



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS**  
**CARRERA DE ELECTRICIDAD**  
**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**“OPTIMIZACIÓN EN EL DISEÑO DE SISTEMAS DE PUESTA  
A TIERRA APLICADOS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE  
POTENCIA”**

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PRESENTADO PREVIO A LA  
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO ELÉCTRICO

**AUTOR:**

Lenin Elian Mosquera Simbaña

**TUTOR:**

Ing. Mauricio Eduardo Mullo Pallo, Mgtr.

**LATACUNGA- ECUADOR**

**AGOSTO-2025**



Latacunga, Agosto de 2025

### DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo Lenin Elian Mosquera Simbaña declaro ser autor del proyecto de titulación **“Optimización en el diseño de sistemas de puesta a tierra aplicados en sistemas eléctricos de potencia”**, siendo el Ing. Mullo Pallo Mauricio Eduardo tutor del presente trabajo de titulación; y eximo expresamente a la Universidad Técnica de Cotopaxi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo de titulación, son de mi exclusiva responsabilidad.

---

Lenin Elian Mosquera Simbaña  
CC. 1726825134

## CONTRATO DE CESIÓN NO EXCLUSIVA DE DERECHOS DE AUTOR

Comparecen a la celebración del presente instrumento de cesión no exclusiva de obra, que celebran de una parte **MOSQUERA SIMBAÑA LENIN ELIAN**, identificado con cédula de ciudadanía No. 1726825134 de estado civil soltero, a quien en lo sucesivo se denominará **EL CEDENTE**; y, de otra parte, la Doctora Idalia Eleonora Pacheco Tigselema, en calidad de Rectora, y por tanto representante legal de la Universidad Técnica de Cotopaxi, con domicilio en la Av. Simón Rodríguez, Barrio El Ejido, Sector San Felipe, a quien en lo sucesivo se le denominará **LA CESIONARIA** en los términos contenidos en las cláusulas siguientes:

**ANTECEDENTES: CLÁUSULA PRIMERA.** - **EL CEDENTE** es una persona natural estudiante de la carrera de Electricidad, titular de los derechos patrimoniales y morales sobre el trabajo de grado “**OPTIMIZACIÓN EN EL DISEÑO DE SISTEMAS PUESTA A TIERRA APLICADOS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**”, la cual se encuentra elaborada según los requerimientos académicos propios de la Facultad; y, las características que a continuación se detallan:

### **Historial Académico**

Inicio de la carrera: Mayo 2020 - Septiembre 2020

Finalización de la carrera: Abril 2025 – Agosto 2025

Aprobación en Consejo Directivo: 28 de noviembre del 2023

Tutor: Ing. Mullu Pallo Mauricio Eduardo, Mgtr.

Tema: “**OPTIMIZACIÓN EN EL DISEÑO DE SISTEMAS PUESTA A TIERRA APLICADOS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**”

**CLÁUSULA SEGUNDA.** - **LA CESIONARIA** es una persona jurídica de derecho público creado por ley, cuya actividad principal está encaminada a la educación superior formando profesionales de tercer y cuarto nivel normada por la legislación ecuatoriana la misma que establece como requisito obligatorio para publicación de trabajos de investigación de grado en su repositorio institucional, hacerlo en formato digital de la presente investigación.

**CLÁUSULA TERCERA.** - Por el presente contrato, **EL CEDENTE** autoriza a **LA CESIONARIA** a explotar el trabajo de grado en forma exclusiva dentro del territorio de la República del Ecuador.

**CLÁUSULA CUARTA. - OBJETO DEL CONTRATO:** Por el presente contrato **EL CEDENTE**, transfiere definitivamente a **LA CESIONARIA** y en forma exclusiva los siguientes derechos patrimoniales; pudiendo a partir de la firma del contrato, realizar, autorizar o prohibir:

- a) La reproducción parcial del trabajo de grado por medio de su fijación en el soporte informático conocido como repositorio institucional que se ajuste a ese fin.
- b) La publicación del trabajo de grado.

- c) La traducción, adaptación, arreglo u otra transformación del trabajo de grado con fines académicos y de consulta.
- d) La importación al territorio nacional de copias del trabajo de grado hechas sin autorización del titular del derecho por cualquier medio incluyendo mediante transmisión.
- e) Cualquier otra forma de utilización del trabajo de grado que no está contemplada en la ley como excepción al derecho patrimonial.

**CLÁUSULA QUINTA.** - El presente contrato se lo realiza a título gratuito por lo que **LA CESIONARIA** no se halla obligada a reconocer pago alguno en igual sentido **EL CEDENTE** declara que no existe obligación pendiente a su favor.

**CLÁUSULA SEXTA.** - El presente contrato tendrá una duración indefinida, contados a partir de la firma del presente instrumento por ambas partes.

**CLÁUSULA SÉPTIMA. - CLÁUSULA DE EXCLUSIVIDAD.** - Por medio del presente contrato, se cede en favor de **LA CESIONARIA** el derecho a explotar la obra en forma exclusiva, dentro del marco establecido en la cláusula cuarta, lo que implica que ninguna otra persona incluyendo **EL CEDENTE** podrá utilizarla.

**CLÁUSULA OCTAVA. - LICENCIA A FAVOR DE TERCEROS.** - **LA CESIONARIA** podrá licenciar la investigación a terceras personas siempre que cuente con el consentimiento de **EL CEDENTE** en forma escrita.

**CLÁUSULA NOVENA.** - El incumplimiento de la obligación asumida por las partes en la cláusula cuarta, constituirá causal de resolución del presente contrato. En consecuencia, la resolución se producirá de pleno derecho cuando una de las partes comunique, por carta notarial, a la otra que quiere valerse de esta cláusula.

**CLÁUSULA DÉCIMA.** - En todo lo no previsto por las partes en el presente contrato, ambas se someten a lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, Código Civil y demás del sistema jurídico que resulten aplicables.

**CLÁUSULA UNDÉCIMA.** - Las controversias que pudieran suscitarse en torno al presente contrato, serán sometidas a mediación, mediante el Centro de Mediación del Consejo de la Judicatura en la ciudad de Latacunga. La resolución adoptada será definitiva e inapelable, así como de obligatorio cumplimiento y ejecución para las partes y, en su caso, para la sociedad. El costo de tasas judiciales por tal concepto será cubierto por parte del estudiante que lo solicitare.

En señal de conformidad las partes suscriben este documento en dos ejemplares de igual valor y tenor en la ciudad de Latacunga, a los 4 días del mes de Agosto del 2025.



Lenín Elian Mosquera Simbaña  
**EL CEDENTE**



Dra. Idalia Pacheco Tigselema, Ph.D.  
**LA CESIONARIA**



Latacunga, Agosto de 2025

### AVAL DEL TUTOR DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

En calidad de Tutor del Trabajo de Investigación sobre el título: “**Optimización en el diseño de sistemas de puesta a tierra aplicados en sistemas eléctricos de potencia**”, propuesto por el estudiante Lenin Elian Mosquera Simbaña de la Carrera de Electricidad, considero que dicho proyecto de titulación cumple con los requerimientos metodológicos y aportes científico-técnicos suficientes para ser sometidos al tribunal de lectores.

---

Ing. Mauricio Eduardo Mullo Pallo, Mgtr.  
C.C. 0503755183  
**TUTOR**

### AVAL DE APROBACIÓN DE LECTORES

Cumpliendo con el Reglamento de Titulación de la Universidad Técnica de Cotopaxi, en calidad de Lectores de Tribunal de Proyecto de Investigación con el Título **“Optimización en el diseño de sistemas de puesta a tierra aplicados en sistemas eléctricos de potencia”**, propuesto por el estudiante Lenin Elian Mosquera Simbaña de la Carrera de Electricidad, me permito indicar que el estudiante ha concluido todas las observaciones y realizado las correcciones señaladas por el Tribunal de Lectores, por lo cual presentamos el Aval de aprobación del Proyecto de Titulación correspondiente a la modalidad **Proyecto de Investigación** en virtud de lo cual el o la postulante puede presentarse a la Defensa de su Proyecto de Titulación.

Particular que pongo en su conocimiento para los fines legales pertinentes.

Atentamente,



**Lector 1 (Presidente)**  
Ing. Walter Paul Rueda Flores, Mgtr.  
CC: 0503689895



**Lector 2**  
Ing. Armando Salvador Freire Freire, Mgtr.  
CC: 0503842833



**Lector 3**  
Ing. Manuel Angel León Segovia, Mgtr.  
CC: 0502041353

## CERTIFICACIÓN DE INFORME DE SIMILITUD

En mi calidad de Tutor del Proyecto de Investigación con el tema: **“Optimización en el diseño de sistemas de puesta a tierra aplicados en sistemas eléctricos de potencia”**, de Lenin Elian Mosquera Simbaña, de la carrera de Electricidad, remito la captura de pantalla del reporte del sistema de reconocimiento de texto Compilatio, con un porcentaje de coincidencias del 8 %; y, expreso una vez más, mi conformidad en cuanto a la dirección del trabajo de titulación.



Página 2 of 48 - Descripción general de integridad

Identificador de la entrega: trnoid-1.3302426490

### 8% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

#### Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 16 palabras)

#### Exclusiones

- N.º de fuentes excluidas

#### Fuentes principales

- 8% Fuentes de Internet
- 1% Publicaciones
- 7% Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Particular que comunico a usted para los fines pertinentes.

Latacunga, Agosto de 2025

Ing. Mauricio Eduardo Mullo Pallo  
C.C.: 0503755183  
**TUTOR**

## **AGRADECIMIENTO**

*Con profundo respeto y gratitud, quiero dedicar este logro a mis padres, Bladimir y Gloria, y a mi amada abuela Lola, quienes han sido el motor de mi vida, brindándome su amor, apoyo incondicional y sabias enseñanzas en cada paso que he dado. Gracias a ellos, he tenido la fuerza y la motivación para seguir adelante y alcanzar mis metas con esfuerzo y dedicación.*

*A Joselyn, por su compañía, cariño y constante respaldo durante este proceso. Su presencia ha sido un gran impulso y una inspiración que me acompañó en los momentos más importantes.*

*A la Universidad Técnica de Cotopaxi, por permitirme crecer personal y profesionalmente dentro de sus aulas, y a sus docentes, por compartir sus conocimientos con pasión y entrega.*

*A todos quienes, de una u otra manera, han formado parte de este camino, les extiendo mi más sincero agradecimiento.*

**Lenin Mosquera**

## **DEDICATORIA**

*Dedico este trabajo y esfuerzo a las personas más importantes de mi vida.*

*A mis padres, Bladimir y Gloria, y a mi querida abuela Lola, quienes, con su amor, sacrificio y sabiduría me han acompañado y guiado en cada etapa de mi camino. Su apoyo incondicional ha sido la base de mi fortaleza y el motor que me impulsa a seguir luchando por mis sueños.*

*A Joselyn, por ser mi compañía fiel, mi motivación y mi fuente constante de inspiración. Su cariño y presencia han sido fundamentales en este proceso, y cada paso logrado también le pertenece.*

*A mis docentes y amigos, quienes con sus enseñanzas, consejos y apoyo han enriquecido mi formación personal y profesional.*

*Con gratitud y cariño, dedico este trabajo a todos ustedes.*

**Lenin Mosquera**

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

## FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS

### TITULO: “OPTIMIZACIÓN EN EL DISEÑO DE SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA APLICADOS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA”

**Autor:**

Lenin Elian Mosquera Simbaña

#### RESUMEN

Este proyecto de investigación presenta una forma moderna para la mejora de sistemas de puesta a tierra en sistemas eléctricos de potencia, en particular en subestaciones eléctricas, basándose en la norma IEEE Std 80. La finalidad de este estudio es reducir los costos de implementación manteniendo la seguridad de las personas y equipos. Se creó un algoritmo en Python basado en técnicas de optimización por evolución diferencial, capaz de adaptarse a diferentes condiciones del terreno. El proceso se divide en dos etapas, en primer lugar, se obtiene la resistividad óptima del suelo minimizando el error medio cuadrático entre los valores calculados por el método de dos capas y las proyecciones obtenidas mediante regresión lineal. En la segunda etapa se trabaja el diseño de la malla de puesta a tierra, desde una configuración adecuada hasta los materiales que la conformarán, todo ello con el fin de reducir costos sin incumplir con la normativa. Las pruebas en situaciones reales han mostrado buenos resultados al reducir la resistencia de puesta a tierra hasta un 73%, la malla en un 14% y el aumento de la capacidad de corriente a disipar hasta un 95%. Al mismo tiempo, se evidencia una reducción del costo global de hasta un 14%. Finalmente, se destaca que el algoritmo no sólo mejora el diseño tanto a nivel técnico, sino que se convierte en una opción económicamente viable. El mismo algoritmo en sí, puede ser aplicable para otros modelos de sistemas eléctricos de potencia, siempre que se ajusten los valores al tipo de terreno, se apliquen las normativas correspondientes y se utilicen costos actualizados del mercado vigente.

**Palabras clave:** Evolución diferencial, optimización, regresión lineal, resistividad del suelo.

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS**

**THEME: “OPTIMIZATION IN THE DESIGN OF GROUNDING SYSTEMS  
APPLIED IN ELECTRICAL POWER SYSTEMS”**

**Author:**

Lenin Elian Mosquera Simbaña

**ABSTRACT**

This research project presents a modern approach to improving grounding systems in electrical power systems, particularly in electrical substations, based on the IEEE Std 80 standard. The purpose of this study is to reduce implementation costs while maintaining the safety of people and equipment. An algorithm was created in Python based on differential evolution optimization techniques, capable of adapting to different terrain conditions. The process is divided into two stages. First, the optimal soil resistivity is obtained by minimizing the mean square error between the values calculated by the two-layer method and the projections obtained by linear regression. In the second stage, the grounding grid design is worked on, from an appropriate configuration to the materials that will make it up, all with the aim of reducing costs without violating regulations. Real-world testing has shown good results, reducing grounding resistance by up to 73%, the grid by 14%, and increasing the current dissipation capacity by up to 95%. At the same time, there is evidence of an overall cost reduction of up to 14%. Finally, it should be noted that the algorithm not only improves the design on a technical level, but also becomes an economically viable option. The algorithm itself can be applied to other models of electrical power systems, provided that the values are adjusted to the type of terrain, the corresponding regulations are applied, and updated market costs are used.

**Key Words:** Differential evolution, optimization, linear regression, soil resistivity.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

DECLARACIÓN DE AUTORÍA .....	i
CONTRATO DE CESIÓN NO EXCLUSIVA DE DERECHOS DE AUTOR .....	ii
AVAL DEL TUTOR DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN.....	iv
AVAL DE APROBACIÓN DE LECTORES .....	v
CERTIFICADO DE INFORME DE SIMILITUD .....	vi
<i>AGRADECIMIENTO</i> .....	vii
<i>DEDICATORIA</i> .....	viii
RESUMEN .....	ix
ABSTRACT.....	x
1. INFORMACIÓN GENERAL .....	1
2. INTRODUCCIÓN .....	2
2.1 Situación Problemática.....	3
2.2 Formulación del problema.....	4
2.3 Objeto y Campo de Acción .....	4
2.3.1 Objeto de investigación: .....	4
2.3.2 Campo de acción: .....	4
2.4 Beneficiarios .....	4
2.4.1 Directos: .....	4
2.4.2 Indirectos:.....	4
2.5 Justificación.....	5
2.6 Objetivos .....	5
2.6.1 General .....	5
2.6.2 Específicos .....	5
2.7 Sistemas de Tareas .....	6
3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	7
3.1 Antecedentes .....	7
3.2 Norma IEEE-80.....	7
3.2.1 Método de Wenner .....	8

3.2.2 Modelo de dos capas del Terreno .....	9
3.2.3 Corriente máxima a disipar por la malla IG .....	11
3.2.3.1 Corriente simétrica de falla a tierra (IF).....	11
3.2.4 Factor de Decremento (Df).....	12
3.2.5 Factor de crecimiento (Cp).....	13
3.2.6 Cálculo del factor de división de corriente (Sf) .....	13
3.2.6.1 Duración de la falla (tf) y duración del choque (ts) .....	14
3.2.7 Geometría de la malla.....	15
3.2.8 Selección del tamaño del conductor .....	15
3.2.9 Criterio de tensiones de paso y de toque tolerables .....	16
3.2.10 Evaluación de la resistencia de puesta a tierra (Rg).....	16
3.2.11 Requerimientos usuales .....	17
3.2.12 Cálculo de malla de puesta a tierra .....	17
3.2.13 Cálculo de la tensión máxima de la malla.....	18
4. MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS .....	19
4.1 Fase 1 .....	20
4.1.1 Valores calculados.....	20
4.1.2 Valores Proyectados .....	21
4.1.3 Optimización de la resistividad del suelo .....	22
4.2 Fase 2 .....	22
4.3 Fase 3 .....	24
4.3.1 Corriente de falla simétrica (If) .....	24
4.3.2 Factor de Decremento (Df).....	26
4.4 Fase 4 .....	26
4.4.1 Función Objetivo.....	27
4.4.2 Voltajes de toque y de paso tolerables .....	27
4.4.3 Geometría del sistema de puesta a tierra.....	28
4.4.4 Resistencia de puesta a tierra .....	29
4.4.5 Máxima corriente disipada por el sistema de puesta a tierra (I <sub>g</sub> ).....	30

4.4.6 Voltaje de malla y de paso reales.....	31
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	34
5.1 Caso de estudio 1.....	34
5.1.1 Parámetros de entrada del sistema .....	34
5.1.2 Resistividad del suelo .....	35
5.1.3 Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra .....	36
5.2 Caso de estudio 2.....	38
5.2.1 Parámetros de entrada del sistema .....	38
5.2.2 Resistividad del Suelo .....	39
5.2.3 Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra .....	40
6. CONCLUSIÓN.....	42
7. RECOMENDACIÓN.....	42
8. REFERENCIAS.....	43
9. ANEXO 1.....	46

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Representación gráfica del método de Wenner; Fuente: [1], [2] .....	8
Figura 2. Código de la función de resistividad aparente; Fuente: [6]. .....	10
Figura 3. Función del cálculo del error medio cuadrático; Fuente: [6]. .....	11
Figura 4. Ejecución del proceso de optimización con la función “minimize”; Fuente: [6]. .....	11
Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de optimización para el diseño de sistemas de puesta a tierra; Fuente: [Autor]. .....	19
Figura 6. Curvas de resistividad en función de la distancia a; Fuente: [Autor]. .....	35
Figura 7. Diseño del sistema de puesta a tierra de la S/E La Primavera; Fuente: [18]. .....	37
Figura 8. Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra de la S/E La Primavera, generado por el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor]. .....	37
Figura 9. Curvas de resistividad del suelo del caso de estudio 2 en función de la distancia a; Fuente: [Autor]. .....	39
Figura 10. Diseño del sistema de puesta a tierra de la S/E La Saquisili; Fuente: [Autor]. .....	41
Figura 11. Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra de la S/E Saquisili, generado por el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor]. .....	41

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Campos de la Ciencia y Tecnología UNESCO	2
Tabla 2. Sistema de Tareas del Plan de Titulación.	6
Tabla 3. Impedancias equivalentes aproximadas de los cables de protección de las líneas de transmisión y los neutros de distribución (alimentadores); Fuente: [7].	14
Tabla 4. Dimensiones típicas de los conductores de puesta a tierra; Fuente: [7].	16
Tabla 5. Valores máximos de resistencia de puesta a tierra; Fuente: [7].	17
Tabla 6. Parámetros y costos del conductor; Fuente: [Autor].	23
Tabla 7. Parámetros y costes de las varillas; Fuente: [Autor].	23
Tabla 8. Costo de excavación e instalación; Fuente: [Autor].	23
Tabla 9. Costo por cada intercesión del sistema de puesta a tierra; Fuente: [Autor].	24
Tabla 10. Datos medidos de la resistividad del suelo de S/E La Primavera ; Fuente: [18].	34
Tabla 11. Parámetros de entrada de la S/E La Primavera; Fuente: [18].	34
Tabla 12. Comparación de los resultados de resistividad aparente del caso 1 y los obtenidos utilizando el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].	35
Tabla 13. Comparación de los resultados del diseño de puesta a tierra del caso de estudio 1, obtenidos mediante cálculo manual y el algoritmo propuesto; Fuente: [18], [Autor].	36
Tabla 14. Datos medidos de la resistividad del suelo de la S/E Saquisili ; Fuente: [Autor].	38
Tabla 15. Parámetros eléctricos de la S/E Saquisili; Fuente: [Autor].	38
Tabla 16. Resultados de la resistividad aparente del caso 2 obtenidos mediante el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].	39
Tabla 17. Resultados del diseño del sistema de puesta a tierra del caso de estudio 2, obtenidos mediante el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].	40

## 1. INFORMACIÓN GENERAL

**Tema del proyecto:** Optimización en el diseño de sistemas de puesta a tierra aplicados en sistemas eléctricos de potencia.

**Modalidad de Titulación:**

MODALIDAD DE TITULACIÓN	HOMOLOGACIONES PARA INFORME FINAL DE TITULACIÓN	SELECCIÓN
Propuesta tecnológica	Informe de propuesta tecnológica	
	Patente, Modelo de utilidad, Certificado de propiedad intelectual.	
	Artículo científico	
Proyecto de investigación	Informe de Proyecto de investigación	X
	Artículo científico	
	Patente, Modelo de utilidad, Certificado de propiedad intelectual.	
Examen de indicadores de RDA		

**Trabajo de titulación vinculado al proyecto:** Estrategias de planeación de sistemas eléctricos en el contexto de la transición energética

**Equipo de trabajo, del trabajo de titulación:**

**Estudiante:**

Mosquera Simbaña Lenin Elian

**Tutor:**

Ing. Mullo Pallo Mauricio Eduardo, Mgtr.

**Área de conocimiento:**

Tabla 1. Campos de la Ciencia y Tecnología UNESCO

3306 Ingeniería y Tecnología Eléctricas.	330602 Aplicaciones Eléctricas.	330699 Optimización de sistemas Eléctricos.
------------------------------------------	---------------------------------	---------------------------------------------

**Línea de investigación:** Energías Alternativas y Renovables, eficiencia Energética y protección ambiental

**Sublíneas de investigación de la carrera:** Automatización, control y protección de sistemas eléctricos en el sector productivo y los servicios.

## 2. INTRODUCCIÓN

En los sistemas eléctricos de potencia, es muy importante tener un buen diseño de puesta a tierra para asegurar la protección del personal y de los equipos [1], [2]. Aunque es importante, este aspecto a menudo no se considera mucho, se aborda de manera superficial o se deja para las últimas etapas del proyecto. La falta de cuidado en el diseño es preocupante, porque según [3], más del 80% de los problemas en sistemas eléctricos se deben a fallas en la conexión a tierra. Esta situación no solo pone en riesgo la seguridad de las operaciones, sino que también aumenta los costos debido a un tamaño excesivo o a soluciones que no son adecuadas.

Los métodos tradicionales tienen en cuenta cosas como la resistividad del terreno, las tensiones de paso y contacto, y también la corriente de fallo; sin embargo, a menudo se olvidan de meter en la ecuación ideas como las capas del suelo, los factores ambientales o los costos, todo en un mismo esquema [4], [5], [6]. Para solucionar estos problemas, han aparecido nuevas ideas que usan algoritmos evolutivos, como la evolución diferencial, consiguiendo mejoras en la obtención de resistividad del suelo, la forma de la malla, el precio y la bajada del potencial de tierra, todo según los estándares establecidos por la normativa IEEE 80 [7]. Por ejemplo, se han visto bajadas importantes en el error medio cuadrático en la resistividad del suelo, en el potencial de la malla, resistencia de puesta a tierra y voltajes de toque y de paso del sistema, gracias a los algoritmos genéticos aplicados al diseño de sistemas de puesta a tierra [8], [9].

Ante esta situación, este proyecto de investigación sugiere una solución que se basa en un algoritmo de optimización programado en Python, empleando la técnica de evolución diferencial estocástica. El objetivo es mejorar el rendimiento técnico y económico del sistema de puesta a tierra. El método consta de dos etapas. En la primera parte, se obtiene la resistividad

óptima del suelo minimizando el error medio cuadrático entre los valores calculados por el método de dos capas y las proyecciones obtenidas mediante regresión lineal, las cuales están afectadas por condiciones extremas que podría presentar el terreno [10]. En la segunda fase, se mejora el diseño de la malla de puesta a tierra, tratando de reducir los costos sin violar las normas técnicas que establece la norma IEEE Std 80 [11], [12], [13].

La motivación para realizar este trabajo, así como el cambio de procedimientos de puesta a tierra, reside en la percepción de que existen necesidades de herramientas que sean automatizadas, que sean confiables y adaptables, y que sean las responsables de realizar el diseño de sistemas de puesta a tierra [14], [15], [16]. A diferencia de los procedimientos manuales, el empleo de algoritmos permite combinar distintas variables, desde las características del suelo hasta aquellas que tienen que ver con el costo de los materiales y las normativas válidas en un mismo proceso de optimización. De esta forma, no solo comporta un desarrollo a nivel técnico, sino que también aporta a la sostenibilidad económica de los proyectos eléctricos y a la seguridad operativa de los modelos de sistemas [17].

Este proyecto de investigación está dividido en cinco partes. En la Introducción, se presenta el problema a solucionar. En la Fundamentación teórica, se formula el problema a investigar. En la sección de Métodos y procedimientos, se explica la solución que se aplicó para abordar dicho problema. En el Análisis de resultados, se muestran los resultados obtenidos en situaciones reales. Finalmente, en Conclusiones y recomendaciones, se detallan las conclusiones a las que se llegó y se proponen recomendaciones para futuras investigaciones. La sección de Referencias respalda el contenido desarrollado a lo largo del proyecto.

## **2.1 Situación Problemática**

En el ámbito de sistemas eléctricos de potencia, la conexión a tierra se ha considerado a menudo como un detalle técnico menor. Pese a que su relevancia consta en reglas y textos de ingeniería, a menudo se gestiona al final o se hace con ideas comunes que olvidan las propiedades del suelo o los riesgos reales que sufre una red eléctrica actual.

La práctica ha mostrado que una toma de tierra mal hecha puede causar efectos serios: desde averías en aparatos sensibles hasta descargas dañinas que ponen en riesgo a las personas. Aparte, las condiciones del suelo como su resistencia no son fijas; pueden cambiar por el tiempo o por la acción del hombre, dañando el trabajo del sistema. Esta diferencia suele pasarse por alto en los cálculos manuales, llevando a diseños sobredimensionados que inflan el precio, o a diseños que no aseguran la protección eléctrica mínima.

Así, varios trabajos y estudios han empezado a tratar este asunto desde un punto de vista más completo, haciendo uso de fórmulas y métodos heurísticos de mejora que lleven a una opción útil para dar con diseños que junten seguridad y precios lógicos, con datos iguales y que se amolden a diversos sitios y formas de uso.

## **2.2 Formulación del problema**

El diseño de sistemas de puesta a tierra en proyectos eléctricos a menudo ignora la variabilidad del suelo y criterios normativos, generando soluciones inseguras o costosas. Este estudio busca desarrollar un algoritmo que optimice dicho diseño, cumpliendo la norma IEEE Std 80, garantizando seguridad técnica y viabilidad económica según condiciones reales.

## **2.3 Objeto y Campo de Acción**

### **2.3.1 Objeto de investigación:**

Sistemas puestas a tierra (SPT)

### **2.3.2 Campo de acción:**

3306.02 Aplicaciones eléctricas

## **2.4 Beneficiarios**

### **2.4.1 Directos:**

- Las empresas de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica.
- Industrias y grandes consumidores de energía.
- Instituciones de investigación pueden emplear los resultados para mejorar mediante otras aplicaciones.

### **2.4.2 Indirectos:**

- Consumidores de productos y servicios, industrias que operan con sistemas eléctricos confiables pueden mantener estándares más altos de calidad y producción.
- Sectores económicos relacionados, a la construcción y desarrollo inmobiliario proyectos más seguros y con instalaciones eléctricas más confiables.

## 2.5 Justificación

La conexión a tierra en los sistemas eléctricos de potencia es un componente esencial para garantizar la seguridad de las personas, la protección de los equipos y la continuidad del servicio. No obstante, en muchos proyectos se ha observado que su diseño se realiza con información limitada, metodologías simplificadas y sin un análisis profundo de las condiciones reales del terreno. Esta situación ha generado la necesidad de revisar los enfoques tradicionales, que frecuentemente conducen a soluciones sobredimensionadas, con altos costos de implementación, o a sistemas que no cumplen con los parámetros mínimos de seguridad.

Actualmente, existe poca investigación aplicada que integre herramientas de cálculo modernas con criterios normativos exigentes, como los establecidos por la IEEE Std 80. Además, la variabilidad del suelo, tanto en su resistencia como en su composición, no siempre se considera de forma adecuada en el diseño de sistemas de puesta a tierra (SPT), lo que puede comprometer su eficacia frente a fallas eléctricas o descargas atmosféricas.

Esta problemática evidencia la necesidad de contar con herramientas técnicas que permitan diseñar SPT eficientes, seguros y económicamente viables. El uso de algoritmos de optimización ofrece una alternativa para generar soluciones ajustadas a las condiciones específicas de cada instalación, reduciendo costos innecesarios y mejorando la confiabilidad del sistema. En este contexto, el desarrollo de modelos computacionales aplicados al diseño de SPT representa un aporte relevante para mejorar la calidad técnica y la sostenibilidad de los proyectos eléctricos.

## 2.6 Objetivos

### 2.6.1 General

Optimizar el diseño de sistemas de puesta a tierra (SPT) de una subestación, mediante la aplicación de algoritmos avanzados de optimización, con el fin de mejorar la eficiencia y los costos de implementación.

### 2.6.2 Específicos

- Analizar las normativas internacionales aplicables a los sistemas de puesta a tierra en Ecuador para garantizar el cumplimiento de los requisitos técnicos y de seguridad en el diseño.

- Desarrollar un algoritmo de optimización para sistemas de puesta a tierra mediante herramientas computacionales avanzadas, garantizando diseños eficientes, técnicamente confiables y económicamente viables.
- Evaluar la viabilidad del algoritmo propuesto para el diseño optimizado de un Sistema de Puesta a Tierra (SPT), verificando su cumplimiento con los criterios técnicos establecidos en la norma IEEE Std 80 y su eficiencia económica frente a métodos convencionales.

## 2.7 Sistemas de Tareas

Tabla 2. Sistema de Tareas del Plan de Titulación.

Objetivos específicos	Actividades (tareas)	Resultados esperados	Técnicas, Medios e Instrumentos
Analizar las normativas internacionales aplicables a los sistemas de puesta a tierra en Ecuador para garantizar el cumplimiento de los requisitos técnicos y de seguridad en el diseño.	Recopilación de normativas internacionales relevantes para el diseño de SPT en media y alta tensión.	Listado de parámetros esenciales de normativas internacionales aplicables (IEEE) con sus principales aspectos técnicos y de seguridad.	Investigación documental, normativas IEEE, biblioteca digital, internet académico.
	Análisis de la aplicación y adaptación de las normativas en proyectos ejecutados en Ecuador.	Informe técnico sobre cómo se han adaptado dichas normativas en el contexto ecuatoriano.	Revisión de estudios técnicos de proyectos ejecutados, entrevistas con diseñadores, comparación normativa-proyecto.
Desarrollar un algoritmo de optimización para sistemas de puesta a tierra mediante herramientas computacionales avanzadas, garantizando diseños eficientes, técnicamente confiables y económicamente viables.	Evaluación de las configuraciones existentes de SPT en proyectos desarrollados en el país.	Informe técnico con configuraciones optimizadas y análisis comparativo con diseños existentes.	Análisis de configuraciones, simulaciones en hojas de cálculo, literatura técnica, software de diseño de SPT.
	Desarrollo de un algoritmo en Python que permita minimizar el costo del diseño, cumpliendo con los criterios normativos de resistencia, tensión de paso, tensión de toque y potencial de tierra (GPR).	Prototipo funcional del algoritmo de optimización.	Programación en Python, bibliotecas NumPy, SciPy, Matplotlib; pruebas con datos reales.
Evaluar la viabilidad del algoritmo propuesto para el diseño optimizado de un Sistema de Puesta a Tierra (SPT), verificando su cumplimiento con los criterios técnicos establecidos en la norma	Aplicación del algoritmo a casos reales ya ejecutados o en proceso de ejecución.	Verificación del cumplimiento normativo del diseño optimizado	Fichas técnicas de proyectos reales, comparación de datos.
	Comparación entre el diseño optimizado y el diseño original, en cuanto al cumplimiento normativo y a los costos asociados.	Reducción de costos demostrada frente a diseños convencionales.	Análisis técnico-económico, tablas comparativas, gráficos, normas IEEE Std 80, software Python.

IEEE Std 80-2000 y su eficiencia económica frente a métodos convencionales.			
-----------------------------------------------------------------------------	--	--	--

### 3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 3.1 Antecedentes

En el ámbito de sistemas eléctricos de potencia, la conexión a tierra se ha considerado a menudo como un detalle técnico menor. Pese a que su relevancia consta en reglas y textos de ingeniería, a menudo se gestiona al final o se hace con ideas comunes que olvidan las propiedades del suelo o los riesgos reales que sufre una red eléctrica actual. [18]

La práctica ha mostrado que una toma de tierra mal hecha puede causar efectos serios: desde averías en aparatos delicados hasta descargas dañinas que ponen en riesgo a las personas. Aparte, las condiciones del suelo como su resistencia no son fijas; pueden cambiar por el tiempo o por la acción del hombre, dañando el trabajo del sistema. Esta diferencia suele pasarse por alto en los cálculos de siempre, llevando a ideas muy grandes que inflan sin falta el precio, o a ideas malas que no aseguran la protección eléctrica mínima.[19]

Así, varios trabajos y estudios han empezado a tratar este asunto desde un punto de vista más completo, metiendo el estudio del suelo, las leyes actuales y nuevas herramientas de informática. El uso de fórmulas y modos de mejora se ve como una opción útil para dar con diseños que junten seguridad, buen hacer técnico y precios lógicos, con datos iguales y que se amolden a diversos sitios y formas de uso.

Este panorama crea el inicio para este estudio, que intenta no solo cubrir una falta técnica, sino también ofrecer una salida real a un problema que, aunque se sabe, sigue siendo visto como poco importante en muchos planes eléctricos.

#### 3.2 Norma IEEE-80

La norma IEEE Std 80-2000 es como una versión renovada del manual IEEE Std 80-1986, siendo ahora clave para crear tomas de tierra en las centrales eléctricas. No solo sirve para eso, pues en Ecuador se usa mucho para diseñar tomas de tierra en otras instalaciones eléctricas grandes, tanto de media como de alta tensión.

La meta principal de esta norma es simple: cuidar la vida de quienes trabajan cerca de equipos eléctricos, y proteger los equipos de averías eléctricas que lleguen al suelo. En resumen, busca

asegurar que las instalaciones eléctricas sean un lugar seguro para operar, bajando los riesgos de descargas dañinas.

Una base de la IEEE Std 80-2000 son las reglas de seguridad para las tensiones al caminar y al tocar. Estos datos ayudan a saber el peligro al que alguien se enfrenta en una avería eléctrica, y ayudan a marcar los límites seguros para evitar daños físicos o incidentes.

Otro punto clave es calcular las corrientes de avería, o sea, las corrientes que la toma de tierra debe aguantar sin fallar ni causar peligros. La norma da métodos para hacer estos cálculos de forma técnica y exacta, mirando cosas como cuánto dura la avería y cómo es el terreno.

En cuanto al esquema del sistema, la norma da ideas sobre cómo colocar los cables y las tomas de tierra. Poner bien estos elementos ayuda a que la corriente se reparta mejor por el suelo, lo que baja mucho los peligros de descarga y hace que el sistema vaya mejor en general.

Además, la IEEE Std 80-2000 remarca lo importante que es elegir bien los materiales para todas las partes del sistema de toma de tierra. Usar materiales que no se oxiden, que conduzcan bien y que duren, es clave para que el sistema trabaje bien durante todo el tiempo que esté instalado.

Por último, la norma también anima a usar simulaciones y programas para hacer modelos, que ayudan a ver cómo se portará el sistema si hay algún fallo. Esto ayuda a decidir mejor y a comprobar los diseños antes de ponerlos en marcha de verdad. [1], [2]

### 3.2.1 Método de Wenner

El método de prospección geo eléctrica de Wenner se utiliza para medir la resistividad aparente del suelo, empleando un arreglo de cuatro electrodos alineados en línea recta. Estos electrodos se colocan a una distancia uniforme “a” entre cada par y se entierran a la misma profundidad. En este método, se genera una corriente eléctrica entre los dos electrodos externos (electrodos de corriente), mientras que los dos electrodos internos (electrodos de potencial) registran la caída de tensión generada. Este procedimiento permite obtener datos precisos sobre la resistividad del suelo y es representado esquemáticamente en la Figura 1.

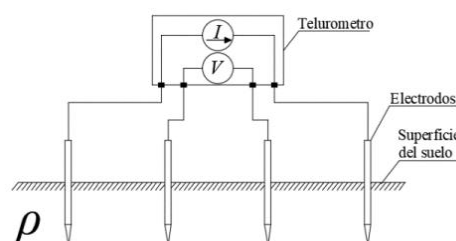


Figura 1. Representación gráfica del método de Wenner; Fuente: [1], [2]

Las cuatro sondas de prueba se colocan en el suelo a una profundidad que generalmente no debe superar la relación  $a/20$  y, en la mayoría de los casos, se limita a 0.3 metros. Las sondas externas se conectan a los terminales de corriente (C1 y C2) del instrumento, mientras que las sondas internas se conectan a los terminales de potencial (P1 y P2). Según este método, si  $R$  es la resistencia aparente medida en ohmios para una separación  $a$  expresada en metros, la resistividad aparente del suelo puede calcularse utilizando la fórmula establecida en la ecuación (3.1) si  $a < b$ .

$$p = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{2a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \quad (3.1)$$

Si se hace el espaciamiento de los electrodos de prueba mucho mayor que la profundidad a la cual se instalan ( $a > b$ ) la resistividad del terreno será expresada por la ecuación (3.2):

$$P_a = 2\pi * a * R \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Modelo de dos capas del Terreno

La búsqueda de los datos del modelo del terreno con dos capas se ve como un reto de mejora. Esto requiere cuadrar las líneas entre la resistividad vista en el lugar y los números sacados con una fórmula. La idea es hacer lo más chico posible el error medio cuadrático entre los datos medidos y los del modelo.

Hacer el modelo del terreno de dos capas es como resolver un lío de mejora no lineal con una meta que se ve en la ecuación (3.3).

$$Fo = \sum_{j=1}^N \left( \frac{P_{mj} - P_{aj}}{P_{mj}} \right)^2 \quad (3.3)$$

Aquí,  $P_{mj}$  son los  $N$  datos de resistividad tomada y  $P_{aj}$  son los datos de resistividad vista que se sacan con la ecuación (3.4). Así, la clave está en hallar los datos de ( $P_1, P_2, h_1$ ) que hagan más chica la fórmula, que es como adivinar los datos de las resistividades y qué tan profunda es la capa de arriba con los datos de resistividad vista sacados con el método de Wenner.

$$P_{aj} = P_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{k^n}{\left[ 1 + \left( 2n \frac{h}{a} \right)^2 \right]^{1/2}} - \frac{k^n}{\left[ 4 + \left( 2n \frac{h}{a} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] \quad (3.4)$$

Donde  $\rightarrow k = \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1}$

Para meter esto en Python, se usa el comando Optimize de la librería scipy. La meta a hacer más chica se pone con la función "minimize", que halla el error medio cuadrático más chico. Esto se hace en tres pasos, para que los datos del lugar y el modelo se vean iguales.

Para empezar, creamos un truco informático para averiguar la capacidad de la tierra para frenar la electricidad. Para esto, necesitamos saber qué tan bien cada capa de tierra detiene la electricidad (P1, P2) y qué tan profunda es la capa superior (h1). Hacemos este cálculo para cada distancia entre los puntos de medición (a), lo que nos da una imagen clara de cómo cambia esta capacidad según estas medidas, como se ve en la Figura 2.

Luego, creamos un sistema que revisa qué tan diferentes son nuestras estimaciones de la capacidad de la tierra para frenar la electricidad de las mediciones reales que tomamos, como se ve en la Figura 3. Este sistema utiliza información sobre el suelo y la distancia entre los puntos de medición para comparar lo que vemos en el mundo real con lo que calculamos, mostrando cualquier problema y dónde podemos mejorar.

Por último, usamos una herramienta especial llamada "minimize" del programa scipy para reducir al máximo las diferencias entre nuestras estimaciones y las mediciones reales, como se ve en la Figura 4. Este truco usa matemáticas inteligentes para encontrar los mejores números para describir el suelo, comenzando desde un punto aleatorio y asegurando que nuestras estimaciones se parezcan lo más posible a los datos que recopilamos.

```
def Resistivity_0(a=2, ro=[100,200], h=1.5, Np=10):
    """
    a: distancia entre los electrodos usados en el método de Wenner
    ro: vector que corresponde a las valores de resistividad del suelo
        [ro_capa1, ro_capa2]
    h: escalar que corresponde a la profundidad del modelo de dos capas
    Np: número de elementos de la serie
    roc: la resistividad aparente calculada
    """
    a_ro = np.array(ro)
    %% cálculo de los coeficientes de reflexión
    k = (a_ro[1]-a_ro[-1])/(a_ro[1]+a_ro[-1])
    Suma1= 0
    for q in range(1,Np):
        kn = k[0]**q
        cn = (2*q*h/a)**2
        c1 = kn/np.sqrt(1+cn)
        c2 = kn/np.sqrt(4+cn)
        Suma1 +=(c1-c2)
    roc = ro[0]*(1 + 4*Suma1)
    return roc
```

Figura 2. Código de la función de resistividad aparente; Fuente: [6].

```
def Error_ro1(Xd,M_a,M_ro):
    """Xd:[ro1,ro2,h] M_a:Lista distancias M_ro:Lista
    resistiv
    Calcula el error cuadratico medio con el modelo de 2
    capas
    usando La funcion Resistivity_0().
    Len(M_a) == Len(M_ro) debe cumplirse
    """
    NN = len(M_a)
    S_errorc=0
    for q in range(NN):
        ro_m = Resistivity_0(M_a[q],Xd[:2],Xd[2])
        ec = (ro_m-M_ro[q])**2
        S_errorc += ec
    Er = S_errorc/NN
    return Er
```

Figura 3. Función del cálculo del error medio cuadrático; Fuente: [6].

```
##prueba función error
print("Error_ro1([800,200,1.0],X_a,Y_a): ",Error_ro1([800,200,1.0],X_a,Y_a))

##Minimizar el error
RES_0 = OP.minimize(Error_ro1, [800,200,1],(X_a,Y_a))
print("Respuesta: ",RES_0)
```

Figura 4. Ejecución del proceso de optimización con la función “minimize”; Fuente: [6].

### 3.2.3 Corriente máxima a disipar por la malla IG

El valor máximo de diseño de la corriente de falla a tierra que fluye a través de la malla de la subestación hasta la tierra circundante esta dado por la ecuación (3.5).

$$I_G = I_F * D_f * S_f * C_p \quad (3.5)$$

Donde:

- $I_F$  = Corriente simétrica de falla a tierra en A ( $3I_o$ ).
- $D_f$  = Factor de decremento para tener en cuenta la componente DC.
- $S_f$  = Factor de división de corriente.
- $C_p$  = Factor de crecimiento futuro de la subestación, considera el incremento futuro de la corriente de falla.

#### 3.2.3.1 Corriente simétrica de falla a tierra (IF)

Por razones prácticas, se recomienda hallar los siguientes tipos de falla:

**Falla línea – línea – tierra**, ignorando la resistencia de la falla y la resistencia de puesta a tierra de la subestación:

$$I_{F-(L-L-T)} = 3 * I_0 = \frac{3 * V_{LN} * Z_2}{Z_1 * (Z_0 + Z_2) + Z_2 * Z_0} \quad (3.6)$$

**Falla línea – tierra**, ignorando la resistencia de la falla y la resistencia de puesta a tierra de la subestación:

$$I_{F-(L-T)} = 3 * I_0 = \frac{3 * V_{LN}}{Z_1 + Z_2 + Z_0} \quad (3.7)$$

**Donde:**

- $I_0$  = Valor RMS de secuencia cero de la corriente simétrica de falla en A.
- $V_{LN}$  = Tensión fase – neutro RMS en V.
- $Z_1$  = Impedancia equivalente de secuencia (+) del sistema en el punto de falla.
- $Z_2$  = Impedancia equivalente de secuencia (-) del sistema en el punto de falla.
- $Z_0$  = Impedancia equivalente de secuencia (0) del sistema en el punto de falla.

### 3.2.4 Factor de Decremento (Df)

En el diseño de la malla de puesta a tierra, es fundamental considerar la corriente asimétrica de falla. Esta se obtiene multiplicando la corriente simétrica de falla por el factor de decremento. El factor de decremento se define mediante la ecuación (3.8).

$$D_f = \sqrt{1 + \frac{T_a}{t_f} * \left( 1 - e^{-\frac{2 * t_f}{T_a}} \right)} \quad (3.8)$$

$$s.a \rightarrow T_a = \frac{X}{\omega R} = \frac{X}{R} * \frac{1}{2\pi f}$$

**Donde:**

- $t_f$  = Duración de la falla en segundos.
- $T_a$  = Constante de tiempo de la componente DC.
- $X, R$  = Componentes de la impedancia subtransitoria de falla que se usan para determinar la relación X/R.

### 3.2.5 Factor de crecimiento (Cp)

La malla de puesta a tierra se diseña considerando la capacidad total actual de la subestación, sin prever incrementos futuros en la carga o en el número de alimentadores. Por esta razón, el factor de crecimiento se establece en 1.

### 3.2.6 Cálculo del factor de división de corriente (Sf)

El cálculo del factor de división de corriente (Sf) puede abordarse utilizando desarrollos matemáticos complejos, curvas y tablas especializadas. Sin embargo, para simplificar este proceso, es más práctico recurrir a tablas que resumen las impedancias equivalentes asociadas a los componentes del sistema eléctrico.

La Tabla 3, por ejemplo, presenta las impedancias equivalentes de los cables de guarda de las líneas de transmisión y los neutros de los alimentadores de distribución, considerando una contribución remota del 100%. Esta tabla organiza los datos en función de diferentes escenarios de resistencias de electrodos de puesta a tierra tanto para líneas de transmisión como para alimentadores de distribución, facilitando su consulta según las condiciones específicas del sistema.

A partir de los valores proporcionados, se calcula el factor de división de corriente (Sf), el cual es fundamental para determinar cómo se distribuye la corriente en el sistema de puesta a tierra. Este método práctico permite realizar evaluaciones más rápidas y precisas, asegurando un diseño eficiente y confiable.

El factor de división de corriente será entonces:

$$S_f = \left| \frac{(Zeq)_{X/Y}}{Rg + (Zeq)_{X/Y}} \right| \quad (3.9)$$

**Donde:**

- $(Zeq)_{X/Y}$  = Impedancia equivalente de X cables de guarda de líneas de transmisión e Y neutros de alimentadores de distribución.
- $Rg$  = Resistencia del sistema de puesta a tierra de la subestación.

Tabla 3. Impedancias equivalentes aproximadas de los cables de protección de las líneas de transmisión y los neutros de distribución (alimentadores); Fuente: [7].

Número de líneas de transmisión	Número de neutros de distribución	$Z_{eq} (\Omega)$	
		$R_{tg} = 15, R_{dg} = 25$	$R_{tg} = 100, R_{dg} = 200$
1	1	$0,91 + j0,485$	$3,27 + j0,652$
1	2	$0,54 + j0,33$	$2,18 + j0,412$
1	4	$0,295 + j0,20$	$1,32 + j0,244$
1	8	$0,15 + j0,11$	$0,732 + j0,133$
1	12	$0,10 + j0,076$	$0,507 + j0,091$
1	16	$0,079 + j0,057$	$0,387 + j0,069$
2	1	$0,685 + j0,302$	$2,18 + j0,442$
2	2	$0,455 + j0,241$	$1,63 + j0,324$
2	4	$0,27 + j0,165$	$1,09 + j0,208$
2	8	$0,15 + j0,10$	$0,685 + j0,122$
2	12	$0,10 + j0,07$	$0,47 + j0,087$
2	16	$0,08 + j0,055$	$0,366 + j0,067$
4	1	$0,45 + j0,16$	$1,30 + j0,273$
4	2	$0,34 + j0,15$	$1,09 + j0,22$
4	4	$0,23 + j0,12$	$0,817 + j0,16$
4	8	$0,134 + j0,083$	$0,546 + j0,103$

### 3.2.6.1 Duración de la falla ( $t_f$ ) y duración del choque ( $t_s$ )

Por lo regular, se asume que el tiempo que dura un fallo ( $t_f$ ) es el mismo que el del choque eléctrico ( $t_s$ ), a menos que el fallo consista en varios choques seguidos, como cuando los reconectadores actúan al intentar restablecer la energía automáticamente. El tiempo  $t_f$  que se elija puede cambiar según el tipo de instalación, mostrando tiempos rápidos en subestaciones de transmisión o tiempos más pausados en subestaciones de distribución e instalaciones industriales.

Conviene recordar que, al seleccionar  $t_f$ , hay que pensar en las situaciones más críticas, teniendo en cuenta cosas como la disminución de las corrientes de fallo y las corrientes que el cuerpo humano puede soportar. En la práctica, los valores más comunes para  $t_f$  y  $t_s$  suelen estar entre 0.25 y 1 segundo, dependiendo de cómo sea el sistema y lo que exijan las normas de seguridad.

### 3.2.7 Geometría de la malla

Las limitaciones de los parámetros físicos de una malla de puesta a tierra están basadas en las restricciones físicas y económicas de la misma. Es poco práctico instalar una placa de cobre como sistema de puesta a tierra.

- Los espaciamientos típicos entre conductores (D) están en el rango:  $15\text{m} > D > 3\text{m}$
- Las profundidades típicas (h) están en el rango:  $1.5\text{m} > h \geq 0.5\text{ m}$
- Los calibres típicos de conductores (ACM) están en el rango:  $500\text{ MCM} > \text{ACM} \geq 2/0\text{ AWG}$ .
- El diámetro del conductor de la malla tiene un efecto despreciable sobre la tensión de malla.
- El área del sistema de puesta a tierra (A) es el factor más importante en la determinación de la resistencia de malla (Rg). Entre mayor sea A, menor será Rg y, por lo tanto, es menor la elevación del potencial de tierra (GPR).

### 3.2.8 Selección del tamaño del conductor

La elevación de temperatura a corto plazo en un conductor de puesta a tierra, o el tamaño necesario del conductor en función de la corriente de falla que lo atraviesa, se calcula utilizando la ecuación (3.10)

$$A_{MCM} = I_F * \left( \frac{197.4}{\sqrt{\left( \frac{TCAP}{t_c * \alpha_r * p_r} \right) * \ln \left( \frac{k_0 + T_m}{k_0 + T_a} \right)}} \right) \quad (3.10)$$

*Simplificada*  $\rightarrow A_{MCM} = I_F * K_f * \sqrt{t_C}$

**Donde:**

- $I_F$  = Corriente asimétrica de falla RMS en KA, se usa la más elevada encontrada.
- $K_f$  = Constante para el material dado en la Tabla 4, usando una  $T_a = 40\text{ °C}$
- $t_C$  = Duración de la corriente en segundos.

Tabla 4. Dimensiones típicas de los conductores de puesta a tierra; Fuente: [7].

Calibre del conductor		Área nominal mm <sup>2</sup>	Diámetro m
MCM	AWG		
350		177.35	0.015
300		152.01	0.0139
250		126.68	0.0127
211.6	4/0	107.22	0.0117
167.8	3/0	85.03	0.0104
133.1	2/0	67.44	0.0093

### 3.2.9 Criterio de tensiones de paso y de toque tolerables

La seguridad de una persona depende de la prevención de cantidades críticas de energía de choque absorbidas por el cuerpo humano, antes de que la falla sea despejada y el sistema desenergizado. Los voltajes máximos tolerables por un cuerpo humano de 50 kg. de peso corporal, durante un circuito accidental no debe exceder los siguientes límites:

Tensión de paso límite tolerable por un cuerpo de 50 kg. de peso corporal:

$$V_{p50} = (1000 + 6C_s P_s) * \frac{0.116}{\sqrt{t_s}} \quad (3.11)$$

Tensión de toque límite tolerable por un cuerpo de 50 kg. de peso corporal:

$$V_{t50} = (1000 + 1.5C_s P_s) * \frac{0.116}{\sqrt{t_s}} \quad (3.12)$$

**Donde:**

- $C_s$  = Factor de disminución de la capa superficial calculada con la ecuación.
- $P_s$  = Resistividad del material de la capa superficial en  $\Omega$ -m.

Las tensiones de paso y de toque reales deben ser menores que los respectivos límites máximos permisibles (o tolerables) para obtener seguridad.

### 3.2.10 Evaluación de la resistencia de puesta a tierra ( $R_g$ )

Un buen sistema de puesta a tierra proporciona una resistencia baja a una tierra remota, con el fin de minimizar la elevación del potencial de tierra GPR, dada por la ecuación (3.13):

$$GPR = I_g * R_g \quad (3.13)$$

Además, si el GPR (elevación del gradiente de potencial de tierra) del diseño inicial es menor que el voltaje tolerable de toque, no es necesario realizar más cálculos. Solo se requerirá un conductor adicional para proporcionar acceso a las bajantes de los equipos

### 3.2.11 Requerimientos usuales

La función principal de los sistemas de puesta a tierra es garantizar la seguridad de las personas, lo cual es un aspecto crucial durante su diseño. Esto implica establecer un valor objetivo de resistencia. Los valores recomendados, presentados en la Tabla 5, se basan en la experiencia práctica, aunque no necesariamente están regulados por una norma específica.

Tabla 5. Valores máximos de resistencia de puesta a tierra; Fuente: [7].

Utilizada para	Valor máximo de resistencia de puesta a tierra
Estructuras de líneas de transmisión	20 $\Omega$
Subestaciones de alta y extra alta tensión $V \geq 115\text{Kv}$	1 $\Omega$
Subestaciones de media tensión de uso exterior en poste	10 $\Omega$
Subestaciones de media tensión de uso interior	10 $\Omega$
Protección contra rayos	4 $\Omega$
Neutro de acometida en baja tensión	25 $\Omega$
Descargas electrostáticas	25 $\Omega$
Equipos electrónicos sensibles	5 $\Omega$
Protección de acometida en viviendas	5 $\Omega$

### 3.2.12 Cálculo de malla de puesta a tierra

La resistencia de una malla de puesta a tierra, según la formulación desarrollada por Sverak, se calcula utilizando la ecuación (3.15). Esta ecuación permite obtener un valor confiable y preciso, considerando las características específicas del sistema y del terreno donde se implementa.

$$R_g = p * \left[ \frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20A}} * \left( 1 + \frac{1}{1 + h\sqrt{\frac{20}{A}}} \right) \right] \quad (3.14)$$

Donde:

- $L_T$  = Longitud total de conductores enterrados en m.
- $P$  = Resistividad del terreno  $\Omega$ -m.
- $A$  = Área ocupada por la malla de tierra  $\text{m}^2$ .

- H= Profundidad de la malla en m.

### 3.2.13 Cálculo de la tensión máxima de la malla

El valor de la tensión real de la malla se obtiene mediante las siguiente expresiones:

$$\begin{aligned}
 n &= n_a * n_b * n_c * n_d \\
 n_a &= \frac{2 * L_c}{L_p} \\
 n_a &= \sqrt{\frac{L_p}{4 * \sqrt{A}}} \\
 n_c &= \left[ \frac{L_x * L_y}{A} \right]^{\frac{0.7 * A}{L_x * L_y}} \\
 n_d &= \frac{D_m}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \\
 K_{ii} &= \frac{1}{(2 * n)^{\frac{2}{n}}} \\
 K_h &= \sqrt{1 + \frac{h}{h_0}} \\
 K_i &= 0.644 + 0.148 * n \\
 K_m &= \frac{1}{2\pi} * \left[ \ln \left[ \frac{D^2}{16 * h * d} + \frac{(D + 2 + h)^2}{8 * D * d} - \frac{h}{4 * d} \right] + \frac{K_{ii} * \ln \left[ \frac{8}{\pi((2 * n) - 1)} \right]}{K_h} \right]
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Ecuación sin varillas.

$$V_m = \frac{p * I_G * K_m * K_i}{L_c + L_R} \tag{3.16}$$

Ecuación con varillas

$$\begin{aligned}
 V_m &= \frac{p * I_G * K_m * K_i}{L_c + \left[ 1.55 + 1.22 * \left( \frac{L_r}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right] L_R} \\
 K_s &= \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{2 * h} + \frac{1}{D + h} + \frac{1}{D} (1 - 0.5^{n-2}) \right] \\
 L_s &= 0.75 * L_c + 0.85 * L_R \\
 V_s &= \frac{p * I_G * K_s * K_i}{L_s}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

## 4. MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS

Aquí se explica en detalle el algoritmo de optimización utilizado, concebido para mejorar el diseño de los sistemas de puesta a tierra, especialmente en subestaciones eléctricas. Este algoritmo está pensado para que los especialistas lo utilicen de manera sencilla y directa. Su estructura se organiza en cuatro fases claras que llevan, poco a poco, a un diseño seguro, económico, eficaz y que encaje con lo que cada proyecto necesita de verdad. Dichas fases esquematizadas se pueden observar en el diagrama de flujo de la Figura 5, las cuales se detallan a continuación una por una.

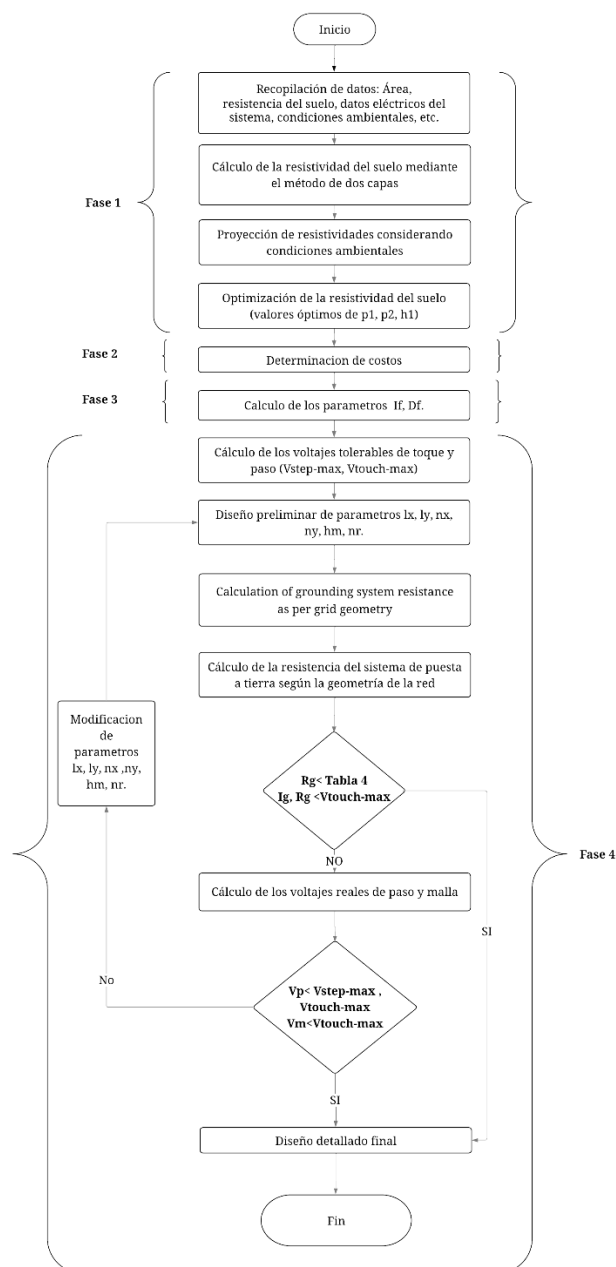


Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de optimización para el diseño de sistemas de puesta a tierra; Fuente: [Autor].

## 4.1 Fase 1

Al empezar a planear un sistema de puesta a tierra, lo más importante es saber qué tan bien conduce la electricidad el suelo. Para esto, analizamos la primera y segunda capa del suelo, además del grosor de la primera capa. Esto es muy importante porque si el suelo conduce la electricidad de manera diferente, esto cambia cómo funciona el sistema ante cortocircuitos o fallas atmosféricas.

Aquí se emplean métodos que se complementan entre sí: primero, se tomaron los valores calculados usando el modelo de dos capas; luego, se usaron los valores que se obtuvieron con un modelo de predicción que se basa en métodos matemáticos. Al contrastar estos dos grupos de datos, se consiguió una calibración más exacta de las características del terreno. Esto sienta una base firme para seguir adelante con las siguientes fases del diseño óptimo del sistema de puesta a tierra.

### 4.1.1 Valores calculados

Según [6], para hallar la resistividad del suelo con el método de dos capas, primero se realizan mediciones mediante el método de Wenner. Luego, se aplican fórmulas que dependen tanto del espaciamiento entre los electrodos como de la profundidad a la que están enterrados. No obstante, dichas fórmulas están originalmente formuladas para suelos uniformes, y se presentan a continuación.

- Si la distancia entre electrodos ( $a$ ) es mayor que la profundidad ( $b$ ), se aplica:

$$\rho a = 2\pi \cdot a \cdot R \quad (4.1)$$

- Si el espaciamiento ( $a$ ) es menor que la profundidad ( $b$ ), se utiliza:

$$\rho a = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \quad (4.2)$$

Posteriormente, se calcula la constante  $k$  usando los valores máximo y mínimo obtenidos a partir de las resistividades determinadas mediante las fórmulas previamente mencionadas.

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (4.3)$$

Finalmente, se estima la resistividad calculada del suelo mediante el modelo de dos capas con la siguiente ecuación:

$$P_{aj} = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[ \frac{k^n}{\left[ 1 + \left( 2n \frac{h}{a} \right)^2 \right]^{1/2}} - \frac{k^n}{\left[ 4 + \left( 2n \frac{h}{a} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] \right] \quad (4.4)$$

#### 4.1.2 Valores Proyectados

Con el fin de proyectar los valores de resistividad bajo condiciones ambientales extremas, como las que se presentan en verano, se genera una base de datos sintética considerando rangos reales propios de esta estación, como la temperatura (entre 9 °C y 22 °C), humedad del suelo (0% a 10%) y resistividades naturales del terreno (10 Ωm a 500 Ωm). Luego, la información se cambia para su examen por dos etapas:

- Transformación logarítmica: el logaritmo natural de cada variable dependiente (x) se aplicó para normalizar los datos y hacer que sea más fácil de entender. La ecuación aplicada fue:

$$X = \ln(x) \quad (4.5)$$

- Estandarización de datos: Las variables independientes se transformaron para seguir una curva normal, con una media aritmética ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ), lo que garantiza la misma influencia en el modelo. La ecuación aplicada fue:

$$X_{scaled} = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (4.6)$$

Después que los datos estuvieron listos, se creó un modelo de regresión lineal directa, elegido por su facilidad y capacidad de explicar los resultados después que se cambiaron los datos. Este modelo conecta los factores (espacio entre electrodos, nivel de calor, humedad en el suelo y resistividad propia del suelo) con el resultado (resistividad aparente del suelo). La estructura básica del modelo es:

$$y = \beta_0 + \beta_1 * X_1 + \beta_2 * X_2 + \beta_3 * X_3, \dots \quad (4.7)$$

Finalmente, se aplicó un factor de corrección de 1.2 al resultado del modelo, que representa un aumento promedio del 20% en la resistividad del suelo que generalmente ocurre en verano, debido a las condiciones ambientales, lo que ocasiona que el suelo pierda resistencia y alcance

su valor máximo de resistividad. Este cambio nos permite predecir las acciones de la tierra con mayor precisión, lo cual es crucial para crear sistemas de conexión a tierra seguros y efectivos.

### 4.1.3 Optimización de la resistividad del suelo

Una vez que se tienen los valores ya calculados y proyectados, inicia la etapa de optimización usando el algoritmo de Evolución Diferencial Estocástica, justo como se indica en [10]. Este método nos ayuda a dar valores más convenientes de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $h$ , haciendo lo posible por minimizar la función objetivo, que no es otra cosa que el Error Medio Cuadrático (MSE) entre el modelo físico de dos capas y las proyecciones que sacamos con el modelo estadístico, tal y como se ve en la ecuación (4.8). Este algoritmo se pone a buscar entre distintas combinaciones, moviéndose dentro de unos límites ya fijados (resistividades entre 0 y 1000  $\Omega\text{m}$ , y grosores de capa entre 0.5 y 2 m) para dar con la solución que mejor nos venga.

$$\min \rightarrow mse = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\rho_{\text{calculated}} - \rho_{\text{prodigious}}}{\rho_{\text{calculated}}} \right)^2 \quad (4.8)$$

Después de analizar la información que se recolecto, se ajustó los valores de resistividad que se obtuvo y se los comparo con los valores iniciales. De esta manera, se llegó a una evaluación final que aclara el comportamiento del suelo. Para asegurarse que los hallazgos sean precisos, se realizó una revisión directa utilizando diagramas comparativos.

## 4.2 Fase 2

Dentro del esquema principal del segundo modelo de optimización, se juntó y estructuro cada material necesario para crear un sistema de puesta a tierra que funcione bien. Esta información, presentada en distintas tablas, es fundamental tanto para la estimación de costos como para la toma de decisiones a lo largo del proceso de diseño.

En la Tabla 6, se muestra el grupo “C”, que muestra los cables desnudos de cobre más típicos en estos sistemas, ya que conducen muy bien la electricidad y aguantan la corrosión, justo como dice la norma IEEE Std 80. La tabla explica los tamaños más comunes, cuánto miden de ancho y lo que valen por metro hoy en día:

Tabla 6. Parámetros y costos del conductor; Fuente: [Autor].

<b>Lista de Conductores</b>				
<b>Material</b>	<b>Calibre</b>	<b>Unidad</b>	<b>Diametro m (dc)</b>	<b>Costo (\$)</b>
Cobre	(AWG, 2/0)	m	0.0093	9,30
Cobre	(AWG, 3/0)	m	0.0104	13,41
Cobre	(AWG, 4/0)	m	0.0117	15,97
Cobre	(250kcmil)	m	0.0133	19,19
Cobre	(300kcmil)	m	0.0189	25,90
Cobre	(350kcmil)	m	0.0199	30,04
Cobre	(400kcmil)	m	0.0209	36,78

La Tabla 7, por otro lado, muestra el grupo “V”, con las varillas de puesta a tierra más comunes. Ahí se muestra su longitud, de qué están hechas, su diámetro y cuánto cuestan, parametros importantes para saber qué es lo mejor para cada diseño:

Tabla 7. Parámetros y costes de las varillas; Fuente: [Autor].

<b>Lista de Varillas</b>					
<b>Material</b>	<b>Unidad</b>	<b>Calibre</b>	<b>Diámetro m (dr)</b>	<b>Longitud m (Lr)</b>	<b>Costo (\$)</b>
Cobre	m	3/8	0.0095	1.2	7
Cobre	m	1/2	0.0127	1.5	10.21
Cobre	m	5/8	0.015875	1.2	11
Cobre	m	5/8	0.015875	1.8	15.05
Cobre	m	5/8	0.015875	2.4	40.86

La Tabla 8 junta todas las cosas que se usan para cavar e instalar la malla de puesta a tierra, calculadas por metro cúbico. Se explican los materiales, las herramientas, las máquinas y la gente que hace falta, mismo que se obtuvieron por proformas y por la contraloría nacional del Ecuador en lo que es mano de obra [20], así podemos calcular más o menos cuánto va a costar todo el proyecto:

Tabla 8. Costo de excavación e instalación; Fuente: [Autor].

<b>Costo de excavación e instalación</b>					
<b>Materiales</b>					
<b>Ítem</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidad</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Costo Unidad (\$)</b>	<b>Total, Costo (\$)</b>
Maquinaria	Excavadora	hora	0,50	21,69	10,84
Herramienta	Herramientas menores	hora	0,50	18,75	9,37
<b>Mano de Obra</b>					
Ingeniero	Supervisor	hora	0,75	4,56	3,42

Técnico	Instalación	hora	0,25	3,10	0,77
Trabajador 1	Excavación	hora	0,50	2,00	1
Trabajador 2	Trabajos menores	hora	0,50	2,00	1
<b>Total</b>					<b>25,63</b>

Por último, la Tabla 9 muestra los costos de cada punto donde se cruzan los cables de la malla. Ahí se detalla todo lo que se necesita, desde la soldadura hasta los técnicos, para que la conexión sea segura y cumpla con las normas del sistema:

Tabla 9. Costo por cada intercesión del sistema de puesta a tierra; Fuente: [Autor].

<b>Costo de Unión</b>					
<b>Materiales</b>					
Ítem	Descripción	Unidad	Cantidad	Costo unidad (\$)	Total, costo (\$)
Pólvora	Soldadura exotérmica	U	1	6,14	6,14
Molde	Tipo T	hora	0,75	2,62	1,96
Chispero	Bengala exotérmica	hora	0,75	1,50	1,12
<b>Mano de Obra</b>					
Ingeniero	Instalación	hora	0,75	4,56	3,42
Tecnólogo	Soldadura de junta	hora	0,50	3,10	1,55
Asistente	Asistente de electricista	hora	0,50	2,07	1,03
<b>Total</b>					<b>15,22</b>

### 4.3 Fase 3

#### 4.3.1 Corriente de falla simétrica (If)

Basado en [11], para poder dar con la corriente de falla simétrica ( $I_f$ ), es indispensable fijarse bien en dónde se produce la falla, ya que esto tiene un peso importante en el resultado final del estudio. En este análisis, se planteó dos caminos para hallar la corriente en el caso de que no se cuente con un software especializado.

El primero es el método del circuito equivalente de Thévenin, muy popular gracias a su exactitud al tener en cuenta las impedancias de secuencia del sistema. Este método se basa en el sistema por unidad, que facilita los cálculos al estandarizar las magnitudes, minimizando así los errores de escala. Las fórmulas que se utilizan son las siguientes:

$$V_{p.u} = \frac{V_{real}}{V_{base}}$$

$$I_{cc-base} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3} * V_{real}} \quad (4.9)$$

$$I_{cc-3\phi-p.u} = \frac{V_{p.u}}{Z_{1p.u}}$$

$$I_{cc-1\phi-G-p.u} = \frac{3 * V_{p.u}}{Z_{1p.u} + Z_{2p.u} + Z_{0p.u}}$$

$$I_{cc-2\phi-p.u} = \frac{\sqrt{3} * V_{p.u}}{Z_{1p.u} + Z_{2p.u}}$$

$$I_{cc-2\phi-G-p.u} = \frac{3 * V_{p.u} * Z_{2p.u}}{Z_{1p.u} * (Z_{2p.u} + Z_{0p.u}) + Z_{2p.u} * Z_{0p.u}} \quad (4.10)$$

$$I_{cc-real} = I_{cc-base} * I_{cc-p.u}$$

$$I_f = I_{cc-real-max}$$

El segundo método es el cálculo directo a través de la impedancia del transformador, que se utiliza cuando se cuenta con información técnica del equipo, como los datos de la placa o los resultados de las pruebas. Este enfoque permite conseguir resultados rápidos y medianamente fiables en situaciones reales. La fórmula que se aplica se muestra a continuación:

$$I_n = \frac{S_{MVA}}{\sqrt{3} * V_{LL}} \quad (4.11)$$

$$I_f = \frac{I_n}{Z_{\% - Trafo}}$$

**Donde:**

- S = Potencia aparente del transformador.
- In = Corriente nominal del transformador.
- Z% = Impedancia de cortocircuito del transformador.

Los dos métodos son válidos, la elección entre uno u otro dependerá tanto de la información que tengamos a mano como del criterio del diseñador.

Además, según la norma IEEE Std 80, los fallos más habituales en una subestación varían según el tipo de instalación: en las subestaciones de transmisión suelen pasar en la parte de alta

tensión, mientras que en las de distribución son más comunes en la parte de baja tensión. Por eso, la elección del punto de fallo tiene que adaptarse a las condiciones concretas del estudio.

### 4.3.2 Factor de Decremento (Df)

El factor de decremento (Df) es responsable de corregir la corriente de fallo simétrica para que refleje correctamente los efectos transitorios en el inicio del evento, con particular respecto al componente DC. Este valor depende de la duración del fallo y de la relación X/R del sistema, lo que permite una estimación más precisa de la corriente que la malla de aterrizaje realmente necesita disipar. La fórmula para calcular este factor se muestra en la ecuación (4.12).

$$D_f = \sqrt{1 + \frac{T_a}{t_f} \left(1 - e^{-\frac{2t_f}{T_a}}\right)} \quad (4.12)$$

$$T_a = \frac{X}{\omega R} = \frac{X}{R} * \frac{1}{2\pi f}$$

**Donde:**

- $T_a$  = Constante de tiempo de la componente DC.
- $t_f$  = Duración de la falla en segundos.

En general, se toma que la duración de  $t_f$  es igual a la de  $t_s$ , a menos que haya múltiples choques, como sucede con reconexiones automáticas. No hay disputa sobre la suposición de que se debe seleccionar el valor correcto debido a su influencia en la estimación del decremento y los niveles seguros de corriente para el cuerpo humano. En este caso, se aconseja basar las estimaciones de duración típica en valores entre 0.25 segundos y 1 segundo, como sugieren las normas de IEEE Std 80.

### 4.4 Fase 4

Para concluir, durante esta etapa se presenta el segundo modelo de mejora, el cual se basa en la evolución diferencial probabilística, cuyo propósito primordial es reducir al máximo los gastos que implica la ejecución del sistema de conexión a tierra, tomando en cuenta los componentes ya establecidos.

Este esquema está pensado para que sea versátil y se pueda adaptar fácilmente, lo que permite modificarlo dependiendo de las características específicas de cada situación. Acto seguido, se

explicarán en detalle la función objetivo y las limitaciones que se utilizaron durante el proceso, con la intención de hacer más sencilla tanto su interpretación como su uso en el mundo real.

#### 4.4.1 Función Objetivo

En lo que respecta a la función objetivo, aunque se basó en los estudios de [12] y [13], se realizó una modificación considerable para ajustarla a las necesidades específicas de la propuesta del artículo. A partir de ahí, se incorporaron nuevas variables y costos al modelo, lo que permitió una formulación más completa y precisa. A continuación, se detalla la función objetivo propuesta, que se muestra en la ecuación (4.13).

$$FO = \sum_{c,v} [Lc * Cost_c + nr * Cost_v * Lr + hm * Cost_{ex\&inst} * A + U * Cost_u] \quad (4.13)$$

Donde:

- $Lc$  = Longitud total del conductor utilizado para la malla (m).
- $nr$  = Número total de varillas de tierra utilizadas.
- $Lr$  = Longitud de cada varilla (m).
- $hm$  = Profundidad de enterramiento de la malla.
- $A$  = Área total de la malla dimensionada ( $m^2$ ).
- $U$  = Número total de intersecciones en la malla.
- $Cost_c$  = Costo por unidad de longitud del conductor, depende del calibre seleccionado (conjunto “C”).
- $Cost_v$  = Costo por unidad de longitud de la varilla, depende del tipo seleccionado (conjunto “V”).
- $Cost_{ex\&inst}$  = Costo de excavación e instalación por ( $m^2$ ).
- $Cost_u$  = Costo unitario asociado a cada intersección.

#### 4.4.2 Voltajes de toque y de paso tolerables

Según [14], en una configuración de puesta a tierra, es esencial proteger a las personas de posibles fallas eléctricas. Por lo tanto, se determina el voltaje de paso y de toque seguro, que

muestra el voltaje máximo que el cuerpo humano puede soportar sin daños. Estos principios ayudan a elaborar mallas seguras, teniendo en cuenta aspectos como la duración del evento de falla y las características de la tierra. Las fórmulas para su cálculo se muestran en la ecuación (4.14).

$$C_s = 1 - \frac{0.09 * \left(1 - \frac{P_1}{P_s}\right)}{2 * h_s + 0.09}$$

$$V_{touch-max} = (1000 + 1.5 * C_s * P_s) * \frac{0.116}{\sqrt{ts}} \quad (4.14)$$

$$V_{step-max} = (1000 + 6 * C_s * P_s) * \frac{0.116}{\sqrt{ts}}$$

**Donde:**

- $C_s$  = Factor de reducción de la capa superficial.
- $P_s$  = Resistividad de la capa superficial ( $\Omega m$ ).
- $h_s$  = Espesor de la capa superficial (m).
- $V_{touch-max}$  = Voltaje de toque máximo tolerable.
- $V_{step-max}$  = Voltaje de paso máximo tolerable.

#### 4.4.3 Geometría del sistema de puesta a tierra

Las ecuaciones de restricción y las variables involucradas en la geometría de la malla de puesta a tierra se presentan en el conjunto de ecuaciones (4.15). Estas restricciones se basan en los lineamientos de la norma IEEE Std 80, que establece, entre otros aspectos, los límites de espaciamiento entre conductores para garantizar la seguridad del sistema.

$$Dx = \frac{lx}{nx}; Dy = \frac{ly}{ny}$$

$$A = lx * ly$$

$$A_{max} = lxt * lyt \quad (4.15)$$

$$15 \geq Dx \geq 3$$

$$15 \geq Dy \geq 3$$

$$A \leq A_{max}$$

**Dónde:**

- $lx$  = Longitud de la malla en dirección x.
- $ly$  = Longitud de la malla en dirección y.
- $nx$  = Número de divisiones de conductor en el eje x.
- $ny$  = Número de divisiones de conductor en el eje y.
- $Dx$  = Separación entre conductores en el eje x.
- $Dy$  = Separación entre conductores en el eje y.
- $lxt$  = Longitud del terreno en dirección x.
- $lyt$  = Longitud del terreno en dirección y.
- $A_{max}$  = Área máxima permitida para la malla ( $m^2$ ).

**4.4.4 Resistencia de puesta a tierra**

En este apartado se presentan las ecuaciones y restricciones necesarias para asegurar que la resistencia de puesta a tierra se mantenga por debajo del valor máximo permitido según lo establecido por la norma IEEE Std 80, cuyos límites de referencia se muestran en la Tabla 5. Las ecuaciones de restricción, fundamentadas en [15] y basadas en el modelo de dos capas, se expresan de la ecuación (4.16), y permiten definir los estándares necesarios que debe cumplir el sistema para garantizar su seguridad y eficacia.

$$\begin{aligned}
 A_{MCM} &= If * kf * \sqrt{Tc} \\
 \rho_a &= \frac{Lr * \rho_1 * \rho_2}{\rho_2 * (H - hm) + \rho_1 * (Lr + hm - H)} \\
 K_1 &= -0.05 * \frac{Lx}{Ly} + 1.2 \\
 K_2 &= 0.1 * \frac{Lx}{Ly} + 4.68 \\
 R_1 &= \frac{\rho_1}{\pi * Lc} * \left[ \ln \left( \frac{2 * Lc}{\sqrt{dc_c} * hm} \right) + \frac{K_1 * Lc}{\sqrt{A}} - K_2 \right] \\
 R_2 &= \frac{\rho_a}{2\pi nr * L_r} * \left[ \ln \left( \frac{8Lr}{dr_v} \right) - 1 + \frac{2K_2 * Lr}{\sqrt{A}} - (\sqrt{nr} - 1)^2 \right] \\
 R_m &= \frac{\rho_a}{\pi * Lc} * \left[ \ln \left( \frac{2Lc}{L_r} \right) + \frac{K_1 * Lc}{\sqrt{A}} - K_2 + 1 \right] \\
 R_g &= \frac{R_1 * R_2 - R_m^2}{R_1 + R_2 - 2 * R_m} \\
 A_{MCM} &\geq 133.1 \rightarrow 2 / 0 \\
 R_g &\leq Tabla\_4
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

**Donde:**

- $A_{MCM}$  = Área del conductor en MCM lx.
- $kf$  = Constante del material.
- $T_c$  = Duración de la corriente en segundos.
- $\rho_1, \rho_2$  = Resistividades de las capas del terreno ( $\Omega m$ ).
- $H$  = Profundidad de la primera capa del terreno (m).
- $\rho_a$  = Resistividad aparente del suelo ( $\Omega m$ ).
- $K_1, K_2$  = Factores geométricos para cálculo de la resistencia.
- $R_1$  = Resistencia de los conductores de la malla ( $\Omega$ ).
- $R_2$  = Resistencia de los electrodos de la malla ( $\Omega$ ).
- $R_m$  = Resistencia mutua entre la malla y las varillas ( $\Omega$ ).
- $dc_c$  = Diámetro del conductor de la malla (m).
- $dr_v$  = Diámetro de la varilla de puesta a tierra (m).
- $R_g$  = Resistencia total del Sistema de puesta a tierra ( $\Omega$ ).

#### **4.4.5 Máxima corriente disipada por el sistema de puesta a tierra (Ig)**

Para determinar la cantidad precisa de corriente que se dispersará a través del sistema de puesta a tierra, es importante identificar inicialmente dos elementos esenciales: el factor de reparto de corriente (Sf) y el factor de proyección (Cp).

El factor de reparto de corriente nos indica qué fracción de la corriente total de falla se encamina hacia la malla de la subestación y qué fracción se desvía por otros caminos, como los cables de protección o los neutros de los alimentadores. Este valor se puede calcular con la ecuación (4.17), aunque también, para ayudar al cálculo, se puede estimar la impedancia equivalente ( $Z_{eq}$ ) de forma sencilla con los valores de impedancia típicos que se muestran en la Tabla 3, según el número de líneas o alimentadores conectados a la subestación.

$$S_f = \left| \frac{(Z_{eq})_{X/Y}}{R_g + (Z_{eq})_{X/Y}} \right| \quad (4.17)$$

Luego consideramos el factor  $C_p$ , que indica si se anticipa una expansión futura de la subestación. En este escenario, hemos asumido que no habrá expansiones, por lo que se considera como 1. Esto implica que el diseño solo tiene en cuenta la carga actual de la subestación.

Con  $S_f$  y  $C_p$  definidos, ahora podemos calcular la corriente que realmente disipa la malla ( $I_g$ ). Esta corriente se obtiene mediante la fórmula general que se muestra en la ecuación (4.18), y es crucial porque a partir de ella se calcula el GPR (Elevación del Potencial de Tierra), es decir, el incremento de potencial que se produce en la malla durante una falla. Este valor es esencial para evaluar si el diseño del sistema de puesta a tierra es seguro.

$$\begin{aligned} I_g &= I_f * D_f * S_f * C_p \\ GPR &= I_g * R_g \\ GPR &\leq V_{touch-max} \end{aligned} \quad (4.18)$$

#### 4.4.6 Voltaje de malla y de paso reales

Aquí se determina el voltaje de la malla y del paso real del sistema de puesta a tierra, buscando confirmar que permanezcan bajo los límites aceptables del voltaje al contacto y al caminar, asegurando así la protección de los individuos ante un fallo eléctrico. Las fórmulas empleadas, que se fundamentan en la norma IEEE Std 80 y se han adaptado para mallas rectangulares según [16] y [17], se muestran en las ecuaciones (4.19) y (4.20).

Las ecuaciones y restricciones presentadas en este apartado tienen como objetivo garantizar que parámetros eléctricos críticos como el voltaje de toque y de paso se mantengan dentro de límites seguros, protegiendo tanto al personal como a los equipos durante una falla eléctrica.

$$V_m = \frac{\rho a * I_g * K_m * Ki}{L_M}$$

$$D = \frac{Dx + Dy}{2}$$

$$K_m = \frac{1}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{D^2}{16 * hm * dc_c} + \frac{(D + 2 * hm)^2}{8D * dc_c} - \frac{hm}{4 * dc_c} \right) + \frac{K_{ii}}{k_h} \ln \left( \frac{8}{\pi(2 * n - 1)} \right) \right]$$

$$K_{ii} = 1$$

$$K_h = \sqrt{1 + \frac{hm}{h_0}}$$

$$h_0 = 1$$

$$n = n_a * n_b$$

$$Lp = 2 * (lx + ly)$$

$$n_a = \frac{2 * Lc}{Lp}$$

$$n_b = \sqrt{\frac{Lp}{4 * \sqrt{A}}}$$

$$Ki = 0.644 + 0.148 * n$$
(4.19)

$$L_R = hm * nr$$

$$L_M = Lc + \left[ 1.55 + 1.22 * \left( \frac{Lr}{\sqrt{lx^2 + ly^2}} \right) \right] * L_R$$

$$V_{step} = \frac{\rho a * I_G * K_s * Ki}{L_s}$$

$$L_s = 0.75 * Lc + 0.85 * L_R$$

$$K_s = \frac{1}{\pi} * \left[ \frac{1}{2 * h} + \frac{1}{D + hm} + \frac{1}{D} * (1 - 0.5^{n-2}) \right]$$

$$1.5 \geq hm \geq 0.5$$

$$V_m \leq V_{touch-max}$$

$$V_{step} \leq V_{step-max}$$
(4.20)

**Donde:**

- $V_m$  = Voltaje de malla de puesta a tierra.
- $D$  = Espaciamiento entre conductores.
- $K_m$  = Valor geométrico de espaciamento de la malla.
- $K_{ii}$  = Factor de corrección que ajusta los efectos de los conductores sobre la esquina de la malla.

- $\alpha$  = Factor de corrección que tiene en cuenta los efectos de la profundidad de la malla.
- $n$  = Factor geométrico compuesto de los factores  $n_a$  y  $n_b$  para mallas rectangulares.
- $L_p$  = Longitud del perímetro de la malla (m).
- $K_i$  = Factor de irregularidad de la malla puesta a tierra.
- $L_R$  = Longitud total de todas las varillas (m).
- $L_M$  = Longitud efectiva enterrada de la malla puesta a tierra.
- $V_{step}$  = Voltaje de paso del sistema puesta a tierra.
- $L_s$  = Longitud efectiva del conductor enterrado.
- $K_s$  = Factor que toma en cuenta la forma y el tamaño de la malla, así como qué tan profundo están enterrados los conductores.

Finalmente, en este modelo de optimización se definió como variables de decisión los parámetros  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_r$  y  $h_m$ , los cuales intervienen de forma directa en todas las ecuaciones de restricción del sistema. Estas variables permiten ajustar tanto las dimensiones físicas de la malla de puesta a tierra como su configuración interna, con el fin de cumplir los criterios técnicos y de seguridad establecidos. Además, se incorporan dos conjuntos: “C” y “V”, que representan, respectivamente, las posibles opciones de conductores y varillas disponibles para selección. Estas opciones son evaluadas y escogidas automáticamente por el algoritmo de optimización propuesto en este estudio, el cual busca encontrar la combinación más adecuada que minimice el costo total cumpliendo con todas las restricciones técnicas y de seguridad establecidas por la norma IEEE Std 80.

## 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta parte, se evalúa el algoritmo creado, el cual se programó en Python, usándolo en dos proyectos reales para ver si realmente funciona y los diseños cumplen con todos los requisitos técnicos establecidos por la norma IEEE Std 80, además de que se encuentren sobredimensionados con costos excesivos. El primer ejemplo examina un diseño que ya existe, sacado del estudio que se muestra en [21], el segundo ejemplo también toma como base un diseño hecho antes, pero este fue proporcionado por los autores y se trata de la subestación Saquisilí, que está ubicada en el cantón Latacunga, en Ecuador, el código de programación se encuentra en el Anexo 1.

### 5.1 Caso de estudio 1

#### 5.1.1 Parámetros de entrada del sistema

En esta parte se muestran los datos clave que se usaron para el primer caso práctico, que corresponde a la subestación “La Primavera” en El Oro, Ecuador. En la Tabla 10 se muestran las resistividades medidas del suelo a distintas separaciones, y en la Tabla 11 se muestran todos los parámetros propios de la subestación.

Tabla 10. Datos medidos de la resistividad del suelo de S/E La Primavera ; Fuente: [21].

Distancia (m)	Resistencia ( $\Omega$ )	Resistividad Aparente ( $\Omega\text{m}$ )
1	1.6596	10.4277
2	0.4801	6.0334
3	0.2289	4.3142

Tabla 11. Parámetros de entrada de la S/E La Primavera; Fuente: [21].

Descripción	Valor
Corriente de cortocircuito máxima ( $I_{cc-max}$ )	811205 A
Relación X/R	6.63
Duración de la falla ( $T_c, T_s, T_f$ )	0.5 seg
Impedancia equivalente ( $Z_{eq}$ )	$0.15 + 0.11j$
Espesor de la capa superficial (Gravel-hs)	0.15 m
Resistividad de la capa superficial ( $\rho_s$ )	$3000 \Omega\text{m}$
Área	8 x 20 m

### 5.1.2 Resistividad del suelo

Los resultados que se obtuvo se detallan en la Tabla 12. Hay que aclarar que el diseño original del primer caso usó un modelo de suelo uniforme, mientras que nuestro algoritmo considera un modelo con dos capas. Por eso, no se pueden comparar directamente las resistividades aparentes entre ambos. Pero, como se puede observar en la tabla, el algoritmo programado en Python mostró un error cuadrático medio de cero, lo que quiere decir que el sistema funciona perfectamente y que las estimaciones son bastante acertadas.

Para confirmar aún más que nuestro algoritmo funciona bien, en la Figura 6 presentamos varias curvas de resistividad: las que se obtuvieron con el método Wenner, la proyección inicial, el resultado tras la optimización y la curva que esperábamos obtener. Todas estas curvas coinciden muy bien con los datos que tomamos en campo, incluso considerando el aumento del 20% en la resistividad que podría presentar el suelo en épocas de verano. Esto nos demuestra que el algoritmo es fiable y puede dar resultados reales con precisión.

Tabla 12. Comparación de los resultados de resistividad aparente del caso 1 y los obtenidos utilizando el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].

Descripción	Caso de estudio 1	Algoritmo propuesto
Resistividad Aparente capa 1 ( $p_1 - \Omega m$ )	10.4277	16.4247
Resistividad Aparente capa 2 ( $p_2 - \Omega m$ )	-	3.9253
Espesor capa 1 ( $h_1 - m$ )	-	0.9231
Error medio Cuadrático (MSE)	-	0

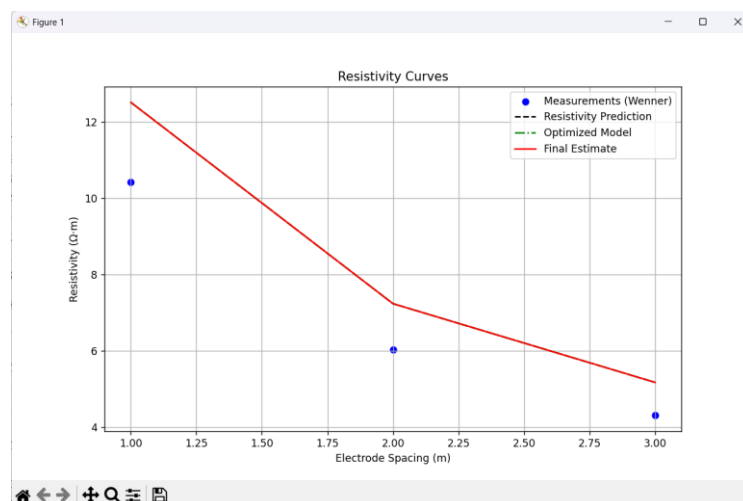


Figura 6. Curvas de resistividad en función de la distancia  $a$ ; Fuente: [Autor].

### 5.1.3 Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra

En el caso de estudio 1, comparamos directamente el diseño manual original con el que obtuvo el algoritmo propuesto en Python, ambos cumplen sin problema los límites de voltaje de paso y de toque de la norma IEEE Std 80. Sin embargo, al profundizar en los números, se demuestra que el algoritmo propuesto tiene varias ventajas claras: La resistencia de puesta a tierra cae de  $0.426 \Omega$  a  $0.135 \Omega$  (una mejora del 68.15 %), gracias al nuevo trazado de conductores y varillas; el área de la malla se reduce en un 12,5 % y la longitud total de conductor en un 12.96 %, manteniendo la misma sección de cobre pero optimizando el recorrido; y aunque se aumentó de 6 a 9 varillas, se obtuvo diámetros y longitudes menores, lo que equivale a ahorrar casi un 40% en material de varillas.

Además, la capacidad de disipación de la malla casi se duplica, pasando de 2617 [A] a 5014 [A] (+91.62 %), lo que refuerza enormemente la seguridad ante fallas. Con todo ello, el proyecto del caso de estudio 1 sale más barato, ya que el costo de implementación baja un 13% respecto al original.

Todos estos resultados se pueden verificar en la Tabla 13. Para facilitar la comparación visual, la Figura 7 presenta el diseño propuesto por el caso de estudio 1 y la Figura 8 el modelo 3D generado por nuestro algoritmo.

Tabla 13. Comparación de los resultados del diseño de puesta a tierra del caso de estudio 1, obtenidos mediante cálculo manual y el algoritmo propuesto; Fuente: [21], [Autor].

Descripción	Caso de estudio 1	Algoritmo propuesto	% Diferencia
Conductor del sistema	#2/0 AWG cobre	#2/0 AWG cobre	0.00
Voltaje de paso tolerable Ep	3299.52 V	3301.3637 V	0.06
Voltaje de toque tolerable Et	991.40365 V	991.8646 V	0.05
Lc (Longitud del conductor)	108 m	94 m	-12.96
Área (Área total)	160	140	-12.5
Nr (Numero de varillas)	6 unidades – 5/8” x 2.40 m	9 unidades – 1/2” x 1.5 m	-39.94
Rg (Resistencia de puesta a tierra)	0.4261 $\Omega$	0.1357 $\Omega$	-68.15

Ig (Corriente disipada por el sistema)	2617.1457 A	5014.9385 A	91.62
Vm-real (Voltaje de malla)	187.4170 V	715.1297 V	281.57
Vp-real (Voltaje de paso real)	163.7472 V	156.3186 V	-4.54
Costo de Implementación	5766.46 \$	5009.58 \$	-13.13

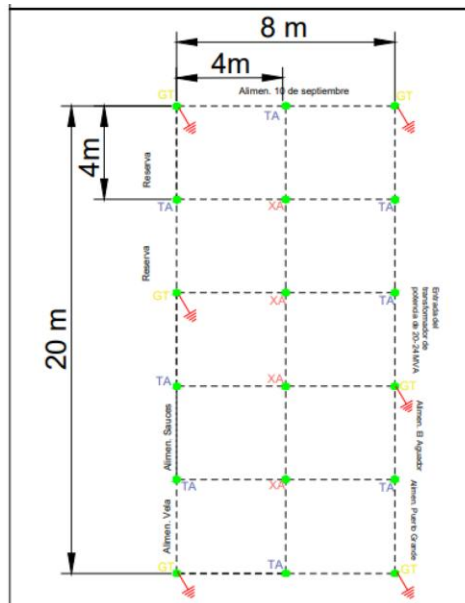


Figura 7. Diseño del sistema de puesta a tierra de la S/E La Primavera; Fuente: [21].

Optimized Grounding Mesh Model

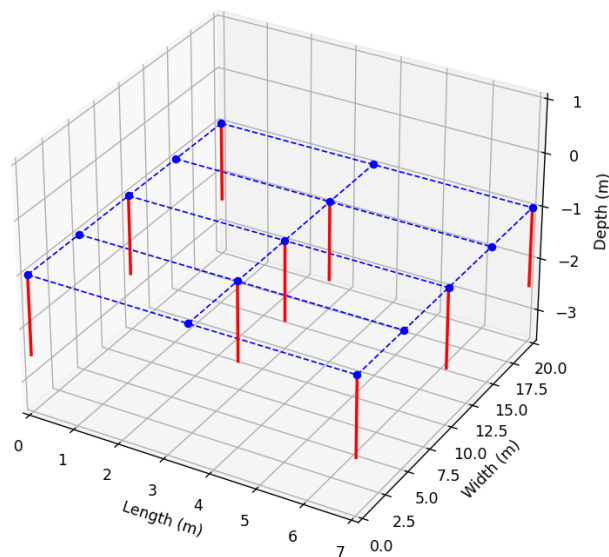


Figura 8. Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra de la S/E La Primavera, generado por el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].

## 5.2 Caso de estudio 2

### 5.2.1 Parámetros de entrada del sistema

En esta sección se comparten los datos que se utilizaron para el diseño de la malla de puesta a tierra de la subestación Saquisilí, ubicada en el cantón Latacunga, Ecuador. Como se trata de una instalación que aún no ha sido puesta en funcionamiento, la información disponible no es muy extensa. En la Tabla 14 se muestran las mediciones de la resistencia del terreno a distintas distancias, y en la Tabla 15 se encontrarán los parámetros más importantes del proyecto, que nos ayudarán a aplicar el algoritmo de optimización.

Tabla 14. Datos medidos de la resistividad del suelo de la S/E Saquisilí ; Fuente: [Autor].

Distancia (m)	Resistencia ( $\Omega$ )
8	1.33
16	1.35
20	1.40
24	1.47
28	1.56
32	1.56
36	1.79
40	1.81
<b>Resistividad Aparente (<math>\Omega\text{m}</math>)</b>	<b>256.01</b>

Tabla 15. Parámetros eléctricos de la S/E Saquisilí; Fuente: [Autor].

Descripción	Valor
Nivel de voltaje	69/13.8 kV
Transformador	16 MVA – 6.88 %
Relación X/R	10
Duración de la falla (Tc, Ts, Tf)	0.5 seg
Factor de decremento (Df)	1.026
Impedancia Equivalente (Zeq)	0.15 + 0.11j
Espesor de la capa superficial (Gravel-hs)	0.15 m
Resistividad de la capa superior (ps)	3000 $\Omega\text{m}$
Área	31 x 55 m

## 5.2.2 Resistividad del Suelo

Ahora bien, en el segundo caso de estudio, el algoritmo obtuvo que la capa superficial cuenta con una resistividad de  $33.0369 \Omega\text{m}$ , y la segunda capa cuenta con una resistividad mucho más alta de  $1000 \Omega\text{m}$ . Con estos resultados se asume que en la primera capa existe un terreno húmedo y que en la segunda capa existen rocas o terreno seco. Esto es diferente a la resistividad de diseño del proyecto, ya que se estableció que es de  $256.01 \Omega\text{m}$ . A pesar de esta diferencia, el error que presentó el cálculo del algoritmo fue de  $0.095$ , lo que indica que el sistema hizo un buen trabajo. Los resultados comparativos a detalle se muestran en la Tabla 16.

Aparte, en la Figura 9 se comparan las curvas de resistividad que salieron con los datos tomados en el lugar, el cálculo de entrada y el resultado al final. Aunque no son iguales, el ajuste es bueno incluso con el aumento del 20% de la resistividad propuesto, lo que reafirma que el sistema puede calcular la resistividad del terreno de forma eficiente, hasta cuando es complicado.

Tabla 16. Resultados de la resistividad aparente del caso 2 obtenidos mediante el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].

Descripción	Caso de estudio 2	Algoritmo propuesto
Resistividad Aparente capa 1 ( $\rho_1 - \Omega\text{m}$ )	256.01	33.0369
Resistividad Aparente capa 2 ( $\rho_2 - \Omega\text{m}$ )	-	1000
Espesor capa 1 ( $h_1 - \text{m}$ )	-	2
Error medio Cuadrático (MSE)	-	0.095821

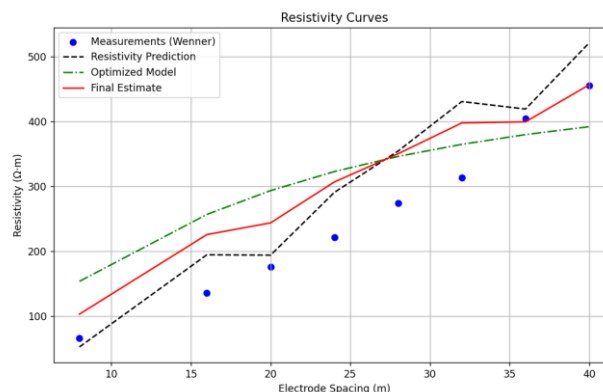


Figura 9. Curvas de resistividad del suelo del caso de estudio 2 en función de la distancia  $a$ ; Fuente: [Autor].

### 5.2.3 Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra

En el segundo caso de estudio, pusimos lado a lado el diseño inicial y el que se obtuvo del algoritmo en Python para la subestación de Saquisilí. Los dos respetan los límites de voltaje de paso y contacto que marca la norma IEEE Std 80. Pero, si se mira los resultados detenidamente, saltan a la vista mejoras clave: la resistencia de la toma de tierra baja de  $0.372 \Omega$  a  $0.1015 \Omega$  (un avance del 72.72 %), gracias a que los conductores están mejor repartidos y las varillas se aprovechan a tope.

La superficie de la malla se hace más pequeña, un 13.6 %, y la longitud del conductor se acorta un 16.3 %, usando el mismo calibre de cobre (#2/0 AWG), pero colocándolo de forma más inteligente. Aunque pasamos de 6 a 9 varillas, esto va de la mano con la rebaja del área de la malla, así que podemos ajustar el diseño sin que se nos dispare el gasto en materiales. En cuanto a cómo funciona eléctricamente, la capacidad de disipar energía sube un montón, de 3 481 Amp a más de 6764 Amp (un incremento del 94.31 %), lo que hace que el sistema sea más seguro si existen fallas. Además, no solo rinde mejor, sino que el diseño nuevo también es más barato, ya que ponerlo en marcha cuesta un 3.99 % menos que el diseño original.

Todos estos datos se pueden observar en la Tabla 17; además, se observa una comparativa general de los dos diseños y los resultados eléctricos que se obtuvieron mediante el algoritmo. Con todo esto de manera gráfica comparativa, se llegó a que el diseño es optimizado. En la Figura 10 se muestra el diseño propuesto por el caso de estudio y en la Figura 11 se muestra el modelo 3D que generó el algoritmo, donde puedes ver cómo queda al final la malla de puesta a tierra.

Tabla 17. Resultados del diseño del sistema de puesta a tierra del caso de estudio 2, obtenidos mediante el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].

Descripción	Caso de estudio 1	Algoritmo propuesto	% Diferencia
Conductor del sistema	#2/0 AWG cobre	#2/0 AWG cobre	0.00
Voltaje de paso tolerable $E_p$	2443	2442.9975	0.00
Voltaje de toque tolerable $E_t$	733.787	733.7859	0.00
$L_c$ (Longitud del conductor)	681	570	-16.30
Área (Área total)	1750	1512	-13.60

Nr (Numero de varillas)	6 unidades – 5/8” x 2.4 m	9 unidades – 5/8” x 1.8 m	12.50
Rg (Resistencia de puesta a tierra)	0.372	0.1015	-72.72
Ig (Corriente disipada por el sistema)	3481.245	6764.4874	94.31
Vm-real (Voltaje de malla)	274.93	626.0355	127.71
Vp-real (Voltaje de paso real)	131.495	604.9099	360.03
Costo de Implementación	52402.11	50310.45	-3.99

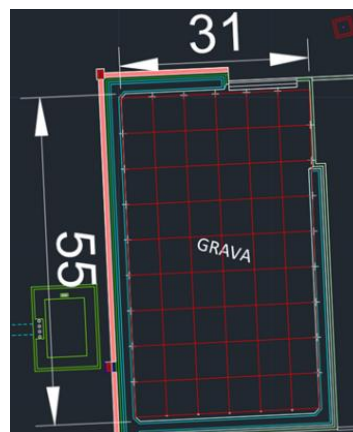


Figura 10. Diseño del sistema de puesta a tierra de la S/E La Saquisili; Fuente: [Autor].

Optimized Grounding Mesh Model

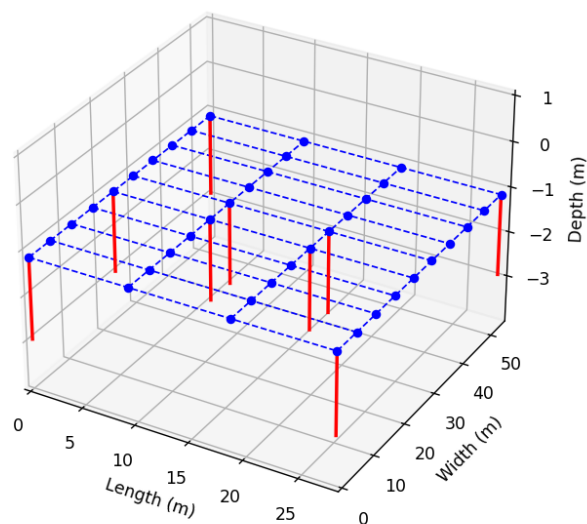


Figura 11. Diseño optimizado del sistema de puesta a tierra de la S/E Saquisili, generado por el algoritmo propuesto; Fuente: [Autor].

## 6. CONCLUSIÓN

La puesta en marcha del algoritmo de ajuste planteado ayudó a obtener logros claros, tanto en el nivel técnico como en la parte económica del sistema de puesta a tierra. Uno de los triunfos clave fue el cálculo exacto de la resistividad del terreno a través de un esquema de dos capas, sin fallos notables (0 % en una situación y solo 0.095 % en otra), lo que brindó una base firme para el trazado siguiente de la malla de puesta a tierra.

En cuanto a lo técnico, se evidenció una baja importante en la resistencia de puesta a tierra, llegando a reducciones del 68.15 % y 72.72 %, lo que implica una capacidad mucho mayor para descargar corriente de falla de manera segura. De hecho, la mejora en este aspecto superó el 90% en ambos casos (91.62 % y 94.31 %). De la misma manera, se puede acortar la longitud total de conductor y el área de la malla entre un 12 % y un 16 %, sin descuidar la seguridad que exige la norma IEEE Std 80.

Si hablamos del aspecto económico, el efecto también fue bueno. Aunque usamos más varillas, el diseño optimizado nos dejó recortar los gastos totales hasta un 13.13 % en el primer análisis y en un 3.99 % en el segundo, gracias a una mejor distribución de los materiales y a usar diámetros y tamaños más adecuados.

Estos datos comprueban que se pueden lograr diseños de puesta a tierra más seguros, pequeños y baratos utilizando herramientas de optimización correctas, uniendo el saber técnico con tácticas computacionales eficientes.

## 7. RECOMENDACIÓN

Para obtener estimaciones más afinadas y prácticas, lo ideal es ajustar los costos de los materiales, la mano de obra y la excavación según la ubicación específica del proyecto. Igualmente, vale la pena considerar la temperatura y la posible humedad del suelo en el terreno, dado que influyen en el comportamiento de la corriente de falla. Usar programas de computadora especializados puede hacer que los números salgan mejor al calcular cuánta corriente puede disipar el sistema. Finalmente, se recomienda seguir mejorando cómo funciona el programa, probándolo en diferentes sistemas eléctricos de potencia, y viendo si se pueden usar herramientas de inteligencia artificial para decidir mejor qué hacer en cada situación.

## 8. REFERENCIAS

- [1] NENAD N. CVETKOVIĆ, MARINKO BARUKČIĆ, and DEJAN B. JOVANOVIĆ, “Optimization of grounding system using evolutionary algorithm,” *Safety*, Jun. 2020, Accessed: Jun. 05, 2025. [Online]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/348794676\\_Optimization\\_of\\_grounding\\_system\\_using\\_evolutionary\\_algorithm](https://www.researchgate.net/publication/348794676_Optimization_of_grounding_system_using_evolutionary_algorithm)
- [2] Richar Fierro Romero and Mario Flores Hinostroza, “Design of the Grounding System for the Electrical Substation of the New Campus of Salesian Polytechnic University – Guayaquil Campus,” Thesis, Salesian Polytechnic University, Guayaquil, 2010. Accessed: Jan. 13, 2025. [Online]. Available: <https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/2096/12/UPS-GT000149.pdf>
- [3] Engineer Educators, “Grounding and bonding electrical systems,” 2008. Accessed: Jun. 05, 2025. [Online]. Available: <https://dl.icdst.org/pdfs/files/5528bfa641e364a80840c163160efa7f.pdf>
- [4] Dladla Nicholas Michael, Nnachi Agha Francis, and Tshubwana Rembuluwani Philip, “Design, Modeling, and Analysis of IEEE Std 80 Earth Grid Design Refinement Methods Using ETAP,” *Applied Sciences*, vol. 13, no. 13, p. 7491, Jun. 2023, doi: 10.3390/AP13137491.
- [5] Permal Navinesshani, Osman Miszaina, Ariffin Azrul Mohd, and Abidin Ab Kadir Mohd Zainal, “Effect of Non-Homogeneous Soil Characteristics on Substation Grounding-Grid Performances: A Review,” *Applied Sciences*, vol. 11, no. 16, Aug. 2021, doi: 10.3390/AP11167468.
- [6] Villa Acevedo Walter, Rodríguez Serna Johnatan, and Saldarriaga Loaiza Juan, “Two-Layer Soil Parameter Estimation Using the Mean-Variance Mapping Optimization Algorithm,” vol. 30, no. 1, pp. 299–310, Feb. 2019, Accessed: Mar. 28, 2025. [Online]. Available: [https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07642019000100299&script=sci\\_abstract](https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07642019000100299&script=sci_abstract)
- [7] IEEE Standars association, “IEEE-80 2013 en Español ,” 2013. Accessed: Jun. 05, 2025. [Online]. Available: <https://es.scribd.com/document/434193602/IEEE-80-2013-en-espanol>
- [8] Ahmed Z. Gabr, Ahmed A. Helal, and Hussein E. Said, “Optimal Design of Substation Grounding Grid Based on Genetic Algorithm Technique | Request PDF,” *Science (1979)*, vol. 10, no. 7, 2016, Accessed: Jun. 05, 2025. [Online]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/340298665\\_Optimal\\_Design\\_of\\_Substation\\_Grounding\\_Grid\\_Based\\_on\\_Genetic\\_Algorithm\\_Technique](https://www.researchgate.net/publication/340298665_Optimal_Design_of_Substation_Grounding_Grid_Based_on_Genetic_Algorithm_Technique)

- [9] Taher Ahmed, Eliyan Tamer, Said Abdelrahman, and Hafez Abdelsalam, “Optimum Design of Substation Grounding Grid Based on Grid Balancing Parameters using Genetic Algorithm,” IEEE, 2018, Accessed: Jun. 05, 2025. [Online]. Available: [https://feng.stafpu.bu.edu.eg/Electrical%20Engineering/5841/publications/Ahmed%20Taher%20Zaki\\_PID5603601%20\(ID-94\).pdf](https://feng.stafpu.bu.edu.eg/Electrical%20Engineering/5841/publications/Ahmed%20Taher%20Zaki_PID5603601%20(ID-94).pdf)
- [10] Rodríguez Serna Johnatan, Villa Acevedo Walter, Valencia Jaime, and Jaramillo Álvaro, “Calculation of two-layer soil model parameters for grounding systems using Python.,” Espacios, Jul. 2020, Accessed: Jan. 21, 2025. [Online]. Available: <https://www.revistaespacios.com/a20v41n29/a20v41n29p25.pdf>
- [11] José Samuel Ramírez Castaño and Eduardo Antonio Cano Plata, “Grounding Systems: Designed with IEEE-80 and Evaluated Using FEM,” National University of Colombia, 2010. Accessed: Apr. 06, 2025. [Online]. Available: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/8215/eduardoantoniocanoplata.2010.pdf>
- [12] Guillermo Jiménez Lozano, “Dynamics and Optimization of Grounding Systems,” National University of Colombia, Manizales, 2015. Accessed: Apr. 07, 2025. [Online]. Available: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/59010/10238848.2015.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [13] N. Permal, Osman Miszaina, Ariffin Azrul Mohd, Boopalan Navaamsini, and Abidin Ab Kadir Mohd Zainal, “Optimization of substation grounding grid design for horizontal and vertical multilayer and uniform soil condition using Simulated Annealing method,” PLoS One, vol. 16, no. 9, pp. 1–16, Sep. 2021, Accessed: Apr. 21, 2025. [Online]. Available: <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0256298>
- [14] Aboura Faouzi and Touhami Omar, “Grounding system cost reduction using multiobjective optimisation method,” IET Science, Measurement and Technology, vol. 14, no. 10, pp. 893–900, Dec. 2020, doi: 10.1049/IET-SMT.2019.0575.
- [15] Perng Jau-Woei, Kuo Yi-Chang, and Lu Shih-Pin, “Grounding System Cost Analysis Using Optimization Algorithms,” Energies (Basel), pp. 1–19, Dec. 2018, Accessed: Apr. 07, 2025. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1996-1073/11/12/3484>
- [16] Marcos Telló, Arturo S. Bretas, Daniel S. Gazzana, and Lucas T. C. Pulz, “Substation Grounding Grid Diagnosis Applying Optimization Techniques Based On Measurements and Field Tests |,” IEEE Xplore, pp. 1–7, Apr. 2024, Accessed: Apr. 07, 2025. [Online]. Available: <https://es.scribd.com/document/748872950/Substation-Grounding-Grid-Diagnosis-Applying-Optimization-Techniques-Based-on-Measurements-and-Field-Tests>

- [17] Colombian Consulting S.A., “Methodological Guide: Grounding System Calculation,” Medellín, Sep. 2019. Accessed: Apr. 07, 2025. [Online]. Available: <https://www.cens.com.co/Portals/cens/institucional/Especificaciones/Documentos-en-revision/norma-tecnica/Guias-complementarias-de-dise%C3%B1o-grupo-EPM/GM-04-guia.pdf>
- [18] Marcelo Edwin Sandoval, “DISEÑO DE MALLAS DE PUESTAS A TIERRA BAJO LA NORMA IEEE 80-2000, UTILIZANDO HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS EN PLATAFORMAS PARA SISTEMAS OPERATIVOS MÓVILES,” Cielo, pp. 1–11, Mar. 2015, Accessed: Jan. 21, 2025. [Online]. Available: <https://repositoriobe.espe.edu.ec/server/api/core/bitstreams/7eeba0e0-5b7a-4bb6-b2a3-9778814f3449/content>
- [19] Guzmán Maridueña María José, ““Metodología para el cálculo de un sistema de puesta a tierra para subestación de 69 Kv con diseño de norma IEEE 80-2000,”” UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL, Guayaquil, 2015. Accessed: Jan. 21, 2025. [Online]. Available: <http://repositorio.ucsg.edu.ec/bitstream/3317/3598/1/T-UCSG-PRE-TEC-IEM-48.pdf>
- [20] CAMICON, “Salarios minimos por ley 2025.” Accessed: Jul. 23, 2025. [Online]. Available: <https://www.contraloria.gob.ec/WFDescarga.aspx?id=2807&tipo=doc>
- [21] Luis Fernando Arizaga Carranza and Marco Vinicio Solórzano Ajila, “Grounding Design for the Implementation of a New Tower at the La Primavera Substation in the Province of El Oro,” Salesian Polytechnic University, Cuenca Campus, Cuenca, 2025. Accessed: Apr. 14, 2025. [Online]. Available: <https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/29656/4/UPS-CT011921.pdf>

## 9. ANEXO 1

---

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from scipy.optimize import differential_evolution, NonlinearConstraint
import pandas as pd
import math
np.random.seed(48)
electrode_spacings = [1, 2, 3] #
# PUNTO 1
resistivity_test1 = [1.8880, 0.5660, 0.1710]
resistivity_test2 = [1.9240, 0.5340, 0.2360]
# PUNTO 2
resistivity_test3 = [1.1460, 0.3880, 0.2100]
resistivity_test4 = [1.4770, 0.4900, 0.2650]
# PUNTO 3
resistivity_test5 = [1.7580, 0.4590, 0.2640]
resistivity_test6 = [1.8650, 0.5790, 0.2790]
# PUNTO 4
resistivity_test7 = [1.7810, 0.4680, 0.1890]
resistivity_test8 = [1.4380, 0.3570, 0.2170]
# Resistivity calculated using the Wenner method
def wenner_resistivity(a_values, resistivity_test1, resistivity_test2, resistivity_test3, resistivity_test4,
resistivity_test5,resistivity_test6,resistivity_test7,resistivity_test8):
    apparent_resistivities = [] # a_values [Spacings between electrodes (m)];rp1_values ,rp2_values[Resistivity
test 1,2 and 3.. ( $\Omega$ )]
    hw_values = [a / 20 for a in a_values]
    for i in range(len(a_values)):
        a = a_values[i]
        rp1 = resistivity_test1[i]
        rp2 = resistivity_test2[i]
        rp3 = resistivity_test3[i]
        rp4 = resistivity_test4[i]
        rp5 = resistivity_test5[i]
        rp6 = resistivity_test6[i]
        rp7 = resistivity_test7[i]
        rp8 = resistivity_test8[i]
        hw = hw_values[i]
```

---

---

```

R = ((rp1 + rp2 + rp3+rp4+rp5+rp6+rp7+rp8) / 8)
if a > hw: # If spacing is greater than hw
    rho_apparent = (2 * np.pi * a) * R
else: # If spacing is less than or equal to hw
    rho_apparent = (4 * np.pi * a * R) / (1 + (2 * a / np.sqrt(a**2 + 4 * hw**2)) - (a / np.sqrt(a**2 + hw**2)))
apparent_resistivities.append(rho_apparent)

return apparent_resistivities

# Results using the Wenner method
wenner_results = wenner_resistivity(electrode_spacings, resistivity_test1, resistivity_test2, resistivity_test3,
resistivity_test4, resistivity_test5, resistivity_test6, resistivity_test7, resistivity_test8)

# Create a DataFrame with the data
temperature_min, temperature_max = 24, 31
humidity_min, humidity_max = 0, 0.15
soil_min, soil_max = 5, 150

# Generate synthetic data within these ranges
temperature = np.random.uniform(temperature_min, temperature_max, len(electrode_spacings))
humidity = np.random.uniform(humidity_min, humidity_max, len(electrode_spacings))
soil = np.random.uniform(soil_min, soil_max, len(electrode_spacings))
data = pd.DataFrame({
    'Distance (m)': electrode_spacings,
    'Temperature': temperature,
    'Humidity': humidity,
    'Soil': soil,
    'Resistivity': wenner_results
})

# Logarithmic transformation of the features
data['Log_Distance'] = np.log(data['Distance (m)'])
data['Log_Temperature'] = np.log(data['Temperature'])
data['Log_Humidity'] = np.log(data['Humidity'])
data['Log_Soil'] = np.log(data['Soil'])

# Split data into features and target variable
X = data[['Log_Distance', 'Log_Temperature', 'Log_Humidity', 'Log_Soil']]
y = data['Resistivity']

# Normalize the data
scaler = StandardScaler()
X_scaled = scaler.fit_transform(X)

# Train a Linear Regression Model
model = LinearRegression()
model.fit(X_scaled, y)

# Make predictions for all distances using the same input data

```

---

---

```

correction_factor = 1.2
predicted_resistivity_model = model.predict(X_scaled)
predicted_resistivities = predicted_resistivity_model * correction_factor
# Two-layer model for resistivity
max_value = max(wenner_results) # p1 ( $\Omega \cdot m$ )
min_value = min(wenner_results) # p2 ( $\Omega \cdot m$ )
Np = 9 # Number of series terms
def two_layer_resistivity(a_values, ro=[max_value, min_value], h=1.25):
    a_ro = np.array(ro)
    k = (a_ro[1] - a_ro[0]) / (a_ro[1] + a_ro[0])
    sum_terms = 0
    for n in range(1, Np + 1):
        cn = (2 * n * h / np.array(a_values)) ** 2
        kn = k ** n
        c1 = kn / np.sqrt(1 + cn)
        c2 = kn / np.sqrt(4 + cn)
        sum_terms += (c1 - c2)
    rho_calculated = a_ro[0] * (1 + 4 * sum_terms)
    return rho_calculated
two_layer_result = two_layer_resistivity(electrode_spacings, ro=[max_value, min_value], h=1.25)
# Mean Squared Error (MSE) function
def mse(params, a_values, predicted_resistivities):
    rho1, rho2, h = params # Unpack parameters
    model_resistivities = [two_layer_resistivity([a], [rho1, rho2], h) for a in a_values]
    model_resistivities = np.array(model_resistivities).flatten()
    mse_value = np.mean(((model_resistivities - np.array(predicted_resistivities)) / model_resistivities) ** 2)
    return mse_value
# Parameter bounds for optimization: [rho1, rho2, h]
bounds = [(0, 1000), (0, 1000), (0.5, 2)]
# Optimize to extract optimal parameters
result = differential_evolution(mse, bounds, args=(electrode_spacings, predicted_resistivities))
rho1_opt, rho2_opt, h_opt = result.x
# Calculate optimized resistivities and final estimated resistivity
optimized_resistivities = [two_layer_resistivity([a], [rho1_opt, rho2_opt], h_opt) for a in electrode_spacings]
final_estimated = (predicted_resistivities + np.array([opt[0] for opt in optimized_resistivities])) / 2
# Print optimal results
print("\nOptimal Results")
print(f"\rho1 (Resistivity of first layer) = {rho1_opt:.4f}  $\Omega \cdot m$ ")
print(f"\rho2 (Resistivity of second layer) = {rho2_opt:.4f}  $\Omega \cdot m$ ")

```

---

---

```

print(f"h (Thickness of first layer) = {h_opt:.4f} m")
print(f"Final MSE: {result.fun:.6f}")
print("\nSoil Resistivities as a Function of a")
print(f"{'a (m)':<10} {'Wenner ( $\Omega \cdot m$ ):<15} {'Linear Prediction ( $\Omega \cdot m$ ):<25} {'Optimized Model ( $\Omega \cdot m$ ):<25}
{'Final Estimate ( $\Omega \cdot m$ ):<25}")
for a, wenner_val, pred, opt, final in zip(electrode_spacings, wenner_results, predicted_resistivities,
optimized_resistivities, final_estimated):
    print(f"{'a':<10} {'wenner_val':<15.4f} {'pred':<25.4f} {'opt[0]':<25.4f} {'final':<25.4f}")
# Visualization of Results
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(electrode_spacings, wenner_results, color='blue', label="Measurements (Wenner)")
plt.plot(electrode_spacings, predicted_resistivities, 'k--', label="Resistivity Prediction")
plt.plot(electrode_spacings, [r[0] for r in optimized_resistivities], 'g-', label="Optimized Model")
plt.plot(electrode_spacings, final_estimated, 'r-', label="Final Estimate")
plt.xlabel("Electrode Spacing (m)")
plt.ylabel("Resistivity ( $\Omega \cdot m$ )")
plt.title("Resistivity Curves")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show(block=False)
plt.pause(0.1)
I_fault_3ph = 7131.9
I_fault_LG = 8112.05
I_fault_LL = 6176.442
I_fault_LLG = 7866.23
fault_currents = {
    "Three-phase fault": I_fault_3ph,
    "Line-to-ground fault": I_fault_LG,
    "Line-to-line fault": I_fault_LL,
    "Line-to-line-to-ground fault": I_fault_LLG
}
max_fault_type = max(fault_currents, key=fault_currents.get)
max_fault_current_value = fault_currents[max_fault_type]
print("\nCalculated Fault Currents:")
print(f"Three-phase fault: {I_fault_3ph:.2f} A")
print(f"Line-to-ground fault: {I_fault_LG:.2f} A")
print(f"Line-to-line fault: {I_fault_LL:.2f} A")
print(f"Line-to-line-to-ground fault: {I_fault_LLG:.2f} A")
print("\nThe highest fault current found is:")
print(f"{'max_fault_type'} with a value of {max_fault_current_value:.2f} A")

```

---

---

```

# DECREMENT FACTOR DF
Tf = 0.5 # Fault duration in seconds
X_R = 6.63 # System resistance (Ω)
def decrement_factor(Tf,X_R):
    Ta = X_R *(1 /(2* math.pi * 60) ) # 60 Hz frequency
    DF = math.sqrt(1 + ((Ta / Tf) * (1 - math.exp(-(2 * Tf) / Ta))))
    return DF
DF = decrement_factor(Tf, X_R)
print(f"Decrement Factor (DF): {DF:.4f}")
If=max_fault_current_value
# FAULT DESIGN CURRENT CALCULATION
def design_current(max_fault_current_value, DF, CP=[1]):
    IF = max_fault_current_value * DF * CP[0]
    return IF
IF = design_current(max_fault_current_value, DF, CP=[1])
print(f"Symmetrical fault current (IF): {IF:.2f} A")
Zeq = 0.15 + 0.11j
Ts = Tf
Tc=Ts
kf=7
# CALCULATION OF GROUNDING RESISTANCE
p1 = rho1_opt
p2 = rho2_opt
H = h_opt
hs = 0.15 # Thickness of surface gravel layer (m)
ps = 3000 # Soil parameter (e.g., density)
lxt = 8 # Length of grounding grid (m)
lyt = 20 # Width of grounding grid (m)
intersection_cost = 30.35
excavation_cost = 25.63
# Minimum required conductor diameter
# Conductor options (cost and diameter)
conductor_options = [
    {'size': '2/0', 'dc': 0.0093, 'material': 'Copper', 'cost': 9.30, 'A_mm²': 67.44,'costmold':139.67},
    {'size': '3/0', 'dc': 0.0104, 'material': 'Copper', 'cost': 13.41, 'A_mm²': 85.03,'costmold':169.65},
    {'size': '4/0', 'dc': 0.0117, 'material': 'Copper', 'cost': 16.58, 'A_mm²': 107.22,'costmold':189.72},
    {'size': '250 kcmil', 'dc': 0.0133, 'material': 'Copper', 'cost': 19.19, 'A_mm²': 126.68},
    {'size': '300 kcmil', 'dc': 0.0189, 'material': 'Copper', 'cost': 25.90, 'A_mm²': 152.01},
    {'size': '350 kcmil', 'dc': 0.0199, 'material': 'Copper', 'cost': 30.04, 'A_mm²': 177.35},

```

---

```
]
# Rod options (cost and dimensions)
rod_options = [
    {'material': 'copper','size': '1/2"', 'dr': 0.0127, 'Lr': 1.5, 'cost': 10.21},
    {'material': 'copper','size': '5/8"', 'dr': 0.015875, 'Lr': 1.2, 'cost': 11},
    {'material': 'copper','size': '5/8"', 'dr': 0.015875, 'Lr': 1.8, 'cost': 15.05},
    {'material': 'copper','size': '5/8"', 'dr': 0.015875, 'Lr': 2.4, 'cost': 40.86},
    {'material': 'copper','size': '3/8"', 'dr': 0.0095, 'Lr': 1.2, 'cost': 7}
]

def select_conductor_by_fault_min_cost(If, Tc, kf, conductor_options):
    min_area_2_0 = 67.44 # Área mínima en cmil para 2/0
    valid_conductors = [c for c in conductor_options if c['A_mm²'] >= min_area_2_0]
    # Lista de candidatos que cumplen con el área requerida según cada kf
    candidates = []
    for c in valid_conductors:
        A_req = ((If * kf * math.sqrt(Tc))/1000)*0.6057
        if c['A_mm²'] >= A_req:
            candidates.append(c)
    if candidates:
        # Elegir el candidato de menor costo.
        selected = min(candidates, key=lambda c: c['cost'])
    else:
        # Si no hay candidatos que cumplan, se puede optar por elegir el de menor costo entre los válidos
        selected = min(valid_conductors, key=lambda c: c['cost'])
    return selected

def full_calculation(params):
    # Extract and round parameters
    nx = int(round(params[0]))
    ny = int(round(params[1]))
    nr = int(round(params[2]))
    hm = params[3]
    idx_var = int(round(params[4]))
    lx = int(round(params[5]))
    ly = int(round(params[6]))
    nx = max(nx, 1)
    ny = max(ny, 1)
    nr = max(nr, 1)
    lx = max(lx, 1)
    ly = max(ly, 1)
```

---

```

idx_var = np.clip(idx_var, 0, len(rod_options) - 1)
rod = rod_options[idx_var]
# Mesh dimensions
Dx = (lx / nx)
Dy = (ly / ny)
A = (lx*ly)
Lc = (nx *lx) + (ny *ly)
U = (nx + 1) * (ny + 1)
Amax=lxt*lyt
# Intermediate parameters
denom = p2 * (H - hm) + p1 * (rod['Lr'] + hm - H)
pa_val = (rod['Lr'] * p1 * p2) / denom if denom > 0 else -1
# Conductor selection based on the minimum required diameter
conductor = select_conductor_by_fault_min_cost(If,kf, Tc, conductor_options)
# Resistance calculations
k1 = (-0.05 * (lx / ly)) + 1.2
k2 = (0.1 * (lx / ly)) + 4.68
arg_r1 = ((2 * Lc) / np.sqrt(conductor['dc'] * hm))
arg_r2 = ((8 * rod['Lr'] ) / rod['dr'])
arg_rm = ((2 * Lc) / rod['Lr'] )
R1 = (p1 / (np.pi * Lc)) * (np.log(arg_r1) + ((k1 * Lc) / np.sqrt(A)) - k2)
R2 = (pa_val / (2 * np.pi * rod['Lr'] * nr)) * (np.log(arg_r2) - 1 + ((2 * k2 * rod['Lr'] ) / np.sqrt(A)) -
(np.sqrt(nr) - 1)**2)
Rm = (pa_val / (np.pi * Lc)) * (np.log(arg_rm) + ((k1 * Lc) / np.sqrt(A)) - k2 + 1)
denom_rg = (R1 + R2 - (2 * Rm))
Rg = ((R1 * R2) - Rm**2) / denom_rg if abs(denom_rg) >= 1e-12 else -1
LR = rod['Lr'] * nr
IT=Lc+LR
RG=p1*((1/IT)+(1/np.sqrt(20*A))*(1+(1+(1/(1+(hm*(np.sqrt(20/A))))))))
sf = abs(Zeq / (Rg + Zeq))
Ig = IF*sf
# Voltage factors
h0 = 1 # Reference level (m)
Lp = 2 * (lx + ly)
k_ii = 1
D = (Dx+Dy)/2
k_h = np.sqrt(1 + (hm / h0))
n_a = ((2 * Lc) / Lp)
n_b = np.sqrt((Lp / (4 * np.sqrt(A))))
n = (n_a * n_b* k_h*1)

```

---

---

```

K_m = (1 / (2 * np.pi)) * (np.log((D**2 / (16 * hm * conductor['dc'])) + (((D + 2 * hm)**2) / (8 * D *
conductor['dc'])) - (hm / (4 * conductor['dc']))) + ((k_ii / k_h) * np.log(8 / (np.pi * (2 * n - 1))))))
k_i = 0.644 + (0.148 * n)
Lm = Lc + ((1.55 + (1.22 * (rod['Lr'] / np.sqrt(lx**2 + ly**2))))*LR)
Vm = (p1 * Ig * K_m * k_i) / Lm if Lm != 0 else -1
L_s = 0.75 * Lc + 0.85 * LR
k_s = (1 / np.pi) * ((1 / 2 * hm) + (1 / D + hm) + (1 / D) * (1 - 0.5**n - 2))
Vp = (pa_val * Ig * k_s * k_i) / L_s
# Cs factor and GPR calculation
Cs = 1-((0.09 * (1 - (p1 / ps)))) / (2 * hs + 0.09))
GPR = Ig * Rg
# Admissible limits
V_touch_max = (1000 + 1.5 * Cs * ps) * (0.157 / np.sqrt(Ts))
V_step_adm = (1000 + 6 * Cs * ps) * (0.157 / np.sqrt(Ts))
# Constraints: each c_i must be >= 0
c1 = Dx - 3      # Dx >= 3
c2 = 15 - Dx    # Dx <= 15
c3 = Dy - 3      # Dy >= 3
c4 = 15 - Dy    # Dy <= 15
c5 = Amax - A    # A <= Lt*At
c6 = denom      # denom > 0
c7 = pa_val     # pa_val > 0
c8 = 5 - Rg     # Rg <= 5
c9 = V_touch_max - GPR # GPR <= V_touch_max
c10 = V_touch_max - Vm # Vm <= V_touch_max
c11 = V_step_adm - Vp  # Vp <= V_step_adm
c12 = U-nr
c13 = 1-RG
c14 = R1-Rm
c15 = R2-Rm
c16 = Rg-Rm
c17 = abs(lx - ly) - 0.5
c18 = sf-0.5
constr_vals = np.array([c1, c2, c3, c4, c5, c6, c7, c8, c9, c10, c11, c12, c13, c14, c15, c16, c17, c18], dtype=float)
# Base cost (without penalty)
Z = (Lc* conductor['cost']) + (nr * rod['cost']) + (hm*excavation_cost * A) + (U*intersection_cost)
extra_vars = {
'Dx': Dx, 'Dy': Dy, 'Area': A, 'Lc': Lc, 'U': U,
'R1': R1, 'R2': R2, 'Rm': Rm, 'Rg': Rg, 'Ig': Ig, 'RG': RG,
'GPR': GPR, 'sf': sf,

```

---

---

```
'K_m': K_m, 'K_i': k_i, 'Lp': Lp, 'LR': LR, 'Lm': Lm,  
'Vm': Vm, 'Vp': Vp, 'Amax': Amax,  
'V_touch_max': V_touch_max, 'V_step_adm': V_step_adm,  
'conductor': conductor,  
'rod': rod  
}  
return Z, constr_vals, extra_vars
```

```
def objective(params):  
    cost, _, _ = full_calculation(params)  
    return cost  
def constraints_fun(params):  
    _, cvals, _ = full_calculation(params)  
    return cvals  
# Nonlinear constraint: all constraint values must be >= 0  
cons = NonlinearConstraint(constraints_fun, lb=0, ub=np.inf)  
# Parameter bounds: [lx, ly, nr, lr, hm, idx_var]  
bounds = [  
    (2, 10), # nx  
    (2, 10), # ny  
    (1, 10), # nr  
    (1, 1.5), # hm  
    (0, len(rod_options) - 1), # idx_var  
    (2, lxt),  
    (2, lyt)  
]  
try:  
    result = differential_evolution(  
        objective,  
        bounds,  
        constraints=(cons,),  
        maxiter=100,  
        popsize=50,  
        polish=True,  
    )  
except Exception as e:  
    print("Error during optimization:", e)  
    raise  
print("\nBest solution found:")
```

---

---

```
print("x =", result.x)
print(f"Objective function (Z): ${result.fun:.2f}")
params_opt = result.x
nx_opt = int(round(params_opt[0]))
ny_opt = int(round(params_opt[1]))
nr_opt = int(round(params_opt[2]))
hm_opt = params_opt[3]
idx_var_opt = int(round(params_opt[4]))
lx_opt = int(round(params_opt[5]))
ly_opt = int(round(params_opt[6]))
res_cost, res_constr, extra_vars = full_calculation(params_opt)
# Verify all constraints are met
if np.all(res_constr >= 0):
    print("\nAll constraints met!")
    print("No penalties were applied in the optimal solution.")
else:
    print("\nSome constraints were NOT met; penalties were applied.")
print("\nOptimal Results")
print(f"nx = {nx_opt}")
print(f"ny = {ny_opt}")
print(f"nr = {nr_opt}")
print(f"hm = {hm_opt:.3f} m")
print(f"Lr = {extra_vars['rod']['Lr']:.3f} m")
print(f"Dx = {lx_opt / nx_opt:.3f} m")
print(f"Dy = {ly_opt / ny_opt:.3f} m")
print(f"Lx = {lx_opt:.3f} m")
print(f"ly = {ly_opt:.3f} m")
print(f"Mesh Area = {extra_vars['Area']:.2f} m2")
print(f"Area max = {extra_vars['Amax']:.2f} m2")
print(f"number of intersections = {int(extra_vars['U'])}")
print("Conductor and Rod Selection")
print("Selected Conductor: material =", extra_vars['conductor']['material'],
      "dc =", extra_vars['conductor']['dc'],
      "cost =", extra_vars['conductor']['cost'], "size =", extra_vars['conductor']['size'])
print("Selected Rod: material =", extra_vars['rod']['material'],
      "size =", extra_vars['rod']['size'],
      "and cost =", extra_vars['rod']['cost'])
print(f"Rg = {extra_vars['Rg']:.4f} Ω")
print(f"Ig = {extra_vars['Ig']:.4f} A")
```

---

---

```

print(f"GPR = {extra_vars['GPR']:.4f} V")
print(f"Vm = {extra_vars['Vm']:.4f} V")
print(f"Vp = {extra_vars['Vp']:.4f} V")
print(f"V_touch_max = {extra_vars['V_touch_max']:.4f} V")
print(f"V_step_adm = {extra_vars['V_step_adm']:.4f} V")
print(f"Minimum Cost = ${res_cost:.2f}")
print(f"\nR1 = {extra_vars['R1']:.4f} Ω")
print(f"sf = {extra_vars['sf']:.4f} Ω")
print(f"R2 = {extra_vars['R2']:.4f} Ω")
print(f"Rm = {extra_vars['Rm']:.4f} Ω")
print(f"RG = {extra_vars['RG']:.4f} Ω")
print(f"K_m = {extra_vars['K_m']:.4f}")
print(f"K_i = {extra_vars['K_i']:.4f}")
print(f"Lp = {extra_vars['Lp']:.2f} m")
print(f"LR = {extra_vars['LR']:.2f} m")
print(f"Lm = {extra_vars['Lm']:.2f} m")
# Additional selection information:
# 3D Plot of the Grounding Mesh and Rods
z_mesh = -hm_opt
x_coords = np.linspace(0, lx_opt, int(nx_opt) + 1)
y_coords = np.linspace(0, ly_opt, int(ny_opt) + 1)
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
# Dibujar malla
for x in x_coords:
    ax.plot([x, x], [y_coords[0], y_coords[-1]], zs=z_mesh, zdir='z', color='b', linestyle='--', linewidth=1)
for y in y_coords:
    ax.plot([x_coords[0], x_coords[-1]], [y, y], zs=z_mesh, zdir='z', color='b', linestyle='--', linewidth=1)
for x in x_coords:
    for y in y_coords:
        ax.scatter(x, y, z_mesh, color='b', s=20)
# Encontrar esquinas
corners = [
    (x_coords[0], y_coords[0]),      # esquina inferior izquierda
    (x_coords[0], y_coords[-1]),   # esquina superior izquierda
    (x_coords[-1], y_coords[0]),   # esquina inferior derecha
    (x_coords[-1], y_coords[-1])  # esquina superior derecha
]
# Inicializar lista de intersecciones seleccionadas

```

---

---

```

selected_intersections = [{'coord': c} for c in corners]
# Calcular puntos del centro y líneas medias
center_x = lx_opt / 2
center_y = ly_opt / 2
center_points = []
for x in x_coords:
    for y in y_coords:
        # Evitar duplicar esquinas
        if (x, y) in corners:
            continue
        # Seleccionar puntos cercanos al centro o líneas medias
        if np.isclose(x, center_x, atol=lx_opt*0.1) or np.isclose(y, center_y, atol=ly_opt*0.1):
            center_points.append({'coord': (x, y)})
# Ordenar puntos por cercanía al centro
for p in center_points:
    x, y = p['coord']
    p['dist'] = np.sqrt((x - center_x)**2 + (y - center_y)**2)
center_points.sort(key=lambda p: p['dist'])
# Seleccionar varillas restantes después de esquinas
restantes = nr_opt - len(selected_intersections)
if restantes > 0:
    selected_intersections += center_points[:restantes]
# Dibujar varillas
for inter in selected_intersections:
    x, y = inter['coord']
    ax.plot([x, x], [y, y], [z_mesh, -(hm_opt + extra_vars['rod']['Lr'])], color='r', linewidth=2)
ax.set_title('Optimized Grounding Mesh Model')
ax.set_xlabel('Length (m)')
ax.set_ylabel('Width (m)')
ax.set_zlabel('Depth (m)')
ax.set_xlim(0, lx_opt)
ax.set_ylim(0, ly_opt)
ax.set_zlim(-(hm_opt + extra_vars['rod']['Lr'] + 1), 1)
plt.show()

```

---