimización metaheurísticas y técnicas de aprendizaje autónomo, donde las variables binarias representan el estado operativo de las líneas de transmisión. Para abordar desafíos como corrientes de cortocircuito excesivas y la seguridad del sistema, se tienen en cuenta factores como los limitadores de corriente de falla (FCLs) y los criterios de seguridad N-1.

Estos métodos buscan identificar el estado operativo óptimo para las líneas de transmisión con el fin de mejorar la gestión de la red, considerando aspectos como las limitaciones de corriente de cortocircuito y la seguridad del sistema. La incorporación de FCL y el criterio de seguridad N-1 añaden un desafío adicional a la optimización, necesitando formulaciones explícitas de las relaciones entre variables relacionadas con el cambio de línea y la activación de FCL.

### **3.3. Formulación del problema para la ubicación óptima de PMU's**

Hay dos enfoques empleados en el análisis de la observabilidad: uno es de naturaleza numérica y el otro es topológico. La técnica numérica implica cálculos matriciales y, por lo tanto, no se recomienda para el análisis de sistemas extensos debido a su complejidad computacional. En contraste, la topológica se logra cuando se puede observar todo el alimentador. A continuación, se

detallan algunas reglas simplificadas y mejoradas para el análisis topológico de sistemas eléctricos, donde se propone una solución para mejorar la capacidad de observación del sistema eléctrico mediante la resolución del problema de asignación PMU's en GAMS. Las PMU's pueden medir el fasor de voltaje en el bus de conexión y también el fasor de corriente de cualquier rama conectada al bus que aloje una PMU [13].

### 3.4. Formulación matemática para la ubicación de PMU's sin considerar ZIB utilizando el criterio de conmutación

Los dispositivos PMU's permiten al operador del sistema acceder a un conjunto de mediciones de fasores sincronizadas en el sistema para asegurar su observabilidad. En este contexto, es esencial garantizar a cada bus existente, independientemente de si está activo o no en términos de generación o demanda. Además, no se tienen en cuenta las contingencias [14].

La formulación matemática del modelo ZIB se representa de la siguiente manera detallada a continuación:  $i$  y  $j$  representan índices de buses, mientras que  $X_i, X_j$  es una variable binaria que indica si un bus tiene instalado un PMU y se asigna con el número 1 o no tiene instalado un PMU y se le asigna con el número 0. El conjunto  $\Omega_B$  abarca todos los buses de la red,  $\alpha_i$  es un parámetro binario de observabilidad que se fija en 1 para asegurar que toda la red sea observable, y  $\Omega_{ij}$  es el conjunto de buses adyacentes (conectados) al bus  $i$ .

$$\min_{X_i, P_{gn}} OF = \sum_{n} C_n P_{gn} + \sum_{i \in \Omega_B} X_i \quad (1)$$

$$\sum P_g + \sum P_{ij} - \sum P_{ji} = L_i \quad (2)$$

$$-(1 - z_{ij})M_k \leq f_{ij} - Y_{ij}(\vartheta a_i - \vartheta b_j) \leq (1_{\max} - z_{ij})M_{ij}, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (3)$$

$$-P_{ij} \leq P_{ij} \leq P_{ij}^{\max}, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (4)$$

$$P_{\min} \leq P_g \leq P_{\max}, \quad g \in \Omega^g \quad (5)$$

$$-\delta_j \leq \delta a_i - \delta b_j \leq \delta_i, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (6)$$

$$\sum (1 - z_{ij}) = z_{ij}^{\max} \quad (7)$$

$$X_i + \sum_{j \in \Omega'_{ij}} X_j \geq \alpha_i \quad \forall i \in \Omega_B \quad (8)$$

$$\alpha_i = 1 \quad (9)$$

La ecuación (1) minimiza la ubicación de los PMU's y representa la función

objetivo del modelo de optimización, seguido de la función de conmutación

mostrada en (3) la cual mediante una variable binaria permite la operación de las líneas de transmisión del sistema acorde a los límites establecidos en el modelo, las ecuaciones (7,8,9) representan las restricciones para la ubicación de los PMU's en los distintos nodos del sistema.

### 3.5. Formulación matemática para la ubicación de PMU's considerando ZIB utilizando el criterio de conmutación

Algunos de los buses en la red, llamados Buses de Inyección Cero (ZIB), no tienen demanda ni generación. Estos buses pueden recibir un tratamiento especial en términos de observabilidad, donde se garantiza que al menos N-1 ellos son observables [15].

Por lo tanto, los buses en la red  $\Omega_B$  se pueden clasificar en dos categorías de la siguiente manera:

- Buses de inyección cero  $\Omega_z$  o adyacente a  $\Omega_{z_0}$ .
- El resto de los buses (buses normales)  $\Omega_n$ .

La formulación matemática para este tipo de modelo se presenta a continuación:

$$\min_{x_i, P_g} OF = \sum_n C_n P_{gn} + \sum_{i \in \Omega_B} X_i \quad (10)$$

$$\sum P_g + \sum P_{ij} - \sum P_{ji} = L_i \quad (11)$$

$$-(1 - z_{ij})M_k \leq f_{ij} - y_{ij}(\theta a_i - \theta b_j) \leq (1 - z_{ij})M_{ij}, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (12)$$

$$-P_{ij} \leq Z_{ij} \leq P_{ij}, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (13)$$

$$P_{\min} \leq P_g \leq P_{\max}, \quad g \in \Omega^g \quad (14)$$

$$-\delta_j \leq \delta a_i - \delta b_j \leq \delta_j, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (15)$$

$$\sum (1 - Z_{ij}) = Z_{ij}^{\max} \quad (16)$$

$$X_i + \sum_{j \in \Omega_j} X_j \geq \alpha_i \quad \forall i \in \Omega_n \quad (17)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} X_a + \sum_{j \in \Omega_j} X_j \geq |\Omega_{za}| - 1 \quad \forall i \in \Omega_{za} \quad (18)$$

$$\alpha_i = 1 \quad (19)$$

La función objetivo expresada en la ecuación (10) tiene como objetivo minimizar tanto los costos de generación como la ubicación de los PMU's. En la ecuación (11), se establece el balance de energía eléctrica en cada uno de los nodos del sistema. Por otro lado, la ecuación (12) modela el flujo de potencia a través de las líneas, teniendo en cuenta la conmutación. Las ecuaciones (13) y (14) representan, respectivamente, los límites máximo y mínimo de flujo de potencia en las líneas y los generadores. Las ecuaciones (15) y (16) establecen los ángulos máximos y mínimos del sistema y la conmutación máxima permitida en las líneas. Finalmente, la ecuación (17) determina el número de PMU's necesarios para lograr la observabilidad completa del sistema.

### 3.6. Formulación matemática para la ubicación de PMU's maximizado la observabilidad utilizando el criterio de conmutación

Otro interrogante relevante es cómo aumentar al máximo la capacidad de observación del sistema con un número limitado de dispositivos PMU's. ¿Cuál sería la mejor forma de distribuir estas unidades en un sistema determinado? Para abordar esta cuestión, se introduce una variable binaria, que indica si el bus es observable 1 o no 0 (18), el modelo multi-objetivo que permite encontrar la ubicación óptima con el fin de maximizar a observabilidad del sistema se muestra a continuación:

$$\text{Min } P \sum C_n P_g \quad (20)$$

$$\max_{x_i, \alpha_i} OF = \sum_{i \in \Omega_B} \alpha_i \quad (21)$$

$$\sum P_g + \sum P_{ij} - \sum_{i \in \Omega_B} P_{ji} = L_i \quad (22)$$

$$-(1 - z_{ij})M_k \leq f_{ij} - Y_{ij}(\vartheta a_i - \vartheta b_j) \leq (1 - z_{ij})M_{ij}, \quad ij \in \Omega_\ell \quad (23)$$

La función multi-objetivo expresada en las ecuaciones (20-21) tiene como objetivo minimizar los costos de generación, mientras que el parámetro alfa se encarga de ubicar los PMU's de manera que se maximice la observabilidad del sistema.

Por otro lado, la ecuación (22) establece el límite máximo de PMU's que pueden ser ubicados en los diferentes nodos del sistema. Además, la ecuación (23) representa la restricción que impone que al menos un PMU, o posiblemente varios, deben ser ubicados en los nodos seleccionados.

### 3.7. Características del sistema

Cuadro 2: Características de las unidades de generación

<b>Units</b>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$P_{max}$	$P_{min}$
G1	0	20	0	332.4	0
G2	0	20	0	140	0
G3	0	40	0	100	0
G4	0	40	0	90	0
G5	0	40	0	90	0

Cuadro 3: Parámetros de las líneas de transmisión

<b>Líneas</b>	<b>Reactancia (p.u)</b>	<b>Límite de transmisión (MW)</b>
1-2	0,0592	200
1-5	0,223	200
2-4	0,1763	200
2-3	0,0198	200
2-5	0,1739	200
3-4	0,171	200
4-5	0,0421	200
4-7	0,2091	200
4-9	0,5562	200
5-6	0,252	200
6-11	0,1989	200
6-12	0,2558	200
6-13	0,1303	200
7-8	0,1762	200
7-9	0,11	200
9-10	0,0845	200
9-14	0,2704	200
10-11	0,1921	200
12-13	0,1999	200
13-14	0,348	200

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la configuración del sistema eléctrico, nodos o barras específicos permanecen desconectados de los generadores, compensadores o instalaciones de almacenamiento, lo que reduce al mínimo el flujo de corriente. Estos puntos particulares se denominan buses de inyección cero (ZIB). En vista de sus características, es aconsejable restringir la ubicación de las PMU en estos lugares. Esta situación se aborda mediante la utilización de la técnica de optimización del algoritmo genético, que se aplica en el GAMS y se evalúa de acuerdo con las normas del IEEE en los sistemas estándar de 14 y 20 líneas. Los resultados se yuxtaponen con las metodologías alternativas descritas en la literatura pertinente. Los resultados de las simulaciones realizadas en GAMS se describen a continuación. El enfoque propuesto se aplica en sistemas de 14 barras que funcionan en condiciones estándar, excluyendo específicamente la existencia de ZIB, así como en una situación en la que estén presentes, con el fin de evaluar la eficacia de la estrategia metodológica recomendada para abordar la cuestión de la asignación óptima de las PMU. El objetivo de esta propuesta es encontrar la menor cantidad de PMU que mantenga la observabilidad total y maximice la redundancia de las mediciones. Dado que el algoritmo genético es metaheurístico, se espera obtener múltiples configuraciones de PMU, lo que permitirá evaluar la eficiencia de cada conjunto de ubicaciones de PMU. Una vez concluida la investigación utilizando los modelos planteados en los apartados anteriores, con la finalidad de obtener la ubicación óptima de PMU's se lograron los siguientes resultados:

### 4.1. Modelo 14 barras sin considerar ZIB

El modelo utilizado de 14 barras IEEE consta de 5 unidades de generación térmicas ubicadas en los nodos 1,2,3,6,8 respectivamente. La ubicación óptima de PMU's se la realizó para dos casos particulares.

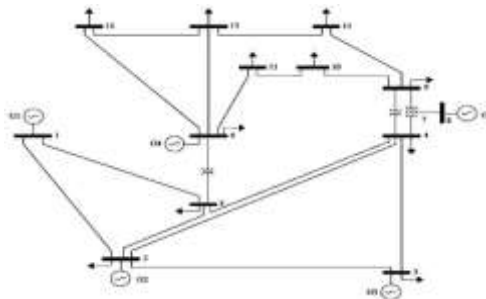


Figura 2: Sistema IEEE 14 barras

En primera instancia la Figura 2 muestra el sistema original de 14 barras IEEE. Realizando el flujo óptimo de potencia se obtiene un costo total de operación de \$5.180,00 respetando todas sus restricciones operativas.

La Figura 3 muestra los flujos de potencia del nodo al nodo respectivamente. Con 20 líneas de transmisión se logra observar que el flujo máximo de potencia alcanza 134.5 MW en la línea 2-4.



Figura 3: Grafica del flujo de potencia

Para el mismo sistema. La Figura 4 muestra los valores de ángulo para cada una de los nodos, teniendo un ángulo máximo de 0 y mínimo de -0.207 rad en los nodos 1 y 14 respectivamente.



Figura 4: Ángulo de las barras

A continuación, se muestra los resultados para los 3 casos analizados. la Tabla 4 muestra la ubicación de los PMU en sus nodos respectivos. Los resultados muestran la ubicación para tres casos particulares. Considerando y

no considerando nodos de inyección zero y la ubicación que permite maximizar la observabilidad utilizando la mínima cantidad de PMU.

Cuadro 4: Ubicación de los PMU en modelo clásico

<b>Nodos</b>	<b>Classic PMU considerando zib</b>	<b>Classic PMU sin zib</b>	<b>Classic considerando max observabilidad</b>
2	1	1	1
6	1	1	0
7	0	1	1
9	1	1	0
10	0	0	1
13	0	0	1

Para el modelo clásico de 20 líneas de transmisión se muestra en la Tabla 5 el porcentaje de participación. Para la ubicación óptima de PMU considerando ZIB se tendrá que ubicar PMU en el 21.43 % de las barras del sistema. Considerando ZIB el porcentaje aumento al 28.57 % así mismo para maximizar la observabilidad.

Cuadro 5: Porcentaje de participación, modelo clásico

<b>Sistema</b>	<b>Sistema Clásico Considerando ZIB</b>	<b>Sistema Clásico Sin Considerar ZIB</b>	<b>Sistema Clásico Maximizando La Observabilidad</b>
% de Barras con PMU	21.43 %	28.57 %	28.57 %

## 4.2. Modelo 14 barras considerando ZIB

En segundo lugar, mediante OTS la cual nos permite abrir un conjunto de líneas para cambiar la topología y patrones de flujo de potencia, con el fin de aliviar la congestión y reducir los costos de operación se pondrán fuera de servicio las líneas de transmisión que no son esenciales para el flujo óptimo de potencia. La Figura 5 muestra las líneas de transmisión que fueron sacadas de servicio manteniendo la operatividad el sistema.

En esta situación las líneas 2-5, 4-7, 6-13, 7-8, 7-9, 10-11 estarán inexistentes es decir el sistema trabajará con el 70la conmutación de hasta 6 líneas de transmisión para este caso en específico. Dicho de otro modo, las 20 líneas existentes originalmente en el sistema de 14 barras se pueden poner fuera de servicio máximo 6 para seguir manteniendo un flujo de potencia Óptimo con un costo de \$5.180,00.

Dado el caso de que una línea más estuviera inexistente el costo de despacho económico aumentaría considerablemente. Dicho o lo anterior, el número de flujos de potencia se reduce a 14, resultado de la conmutación de las líneas de transmisión.

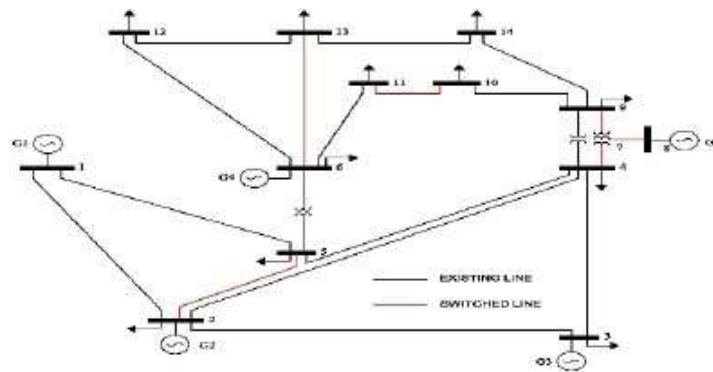


Figura 5: Sistema IEEE 14 Barras utilizando el criterio de conmutación de líneas de transmisión (OTS)

La Figura 6 muestra los flujos de potencia del nodo i al nodo j respectivamente. Alcanzando un flujo de potencia máximo de 145.4 MW desde el nodo 4 al 2.



Figura 6: Grafica de flujo de potencia en 14 barras

Para el modelo en conmutación la Figura 7 muestra los ángulos de cada uno de los nodos, teniendo un ángulo máximo de 0.332 y mínimo de -0.248 rads en los nodos 10 y 8 respectivamente.



Figura 7: Grafica del ángulo en 14 barras

Para el modo OTS, de la misma forma se muestran los resultados para los 3 casos analizados. la Tabla 6 muestra la ubicación de los PMU en sus nodos respectivos.

Cuadro 6: Ubicación de los PMU en modelo OTS

<b>Nodos</b>	<b>OTS PMU considerando ZIB</b>	<b>OTS PMU Sin ZIB</b>	<b>OTS Considerando max Observabilidad</b>
2	1	1	1
6	1	1	1
7	0	1	1
8	1	1	0
9	1	1	1
13	1	1	0

Finalmente, en el modelo OTS con 14 líneas de transmisión se muestra en la Tabla 7 el porcentaje de participación. Para la ubicación óptima de PMU considerando ZIB se tendrá que ubicar PMU en el 35.31 % de las barras del sistema. Considerando ZIB el porcentaje aumento al 42.86 %, sin embargo, el modelo que aumenta la observabilidad solo requerirá el 28.57 % de las barras del sistema.

Cuadro 7: Ubicación de los PMU en modelo OTS

<b>Sistema</b>	<b>Sistema OTS Considerando ZIB</b>	<b>Sistema OTS Sin Considerar ZIB</b>	<b>Sistema OTS Maximizando La Observabilidad</b>
% de Barras con PMU	35.71 %	42.86 %	28.57 %

## 5. CONCLUSIONES

La investigación llevada a cabo se centra en el uso de las PMU en sistemas eléctricos, especialmente en distribución, donde se han identificado diversas aplicaciones según la literatura revisada. Los resultados de la investigación realizada, muestra la conmutación optima del sistema de 14 barras con 20 líneas de transmisión, para este caso en particular el sistema puede operar con un 70 % de sus líneas de transmisión, respetando todos los límites de generación y flujo de potencia impuestas, el modelo planteado ayuda a minimizar la implementación de líneas de transmisión lo que representa una reducción de costo en la infraestructura al momento de construir los sistemas eléctricos y sus ramas. La ubicación de los PMU para los ambos casos, se concluye que, al perder información en los nodos, es decir al perder interconexiones en los mismos, el número de PMU's instalados deberán ser mayor. Para el sistema de 14 barras con 14 líneas de transmisión, La ubicación optima de PMU's sin considerar ZIB tiene una tasa de crecimiento de 75.97 %, de la misma forma, considerando ZIB una tasa de crecimiento de 50,02 %, finalmente para maximar a observabilidad del sistema el modelo OTS este se mantiene con una tasa de crecimiento del 0 % sin embargo las ubicaciones de los PMU'S serán diferentes para cada caso, si comparamos esto con el modelo clásico la cantidad de PMU's ubicados en el sistema es menor, por lo tanto la investigación se puede utilizar para evaluar la factibilidad de implementar el número mínimo de PMU's con menos cantidad de líneas de transmisión posible. La utilización de sistemas estandarizados, como el empleado en esta investigación, resulta beneficiosa para comparar y evaluar los resultados de la metodología en relación con otras consultas. El marco propuesto demuestra la eficiencia en la reducción de las líneas de transmisión para lograr el flujo de energía óptimo sin afectar los gastos operativos. Para futuras investigaciones, es aconsejable integrar los gastos relacionados con la infraestructura del sistema, lo que permitirá ampliar el modelo de optimización para abarcar no solo el costo por MW sino también el costo de construcción del sistema eléctrico. Esta recomendación de incorporar

costos asociados a la infraestructura del sistema permitiría tener una visión más completa y realista de los costos involucrados en la implementación del modelo propuesto. Además, considerar el costo de la construcción del sistema eléctrico ayudaría a tener en cuenta factores como la inversión inicial y los gastos de mantenimiento a largo plazo. En fin, se determina que el modelo sugerido es efectivo para minimizar el uso de la línea de transmisión y lograr una distribución de energía óptima. Sin embargo, se recomienda ampliar el alcance para incluir los gastos relacionados con la infraestructura del sistema y los costos de construcción del sistema eléctrico en las próximas investigaciones.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Referencias

- [1] D. Carrión and J. W. González, “Optimal PMU Location in Electrical Power Systems Under N-1 Contingency,” in *2018 International Conference on Information Systems and Computer Science (INCISCOS)*, pp. 165–170, 2018.
- [2] Q. Jiang, X. Li, B. Wang, and H. Wang, “PMU-Based Fault Location Using Voltage Measurements in Large Transmission Networks,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 3, pp. 1644–1652, 2012.
- [3] M. Rezaei Jegarluei, A. Salehi Dobakhshari, A. M. Ranjbar, and A. Tayebi, “A new algorithm for fault location on transmission lines by optimal PMU placement,” *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 25, no. 10, pp. 2071–2086, 2015.
- [4] Y. Zhao, A. Goldsmith, and H. V. Poor, “On PMU location selection for line outage detection in wide-area transmission networks,” in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–8, 2012.
- [5] Q. Jiang, X. Li, B. Wang, and H. Wang, “PMU-Based Fault Location Using Voltage Measurements in Large Transmission Networks,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 3, pp. 1644–1652, 2012.
- [6] V. Madani, M. Parashar, J. Giri, S. Durbha, F. Rahmatian, D. Day, M. Adamiak, and G. Sheble, “PMU placement considerations - A roadmap for optimal PMU placement,” *2011 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition, PSCE 2011*, pp. 1–7, 2011.

- [7] L. Huang, Y. Sun, J. Xu, W. Gao, J. Zhang, and Z. Wu, "Optimal PMU placement considering controlled islanding of power system," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 2, pp. 742–755, 2014.
- [8] M. Mandich, T. Xia, and K. Sun, "Optimal PMU Placement Using Stochastic Methods," 2020.
- [9] K. Mazlumi and H. Vahedi, "Optimal placement of PMUs in power systems based on bacterial foraging algorithm," *Proceedings - 2010 18th Iranian Conference on Electrical Engineering, ICEE 2010*, no. 2, pp. 885–888, 2010.
- [10] A. Raj and C. Venkaiah, "Optimal PMU placement by teaching-learning based optimization algorithm," *Proceedings of the 2015 39th National Systems Conference, NSC 2015*, pp. 1–6, 2016.
- [11] P. Mohammadi and S. Mehraeen, "PMU optimal placement using sensitivity analysis for power systems fault location," *2015 IEEE Electrical Power and Energy Conference: Smarter Resilient Power Systems, EPEC 2015*, pp. 244–249, 2016.
- [12] Z. Jin, Y. Hou, Y. Yu, and L. Ding, "Optimal PMU Placement in the Presence of Conventional Measurements," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 2022, pp. 1–11, 2022.
- [13] M. Nazari-Heris and B. Mohammadi-Ivatloo, "Application of heuristic algorithms to optimal PMU placement in electric power systems: An updated review," 2015.
- [14] A. Soroudi, *Power system optimization modeling in GAMS*. 2017.
- [15] D. Dua, S. Dambhare, R. K. Gajbhiye, and S. A. Soman, "Optimal multistage scheduling of PMU placement: An ILP approach," 2008.