UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS

MAESTRÍA EN ELECTROMECÁNICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Título:

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA CINÉTICA DE SECADO DEL CACAO COLECCIÓN CASTRO NARANJAL – 51 (CNN-51)

Protocolo previo a la obtención del Título de Magister en Electromecánica

Autor:

Ing. Flores Paucar Washington Santiago

Tutor:

Ing. Albarracín Álvarez Mauro Darío Mgtr.

LATACUNGA – ECUADOR

2026

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi calidad de Tutor del Trabajo de Titulación denominado "Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección castro naranjal – 51 (CNN-51)" presentado por "Flores Paucar Washington Santiago", para optar por el Título Magíster en Electromecánica.

CERTIFICO

Que dicho trabajo de investigación ha sido revisado en todas sus partes y se considera que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación para la valoración por parte del Tribunal de Lectores que se designe, su exposición y defensa pública.

Latacunga, mayo, 27, 2026

.....

Ing. Albarracín Álvarez Mauro Darío Mgtr.

CC. 0503113730

APROBACIÓN TRIBUNAL

El trabajo de Titulación: "Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección castro naranjal – 51 (CNN-51)" ha sido revisado, aprobado y autorizado su impresión y empastado, previo a la obtención del título de Magíster en Electromecánica; el presente trabajo reúne los requisitos de fondo y forma para que el estudiante pueda presentarse a la exposición y defensa.

Latacunga, mayo, 02, 2026

.....

PhD. Laurencio Alfonso Héctor Luis

1758367252

Presidente del tribunal

.....

PhD. Torres Tamayo Enrique

1757121940

Lector 2

.....

Ing. Gallardo Molina Cristian Fabián

0502847692

Lector 3

DEDICATORIA

Dedico este proyecto de investigación a mi familia, por su amor incondicional y su apoyo constante en cada paso de mi camino.

Santiago

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios.

Santiago

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Quien suscribe, declara que asume la autoría de los contenidos y los resultados obtenidos en el presente trabajo de titulación.

Latacunga, abril, 27, 2026

.....

Flores Paucar Washington Santiago

0503065708

RENUNCIA DE DERECHOS

Quien suscribe, cede los derechos de autoría intelectual total y/o parcial del presente trabajo de titulación a la Universidad Técnica de Cotopaxi.

Latacunga, abril, 27, 2026

.....

Flores Paucar Washington Santiago

0503065708

AVAL DEL PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

Quien suscribe, declara que el presente Trabajo de Titulación: "Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección castro naranjal – 51 (CNN-51)", contiene las correcciones a las observaciones realizadas por los miembros del tribunal en la predefensa.

Latacunga, mayo, 02, 2026

.....

PhD. Laurencio Alfonso Héctor Luis

1758367252

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI
DIRECCIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ELECTROMECÁNICA

Título: Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección Castro Naranjal – 51 (CNN-51)

Autor: Flores Paucar Washington Santiago

Tutor: Ing. Albarracín Álvarez Mauro Darío Mgtr.

RESUMEN

El presente proyecto de investigación menciona en desarrollar un modelo matemático de la cinética de secado de cacao variedad Castro Naranjal (CCN-51) para predecir la pérdida de masa en temperaturas intermedias. Se procesaron los datos experimentales de masa entre 40 °C y 70 °C aplicando el principio de parsimonia mediante el Modelo de Newton, seleccionado por su eficiencia técnica al requerir la menor cantidad de variables. Se utilizó la herramienta Solver para optimizar el ajuste numérico y extraer las constantes de secado junto a los valores de inicio y fin del proceso. Con estos parámetros, se desarrolló una interfaz en MATLAB App Designer capaz de predecir la pérdida de masa a temperaturas intermedias mediante interpolación, incorporando además la visualización en paralelo de dos analizadores de humedad para comparar y validar los resultados. Las simulaciones de la interfaz demostraron una alta precisión, registrando desviaciones y errores relativos menores al 5% entre ambos analizadores en todo el espectro térmico. Al evaluar la optimización en la recolección de datos, se comprobó que es posible establecer intervalos fijos de tiempo desde 60 minutos sin afectar ni deformar la curva cinética final.

PALABRAS CLAVE: Cinética de secado, Modelo de Newton, MATLAB App Designer, Solver, Cacao CCN-51

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI
DIRECCIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ELECTROMECÁNICA

Title: Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección Castro Naranjal – 51 (CNN-51)

Author: Flores Paucar Washington Santiago

Tutor: Ing. Albarracín Álvarez Mauro Darío Mgtr.

ABSTRACT

This research project aims to develop a mathematical model of the drying kinetics of the Castro Naranjal (CCN-51) cocoa variety to predict mass loss at intermediate temperatures. Experimental mass data were processed between 40 °C and 70 °C by applying the principle of parsimony using Newton's model, selected for its technical efficiency as it requires the fewest variables. The Solver tool was used to optimize the numerical fit and extract the drying constants along with the start and end values of the process. Using these parameters, an interface was developed in MATLAB App Designer capable of predicting mass loss at intermediate temperatures through interpolation, while also incorporating the parallel visualization of two moisture analyzers to compare and validate the results. The interface simulations demonstrated high accuracy, recording deviations and relative errors of less than 5% between the two analyzers across the entire temperature range. When evaluating the optimization of data collection, it was found that it is possible to set fixed time intervals starting at 60 minutes without affecting or distorting the final kinetic curve.

KEYWORDS: Drying kinetics, Newton model, MATLAB App Designer, Solver, Cacao CCN-51

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

DIRECCIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ELECTROMECÁNICA

Flores Paucar Washington Santiago

AVAL DE TRADUCCIÓN – Profesional Externo

Daniel Alejandro Oñate Brito con cédula de identidad número: 1724080146 Licenciado en: Pedagogía del Idioma Inglés con número de registro de la SENESCYT: 1020-2023-2649319; **CERTIFICO** haber revisado y aprobado la traducción al idioma Inglés del resumen del trabajo de investigación con el título: **"Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección Castro Naranjal – 51 (CNN-51)"** de: **Flores Paucar Washington Santiago**, aspirante a Magister en **Electromecánica.**

En virtud de lo expuesto y para constancia de lo mismo se registra la firma respectiva.

Latacunga, junio, 2026.

.....

Lic. Daniel Alejandro Oñate
Brito. CI: 1724080146
1020-2023-2649319

ÍNDICE DE CONTENIDOS

INFORMACIÓN GENERAL 1

INTRODUCCIÓN 1

Justificación 2

Planteamiento del Problema 3

Formulación del problema 5

Hipótesis 5

Objetivo General 6

Objetivos Específicos 6

1. CAPÍTULO 1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA 7

1.1 Introducción y objetivo del capítulo 7

1.2 Antecedentes de la investigación o fundamentación del estado del arte 7

1.3 Fundamentos termofísicos del secado de sólidos 13

1.3.1 Transferencia de calor y masa 13

1.3.2 Transferencia de humedad 15

1.3.3 Interacción entre el aire y la humedad 16

1.3.4 Termodinámica del proceso de secado 16

1.4 Cinética de secado en capa fina 18

1.4.1 Periodos de secado 18

1.4.2 Difusividad efectiva de humedad 19

1.5 Influencia de la granulometría en la cinética térmica 20

1.5.1 Característica física del grano CCN-51 20

1.5.2 Efecto de la relación superficie – volumen 21

1.6 Modelos matemáticos 22
1.6.1 Modelos matemáticos según la cantidad de variables 22
1.6.1.1 Modelos univariables 22
1.6.1.2 Modelos multivariables 22
1.6.2 Modelo matemático de la cinética 23
1.6.2.1 Modelo de Newton 23
1.6.2.2 Modelo de Page 24
1.6.2.3 Modelo de Henderson y Pabis 24
1.6.2.4 Modelo logarítmico 25
1.6.3 Metodologías de superficies de respuesta 26
1.6.4 Evaluación de la capacidad predictiva 26
1.7 Herramientas de simulación 27
1.7.1 Interfaz de gráficas de usuario 28
2 CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS 30
2.1 Introducción y objetivo del capítulo 30
2.2 Operacionalización de variables 30
2.2.1 Variable independiente 30
2.2.2 Variable dependiente 31
2.3 Metodología de modelado 31
2.3.1 Descripción de las etapas del proyecto 32
2.4 Origen de los datos 32
2.4.1 Condiciones del régimen térmico y recolección de datos 33
2.5 Modelo matemático multivariable 34
2.5.1 Procedimiento de selección del modelo 34

2.6 Determinación de la constante de secado 36
2.6.1 Ingreso de parámetros iniciales 37
2.6.1.1 Contenido de humedad inicial (Mo) 37
2.6.1.2 Contenido de humedad en equilibrio (Me) 38
2.6.2 Cálculo del contenido de humedad de predicción 38
2.6.2.1 Aplicación del modelo matemático 38
2.6.2.2 Caracterización de la constante de secado 39
2.6.3 Cálculo del error residual 39
2.6.3.1 Sumatoria de errores 40
2.6.4 Gradiente reducido generalizado 41
2.6.4.1 Configuración de la herramienta solver 41
2.6.5 Constante de secado para temperaturas intermedias 43
2.7 Validación del modelo matemático 44
2.7.1 Error puntual del modelo matemático 44
2.8 Intervalos de tiempo 45
2.8.1 Gráfica de referencia 45
2.8.2 Gráfica de muestreo 45
2.8.3 Método de comparación puntual 46
2.8.4 Interpolación lineal de datos 46
2.8.5 Comparación puntual y cálculo del error 47
2.9 Entorno visual en software 47
3 CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS 49
3.1 Introducción y objetivo del capítulo 49
3.1 Análisis de los valores de la constante de secado “k” 49

3.1.1 Datos de masa inicial 49
3.1.2 Datos de masa en equilibrio 51
3.1.3 Cálculo de la constante de secado 53
3.2 Análisis de la predicción de masa 54
3.2.1 Validación del modelo predictivo a 40ºC 54
3.2.2 Validación del modelo predictivo a 45ºC 56
3.2.3 Validación del modelo predictivo a 50ºC 57
3.2.4 Validación del modelo predictivo a 55ºC 58
3.2.5 Validación del modelo predictivo a 60ºC 60
3.2.6 Validación del modelo predictivo a 65ºC 61
3.2.7 Validación del modelo predictivo a 70ºC 62
3.3 Modelo matemático en temperaturas intermedias 65
3.3.1 Constante de secado para temperaturas intermedias 65
3.3.2 Aplicación del modelo matemático para temperaturas intermedias 67
3.3.2.1 Proyección para granulometría pequeña 67
3.3.2.2 Proyección para granulometría mediana 68
3.4 Análisis de los intervalos de tiempo 69
3.4.1 Cuantificación del error según intervalo de muestreo 71
3.5 Representación en el software 73
3.5.1 Entorno de modelo matemático 74
3.5.2 Entorno de los intervalos de tiempo 74
CONCLUSIONES 76
RECOMENDACIONES 77
Referencias 78

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Transferencia de calor por convección forzada 13
Figura 1.2 Transferencia de calor por convección forzada 18
Figura 1.3 Periodos de secado 19
Figura 1.4 Grano de cacao CNN-51 21
Figura 2.1 Esquema de ejecución del proyecto 32
Figura 2.2 Analizador de humedad SOKO 33
Figura 2.3 Diagrama de flujo para la constante de secado 37
Figura 2.4 Parámetros para determinar la constate de secado con Solver 43
Figura 2.5 Diagrama secuencial para intervalos de tiempo 45
Figura 3.1 Gráfica de la cinética del secado a 40 ºC 55
Figura 3.2 Gráfica de la cinética del secado a 45 ºC 56
Figura 3.3 Gráfica de la cinética del secado a 50 ºC 58
Figura 3.4 Gráfica de la cinética del secado a 55 ºC 59
Figura 3.5 Gráfica de la cinética del secado a 60 ºC 61
Figura 3.6 Gráfica de la cinética del secado a 65 ºC 62
Figura 3.7 Gráfica de la cinética del secado a 70 ºC 64
Figura 3.8 Gráfica de la cinética del secado a 41 ºC 67
Figura 3.9 Gráfica de la cinética del secado a 52 ºC 68
Figura 3.10 Gráfica de la cinética del secado a 66, 67, 68 y 69 ºC 69
Figura 3.11 Gráfica de la cinética del secado a 55ºC 70
Figura 3.12 Gráfica a dos puntos de la cinética del secado a 55ºC 70
Figura 3.13 Gráfica de intervalos de tiempo distintos a 55ºC 72
Figura 3.14 Panel de presentación 73
Figura 3.15 Panel de cálculo para predicción del modelo 74
Figura 3.16 Panel de cálculo para intervalos de tiempo 75

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Variables del proceso de transferencia de calor y masa 14
Tabla 1.2 Clasificación de la humedad en granos de cacao 15
Tabla 1.3 Parámetros cinéticos para modelo predictivo 17
Tabla 1.4 Relaciones geométricas según el tamaño del grano 21
Tabla 1.5 Diferencias estructurales entre modelos 23
Tabla 1.6 Indicadores estadísticos para la validación de modelos predictivos 26
Tabla 1.7 Comparación de herramientas para modelado y simulación 28
Tabla 2.1 Variable independiente 31
Tabla 2.2 Variable dependiente 31
Tabla 2.3 Parámetros de entrada 34
Tabla 2.4 Cálculo de la bondad de ajuste R^2 35
Tabla 2.5 Criterio de selección del software 47
Tabla 3.1 Valores promedio de la masa inicial en analizar de humedad 1 50
Tabla 3.2 Valores promedio de la masa inicial en analizador de humedad 2 50
Tabla 3.3 Valores promedio de la masa en equilibrio en analizador de humedad 1 .. 51
Tabla 3.4 Valores promedio de la masa en equilibrio en analizador de humedad 2 .. 52
Tabla 3.5 Datos de la constante de secado 53
Tabla 3.6 Porcentaje de error máximo en los analizadores 64
Tabla 3.7 Datos de la constante de secado a temperaturas intermedias 66
Tabla 3.8 Datos informativos del intervalo de tiempo a 55ºC 71

INFORMACIÓN GENERAL

Título del Proyecto:	Modelación matemática de la cinética de secado del cacao colección castro naranjal – 51 (CNN-51)
Línea de investigación:	Procesos Industriales
Proyecto de investigación asociado:	Análisis de eficiencia en el proceso de secado solar de cacao mediante diferentes formas geométricas en el sistema de captación
Grupo de Investigación:	Ing. Flores Paucar Washington Santiago Ing. Albarracín Álvarez Mauro Darío Mgtr.

INTRODUCCIÓN

Antecedentes: El proyecto de investigación se alinea de manera estratégica dentro del ámbito institucional porque se enfoca en la Línea de Investigación N. 4 de la Universidad Técnica de Cotopaxi, denominada "Procesos Industriales". Así como también responde a la Sublínea de Investigación N. 2 de la Maestría en Electromecánica, correspondiente a "Automatización, control y protección de sistemas electromecánicos". Esta doble vinculación garantiza la pertinencia académica y técnica del estudio dentro de los objetivos de la institución.

A nivel nacional, es importante mencionar que el proyecto se incluye dentro de los planes de desarrollo del Gobierno Ecuatoriano. La Constitución de la República [1] como norma jurídica suprema del Ecuador, en sus artículos 281 y 284, establece la soberanía alimentaria y el desarrollo productivo como prioridades del Estado, fomentando la incorporación de valor agregado y tecnología en la producción nacional. De igual manera, esta investigación se enfoca de manera directa en las directrices del Plan Nacional de Desarrollo "Ecuador no se detiene" (2025 – 2029), específicamente en sus ejes económicos que promueven la diversificación productiva, el fortalecimiento

de la agroindustria y la adopción de tecnologías eficientes para mejorar la competitividad en mercados internacionales [2].

Justificación

La modelación matemática de la cinética de secado permite transformar datos experimentales aislados en un sistema continuo de predicción, eliminando la dependencia de ensayos físicos repetitivos para cada variación térmica. En el caso del cacao Colección Castro Naranjal (CCN-51), la interacción entre la temperatura y la granulometría genera una respuesta no lineal que dificulta la planificación de procesos si no se cuenta con una función de transferencia validada. Esta investigación se justifica al desarrollar un modelo de regresión multivariable, permitiendo determinar con precisión el comportamiento de pérdida de masa en rangos de operación que no han sido explorados experimentalmente.

Desde una perspectiva de mejora de procesos, la ausencia de una herramienta predictiva conlleva a una incertidumbre en el cálculo de los tiempos de residencia dentro de las cámaras de secado. Al establecer algoritmos que correlacionen la granulometría (pequeño, mediano y grande) con la difusividad térmica, es posible estandarizar la curva de secado y asegurar que el producto alcance la humedad final requerida sin desviaciones técnicas.

Finalmente, el proyecto se fundamenta en la necesidad de contar con una interfaz computacional que sirva como soporte técnico para la simulación de escenarios cinéticos a distintos niveles de temperatura. La implementación de esta herramienta digital permite visualizar de manera gráfica y numérica la evolución de la pérdida de la masa en función del tiempo, facilitando la toma de decisiones técnicas basadas en datos calculados. Al digitalizar el modelo, se reduce el margen de error humano y se dota al sistema de una capacidad de respuesta inmediata ante cambios en las condiciones de entrada, convirtiendo ecuaciones complejas en una solución práctica y funcional para el control de procesos de secado.

Planteamiento del Problema

A nivel global, el cacao (variedad CCN – 51) es un grano de alta relevancia económica, con una producción que superó los 5,8 millones de toneladas en el periodo 2021-2022 [3]. América Latina y el Caribe, aunque representa solo el 15% de la producción mundial, es la región líder en la exportación de cacao de "fino aroma". El proceso de secado busca reducir la humedad del grano del 55% a un rango seguro de 7 – 8%, deteniendo procesos fermentativos indeseables. Sin embargo, en muchos países productores de la región, esta operación se realiza con tecnología limitada y control empírico, lo que genera altas tasas de variabilidad en la calidad organoléptica y física del grano, afectando el perfil de sabor y aroma y reduciendo la competitividad en mercados internacionales de especialidad [4].

Ecuador es un actor fundamental en el mercado mundial de cacao, siendo el mayor productor de cacao fino de aroma y el tercer exportador global de cacao en grano. Este sector representa un rubro estratégico para la economía nacional, involucrando a más de 170 000 familias de pequeños y medianos productores. A pesar de esta importancia, la agroindustria cacaotera ecuatoriana enfrenta desafíos técnicos significativos en sus procesos de transformación [5]. La operación de secado artificial, común en las grandes acopiadoras y exportadoras que manejan volúmenes significativos de la variedad CNN-51 (que representa cerca del 70% de la producción nacional), carece frecuentemente de una base científica y técnica. Esta falta de precisión térmica y de herramientas de supervisión técnica conlleva inconsistencias en el secado de diferentes lotes, resultando en pérdidas económicas estimadas entre el 5% y el 10% del volumen procesado debido a defectos de calidad o reprocesos.

Dentro de la Línea de Investigación de Procesos Industriales de la Universidad Técnica de Cotopaxi, se ha identificado la necesidad de desarrollar soluciones tecnológicas aplicables a sectores agro productivos estratégicos de la región y el país. En la provincia de Cotopaxi principalmente en el Cantón La Maná, existen asociaciones de productores y centros de acopio que requieren herramientas avanzadas para la mejora técnica de la supervisión en sus plantas de secado. Las investigaciones previas realizadas en la UTC

han caracterizado la cinética de secado bajo puntos térmicos fijos (40, 45, 50, 55, 60, 65 y 70°C). Sin embargo, se ha detectado un vacío de conocimientos conjuntamente con la ausencia de modelos cinéticos que consideren la influencia del tamaño o granulometría del grano en la velocidad de pérdida de masa. Al ignorar estas variaciones morfológicas, las predicciones empíricas actuales fallan, impidiendo la programación eficiente de procesos industriales y limitando la implementación de sistemas de automatización modernos que aseguren la calidad homogénea del cacao CNN-51 requerido para la exportación.

En el desarrollo de un modelo matemático que permita la predicción del proceso de secado del cacao puede tener diferentes causas de relevancia, las cuales se representan en la figura 1, mediante el diagrama de Ishikawa.

Figura 1 Diagrama de Ishikawa

El Diagrama de Ishikawa presentado en la Figura 1 sistematiza de manera integral las múltiples fuentes de variabilidad e imprecisión técnica que convergen en el problema central de la investigación. Al analizar las espinas principales, se observa una fuerte correlación entre los factores de Material, Método y Medición como precursores de la imprecisión en la modelación.

En la categoría Material, la investigación identifica la heterogeneidad de la granulometría y la influencia directa de la geometría del grano como variables morfológicas que afectan la tasa de transferencia de masa, pero que actualmente se ignoran en los cálculos de secado. Esta deficiencia se amplifica por las causas del factor Medición, donde el predominio de técnicas empíricas de humedad (métodos manuales o visuales) y la insuficiencia de datos históricos detallados por lote imposibilitan la validación rigurosa de modelos cinéticos que consideren estas variables físicas.

Por otro lado, los factores de Maquinaria, Mano de Obra y Medio Ambiente configuran las limitaciones operativas para la implementación de soluciones tecnológicas. En Maquinaria, las limitaciones en la automatización de las secadoras actuales y el desfase tecnológico en los sistemas de supervisión impiden la integración directa de software de simulación en tiempo real.

Esta situación se agrava por el factor Mano de Obra, donde existe una marcada dependencia del conocimiento empírico de los operadores y una falta de capacitación técnica avanzada en herramientas computacionales de simulación para la toma de decisiones. Finalmente, el factor Medio Ambiente introduce variables externas, como la variabilidad de la temperatura ambiente y la humedad relativa inestable, que complican aún más la modelación matemática y la supervisión del proceso.

Formulación del problema

Limitada aplicación de un modelo matemático multivariable mediante una interfaz computacional que permitan predecir con exactitud la pérdida de masa del cacao CNN-51, considerando la influencia directa de su granulometría en un rango térmico (40 °C a 70 °C).

Hipótesis

Con el desarrollo de un modelo matemático multivariable y una interfaz computacional de simulación, que integren de forma la temperatura de operación y la granulometría del grano, permitirá predecir con exactitud la cinética de pérdida de masa del cacao CCN-51 a una temperatura continua de 40 °C a 70 °C.

Objetivo General

Desarrollar un modelo matemático que describa la cinética de secado del cacao Colección Castro Naranjal, evaluando el efecto de temperaturas entre 40 – 70 °C y su granulometría para la predicción de la pérdida de masa en función del tiempo.

Objetivos Específicos

- Sistematizar los parámetros cinéticos del proceso de secado del cacao categorizando el comportamiento térmico y sus tres estratos granulométricos definidos (pequeño, mediano y grande) para establecer las condiciones iniciales del modelo.
- Generar un modelo cinético predictivo mediante un ajuste numérico computacional para obtener los valores de las constantes de secado considerando granulometría y el rango de temperatura 40 °C a 70 °C.
- Validar el desempeño del modelo matemático y la flexibilidad en la toma de datos a través de una interfaz computacional, permitiendo visualizar la incidencia de los errores absolutos en la cinética de secado y proyectando escenarios térmicos intermedios.

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 Introducción y objetivo del capítulo

El presente capítulo constituye el soporte científico y conceptual sobre el cual se rige el modelo de predicción para la cinética de secado de cacao CCN-51. La importancia de este apartado radica en la necesidad de comprender los fenómenos de transporte de masa y energía desde una perspectiva termofísica, permitiendo que el desarrollo algorítmico no sea un proceso estadístico, sino una representación de las leyes naturales.

Asimismo, se integran antecedentes de investigaciones previas y proyectos de titulación que han explorado la cinética en productos agrícolas similares, estableciendo un marco de referencia que permite contrastar los resultados obtenidos con la literatura científica. El objetivo de este capítulo es fundamentar los principios teóricos y las metodologías de regresión no lineal que sustentan la creación de una herramienta computacional capaz de predecir la pérdida de masa en función de la temperatura y el tamaño del grano.

1.2 Antecedentes de la investigación o fundamentación del estado del arte

La investigación de [6] titulada "Thin Layer Drying Kinetics and Mathematical Modeling of Moisture Diffusivity in Cocoa Pod Husk (CPH)" desarrollada en Indonesia por la Universidad Príncipe de Songklasu, el estudio abordó la inestabilidad de los residuos de cacao debido a su alto contenido de humedad. Se aplicó un secado en capa fina a temperaturas de 50 °C, 60 °C y 70 °C, evaluando la precisión de 10 modelos matemáticos para describir la pérdida de masa en el tiempo. Como resultados relevantes obtuvieron:

- Modelo Óptimo: El modelo de Midilli et al. presentó el mejor ajuste con un $R^2 > 0{,}998$ y el menor nivel de error (RMSE).
- Difusividad Efectiva: Los valores oscilaron entre $1{,}01 \times 10^{-10}$ y $2{,}43 \times 10^{-10}$, m^2/s, demostrando que la velocidad de transporte interno de agua aumenta linealmente con la temperatura.

- Energía de Activación: Se calculó en 21,23 kJ/mol, lo que indica la sensibilidad del material ante los cambios térmicos.

El software utilizado para el procesamiento estadístico, el ajuste de las curvas cinéticas y la regresión no lineal de los datos experimentales, fue Microsoft Excel (análisis de datos) y herramientas de software especializado en Regresión Estadística.

El artículo científico de [7] titulado "Modelado de la cinética de cacao (Theobroma Cacao L.)" se realizó en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia en Colombia, en donde se centró en caracterizar el comportamiento de los granos durante el secado artificial para reducir los tiempos de procesamiento post-cosecha. El proceso consistió en someter muestras de cacao a un flujo de aire caliente a temperaturas controladas de 40 °C, 50 °C y 60 °C. Los investigadores registraron la pérdida de masa en intervalos de tiempo regulares hasta alcanzar la humedad de equilibrio, asegurando que las condiciones de capa fina permitieran una transferencia de calor uniforme.

Se evaluó la precisión de diversos modelos semi-empíricos, destacando el uso de Page, Newton (Lewis) y Henderson-Pabis. El objetivo fue identificar cuál de estas ecuaciones describía con menor error la resistencia interna al movimiento del agua. Para el ajuste de las curvas y la obtención de los parámetros cinéticos, se utilizó Microsoft Excel para la organización de datos y el software estadístico RStudio.

El modelo de Page fue el que presentó el mejor desempeño estadístico, obteniendo un coeficiente de determinación R^2 superior a 0,99 en todas las temperaturas evaluadas. Los resultados confirmaron que, al incrementar la temperatura de 40 °C a 60 °C, la constante de secado (k) aumenta significativamente, reduciendo el tiempo de proceso en aproximadamente un 35%.

En la Universidad de Costa Rica, se presentó un proyecto de investigación denominado “Modelación matemática de la temperatura durante la torrefacción del cacao (Theobroma cacao L.) en un tostador cilíndrico con fuente de gas y otro con fuente eléctrica” de [8] en donde se centró en la modelación matemática de la transferencia de

calor en granos de cacao durante la torrefacción, comparando el desempeño térmico de un tostador cilíndrico a gas frente a uno eléctrico. La problemática abordada fue la falta de precisión en el control de temperatura, para resolverlo, se aplicó una metodología basada en balances de energía y ecuaciones diferenciales de primer orden, utilizando la Ley de Enfriamiento de Newton como fundamento para describir el incremento térmico en la masa del producto.

Para el procesamiento de datos y la resolución de los modelos, se utilizó el software MATLAB, lo que permitió realizar ajustes de regresión y simulaciones precisas de las curvas de calentamiento. Los resultados demostraron que el sistema con fuente eléctrica permite una distribución de calor más uniforme y un control superior de las rampas de temperatura, alcanzando coeficientes de determinación R^2 superiores a 0,98.

En la Universidad Nacional Intercultural de Quillabamba se presentó un artículo científico de [9] denominado "Uso de sensores para modelamiento matemático durante el tostado de granos de cacao. La problemática abordada fue la falta de control preciso en el proceso artesanal, lo cual genera heterogeneidad en la calidad del grano; para resolverlo, implementaron una metodología basada en el uso de sensores acoplados a un sistema de procesamiento que permitió registrar las curvas térmicas y de pérdida de masa bajo distintas condiciones de operación. Para el modelamiento matemático y el análisis de los datos recolectados, se empleó el software MATLAB, utilizando modelos de regresión no lineal y ecuaciones de transferencia de calor por convección y conducción. Los resultados indicaron que el modelo logarítmico fue el que mejor se ajustó a la cinética de pérdida de peso con un R^2 superior a 0,99, logrando predecir con exactitud el tiempo adecuado de tostado para evitar la sobreexposición térmica.

En la Universidad de Guayaquil se presentó un artículo científico denominado "Predicción del contenido de humedad en el proceso de secado del cacao mediante regresión lineal simple" de [10], la investigación busca establecer una relación matemática que permita predecir el porcentaje de humedad en tiempo real, optimizando

así la calidad del grano y evitando el sobre-secado que degrada las propiedades organolépticas del cacao.

Se recolectaron datos experimentales de pérdida de masa en muestras de cacao bajo condiciones controladas. La metodología se centró en la aplicación de un Modelo de Regresión Lineal Simple, donde se utilizó el tiempo como variable independiente para predecir el contenido de humedad. A diferencia de los modelos complejos de capa fina, este estudio buscó una aproximación simplificada que fuera de fácil interpretación para el sector agroindustrial, asumiendo una tasa de evaporación constante en ciertos intervalos del proceso.

Los datos fueron procesados mediante el software estadístico IBM SPSS Statistics y Microsoft Excel, herramientas que permitieron realizar el ajuste de la recta de regresión y el análisis de varianza. Se obtuvo un coeficiente de determinación R^2 de 0,985, lo que demuestra una correlación muy alta entre el tiempo de exposición y la disminución de humedad. Sin embargo, el estudio concluye que, aunque la regresión lineal es efectiva para fines descriptivos, presenta limitaciones en las etapas finales del secado donde la pérdida de agua se vuelve asintótica.

La investigación de [11], publicada en la revista Ingeniería Agrícola fue realizada en la Universidad Técnica de Manabí, el cual se enfocó en evaluar los parámetros técnicos del secado de cacao CCN-51 en una finca integral, con el fin de mejorar la eficiencia del proceso poscosecha. La problemática central identificada fue la variabilidad en la calidad del grano debido a un manejo empírico de las variables físicas; para resolverlo, se implementó una metodología experimental que monitoreó la temperatura, la humedad relativa y la velocidad del aire, analizando cómo estas influyen en la rapidez de remoción de agua del grano.

Para el análisis del comportamiento del secado y el ajuste de los datos, los investigadores utilizaron modelos matemáticos de regresión no lineal aplicados a la cinética de capa fina, empleando el software estadístico profesional para validar la convergencia de los datos. Los resultados mostraron que el proceso alcanza su mayor

eficiencia cuando se mantienen flujos de aire constantes, logrando coeficientes de determinación R^2 superiores a 0,98.

La investigación de [12], desarrollada en la Universidad Técnica de Cotopaxi, se centró en la comparación de la cinética de secado entre el cacao nacional y la variedad mejorada CCN-51, con el fin de optimizar los tiempos de postcosecha en la región. El proyecto dio inicio con la identificación de la falta de parámetros técnicos diferenciados para cada tipo de grano, provocando un secado irregular; para resolverlo, los autores aplicaron una metodología de secado por convección forzada a temperaturas entre 60 °C y 70 °C, registrando la pérdida de peso para construir las curvas de humedad adimensional.

Para el procesamiento de datos y la validación de las curvas experimentales, se emplearon los modelos matemáticos como Page, Newton y Henderson-Pabis, utilizando el software Microsoft Excel y herramientas de análisis estadístico para el ajuste de parámetros. Los resultados más relevantes indicaron que la variedad CCN-51 presenta una mayor resistencia a la pérdida de agua debido a su estructura grasa y tamaño, alcanzando coeficientes de determinación R^2 superiores a 0,97 en el modelo de Page.

En la Universidad Técnica de Cotopaxi se presentó un proyecto de titulación de [13] denominado “Análisis de la cinética del secado de cacao Colección Castro Naranjal 51 para un régimen de temperatura controlado en un rango de 60 a 70 °C, en el Cantón La Maná”. La problemática central fue la necesidad de reducir los tiempos de secado sin comprometer la calidad del grano, para lo cual se aplicó una metodología experimental de secado por convección forzada, controlando rigurosamente la pérdida de masa y la velocidad del aire para determinar las curvas de humedad residual.

Para el procesamiento de los datos y el ajuste de las curvas cinéticas, se utilizaron modelos matemáticos de capa fina como Page, Newton, Henderson-Pabis y Wang & Singh, empleando el software Microsoft Excel y herramientas de análisis estadístico para el cálculo de las constantes. Los resultados destacaron que el modelo de Page fue

el que mejor representó el fenómeno con un R^2 superior a 0,99, concluyendo además que a 70 °C se logra la mayor eficiencia temporal, aunque se requiere un control estricto para evitar el endurecimiento de la superficie del grano.

Otra investigación, también de la Universidad Técnica de Cotopaxi, denominada "Cinética de secado del cacao colección castro naranjal 51 para un régimen controlado de temperatura en el rango 40 a 55 °C en el cantón La Maná" de [14]. La problemática se centró en determinar las condiciones óptimas de secado para el cacao CCN-51 sin dañar sus propiedades químicas, aplicando una metodología experimental de capa fina con un flujo de aire controlado para registrar la variación de masa en función del tiempo.

Para el análisis de los datos y el ajuste de las curvas de secado, los investigadores evaluaron modelos matemáticos clásicos como Page, Newton, Henderson-Pabis y Logarítmico, empleando el software Microsoft Excel y herramientas de regresión estadística para obtener las constantes cinéticas. Los resultados confirmaron que el modelo de Page ofrece el mejor ajuste con un R^2 superior a 0,99, y se determinó que a 55 °C se reduce el tiempo de proceso de manera eficiente manteniendo la calidad del grano

En la Universidad Técnica de Cotopaxi se presentó un proyecto de titulación de [15], en el cual se enfocó en la modelación de un secador de geometría rectangular para optimizar el proceso de deshidratación del cacao mediante convección forzada. La problemática abordada fue la ineficiencia térmica de los secadores convencionales que genera tiempos prolongados y secado heterogéneo; se utilizó una metodología que integró el diseño mecánico del equipo con el análisis de los parámetros de transferencia de calor y masa, evaluando el comportamiento del flujo de aire sobre la superficie de los granos.

Para el desarrollo del modelo y la validación de la eficiencia del sistema, se utilizaron ecuaciones de balance de energía y psicrometría, empleando el software SolidWorks para el diseño y simulación de la estructura, además de herramientas de análisis

numérico para procesar las curvas de secado. Los resultados demostraron que la configuración rectangular con ventilación forzada permite una distribución de temperatura más uniforme, logrando reducir el contenido de humedad hasta los niveles comerciales permitidos (7%) en tiempos significativamente menores a los métodos naturales, con coeficientes de correlación que validan la precisión del diseño

1.3 Fundamentos termofísicos del secado de sólidos

El secado de materiales biológicos, constituye un proceso de transferencia de calor y masa en un sistema multifásico. Durante este fenómeno, el calor es transferido desde el medio circundante hacia la superficie del sólido por convección, penetrando posteriormente hacia el interior por conducción. De esta manera, el gradiente de concentración de humedad impulsa el transporte de agua desde el núcleo del grano hacia la superficie, donde ocurre el cambio de fase de líquido a vapor. Este comportamiento está regido por las leyes de la termodinámica y los modelos de transporte en medios porosos, donde la estructura celular del grano impone una resistencia interna significativa al flujo hídrico. [4]

1.3.1 Transferencia de calor y masa

Dentro de la transferencia de calor existe el método por convección forzada que se utiliza comúnmente para el proceso de secado en donde la evaporación del cacao depende de la temperatura y la velocidad del aire que son variables externas al proceso. Sin embargo, conforme el contenido de humedad disminuye, el control del proceso se desplaza hacia la difusión interna como se observa en la figura 1.1.

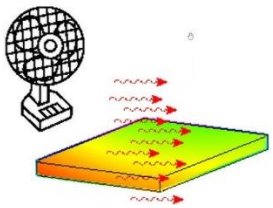


Figura 1.1 Transferencia de calor por convección forzada [12]

Mediante el uso de la ecuación de la energía y la ecuación de continuidad, se puede definir a los procesos de secado, considerando que el grano "cacao" mantiene propiedades higroscópicas, esto significa que tiene la capacidad de absorber o perder humedad presente en el ambiente hasta alcanzar su secado final. Dentro de este proceso se pueden considerar diferentes parámetros medibles que se describen en la tabla 1.1.

Tabla 1.1 Variables del proceso de transferencia de calor y masa [16]

Variable	**Símbolo**	**Unidad (SI)**	**Influencia en la Cinética**
Coeficiente de Difusión	Deff	m^2/s	Determina la velocidad de transporte interno.
Área Superficial Específica	Av	m^2	Mayor en granos pequeños, acelerando el secado.
Gradiente Térmico	ΔT	°C	Impulsa la evaporación superficial inicial.

La transferencia de calor por convección entre el aire y la superficie del grano de cacao se rige por la Ley de Enfriamiento de Newton, mientras que el transporte de humedad hacia el exterior se modela mediante la primera ley de Fick. La modelación de este fenómeno requiere definir coeficientes de transferencia de calor por convección (ver ecuación 1.1) y coeficientes de transferencia de masa (ver ecuación 1.2) que varíen según la dinámica del fluido.

$$Q = h \cdot A \cdot (T_{aire} - T_{superficie}) \quad \textbf{(1.1)}$$

$$\dot{m} = k_m \cdot A \cdot (C_s - C_\infty) \quad \textbf{(1.2)}$$

Donde:

- h y K_m: son coeficientes de transferencia de calor y masa respectivamente
- A: es el área superficial
- $C_s - C_\infty$: es el gradiente de concentración de humedad

1.3.2 Transferencia de humedad

La humedad es el parámetro principal del proceso de secado y depende netamente del comportamiento de agua en el interior del grano. Existe una relación entre presiones de agua de manera interna y externa en donde no se presenta una distribución uniforme de la misma, lo que permite que el agua libre sea evaporada fácilmente y para el agua ligada se necesite mayor cantidad de energía para ser liberada. El contenido de humedad es un parámetro necesario para generar una modelación de este fenómeno, apara la cual en función a la masa de agua y la masa de sólidos secos se tiene la siguiente ecuación:

$$X_{db} = \frac{W_t - W_d}{W_d} \tag{1.3}$$

Donde:

- X_{db}: Contenido de humedad
- W_t: es el peso en el tiempo
- W_d: es el peso del sólido seco

Tabla 1.2 Clasificación de la humedad en granos de cacao [17]

Tipo de Agua	Descripción Térmica	Relación con el Modelo
Agua Libre	Localizada en macro-capilares.	Se elimina en la fase inicial de velocidad constante.
Agua Ligada	Unidas por puentes de hidrógeno.	Define la fase de velocidad decreciente (cinética lenta).
Humedad de Equilibrio	Límite termodinámico	Asíntota final de la curva de pérdida de peso.

1.3.3 Interacción entre el aire y la humedad

El aire tiene una función importante que debe cumplir dentro del proceso de secado del cacao, le da la energía necesaria al agua para salir del grano, ahí el aire tiende a enfriarse o a tener concentración de humedad, para ello con el calor es necesario que disminuya la humedad relativa y pueda absorber nuevamente el agua. La capacidad de remoción de agua del aire está limitada por su estado psicrométrico, específicamente por su temperatura de bulbo seco y su humedad absoluta. Al elevar la temperatura disminuye la humedad relativa del aire de entrada, lo que incrementa el gradiente de presión de vapor entre la superficie del grano y el entorno. Esta diferencia de presión es la fuerza impulsora primordial que acelera la cinética de secado, permitiendo que el proceso se desenvuelva de manera más acelerada conforme aumenta la temperatura nominal de operación [14].

La capacidad que tiene el aire para absorber la humedad está relacionada con la presión de vapor de saturación (P_{sat}), esta va en aumento con la temperatura, pero de una manera no lineal. Esta relación se expresa pro medio de la ecuación de Antoine y la relación de Clausius-Clapeyron descrita a continuación:

$$\ln(P_{sat}) = A - \frac{B}{T + C} \tag{1.4}$$

Donde:

- P_{sat}: presión de vapor de saturación
- T: temperatura
- A, B, C: Coeficientes de Antoine

1.3.4 Termodinámica del proceso de secado

Para quitar la cantidad de humedad presente en el grano de cacao es importante que se varíen las moléculas de agua para realizar un cambio de fase a vapor, esto se logra venciendo una barrera energética. Este requerimiento se cuantifica mediante la entalpía de vaporización, la cual representa la energía necesaria para romper las fuerzas de atracción entre el agua y la matriz sólida. A medida que el contenido de humedad

disminuye, el agua restante se encuentra más fuertemente retenida, lo que aumenta la demanda energética del proceso. Este fenómeno explica por qué la velocidad de secado no es constante y tiende a reducirse drásticamente en las etapas finales del tratamiento térmico. Finalmente, para enlazar la temperatura con la constante de secado (k), se emplea la forma linealizada de Arrhenius, descrita en la siguiente ecuación [11].

$$\ln(k) = \ln(k_0) - \left(\frac{E_a}{R}\right) \cdot \frac{1}{T} \quad \textbf{(1.5)}$$

Donde:

- k: constante de secado
- E_a: energía de activación
- T: Temperatura
- R: Coeficiente universal de los gases

La ecuación 1.5 describe el cálculo de la constante "k" para cualquier valor de temperatura. Además, mediante la energía de activación existe una sensibilidad a la velocidad de secado respecto a los cambios de temperatura. Este parámetro cinético indica la facilidad con la que el agua se difunde a través de los capilares del grano; una energía de activación elevada sugiere que el proceso depende fuertemente de la temperatura para movilizar el agua interna.

Tabla 1.3 Parámetros cinéticos para modelo predictivo [16]

Parámetro	Aplicación	Finalidad Técnica
k (Constante)	Coeficiente de la ecuación.	Define la curvatura de la pérdida de peso.
n (Exponente)	Factor de forma.	Ajusta el modelo a la geometría del grano.
Ea (Energía)	Algoritmo de temperatura.	Permite la predicción en puntos no experimentados.

1.4 Cinética de secado en capa fina

Este proceso describe el mecanismo de remoción de humedad de productos hidroscópicos como el cacao donde el espesor es reducido para que las condiciones del aire de secado se mantengan constantes en toda la muestra. Este fenómeno se analiza mediante la relación de humedad (MR) que es una variable adimensional que normaliza la pérdida de masa en función del tiempo y que sigue una trayectoria no lineal como se observa en la figura 1.2, donde la resistencia interna al flujo de vapor predomina sobre la evaporación superficial inicial.

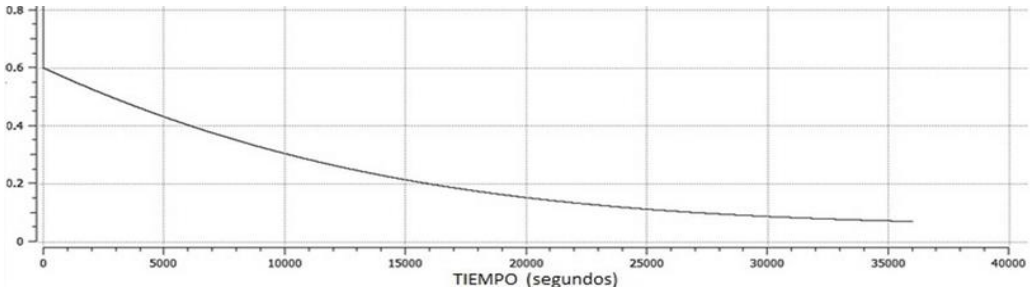


Figura 1.2 Transferencia de calor por convección forzada [18]

1.4.1 Periodos de secado

El proceso cinético se divide generalmente en etapas diferenciadas por la tasa de transferencia de masa como se observa en la figura 1.3. El periodo de velocidad constante ocurre cuando la superficie del grano está saturada de agua líquida; sin embargo, en la mayoría de los granos agrícolas de estructura compleja, el secado ocurre casi exclusivamente en el periodo de velocidad decreciente. En esta fase, el movimiento de la humedad está limitado por la difusión molecular interna, lo que requiere modelos matemáticos que interpreten el cambio en la difusividad efectiva. La modelación multivariable debe, por tanto, capturar esta transición para asegurar que la predicción del peso sea consistente con el comportamiento biofísico del material.

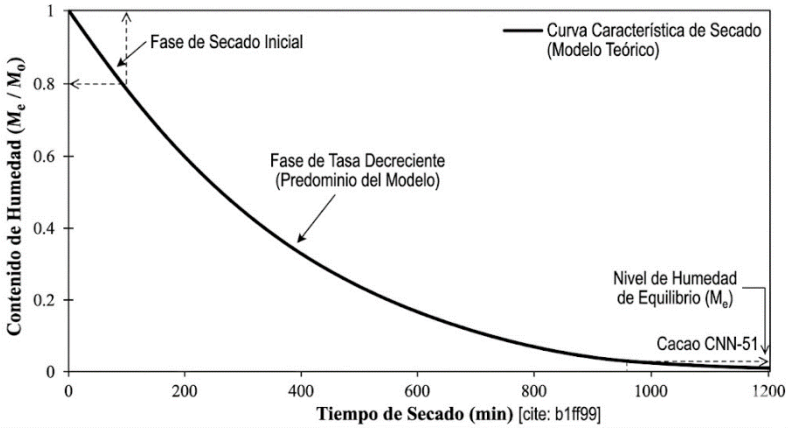


Figura 1.3 Periodos de secado [10]

1.4.2 Difusividad efectiva de humedad

La difusividad efectiva es el parámetro que engloba todos los mecanismos de transporte interno, incluyendo la difusión molecular, el flujo capilar y la difusión de vapor. Este valor se deriva de la solución analítica de la Segunda Ley de Fick, adaptada a la geometría específica de la muestra. Al considerar diferentes tamaños de grano, la difusividad se convierte en un factor crítico en el algoritmo de predicción, ya que permite ajustar la constante cinética en función del camino difusional que debe recorrer el agua desde el núcleo hasta el exterior.

La segunda Ley de Fick describe la difusión no estacionaria, es decir, cómo cambia la concentración de humedad en un punto específico del grano a medida que transcurre el tiempo. A diferencia de la primera ley (que trata flujos constantes), la segunda ley reconoce que, durante el secado, la cantidad de agua dentro del sólido disminuye continuamente.

Físicamente, establece que la velocidad de cambio de la humedad es proporcional a la curvatura del gradiente de concentración. "El agua se mueve más rápido hacia afuera cuando hay una gran diferencia de humedad entre el interior y el exterior del grano".

$$\frac{\partial M}{\partial} = D_{eff} \cdot \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}\right) \qquad \textbf{(1.6)}$$

Donde:

- M: contenido de humedad en un tiempo “t”
- t: tiempo de secado
- D_{eff}: Coeficiente de difusividad térmica
- x: Distancia desde el centro del grano hacia la superficie

1.5 Influencia de la granulometría en la cinética térmica

La caracterización física de los materiales biológicos es un factor determinante en la resistencia interna al transporte de humedad. En el caso del cacao Colección Castro Naranjal (CCN-51), la variabilidad granulométrica segmentada en diferentes tamaños introduce cambios significativos en el comportamiento cinético. Desde una perspectiva teórica, el tamaño del grano no solo define la cantidad de masa inicial, sino que condiciona la trayectoria difusional que las moléculas de agua deben recorrer desde el centro del endospermo hacia la periferia, afectando directamente la constante de secado (k) en los modelos de predicción.

1.5.1 Característica física del grano CCN-51

La variedad CCN-51 se distingue por una morfología elipsoidal con una estructura interna porosa y una testa (cáscara) que actúa como una barrera semipermeable como se observa en la figura 1.4. Las propiedades físicas como el diámetro equivalente, el volumen y el área superficial son parámetros que fundamentan la respuesta del modelo ante diferentes cargas térmicas. La densidad aparente y la porosidad del grano influyen en la difusividad efectiva, ya que determinan el espacio intersticial disponible para el tránsito de vapor durante la fase de velocidad decreciente del secado.

Figura 1.4 Grano de cacao CNN-51 [13]

1.5.2 Efecto de la relación superficie – volumen

La relación superficie-volumen es el indicador físico que explica por qué granos de diferentes tamaños presentan cinéticas distintas bajo la misma temperatura. Un grano clasificado como pequeño posee una mayor área superficial expuesta en comparación con su volumen total, lo que facilita una evacuación de humedad más acelerada. Por el contrario, en los granos grandes, la relación S/V disminuye, incrementando la resistencia interna y extendiendo el tiempo necesario para alcanzar el equilibrio. En un modelo de regresión multivariable, esta relación es la que justifica matemáticamente la variación de los coeficientes cinéticos entre los diferentes tamaños.

Tabla 1.4 Relaciones geométricas según el tamaño del grano [19]

Parámetro	**Definición matemática**	**Característica**
Diámetro equivalente	$\sqrt[3]{L \cdot W \cdot T}$	Define la dimensión característica para el cálculo de D_{eff}
Esfericidad	$\frac{Área\ esfera}{Área\ grano}$	Ajusta el error del modelo según la forma real del grano
Relación S/V	$\frac{\partial}{D}$	Determina la magnitud de la constante de secado “k”

1.6 Modelos matemáticos

Un modelo matemático se define como una representación simplificada de un fenómeno físico o proceso del mundo real, expresada mediante el lenguaje de las matemáticas. En ingeniería, su propósito es describir, explicar y, fundamentalmente, predecir el comportamiento de un sistema bajo diversas condiciones de operación. Un modelo no intenta replicar la realidad en toda su complejidad, sino que captura las variables más influyentes para proporcionar una solución analítica funcional.

1.6.1 Modelos matemáticos según la cantidad de variables

1.6.1.1 Modelos univariables

Un modelo univariable es aquel en el que la variable de respuesta (dependiente) es explicada o calculada a partir de una única variable independiente. Este tipo de estructuras se caracterizan por su simplicidad analítica y son ideales para describir procesos donde se puede aislar un solo factor de influencia mientras el resto de las condiciones permanecen constantes. Matemáticamente, se expresan como una función de la forma $y = f(x)$.

Su principal limitación radica en que no pueden capturar la interacción entre múltiples factores, lo que restringe su validez a escenarios específicos donde no existan interferencias externas significativas.

1.6.1.2 Modelos multivariables

Un modelo multivariable es una estructura matemática avanzada diseñada para representar sistemas donde la variable de respuesta depende de la acción simultánea de dos o más variables independientes. Estos modelos son capaces de cuantificar no solo el efecto individual de cada entrada, sino también las interacciones y sinergias que ocurren entre ellas. Matemáticamente, se representan como:

$$y = f(x1, x2, \dots xn) \quad \textbf{(1.7)}$$

Debido a su naturaleza multidimensional, estos modelos requieren procesos de ajuste más complejos, como la regresión múltiple o el análisis de superficies de respuesta, ofreciendo como resultado una capacidad de predicción mucho más robusta y versátil que los modelos de una sola variable.

Tabla 1.5 Diferencias estructurales entre modelos [20]

Criterio	Modelo Univariable	Modelo Multivariable
Complejidad	Lineal o simple.	No lineal o de múltiples dimensiones.
Capacidad de Análisis	Describe un efecto aislado.	Describe interacciones complejas.
Entorno de Aplicación	Laboratorio (condiciones fijas).	Escenarios reales (variables cambiantes).
Tratamiento Matemático	Regresión simple.	Regresión múltiple / Superficies de respuesta.

1.6.2 Modelo matemático de la cinética

Los modelos teóricos se basan en las leyes de difusión, mientras que los modelos semi-empíricos y empíricos utilizan simplificaciones matemáticas que facilitan el ajuste de datos experimentales. En el desarrollo de interfaces computacionales, el uso de modelos semi-empíricos es preferido debido a su equilibrio entre el fundamento físico y la facilidad de implementación computacional.

1.6.2.1 Modelo de Newton

Este es el modelo más elemental y se basa en la ley de enfriamiento de Newton. Asume que la resistencia a la transferencia de masa se concentra únicamente en la superficie del grano y que la velocidad de secado es directamente proporcional a la diferencia

entre el contenido de humedad local y el de equilibrio. Su principal ventaja radica en su simplicidad, al utilizar un solo parámetro “k”, aunque suele presentar limitaciones en productos con estructuras celulares complejas.

$$MR = exp(-k \cdot t) \quad \textbf{(1.8)}$$

Donde:

- MR: contenido de humedad
- k: constante de secado
- t: tiempo

1.6.2.2 Modelo de Page

Surge como una modificación del modelo de Newton con el fin de corregir sus deficiencias en la descripción de las etapas iniciales y finales del proceso. Al introducir un exponente adicional “n” en la variable del tiempo, el modelo adquiere una mayor flexibilidad matemática. Es ampliamente reconocido en la literatura técnica por su alta precisión al modelar el secado de granos y cereales, permitiendo un ajuste más fiel a los datos experimentales obtenidos en laboratorio.

$$MR = exp(-k \cdot t^n) \quad \textbf{(1.9)}$$

Donde:

- MR: contenido de humedad
- k: constante de secado
- t: tiempo
- n: parámetro de ajuste de page

1.6.2.3 Modelo de Henderson y Pabis

Este modelo se deriva de la segunda ley de Fick sobre la difusión. A diferencia de los anteriores, incorpora un coeficiente de forma “a” como factor pre-exponencial. Este

parámetro es de suma importancia para tu investigación, ya que permite considerar de manera indirecta la geometría y morfología del sólido, lo cual guarda una relación directa con el análisis de los diferentes estratos granulométricos del cacao estudiados.

$$MR = a \cdot exp(-k \cdot t) \quad \textbf{(1.10)}$$

Donde:

- MR: contenido de humedad
- k: constante de secado
- t: tiempo
- a: factor de forma

1.6.2.4 Modelo logarítmico

Representa una extensión del modelo de Henderson y Pabis mediante la adición de una constante de ajuste “c”. Esta modificación permite mejorar significativamente la capacidad de predicción del modelo durante las etapas finales del tratamiento térmico, donde la humedad está más fuertemente ligada a la matriz sólida del cacao y la velocidad de remoción tiende a estabilizarse.

$$MR = a \cdot exp(-k \cdot t) + c \quad \textbf{(1.11)}$$

Donde:

- MR: contenido de humedad
- k: constante de secado
- t: tiempo
- a: factor de forma
- c: constante de ajuste experimental

1.6.3 Metodologías de superficies de respuesta

La metodología de superficies de respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas útiles para el modelado y análisis de problemas en los que una variable de interés es influenciada por varias variables de entrada. El objetivo de esta metodología es optimizar la respuesta mediante la exploración de una región experimental. Visualmente, se representa como un mapa tridimensional donde las coordenadas "X" e "Y" son las variables de entrada y la altura "Z" es el resultado. Esta herramienta permite identificar no solo la tendencia individual de cada factor, sino también las interacciones o efectos cruzados que ocurren entre ellos dentro del sistema.

Características principales:

- Generación de modelos polinomiales de segundo o tercer orden.
- Visualización gráfica de la sensibilidad del sistema.
- Identificación de puntos óptimos o regiones de estabilidad.

1.6.4 Evaluación de la capacidad predictiva

La validación estadística es el proceso mediante el cual se determina si un modelo matemático es una representación adecuada y confiable del fenómeno que pretende describir. Evaluar la capacidad predictiva implica medir qué tan cerca están los resultados del modelo de los datos reales mediante el uso de indicadores numéricos de error. Un modelo se considera válido cuando demuestra consistencia, estabilidad y un margen de error aceptable dentro del rango de operación para el cual fue diseñado.

Tabla 1.6 Indicadores estadísticos para la validación de modelos predictivos [21]

Indicador	Expresión Matemática	Descripción Técnica	Criterio de Aceptación General

Coeficiente de Determinación (R^2)	$1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$	Mide la proporción de la varianza total de los datos que es explicada por el modelo. Varía entre 0 y 1.	Valores > 0,90 indican un ajuste excelente en modelos cinéticos.
Error Cuadrático Medio (RMSE)	$\sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}$	Representa la desviación estándar de los residuos. Indica qué tan cerca están los puntos de la línea de ajuste en las unidades originales de la variable.	Mientras más cercano a 0, mayor precisión. Se busca que sea menor al 5% del valor promedio.
Chi-cuadrado Reducido (chi^2)	$\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - z}$	Evalúa la significancia estadística del ajuste considerando el número de parámetros (z) y el número de observaciones (n).	Valores muy bajos sugieren que el modelo captura correctamente la tendencia sin sobreajuste.

1.7 Herramientas de simulación

La computación técnica se define como el uso de software especializado para la resolución de modelos matemáticos, el análisis de datos y la visualización de resultados. Estas herramientas permiten procesar algoritmos de regresión no lineal y sistemas multivariables con una precisión y velocidad inalcanzables mediante métodos convencionales. En el ámbito de la investigación, la elección del entorno de simulación

depende de la complejidad del modelo, la necesidad de una interfaz gráfica de usuario (GUI) y la capacidad de integración con bases de datos externas.

1.7.1 Interfaz de gráficas de usuario

Una interfaz gráfica es una capa de interacción que permite al usuario final operar modelos matemáticos sin necesidad de poseer conocimientos profundos en programación. La visualización de datos, por su parte, es la representación gráfica de los resultados, lo cual es importante para la interpretación de tendencias cinéticas. Las herramientas modernas permiten crear paneles de control interactivos donde se pueden modificar variables de entrada y observar la respuesta del sistema en tiempo real.

Tabla 1.7 Comparación de herramientas para modelado y simulación [22]

Herramienta	Descripción General	Ventajas Técnicas	Desventajas
MATLAB	Lenguaje de cálculo matricial propietario.	Librerías de ajuste de curvas (Curve Fitting Tool) y creación de apps (App Designer) muy robustas.	Requiere licencia de pago elevada.
Python (NumPy/SciPy)	Lenguaje de programación de código abierto.	Gran flexibilidad, gratuito y con bibliotecas potentes para ciencia de datos (Pandas, Matplotlib).	Curva de aprendizaje más pronunciada para la creación de interfaces gráficas.
GNU Octave	Alternativa libre compatible con MATLAB.	Sintaxis casi idéntica a MATLAB, ideal para presupuestos limitados.	Menos soporte para creación de interfaces gráficas avanzadas y

			visualización 3D fluida.
R Project	Entorno enfocado al análisis estadístico.	Excelente para validación estadística y análisis de regresión multivariable profundo.	Menos orientado a la simulación de procesos de ingeniería física que los anteriores.

CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Introducción y objetivo del capítulo

En el presente capítulo se detallan los procedimientos metodológicos, herramientas computacionales y criterios analíticos empleados para el desarrollo de un modelo de predicción orientado a la cinética de secado del cacao CCN-51. El estudio se fundamenta en el procesamiento de datos experimentales validados de pérdida de masa en función del tiempo, bajo un régimen térmico controlado (40 °C a 70 °C), lo cual permite la transición desde una observación empírica hacia una representación matemática robusta del fenómeno de transferencia de masa. La integración de estos fundamentos teóricos en un entorno de computación técnica facilita la creación de un software especializado que permita la toma de decisiones en el sector agroindustrial.

El objetivo de este capítulo es implementar un algoritmo de regresión no lineal multivariable mediante el uso de un software matemático, que permita determinar la variación de masa del grano de cacao.

2.2 Operacionalización de variables

En este apartado se caracterizan las magnitudes físicas que intervienen en el modelado del proceso de secado del cacao CCN-51. La operacionalización permite establecer un nexo técnico entre los fenómenos termodinámicos observados en la fase experimental y el tratamiento matemático implementado en el software de predicción. Se han categorizado las variables de acuerdo con su función dentro del sistema de control, garantizando que el modelo represente la pérdida de masa en el rango térmico establecido.

2.2.1 Variable independiente

Dentro del proyecto de investigación, los parámetros de entrada como la temperatura, el tiempo y la granulometría constituyen los ejes fundamentales del modelo. Mientras que la temperatura define la progresión térmica y la granulometría actúa como un factor estructural que determina la resistencia interna a la transferencia de masa.

Tabla 2.1 Variable independiente

Variable	Ítem	Técnica	Instrumentos
Temperatura	°C	Medición	PT100
Granulometría	mm	Medición	Calibrador

2.2.2 Variable dependiente

La respuesta que el modelo matemático debe predecir a partir de las condiciones de entrada, son las variables definidas como la masa del cacao y el tiempo de proceso. La masa representa el estado físico del producto en un instante dado, evidenciando la pérdida de humedad por evaporación. Por otro lado, el tiempo se establece el cálculo necesario del ciclo de secado para alcanzar un peso final específico.

Tabla 2.2 Variable dependiente

Variable	Ítem	Técnica	Instrumentos
Contenido de Humedad	**%**	Modelo Matemático	Software
Masa del Cacao	g		
Tiempo de Secado	min		
Constante de secado	Min^{-1}	Cálculo	

2.3 Metodología de modelado

En esta sección se presenta la estructura lógica y secuencial empleada para la construcción del modelo matemático. El diagrama de flujo actúa como una guía visual que sistematiza el proceso desde la captación de los datos hasta la obtención de la herramienta de predicción funcional.

2.3.1 Descripción de las etapas del proyecto

Para el desarrollo del modelo de secado, se estableció una secuencia lógica de trabajo que permitió transformar las mediciones directas en una herramienta de predicción funcional. Este proceso se dividió en etapas sucesivas que iniciaron con la organización de los datos experimentales y culminaron en la creación de un entorno visual para la presentación de resultados. A continuación, se detallan cada una de las fases ejecutadas, describiendo las actividades principales y los criterios técnicos que se consideraron para asegurar que el comportamiento del secado de cacao fuera representado de manera confiable y comprensible

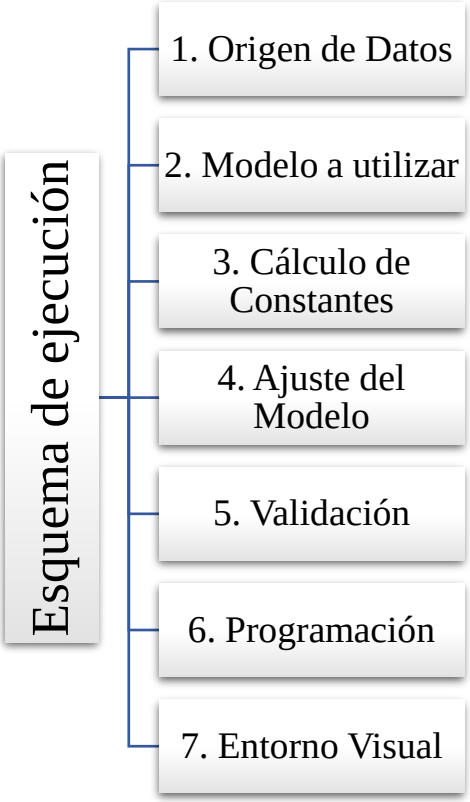


Figura 2.1 Esquema de ejecución del proyecto

2.4 Origen de los datos

La base de datos utilizada para el desarrollo del modelo proviene de dos proyectos de titulación de pre-grado desarrollados en la Universidad Técnica de Cotopaxi, estos

proyectos son vinculados a la investigación denominada “Análisis de eficiencia en el proceso de secado solar de cacao mediante diferentes formas geométricas en el sistema de captación”. Estos estudios previos proporcionan registros validados de la cinética de secado del cacao variedad CCN-51, obtenidos bajo condiciones controladas de laboratorio que garantizan la confiabilidad de la información necesaria para la modelación matemática.

2.4.1 Condiciones del régimen térmico y recolección de datos

Para el desarrollo experimental, se estableció un régimen térmico controlado abarcando un rango extendido de temperaturas de 40, 45, 50, 55, 60, 65 y 70 °C. Este gradiente térmico es fundamental para observar cómo varía la tasa de transferencia de masa en el cacao CCN-51 ante diferentes niveles de energía cinética.

La medición de la pérdida de humedad se realizó mediante el uso de dos unidades del Analizador de Humedad Halógeno SOKO (ver figura 2.2), operando de manera simultánea bajo las mismas condiciones ambientales para garantizar una experimentación de réplica y reducir el margen de error aleatorio.

Figura 2.2 Analizador de humedad SOKO

En la siguiente tabla se puede evidencia los parámetros que se utilizaron para el proceso de secado del cacao, así como una descripción teórica o de valores conjuntamente con sus observaciones.

Tabla 2.3 Parámetros de entrada

Parámetro	Descripción / Valor	Observaciones
Origen de Datos	Proyectos de Investigación UTC	Datos validados (La Maná)
Variedad de Cacao	Colección Castro Naranjal 51 (CCN-51)	Grano de alta productividad regional.
Rango de Temperatura	40 °C, 45 °C, 50 °C, 55 °C, 60 °C, 65 °C y 70 °C	Temperatura para secado.
Masa Inicial	40 g (± 3.7%)	Masa estandarizada por muestra.
Masa Final Objetivo	20 g (± 3.7%)	Equivalente al 7% de humedad residual.
Intervalo de Muestreo	5 minutos	Frecuencia de registro de datos
Granulometría	Pequeña, Mediana, Grande	Basado en rangos de 16 mm a 21,99 mm.

2.5 Modelo matemático multivariable

En esta sección se fundamenta la arquitectura analítica que sustenta la predicción del proceso. El uso de un modelo multivariable es imperativo, ya que la cinética de secado del cacao CCN-51 no depende únicamente del tiempo, sino de la interacción entre la temperatura del aire y la resistencia física del grano. Mediante esta aproximación, se establece una relación funcional capaz de procesar múltiples entradas simultáneas para entregar una salida en función de las variables de masa y tiempo.

2.5.1 Procedimiento de selección del modelo

Es necesario realiza un análisis comparativo de la bondad de ajuste para la selección del modelo matemático que describe de mejor manera la cinética de secado del cacao, este análisis se basa en los datos experimentales obtenidos en los proyectos de

titulación de [13], en donde se presentan los indicadores estadísticos de manera organizada por granulometría, por analizadores y por modelos en la tabla 2.4.

Tabla 2.4 Cálculo de la bondad de ajuste R^2 [13]

Modelo Matemático	**Grandes (Máq. 1 / Máq. 2)**	**Medianas (Máq. 1 / Máq. 2)**	**Pequeñas (Máq. 1 / Máq. 2)**
Newton	0,9896 / 0,9841	0,9888 / 0,9938	0,9988 / 0,9979
Page	0,9898 / 0,9842	0,9898 / 0,9940	0,9994 / 0,9987
Henderson	0,9898 / 0,9841	0,9890 / 0,9939	0,9989 / 0,9980
Logarítmico	0,9898 / 0,9844	0,9904 / 0,9939	0,9998 / 0,9998
Midilli	0,9898 / 0,9845	0,9904 / 0,9940	0,9998 / 0,9998
Dos Términos	0,9898 / 0,9847	0,9907 / 0,9939	0,9996 / 0,9992
Verma	0,9896 / 0,9841	0,9888 / 0,9938	0,9988 / 0,9979
Wang Singh	0,9020 / 0,9231	0,9577 / 0,9222	0,9629 / 0,9719

Modelos como Midilli, Page y Henderson Modificado presentan coeficientes de determinación (R^2) marginalmente superiores, con valores que oscilan entre 0,9898 y 0,9914 para el analizador 1 (Maq. 1). Sin embargo, la diferencia porcentual entre estos modelos multivariables y el modelo de Newton (R^2 = 0,9896) es inferior al 0,02%, lo que indica que el incremento en la complejidad matemática de los modelos que tienen mayores parámetros no traduce necesariamente una mejora significativa en la capacidad predictiva del fenómeno físico.

En estas condiciones se seleccionó el modelo de Newton fundamentándose en el Principio de Parsimonia, el cual establece que, ante precisiones estadísticas equivalentes, debe priorizarse la solución con menor cantidad de variables, para lo cual Newton establece solamente utilizar la constante de secado “k”, permitiendo un cálculo directo.

La relación de humedad es un parámetro importante dentro del modelo matemático, para ello esta relación se establece bajo la siguiente ecuación:

$$MR = \frac{Mt - Me}{Mo - Me} \quad \textbf{(2.1)}$$

Donde:

- MR: Contenido de humedad
- Me: Contenido de humedad en equilibrio
- Mo: Contenido (40 gramos)
- Mt: Contenido de humedad en un determinado tiempo

La relación entre la ecuación 2.1 y el modelo matemático representado en la ecuación 1.8 establece el modelo necesario para determinar la predicción de las curvas de cinética en el proceso de secado del cacao estableciéndose bajo la siguiente ecuación:

$$Mt = Me + (Mo - Me) \cdot \exp(-k \cdot t) \quad \textbf{(2.2)}$$

2.6 Determinación de la constante de secado

Una vez seleccionado el modelo de Newton como base matemática, se procedió a determinar la constante de secado "k", la cual representa la velocidad de transferencia de masa, mencionando lo siguiente:

- **A mayor valor de "k":** La pérdida de masa es más acelerada (temperaturas altas como 70 °C).
- **A menor valor de "k":** El proceso es más lento y la curva de respuesta tiende a ser más plana (temperaturas bajas como 40 °C).

Se estableció un procedimiento técnico basado en la comparación de datos reales y teóricos. Este proceso se ejecutó de manera secuencial, iniciando con la definición de los parámetros iniciales de masa y la generación de una masa de predicción mediante

el modelo matemático de Newton. Posteriormente, se cuantificaron las desviaciones existentes y se calculó la sumatoria de errores totales para medir la precisión del ajuste.

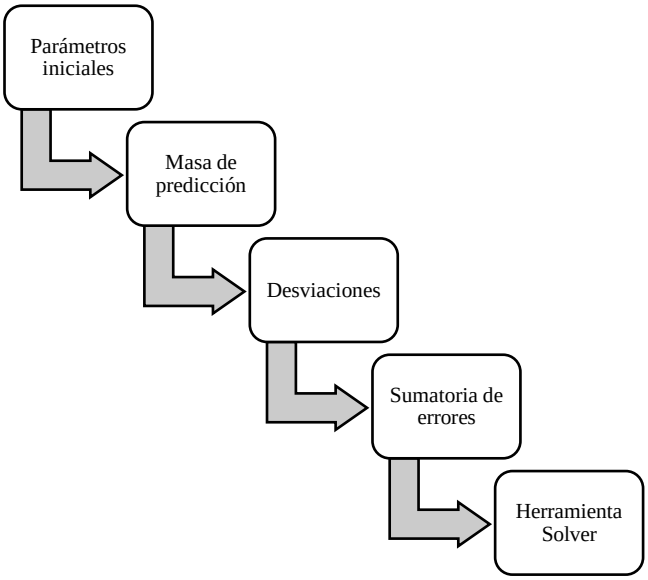


Figura 2.3 Diagrama de flujo para la constante de secado

Finalmente, se utilizó la herramienta Solver para modificar de manera automática el valor de la constante hasta reducir al mínimo la diferencia entre los datos reales y los datos de predicción, asegurando así un resultado confiable para la investigación. En la siguiente figura se puede observar un diagrama de flujo, en donde se detallan las etapas seguidas que se cumplieron para la obtención de “k”.

2.6.1 Ingreso de parámetros iniciales

En esta fase se establecieron las condiciones de partida necesarias para alimentar el modelo matemático. Estos valores se derivaron de los datos experimentales obtenidos durante las pruebas de secado del proyecto de investigación mencionado anteriormente y que sirven como referencia para el cálculo de la cinética.

2.6.1.1 Contenido de humedad inicial (Mo)

El contenido de humedad se relacionó con la masa del grano de cacao que es la cantidad de materia prima registrada al comienzo de cada ensayo. Para la ejecución de los

cálculos, se consideró una masa de referencia de 40 gramos. Este valor presentó una tolerancia estadística del ±3%, la cual respondió a las variaciones físicas naturales encontradas entre las distintas muestras seleccionadas.

2.6.1.2 Contenido de humedad en equilibrio (Me)

Se identificó este parámetro como el punto de estabilidad donde el grano dejó de registrar pérdida de peso bajo condiciones de temperatura controlada. Se fijó un valor de 20 gramos, manteniendo de igual manera un margen de variación del ±3%.

2.6.2 Cálculo del contenido de humedad de predicción

En esta fase se procedió a la generación de los datos teóricos mediante la aplicación del modelo matemático de Newton. Esta fase resultó fundamental, ya que permitió obtener una curva de secado proyectada que posteriormente fue contrastada con los valores reales recolectados durante los ensayos experimentales.

2.6.2.1 Aplicación del modelo matemático

Para el cálculo de la masa se utilizó la ecuación de transferencia de masa, la cual integró los parámetros físicos del producto y el factor temporal. La fórmula aplicada se estructuró de la siguiente manera:

$$Mpre = Me + (Mo - Me) \cdot \exp(-k \cdot t) \qquad \textbf{(2.3)}$$

Dentro de la implementación de esta ecuación, se definieron los siguientes componentes:

- Contenido de humedad Inicial (Mo): Establecida bajo los parámetros del item 2.6.1.1
- Contenido de humedad en Equilibrio (Me): Establecida bajo los parámetros del item 2.6.1.2
- Tiempo (t): Se consideró el tiempo en minutos.

2.6.2.2 Caracterización de la constante de secado

Un aspecto técnico importante en esta fase fue la asignación de un valor inicial a la constante “k”. Al inicio del proceso de cálculo, se otorgó a esta variable un valor arbitrario, fijado en 0,01. La elección de este valor inicial se justificó por dos razones técnicas:

1. Necesidad de un punto de partida numérico: Debido a que la constante “k” se ubica como un exponente en la expresión matemática, se requirió un valor base para que el sistema pueda ejecutar la primera iteración del cálculo de la masa de predicción.
2. Facilitación de la Convergencia: Al emplear un valor pequeño y positivo (0,01), se aseguró que la función exponencial mostrará un comportamiento de descenso natural desde el primer ciclo. Esto evitó errores en el procesamiento de datos y permitió que, en pasos posteriores, la herramienta localizara el valor real de “k” de manera exacta.

2.6.3 Cálculo del error residual

La desviación se define como un Error Residual, el cual representó la diferencia numérica entre el valor observado experimentalmente y el valor ajustado por el modelo matemático. Este valor indica "cuánto falló" la ecuación en un minuto específico del proceso de secado. No obstante, para garantizar la validez estadística del modelo, se aplicó una transformación cuadrática a cada diferencia. La ecuación que rigió este cálculo se presenta a continuación:

$$Desviación = (M_{exp} - M_{pre})^2 \quad \textbf{(2.4)}$$

Donde:

- M_{exp}: Masa del cacao (dato experimental)
- M_{pre}: Masa del cacao (dato predicho)

Para el desarrollo de la investigación, se interpretó esta desviación bajo los siguientes criterios:

- Distancia Geométrica: Se consideró que cada dato experimental es un punto en el espacio y el modelo de Newton es una curva. La desviación representó la distancia vertical entre el punto real y la línea de la curva.
- Error de Ajuste: Se determinó que una desviación alta era sinónimo de un mal ajuste del modelo en ese tramo del tiempo, mientras que una desviación cercana a cero indicó que el modelo replicó con éxito el fenómeno físico de la pérdida de masa.
- Variable de Control: Este valor se utilizó como la métrica de desempeño principal. Se estableció que el objetivo del modelado no era eliminar la desviación (lo cual es físicamente imposible debido a variables externas), sino minimizarla hasta que fuera despreciable.

2.6.3.1 Sumatoria de errores

Tras haber determinado las desviaciones cuadráticas para cada intervalo de tiempo, se procedió a la consolidación de estos valores mediante una operación de suma total. Esta etapa tuvo como finalidad obtener un único indicador que representara el error acumulado de todo el proceso de secado. Matemáticamente, este proceso es conocido como la Suma de los Cuadrados del Error (SCE) y se representa mediante la siguiente ecuación:

$$SCE = \sum_{i=1}^{n} (M_{exp,i} - M_{pre,i})^2 \qquad \textbf{(2.5)}$$

Donde:

- SCE: Variable que cuantifica el nivel de precisión del modelo en su totalidad.

- Σ: Indica la acumulación de todas las desviaciones individuales registradas.

2.6.4 Gradiente reducido generalizado

En la parte final para determinar la constante de secado final, se utilizó el algoritmo de resolución no lineal. El propósito de este recurso fue automatizar la búsqueda del valor exacto de la constante “k”, eliminando el error humano y garantizando que el ajuste del modelo fuera lo más preciso posible. Estos datos se tabularon y procesaron mediante la herramienta estadística Excel, utilizando específicamente el complemento denominado Solver. Este método funcionó mediante un proceso iterativo en el que el software realizó los siguientes pasos:

- Evaluación Inicial: Se partió del valor semilla (0,01) y se observó el resultado de la Sumatoria de Errores.
- Cálculo de Pendientes: El algoritmo calculó hacia qué dirección (aumentar o disminuir el valor de “k” la Sumatoria de Errores se reducía con mayor rapidez.
- Iteración Automática: Se ejecutaron miles de pruebas por segundo, modificando la constante “k” sucesivamente hasta que el cambio en la sumatoria de errores fue prácticamente nulo.

2.6.4.1 Configuración de la herramienta solver

Una vez habilitada la herramienta “Solver” en la pestaña de Datos del software de tabulación, se procedió a la configuración de los parámetros de control. En la Figura 2.4 se observa la interfaz del panel de Parámetros de Solver, donde se establecieron las condiciones lógicas que rigieron la búsqueda de la constante “k”.

- **Definición del Objetivo:**

Se vinculó la celda denominada "Celda Sumatoria Error" en el campo de Establecer objetivo. Se seleccionó la opción "Mín" (mínimo), lo cual indica al sistema que la

prioridad absoluta es reducir la Suma de los Cuadrados del Error (SCE) hasta alcanzar el valor más bajo posible.

- **Identificación de la Variable de Decisión:**

En el apartado de Cambiando las celdas de variables, se seleccionó la celda que contenía el valor de la Constante de secado predicha. Esta configuración permite que el algoritmo modificara dicho valor de manera iterativa y automática durante el proceso de cálculo.

- **Lógica de Restricciones:**

Se aplicó una restricción específica en el campo de Sujeto a las restricciones, estableciendo que la celda de la constante debía ser mayor o igual a cero. Esta condición se utiliza para evitar que el algoritmo arrojara resultados matemáticamente posibles, pero físicamente incoherentes. Una constante negativa implicaría una ganancia de peso en el cacao, lo cual contradice la naturaleza de los ensayos experimentales realizados.

- **Criterios de No Negatividad y Seguridad:**

Se activó la casilla "Convertir variables sin restricciones en no negativas". Esta acción reforzó la estabilidad del modelo, asegurando que el motor de búsqueda descartara cualquier valor fuera del cuadrante positivo, acelerando así el tiempo de procesamiento y la convergencia de los datos.

- **Selección del Motor de Resolución:**

Se seleccionó el método "GRG Nonlinear" (Gradiente Reducido Generalizado No Lineal). Esta elección se basó en la complejidad de la ecuación de Newton, la cual, al presentar un comportamiento exponencial, requirió de un motor capaz de resolver problemas no lineales suavizados para encontrar el punto de ajuste.

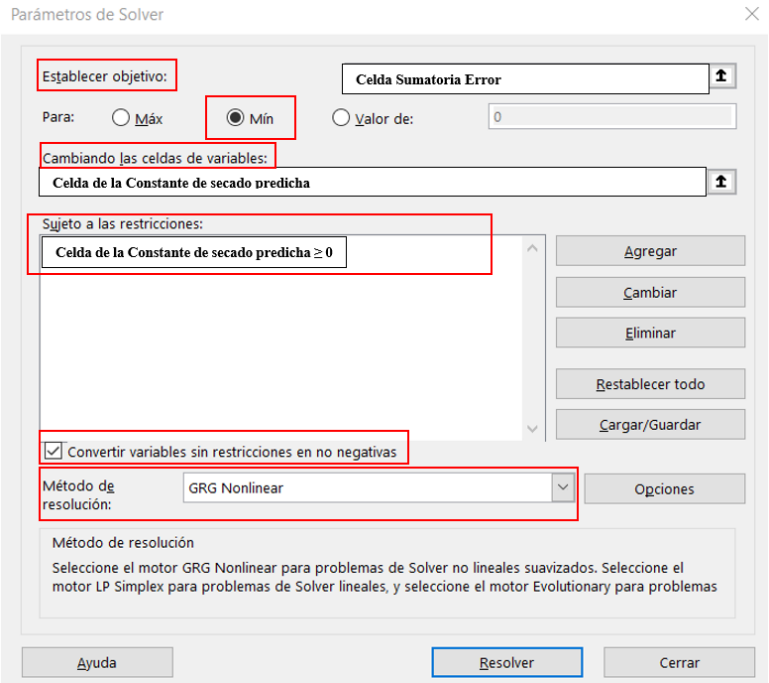


Figura 2.4 Parámetros para determinar la constate de secado con Solver

2.6.5 Constante de secado para temperaturas intermedias

Tras la obtención de los valores finales de la constante "k" para las temperaturas de control (40, 45, 50, 55, 60, 65 y 70 °C) en cada granulometría, se procedió al cálculo de las constantes para los rangos de temperatura intermedios. Este proceso se ejecutó mediante la técnica de interpolación porque el proceso de secado es de manera continua; por tanto, la constante "k" no cambia de forma abrupta entre un grado centígrado y otro. La interpolación permitió estimar de manera matemática cómo se comportar el grano a temperaturas que no fueron medidas físicamente.

$$kx = k1 + \frac{(k2 - k1)}{(T2 - T1)} \cdot (Tx - T1) \qquad \textbf{(2.6)}$$

Donde:

- kx: Es el valor de la constante de secado que se desea encontrar para la temperatura intermedia.

- Tx: Es la temperatura de interés
- T1 y T2: Son las temperaturas experimentales inferior y superior más cercanas.
- k1 y k2: Son las constantes de secado calculadas por la herramienta Solver para T1 y T2 respectivamente.

2.7 Validación del modelo matemático

Para evaluar la precisión y la calidad del ajuste del modelo de Newton respecto a los datos experimentales, se utilizó el error puntual que se describe en el siguiente apartado.

2.7.1 Error puntual del modelo matemático

Una vez consolidado el modelo matemático para el rango térmico de 40 °C a 70 °C, se procedió a realizar una comparación punto por punto, entre los datos determinados por el modelo y los datos experimentales. Este proceso tiene como finalidad garantizar que la desviación en ningún instante del proceso superara el umbral del 5% establecido para el proyecto de investigación.

Para evaluar la exactitud en cada intervalo de tiempo, se aplicó la fórmula del Error Relativo Porcentual. Este cálculo permite normalizar la diferencia absoluta respecto al valor real medido, facilitando su interpretación estadística. La ecuación empleada fue la siguiente:

$$\%Error = \left|\frac{M_{exp} - M_{mod}}{M_{exp}}\right| \cdot 100 \qquad \textbf{(2.7)}$$

Donde:

- M_{exp}: Valor experimental de la masa del cacao.
- M_{mod}: Valor de la masa calculado por el modelo matemático.

Durante el procesamiento de los datos, se realizó una búsqueda para identificar el Punto de Error Máximo. Este procedimiento consistió en:

- Calcular el porcentaje de error para todos los puntos de la curva de secado.
- Comparar los valores para extraer el mayor porcentaje registrado.
- Verificar que dicho valor máximo se mantuviera por debajo del límite del 5%.

2.8 Intervalos de tiempo

Los intervalos de tiempo son un factor determinante para conocer la precisión del modelo. Si bien los datos base de esta investigación se obtuvieron con una medición cada 5 minutos, surge la necesidad técnica de verificar la viabilidad de intervalos de tiempo mayores. En la figura 2.5 se presenta un diagrama secuencial del procedimiento a seguir.

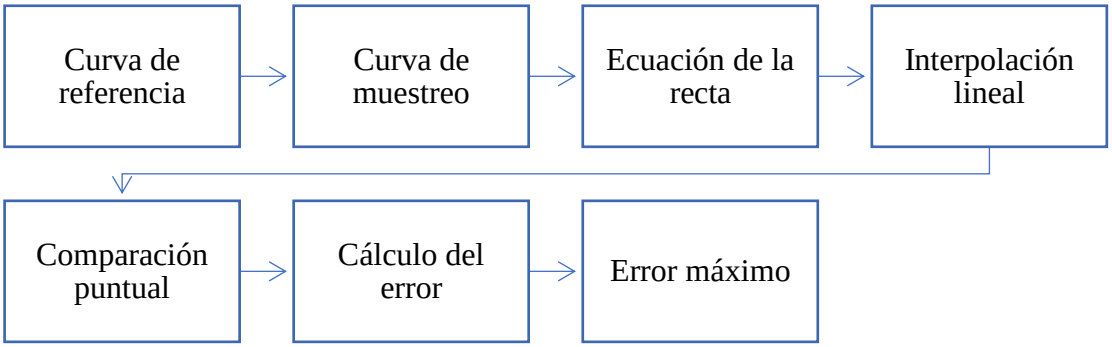


Figura 2.5 Diagrama secuencial para intervalos de tiempo

2.8.1 Gráfica de referencia

El primer punto del proceso es generar la curva de referencia experimental, estos datos fueron recolectados cada 5 minutos como ya se había mencionado. Se estableció un patrón base para realizar la comparación y para ello solamente se utilizó la información del Analizador de humedad N. 1.

2.8.2 Gráfica de muestreo

Seguidamente, el usuario define un nuevo intervalo de tiempo, pero en tiempo divisibles para los 5 minutos por ejemplo 180, 355 o 1800 minutos. Dentro del proceso

se filtran los datos e inmediatamente muestra una gráfica de muestreo que tiene la finalidad de reconstruir la trayectoria de secado del cacao utilizando solamente los puntos que coinciden con el nuevo intervalo de tiempo que se seleccionó.

2.8.3 Método de comparación puntual

Cuando se tiene la gráfica de muestreo es importante observar que se van formando líneas rectas y su tamaño difiere por los intervalos de tiempo, para lo cual es necesario realizar una comparación punto a punto con la gráfica experimental, por lo tanto, se emplea la ecuación de la recta para definir la pendiente y la posición de cada segmento:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \tag{2.8}$$

Donde:

- m: Valor de la pendiente
- x: Variable independiente
- y: Variable dependiente

Relacionando la ecuación 2.8 con el apartado de intervalos de tiempo se obtiene la ecuación 2.9.

$$M(t) = M_1 + m(t - t_1) \tag{2.9}$$

2.8.4 Interpolación lineal de datos

Para realizar una comparación continua, es necesario conocer los valores en instantes de tiempo que no fueron muestreados en la nueva configuración. Se aplica la fórmula de interpolación lineal para estimar dichos puntos:

$$M_{int} = M1 + \frac{(M2 - M1)}{(t2 - t1)} \cdot (t - t1) \tag{2.10}$$

Donde:

- M_{int}: Es el valor de masa que se desea encontrar.

- t: Es el tiempo de interés
- t1 y t2: Son los tiempos inferior y superior más cercanas.
- M1 y M2: Son los valores de masa superior e inferior.

2.8.5 Comparación puntual y cálculo del error

El sistema ejecuta una comparación entre la Curva de Referencia y la Curva de Muestreo Programado. Para cada segundo de la simulación, se determina la Diferencia Absoluta utilizando la expresión matemática 2.7 del apartado 2.7.1.

2.9 Entorno visual en software

Una vez validados los modelos matemáticos y estadísticos, se procedió al diseño y construcción del entorno visual mediante un software. La importancia de este entorno visual radicó en la capacidad de presentar las curvas de secado de manera dinámica y gráfica, facilitando la interpretación inmediata del fenómeno físico.

A través de la interfaz, se logra que el usuario observara en tiempo real cómo las variables de temperatura y granulometría afectan la cinética de pérdida de masa del cacao, proporcionando una comprensión visual que los datos tabulados por sí solos no pueden ofrecer.

Para la selección de un software que permita realizar la interfaz gráfica se han considerado Matlab, Python y VBA Macros. En la siguiente tabla se ha realizado un análisis comparativo, en donde se ha considerado ciertas características con una valoración numérica del 1 al 10, donde 10 es el mejor desempeño.

Tabla 2.5 Criterio de selección del software

Criterio de Evaluación	MATLAB (App Designer)	Python (Tkinter/PyQt)	Excel (VBA Macros)
Procesamiento Matemático	10	9	6

Facilidad de Diseño Visual	9	6	7
Integración de Gráficos	10	8	5
Estabilidad de Algoritmos	10	9	6
Curva de Aprendizaje Técnico	8	7	9
TOTAL (Promedio)	9.4	7.8	6.6

Como se observa en la tabla 2.5, MATLAB presenta la calificación más alta debido a su superioridad en el procesamiento matemático y la integración de gráficos. A diferencia de Python, que requiere la instalación de múltiples librerías externas para alcanzar un nivel similar. Respecto a Excel, aunque es una herramienta útil para la tabulación inicial, pero carece de la potencia necesaria para gestionar un entorno visual profesional y dinámico con la fluidez que requiere el proyecto de investigación.

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1 Introducción y objetivo del capítulo

El presente capítulo se enfoca en la exposición, análisis y discusión de los datos obtenidos tras la implementación del modelo matemático de Newton y el desarrollo del entorno digital. Una vez que se completaron las etapas de recolección de datos experimentales y el ajuste de parámetros mediante herramientas estadísticas, se procedió a la validación integral del sistema.

En esta sección, se presentan de forma detallada las curvas de secado generadas, los valores finales de las constantes cinéticas y los indicadores de error que sustentan la fiabilidad de la investigación. El análisis permitió verificar el comportamiento del grano de cacao bajo diversas condiciones térmicas y granulométricas, estableciendo una comparativa directa entre la teoría matemática y la realidad observada.

El objetivo principal de este capítulo consiste en evaluar la efectividad y precisión del modelo matemático y del entorno digital desarrollado, mediante la comparación de los datos medidos en los experimentos con los valores calculados por el sistema.

3.1 Análisis de los valores de la constante de secado “k”

Para determinar los valores de la constante de secado es importante indicar la presencia de dos parámetros necesarios que son la masa inicial y la masa en equilibrio, para ello se consideró realizar un promedio entre la granulometría del cacao.

3.1.1 Datos de masa inicial

Primero se organizaron todos los datos iniciales por cada temperatura como se observa en la tabla 3.1 para el analizador de humedad N.1 y en la tabla 3.2 para el analizador de humedad N. 2.

Para cada categoría de tamaño (pequeño, mediano y grande), se realizó un cálculo de promedio. La validez de utilizar este promedio como dato de entrada para el modelo matemático se fundamenta bajo los siguientes criterios:

- Criterio de Estabilidad a 40 °C: Se tomó como referencia la temperatura base de 40 °C para evaluar la repetibilidad de la masa inicial.
- Margen de Error Admisible: Se determinó que el error porcentual en la masa inicial para las tres granulometrías se mantuvo por debajo del 5%.

Tabla 3.1 Valores promedio de la masa inicial en analizar de humedad 1

Analizador de humedad N. 1			
Temperatura ºC	**Pequeño (g)**	**Mediano (g)**	**Grande (g)**
40	38,845	40,475	39,337
45	39,482	39,342	40,030
50	39,550	39,94	39,535
55	39,487	40,704	39,075
60	39,192	39,663	40,657
65	38,00	39,212	39,159
70	38,97	39,185	40,164
PROMEDIO	39,311	39,764	39,708
ERROR %	1,72	0,59	0,78

Tabla 3.2 Valores promedio de la masa inicial en analizador de humedad 2

Analizador de humedad N. 2			
Temperatura ºC	**Pequeño (g)**	**Mediano (g)**	**Grande (g)**
40	38,707	40,634	39,667
45	39,267	39,532	39,048
50	38,999	39,817	39,386
55	39,233	40,639	39,002

60	39,619	39,915	40,879
65	37,903	39,524	39,461
70	39,525	39,445	40,164
PROMEDIO	39,036	39,929	39,658
ERROR %	2,41	0,18	0,85

Al registrarse un error tan bajo (menor al 5%) se estableció que el valor promedio calculado es un dato estadísticamente confiable para representar la masa inicial dentro de las ecuaciones del modelo predictivo.

3.1.2 Datos de masa en equilibrio

De manera homóloga al cálculo de la carga inicial, se procedió a determinar el valor de la masa en equilibrio. Este parámetro pertenece a una de las variables del modelo matemático, ya que representa el límite físico del proceso de secado, donde la presión de vapor del grano se iguala con la del ambiente dentro de la cámara.

Se tabularon los valores experimentales obtenidos al finalizar el proceso de secado para las siete temperaturas de estudio, en donde se organizaron de forma independiente registrándose en la Tabla 3.3 para el analizador de humedad N. 1 y en la Tabla 3.4 para el analizador de humedad N. 2, clasificándolos según la granulometría de la muestra.

Tabla 3.3 Valores promedio de la masa en equilibrio en analizador de humedad 1

Analizador de humedad N. 1			
Temperatura ºC	**Pequeño (g)**	**Mediano (g)**	**Grande (g)**
40	22,519	20,341	23,134
45	21,635	21,055	21,841
50	21,126	20,201	19,952

55	21,181	20,487	19,113
60	19,356	20,662	19,451
65	19,826	18,756	18,239
70	21,186	19,073	17,827
PROMEDIO	20,588	20,408	20,121
ERROR %	2,79	2,04	0,60

Tabla 3.4 Valores promedio de la masa en equilibrio en analizador de humedad 2

Analizador de humedad N. 2			
Temperatura ºC	**Pequeño (g)**	**Mediano (g)**	**Grande (g)**
40	22,01	20,446	23,346
45	21,55	20,547	21,841
50	21,03	20,304	19,998
55	20,75	20,336	19,777
60	19,47	20,75	19,408
65	20,078	19,39	18,648
70	21,097	18,95	17,827
PROMEDIO	20,976	20,082	19,937
ERROR %	4,88	0,41	0,31

Para validar el uso del valor promedio de masa en equilibrio se realizó un análisis basado en los siguientes puntos:

- Se promediaron las masas finales registrados en todos los valores de temperatura (40 °C - 70 °C) para los granos pequeños, medianos y grandes.

- Se observó que los porcentajes de error calculados para las diferentes muestras se mantuvieron, en su totalidad por debajo del 5%.

3.1.3 Cálculo de la constante de secado

Tras el procesamiento de los datos “k” mediante la herramienta Solver de Excel, se obtuvieron los valores de la constante de secado. Estos resultados, expresados en unidades de (min^{-1}), se presentan de forma ordenada en la Tabla 3.5, abarcando las temperaturas desde 40 °C hasta 70 °C para las tres granulometrías en estudio.

Tabla 3.5 Datos de la constante de secado

Temperatura ºC	Constante de secado (min^{-1})		
	Pequeño	**Mediano**	**Grande**
40	0,0014662	0,001301028	0,001349033
45	0,0022512	0,001923168	0,00254948
50	0,0026247	0,0025229	0,003324336
55	0,0036451	0,00321077	0,003286233
60	0,0047082	0,004190719	0,0043623
65	0,0059312	0,00521695	0,006325911
70	0,0072898	0,006807287	0,006853804

Se observa que la constante “k” actúa como un indicador directo de la velocidad de transferencia de masa. Al analizar los datos, se destacaron los siguientes comportamientos:

- Independientemente del tamaño del grano, el valor de” k” se incrementa conforme va aumentando la temperatura. Este aumento representa una aceleración en la cinética de secado, validando que el calor es la variable principal para vencer la resistencia interna de la humedad en el cacao.

- Se confirma que la granulometría pequeña presenta, en general, una mayor facilidad de secado debido a su mayor superficie de exposición. Sin embargo, los datos también reflejaron que a temperaturas elevadas (70 °C), los valores de "k" tienden a converger de manera similar para los tres tamaños, mencionando que, a alta energía térmica, la resistencia debida al tamaño se vuelve menos significativa que la presión de vapor generada.

3.2 Análisis de la predicción de masa

Una vez integradas las constantes cinéticas y los parámetros de masa dentro del modelo matemático, se procedió a evaluar la confiabilidad de la predicción de masa para las temperaturas conocidas (40, 45, 50, 55, 60, 65 y 70 °C). Este análisis consistió en contrastar los valores de masa calculados frente a los registros obtenidos experimentalmente en cada minuto del proceso.

Para facilitar la interpretación de los resultados, las gráficas de comparación se agruparon por niveles térmicos, permitiendo una evaluación simultánea del desempeño del modelo en diferentes escenarios:

- **Columna Izquierda:** Presenta los resultados del Analizador de Humedad N. 1, desglosados por granulometría pequeña, mediana y grande.
- **Columna Derecha:** Presenta los resultados del Analizador de Humedad N. 2, bajo las mismas categorías de tamaño de grano.

Con el fin de cuantificar la confiabilidad de la trayectoria de secado, se aplicó la Ecuación 2.7 (Error Relativo Porcentual) en cada punto de la curva. El procedimiento permitió observar la desviación específica en cada intervalo de tiempo, identificando el error máximo, este valor garantiza que el modelo se mantuviera dentro de los límites de tolerancia técnica establecidos (menor al 5%).

3.2.1 Validación del modelo predictivo a 40ºC

En esta sección se analiza el comportamiento del cacao sometido a una temperatura constante de 40 °C, comparando los resultados obtenidos en ambas estaciones de trabajo (Analizador 1 "M1" y Analizador 2 "M2") para las tres granulometrías

definidas. Esta temperatura, al ser la más baja del estudio, representa el escenario de secado más prolongado, permitiendo evaluar la estabilidad del modelo a largo plazo.

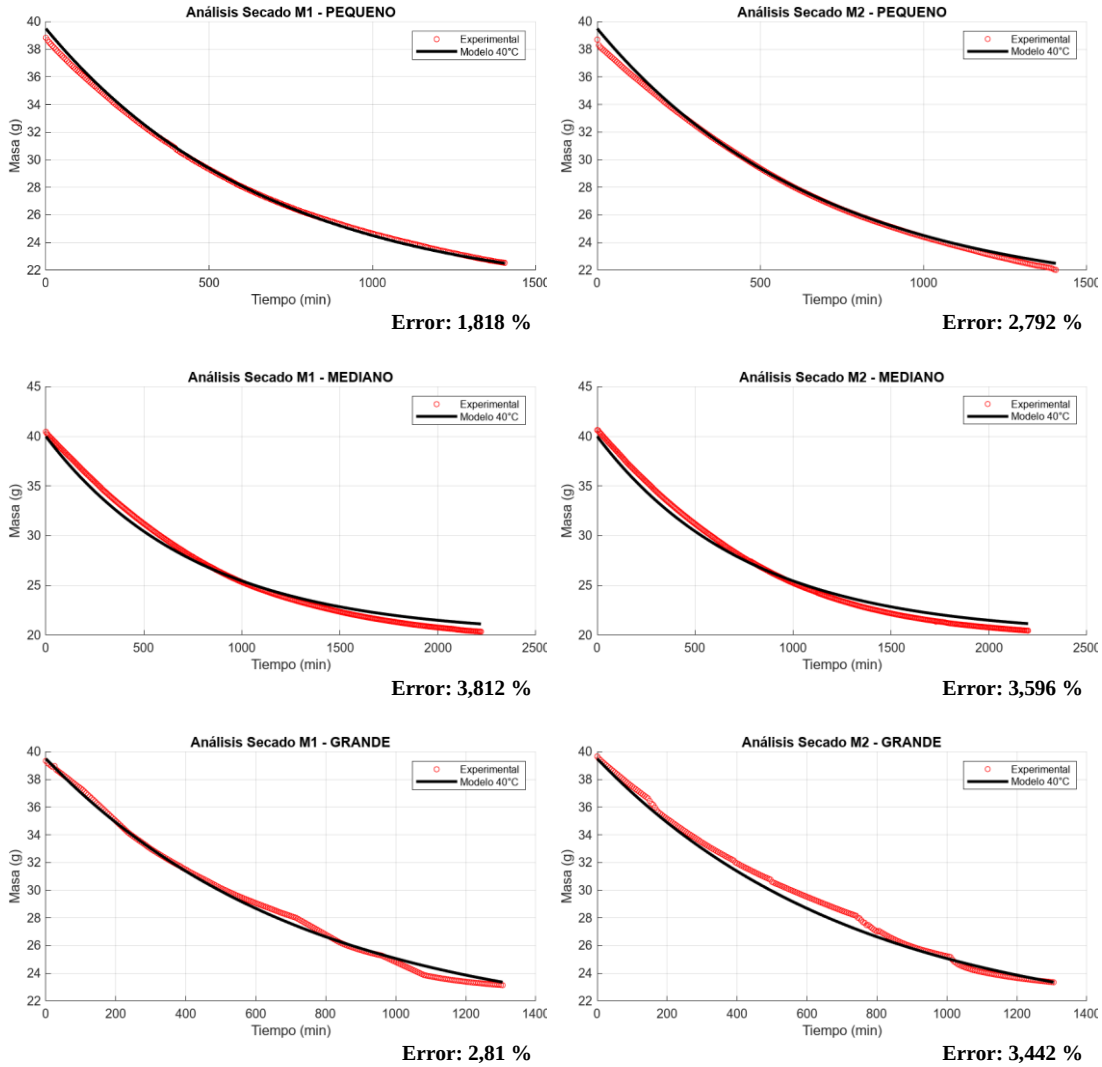


Figura 3.1 Gráfica de la cinética del secado a 40 ºC

Como se observa en la Figura 3.1, el software presenta una respuesta uniforme en ambos analizadores. En la columna de la izquierda (M1), los errores máximos puntuales oscilaron entre 1,81% y 3,81%, mientras que en la columna de la derecha (M2), los valores se mantuvieron entre 2,79% y 3,59%.

Es importante mencionar que a 40 °C el sistema es altamente confiable, ya que todos los errores máximos registrados se encuentran significativamente por debajo del límite

permisible del 5%. El hecho de que la predicción mantenga un margen de error tan bajo, confirma que las constantes “k” calculadas inicialmente son correctas y que el entorno visual refleja fielmente la cinética de secado real.

3.2.2 Validación del modelo predictivo a 45ºC

Se evaluó la respuesta del software al incrementar la temperatura de 45 °C. Este aumento térmico, aunque moderado, introduce una mayor dinámica en la transferencia de masa, permitiendo verificar si el modelo matemático mantiene su fidelidad bajo condiciones de secado más aceleradas que en el caso anterior.

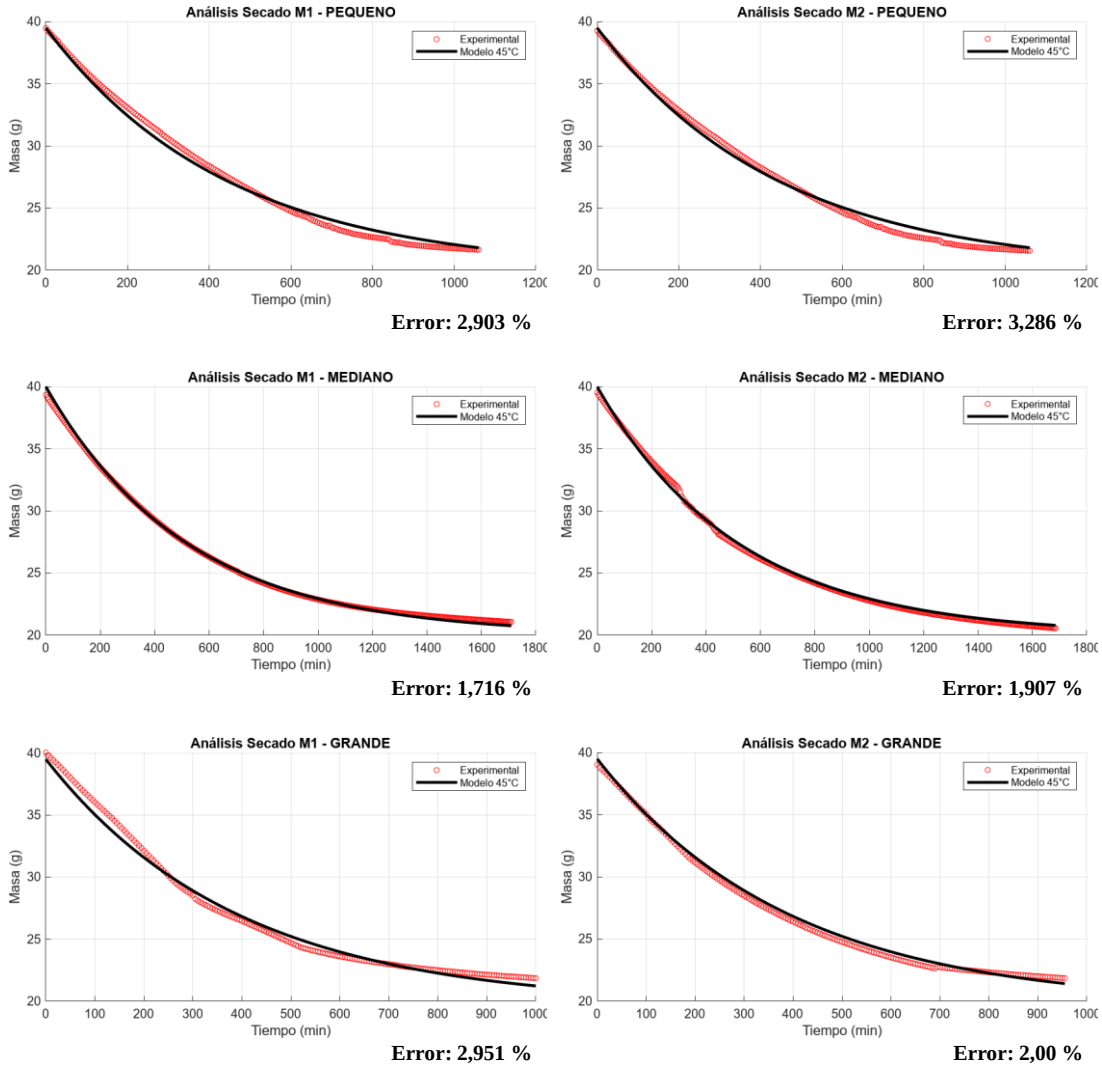


Figura 3.2 Gráfica de la cinética del secado a 45 ºC

Al examinar la Figura 3.2, se observa que la trayectoria predicha por el modelo (línea negra) se superpone con alta precisión a los registros experimentales (puntos rojos). Sin embargo, el análisis puntual reveló variaciones interesantes según el tamaño del grano. En la granulometría Mediana presentó un ajuste más exacto a esta temperatura, registrando errores máximos de apenas 1,71% en la M1 y 1,90% en la M2. Esto demuestra que la constante cinética "k" calculada para este tamaño captura perfectamente la velocidad de pérdida de humedad a 45 °C.

Para la granulometría Pequeña y Grande los errores máximos puntuales se situaron en un rango de 2,9% a 3,2%. Se determinó que estas ligeras desviaciones se deben a que los granos pequeños, al tener mayor área superficial, tienden a secarse ligeramente más rápido de lo que predice el modelo exponencial puro, mientras que los granos grandes muestran una resistencia interna variable.

Independientemente del analizador utilizado (M1 o M2), los porcentajes de error se mantuvieron consistentemente por debajo del valor establecido (5%). El hecho de que la predicción mantenga un margen de error tan bajo confirma que el ajuste matemático realizado en el software es confiable

3.2.3 Validación del modelo predictivo a 50ºC

Al alcanzar la temperatura de 50 °C, el análisis se centró en verificar la repetitividad del modelo comparando el desempeño en los dos analizadores de humedad. A esta temperatura, la cinética de pérdida de masa se vuelve más agresiva, lo que exige una mayor precisión en el ajuste de la constante "k" para evitar desviaciones durante el procesamiento de los datos.

La observación de la Figura 3.3 permite visualizar que la granulometría Pequeña logró el ajuste en la máquina 1 con un error de 1,792%, manteniendo la tendencia de ser el tamaño que mejor se adapta a la curva exponencial. Para la granulometría Mediana y Grande se presenta una estabilidad notable, con errores que oscilaron entre el 1,9% y el 3,1%.

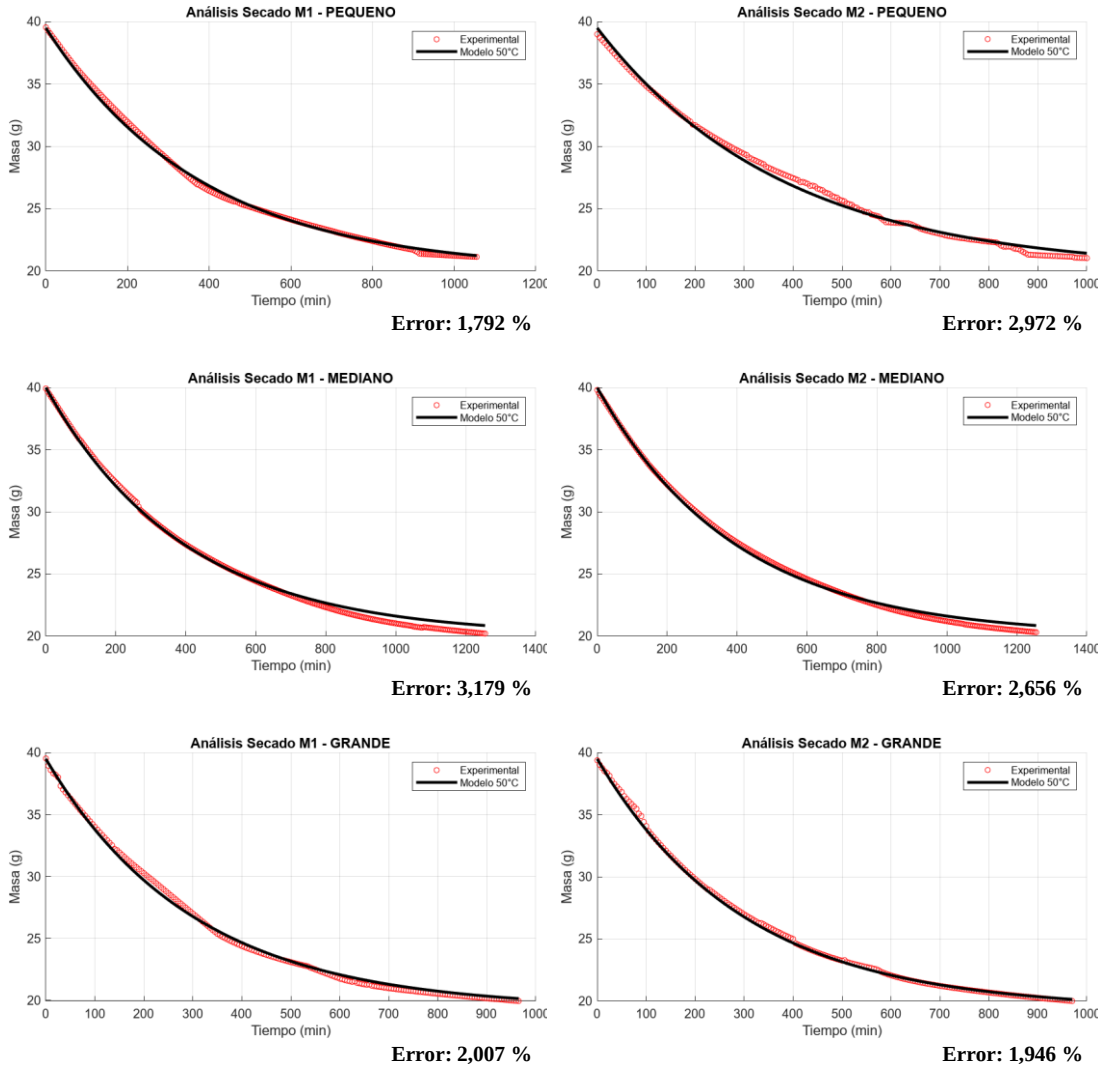


Figura 3.3 Gráfica de la cinética del secado a 50 ºC

3.2.4 Validación del modelo predictivo a 55ºC

Al incrementar la temperatura a 55 °C, el análisis permitió observar la reducción significativa de la dispersión de datos en la fase final del secado. De acuerdo con los resultados presentados en la Figura 3.4, en la columna de la izquierda (M1), los errores máximos puntuales se mantuvieron en un rango de 1,73% a 2,70%, mientras que en la columna de la derecha (M2), los porcentajes de error oscilaron entre 1,82% y 2,95%. Esta mínima diferencia entre máquinas demuestra que el modelo matemático es capaz de estandarizar los resultados independientemente de la máquina utilizada.

La granulometría Mediana presenta el error más pequeño con un 1,73% en la máquina de secado 1. Se observa que la curva del modelo matemático (línea negra) sigue la trayectoria de los datos experimentales con una desviación casi imperceptible. Para la granulometría Pequeña y Grande: los errores se situaron ligeramente por encima del 2%. Para el grano pequeño, el modelo capturó con éxito la rápida pérdida de masa inicial, mientras que, para el grano grande se mantuvo la precisión incluso ante la mayor resistencia interna que este tamaño presenta.

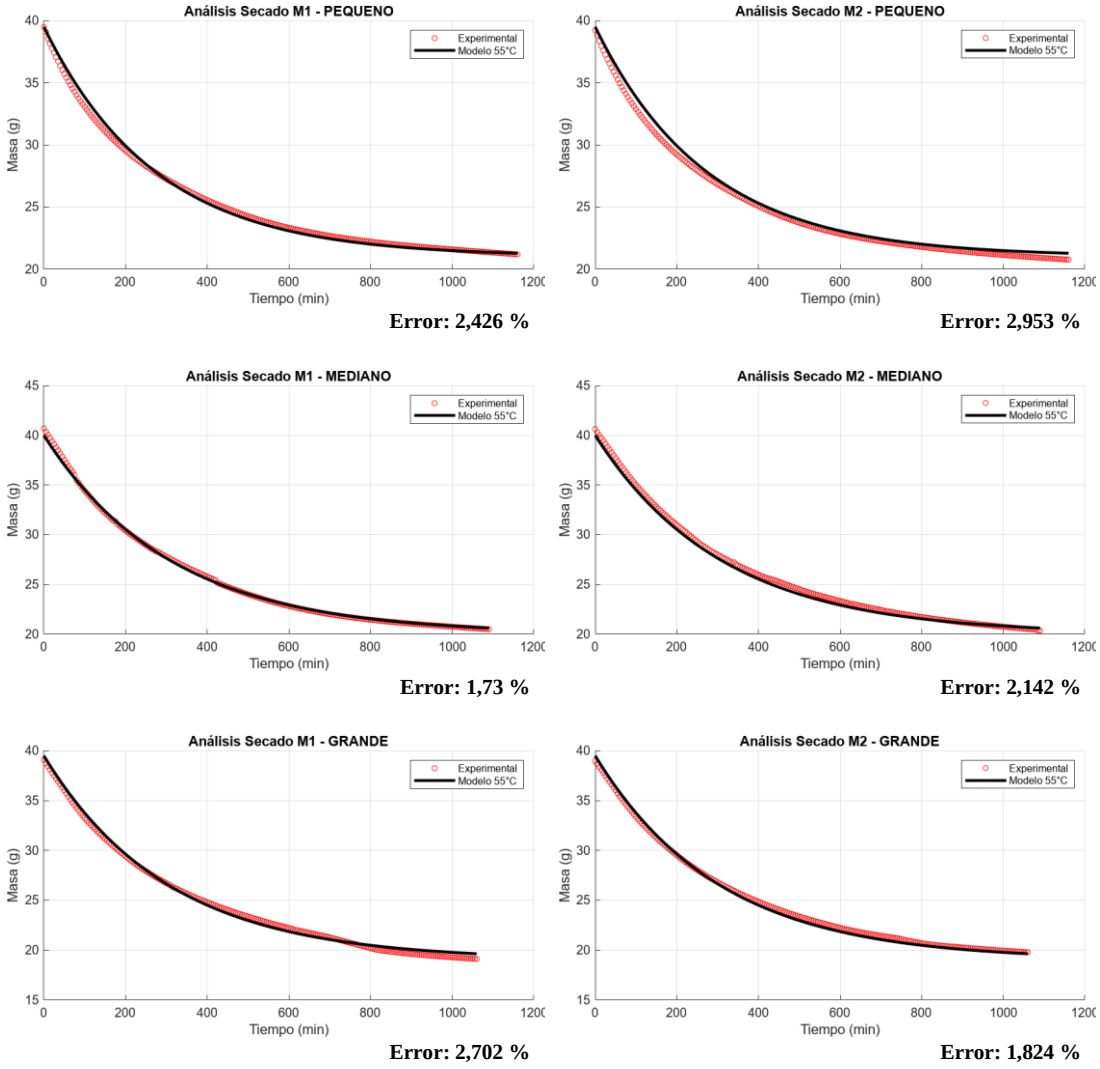
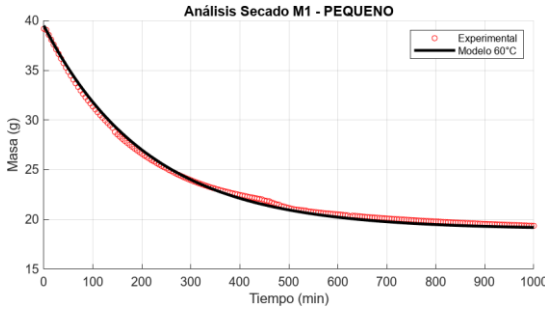


Figura 3.4 Gráfica de la cinética del secado a 55 ºC

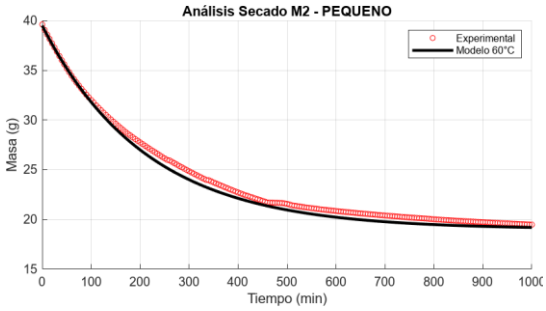
3.2.5 Validación del modelo predictivo a 60ºC

Al alcanzar la temperatura de los 60 °C, la transferencia de masa ocurre con mayor intensidad, lo que permite verificar la sensibilidad del modelo matemático de Newton, de acuerdo con los resultados ilustrados en la Figura 3.5, se observa una consistencia notable entre ambos analizadores de humedad. En la columna de la izquierda (M1), los errores máximos puntuales se situaron en un rango de 1,571% a 2,21%, mientras que en la columna de la derecha (M2), los valores oscilaron entre 2,66% y 3,623%.

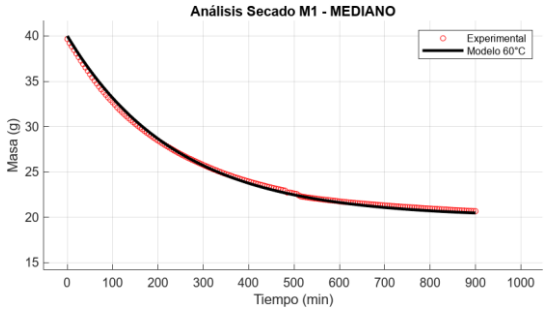
Esta estabilidad demuestra que el modelo mantiene su precisión independientemente del analizador utilizado, incluso bajo condiciones donde la temperatura va en aumento. En la granulometría mediana del analizador 1 presentó el ajuste más exacto con un error de 1,571%. En la granulometría pequeña se indicó una diferencia de casi el 1% con errores de 2,215% (M1) y 3,522% (M2), mientras que en la granulometría grande presentó estabilidad en ambos analizadores de 1,616% (M1) y 2,66% (M2) pero este valor se mantiene significativamente por debajo del límite permisible del 5%.



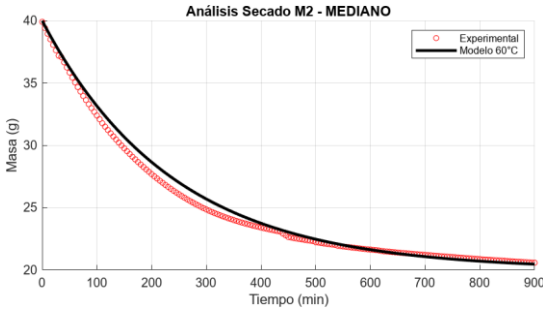
Error: 2,215 %



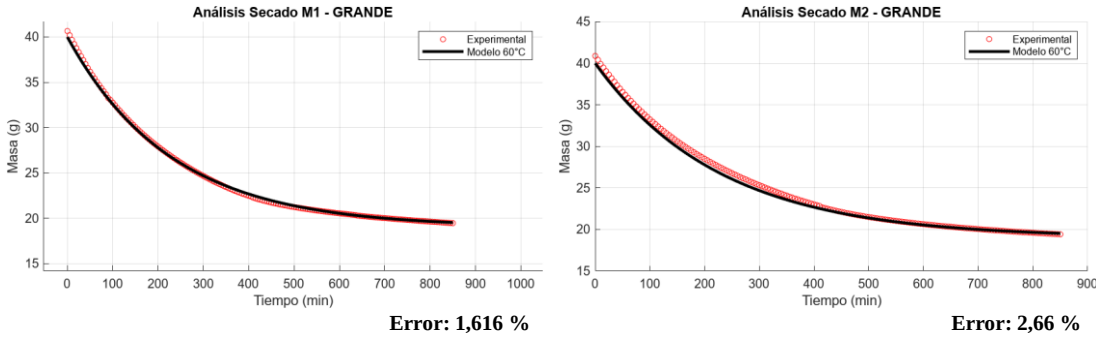
Error: 3,522 %



Error: 1,571 %



Error: 3,623 %



Error: 1,616 % **Error: 2,66 %**

Figura 3.5 Gráfica de la cinética del secado a 60 ºC

3.2.6 Validación del modelo predictivo a 65ºC

Al colocar los datos a una temperatura de 65 °C, el tiempo necesario para alcanzar la masa en equilibrio se reduce, lo que pone a prueba la precisión de la constante "k". En comparativa entre los dos analizadores de humedad a partir de los resultados que se visualizan en la Figura 3.6, en el Analizador 1, los errores máximos puntuales se registraron entre 2,632% y 3,42%, mientras que en el Analizador 2, los valores oscilaron entre 1,49% y 3,96%. Estos márgenes confirman que, incluso ante condiciones de calor elevado, la divergencia entre el modelo y la realidad física es mínima.

El desempeño del modelo según el tamaño del grano a 65 °C indicó que a una granulometría Grande el ajuste más preciso se da en la máquina 2, con un error de apenas 1,498%. Este resultado es significativo, indicando que a temperaturas elevadas como 65ºC, el modelo de Newton describe con extrema exactitud la pérdida de masa en granos de mayor volumen.

Por otra parte, la granulometría Pequeña registró errores de 2,632% (M1) y 2,954% (M2). Se observa que la curva negra del modelo sigue con suavidad la tendencia de los puntos rojos, logrando filtrar las pequeñas variaciones experimentales que ocurren al inicio del proceso debido a la rápida evaporación superficial. Finalmente, la granulometría mediana indicó errores máximos cercanos al 3,9% en la M2. Al analizar la gráfica, se nota que esta desviación ocurre principalmente en la fase intermedia del

secado, estabilizándose rápidamente al acercarse al valor de equilibrio, lo que garantiza la integridad del resultado final.

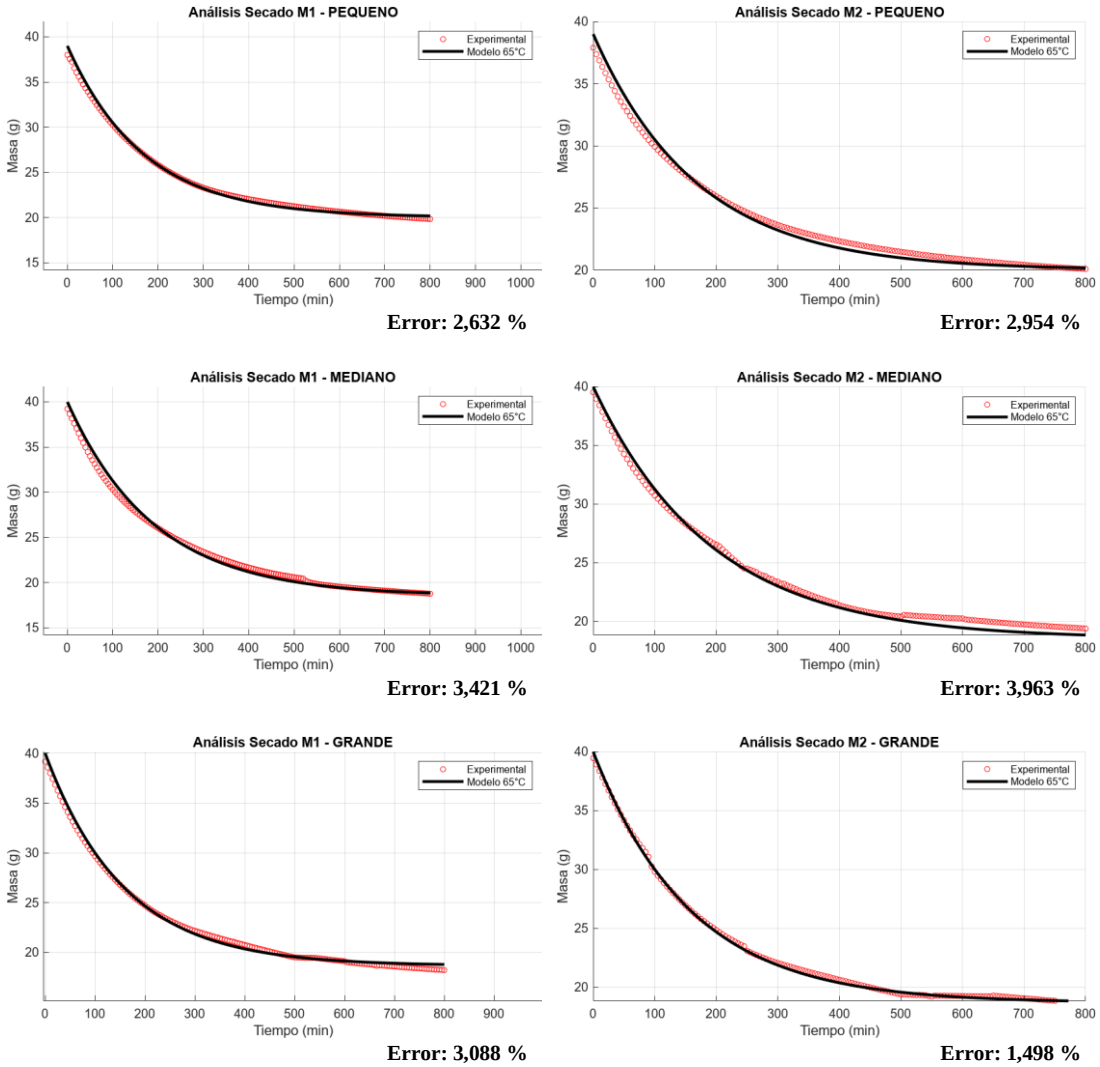


Figura 3.6 Gráfica de la cinética del secado a 65 ºC

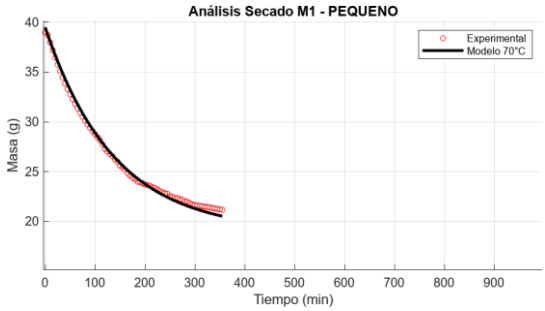
3.2.7 Validación del modelo predictivo a 70ºC

El análisis final de validación se realizó a una temperatura de 70 °C, a este nivel térmico la cinética de secado es máxima, lo que exige que el modelo matemático procese de manera precisa la constante “k” para evitar desviaciones dentro de la gráfica.

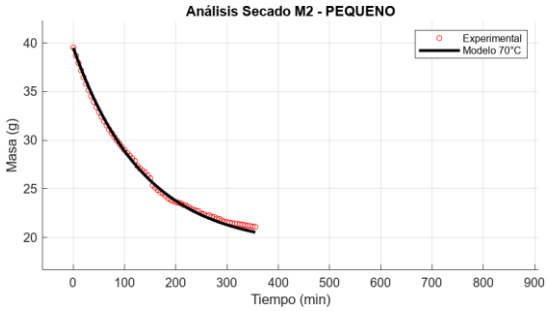
La figura 3.7 indicó que la precisión del modelo se mantiene sólida a pesar de la agresividad del proceso térmico. En el Analizador de Humedad 1, los errores máximos

puntuales se situaron entre 3,04% y 3,40%. Por su parte, en el Analizador de Humedad (M2), los valores de error oscilaron entre 2,63% y 3,68%. En la granulometría Pequeña se registró un error de 2,635% en la M2. Es notable observar cómo el modelo de Newton (línea negra) logra seguir la caída vertical inicial de la masa sin despegarse de los datos experimentales, a pesar de que la pérdida de humedad es casi instantánea en los primeros minutos.

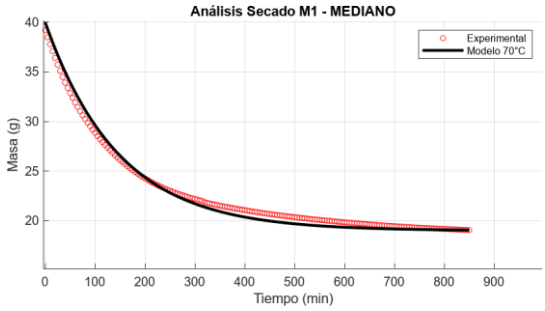
La granulometría Grande mencionó errores de 3,09% (M1) y 3,45% (M2), acá se determina que el calor es tan alto que la resistencia interna de los granos grandes se ve minimizada, permitiendo que la curva teórica se ajuste con una precisión similar a la de los granos menores. Finalmente, la granulometría Mediana, mantuvo la consistencia con errores máximos de 3,40% y 3,68%.



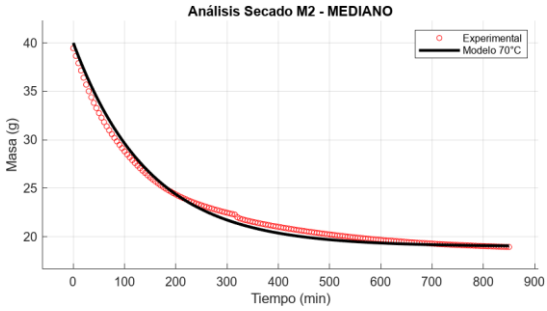
Error: 3,044 %



Error: 2,635 %



Error: 3,401 %



Error: 3,68 %

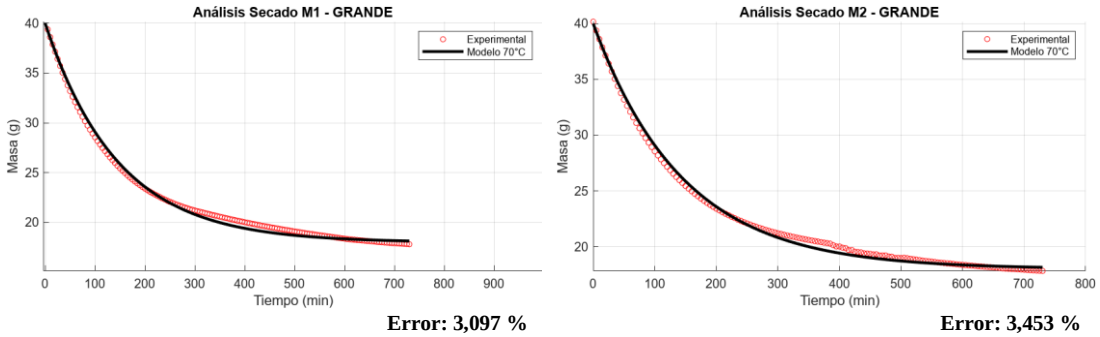


Figura 3.7 Gráfica de la cinética del secado a 70 ºC

La Tabla 3.6 muestra una estabilidad notable en la predicción de masa de proceso de secado de cacao, el rango de error según los registros indica que se mantiene entre el 1,498% y el 3,963%. A pesar de que el Analizador de Humedad 2 se evidencia que presenta un porcentaje mayoritario en porcentaje de errores en relación al Analizador de Humedad 1 no es significativa desde el punto de vista técnico porque se mantienen con una desviación inferior al 5%.

Tabla 3.6 Porcentaje de error máximo en los analizadores

Temperatura ºC	% Error Max. Analizador 1			% Error Max. Analizador 2		
	Pequeño	Mediano	Grande	Pequeño	Mediano	Grande
40	1,818	3,812	2,81	2,792	3,596	3,442
45	2,903	1,716	2,951	3,286	1,907	2,00
50	1,792	3,179	2,007	2,972	2,656	1,946
55	2,426	1,73	2,702	2,953	2,142	1,824
60	2,215	1,571	1,616	3,522	3,623	2,66
65	2,632	3,421	3,088	2,954	3,963	1,498
70	3,044	3,401	3,097	2,635	3,68	3,453

Se determina que el modelo matemático basado en la ecuación de Newton se encuentra plenamente validado para la simulación del secado de cacao. El sistema no solo replica

con exactitud la tendencia exponencial de la pérdida de masa, sino que lo hace con una precisión superior al 96% en todos los rangos térmicos evaluados experimentalmente (40 °C, 45 °C, 50 °C, 55 °C, 60 °C, 65 °C y 70 °C). En los 42 escenarios de prueba analizados, los errores máximos se mantuvieron siempre por debajo del umbral crítico del 5%, registrando un valor máximo de apenas 3,963%.

3.3 Modelo matemático en temperaturas intermedias

El proceso de generación de datos para los valores térmicos intermedios se basa primero en el cálculo de las constantes de secado específicas para cada grado centígrado intermedio, en donde es importante que se mantenga la coherencia termodinámica del proceso.

Con las nuevas constantes calculadas, el sistema aplica el modelo matemático de Newton para proyectar la pérdida de masa en el tiempo. Esta ecuación matemática permite obtener las gráficas de secado que siguen una lógica secuencial en base a las temperaturas intermedias aplicadas.

Finalmente, el software genera las representaciones gráficas de masa en función del tiempo para cada una de las temperaturas intermedias. Es importante resaltar que estas simulaciones nuevamente mantienen un orden de clasificación mediante la granulometría (Pequeño, Mediano y Grande), permitiendo al usuario visualizar cómo varía la cinética de secado según el tamaño del grano en puntos térmicos específicos.

3.3.1 Constante de secado para temperaturas intermedias

Dada la alta confiabilidad de los resultados y la consistencia de las constantes de secado obtenidas (Tabla 3.5), se establece una base técnica sólida para aplicar la ecuación 2.2 que trata sobre la interpolación de los datos. En consecuencia, al estar validado el comportamiento térmico en los puntos, el entorno desarrollado en MATLAB App Designer se desarrolla el cálculo automático de las constantes cinéticas para las temperaturas intermedias presentadas en la tabla 3.7, tales como:

- Rango 41 °C - 49 °C: (41, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49 °C).

- Rango 51 °C - 59 °C: (51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59 °C).
- Rango 61 °C - 69 °C: (61, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 69 °C).

Tabla 3.7 Datos de la constante de secado a temperaturas intermedias

Temperatura ºC	**Constante de secado (min^{-1})**		
	Pequeño	**Mediano**	**Grande**
41	0,0016232	0,00142546	0,00158912
42	0,0017802	0,00154989	0,00182921
43	0,0019372	0,00167431	0,0020693
44	0,0020942	0,00179874	0,00230939
46	0,0023259	0,00204312	0,00270426
47	0,0024006	0,00216306	0,00285903
48	0,0024753	0,00228301	0,00301381
49	0,00255	0,00240295	0,00316859
51	0,00282878	0,00266047	0,00331671
52	0,00303286	0,00279805	0,00330909
53	0,00323694	0,00293562	0,00330147
54	0,00344102	0,0030732	0,00329385
56	0,00385772	0,00340676	0,00350145
57	0,00407034	0,00360275	0,00371666
58	0,00428296	0,00379874	0,00393188
59	0,00449558	0,00399473	0,0041471
61	0,0049528	0,00439597	0,00475502
62	0,0051974	0,00460121	0,00514774
63	0,005442	0,00480646	0,00554047
64	0,0056866	0,0050117	0,00593319
66	0,00620292	0,00553502	0,00643149
67	0,00647464	0,00585309	0,00653707
68	0,00674636	0,00617115	0,00664265
69	0,00701808	0,00648922	0,00674822

3.3.2 Aplicación del modelo matemático para temperaturas intermedias

Una vez obtenidas las constantes de secado específicas para cada grado centígrado, el software procede a la ejecución del modelo matemático de Newton (Ecuación 2.2) Esta implementación permite transformar los parámetros numéricos en una representación visual del comportamiento físico del grano de cacao durante el secado.

3.3.2.1 Proyección para granulometría pequeña

Para garantizar una interpretación que facilite la comparación de los resultados, el software emplea una lógica de visualización. Al ingresar una temperatura intermedia (por ejemplo, 41 °C), el sistema procesa automáticamente la constante cinética "k" correspondiente a ese valor y genera la curva de pérdida de masa proyectada incluyendo la gráfica de la curva de humedad bajo ese mismo valor de temperatura.

Con la finalidad brindar una mejor visualización, el software grafica de forma simultánea las curvas de control superior e inferior más cercanas al valor ingresado de temperatura. En la figura 3.8 se puede observar el ingreso del ejemplo dado "41ºC", para lo cual el software genera las trayectorias de 40 °C (límite inferior) y 45 °C (límite superior). Para los otros valores de temperatura con la granulometría pequeña se pueden observar en el anexo A.

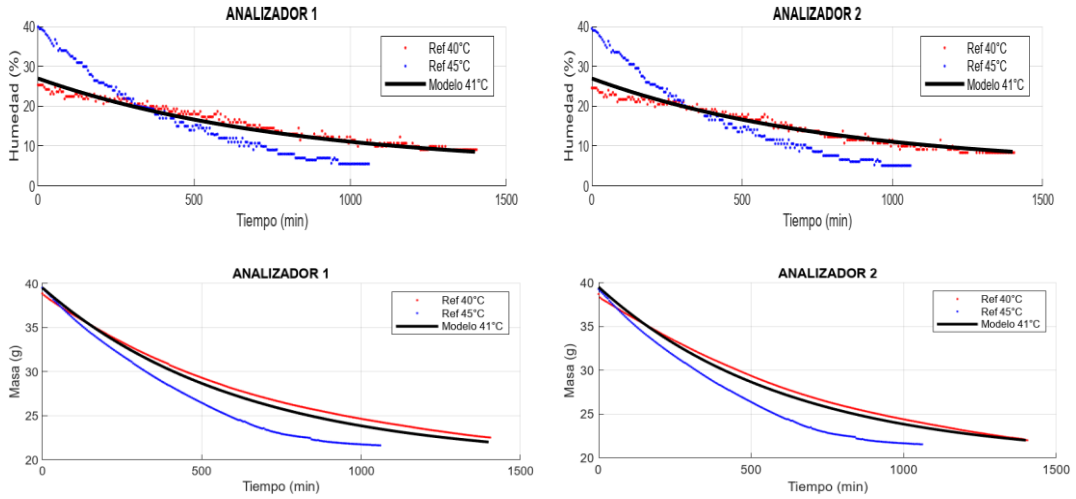


Figura 3.8 Gráfica de la cinética del secado a 41 ºC

La figura 3.8 muestra la continuidad y precisión del modelo matemático, la curva de color negro representa el modelo simulado a 41 ºC con una granulometría “pequeña”, tanto para el analizador de humedad 1 (parte izquierda) y analizador 2 (parte derecha), esta curva se posiciona correctamente entre las curvas de referencia superior e inferior (colores rojo y azul), este fenómeno demuestra que el cálculo de la constante “k” no presenta saltos bruscos, manteniendo la suavidad característica del modelo de Newton.

3.3.2.2 Proyección para granulometría mediana

Para la proyección de la granulometría “mediana” se considera el valor de 52 ºC y para el resto de temperaturas se encuentran disponibles para consulta en el Anexo B. El software utiliza como límites de visualización las curvas validadas de 50 °C y 55 °C (inferior y superior), además de graficar las curvas de humedad.

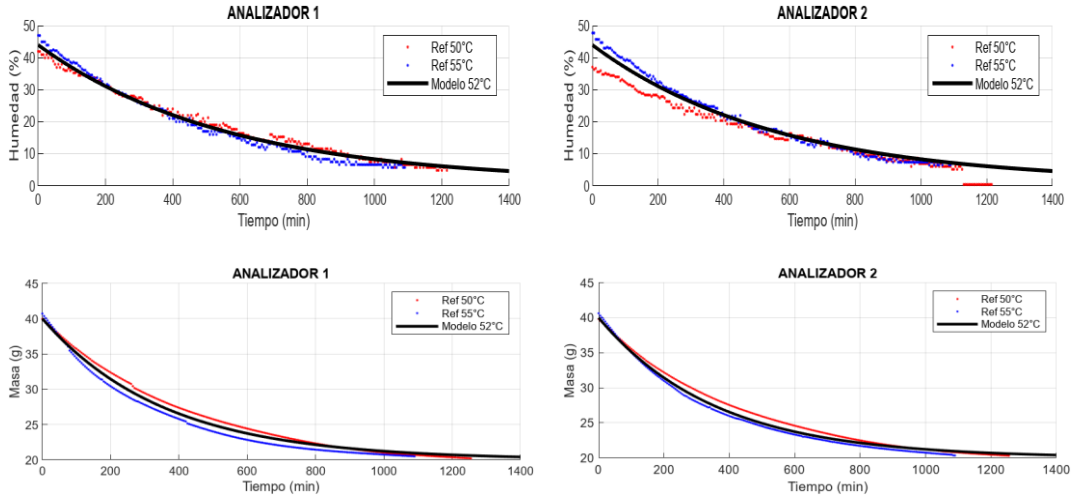


Figura 3.9 Gráfica de la cinética del secado a 52 ºC

En la Figura 3.9, se observa la respuesta del software para la granulometría mediana de los dos analizadores de humedad, en donde al establecer la temperatura de 52 °C proyectada de color negro y representando al modelo de Newton, el cual indica que se sitúa de forma coherente dentro del "pasillo” térmico definido por las referencias. La curva proyectada se aproxima de manera gradual y proporcional hacia las dos referencias, indicando que la constante “k” para temperaturas intermedias es físicamente válido.

3.3.2.3 Proyección para granulometría grande

Finalmente, para la granulometría grande se consideró una temperatura de 69 ºC, tomando como referencia los extremos de 65 °C y 70 °C, además la gráfica del comportamiento de la humedad.

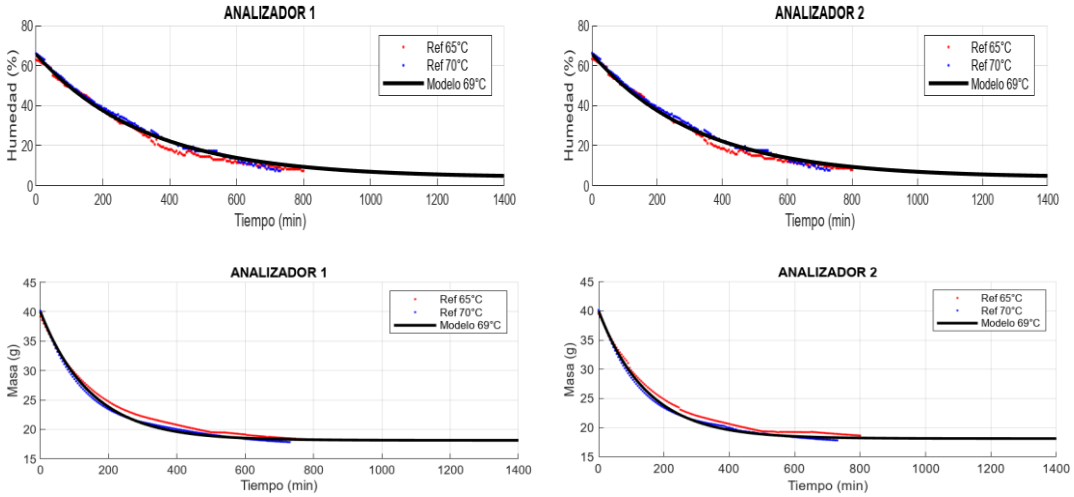


Figura 3.10 Gráfica de la cinética del secado a 66, 67, 68 y 69 ºC

Para este valor de temperatura el software proyecta automáticamente los límites validados de 65 °C (curva superior roja) y 70 °C (curva inferior azul). Se observa que el sistema sitúa el modelo matemático (línea negra) respetando el espacio térmico entre ambas referencias. Para los otros valores de temperatura con la granulometría grande se pueden observar en el anexo C.

3.4 Análisis de los intervalos de tiempo

En este apartado se describe el proceso de evaluación y validación de la frecuencia de toma de datos durante los ensayos del secado del cacao. La finalidad de esta aplicación fue determinar si los intervalos de tiempo propuestos para el muestreo representan con fidelidad la cinética real de pérdida de masa. Para ello se realizó una herramienta computacional en MATLAB App Designer que permite la comparación directa entre los datos experimentales obtenidos en laboratorio y un modelo de muestreo lineal basado en intervalos fijos.

Para evaluar operativamente la sensibilidad de la frecuencia de muestreo y cuantificar la pérdida de resolución cinética, se simuló un escenario en la interfaz computacional empleando como caso de estudio el estrato de granulometría pequeña a una temperatura de 55 °C. El ensayo experimental de referencia registra una cinética continua con una gráfica total de 1160 minutos como se observa en la figura siguiente.

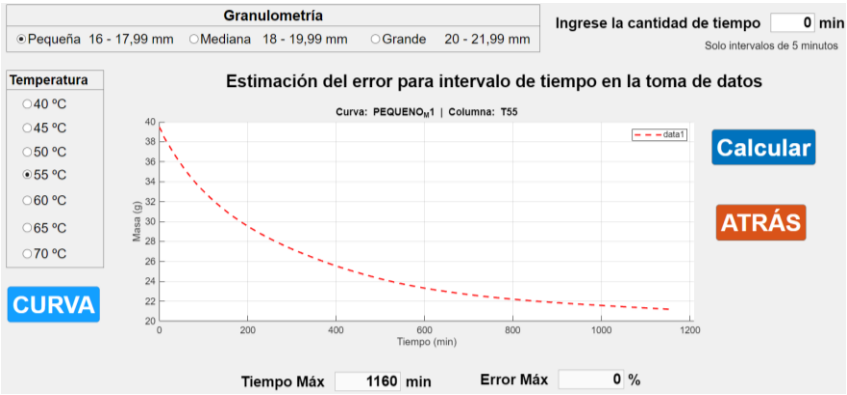


Figura 3.11 Gráfica de la cinética del secado a 55ºC

Para evaluar el comportamiento del error absoluto en condiciones donde el intervalo de medición igual al tiempo máximo del proceso (Δt = 1160 min). Esta condición operativa restringe el modelo a únicamente dos puntos de control sobre el plano, la masa inicial en el tiempo cero y la masa final en el tiempo límite (1160 min), vinculados algorítmicamente mediante la ecuación de la recta quedando de la siguiente manera.

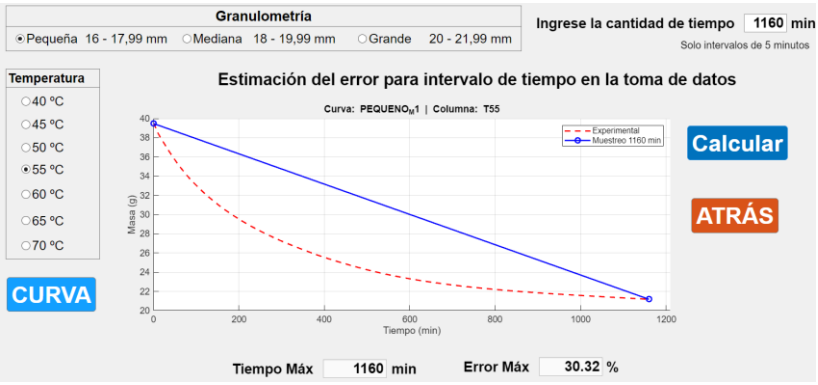


Figura 3.12 Gráfica a dos puntos de la cinética del secado a 55ºC

En la figura 3.12 se ejecutó el algoritmo de interpolación lineal en donde la gráfica proyecta una trayectoria de pérdida de masa completamente lineal que ignora las fases transitorias del secado. Como resultado de este desacoplamiento numérico entre la curva teórica/experimental (línea discontinua roja) y la aproximación lineal de dos puntos (línea continua azul), el sistema calcula automáticamente un Error Máximo Puntual de 30.32%, localizado en la región de mayor curvatura cinética (aproximadamente entre los 200 y 400 minutos del proceso).

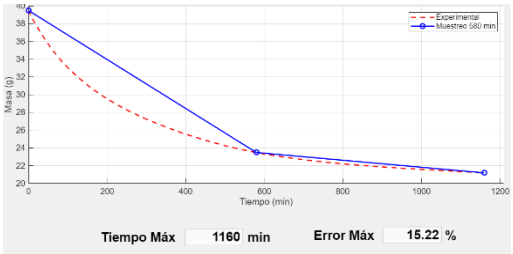
3.4.1 Cuantificación del error según intervalo de muestreo

Con la finalidad de establecer un criterio de optimización en la captura de datos, se realizaron simulaciones consecutivas modificando el intervalo de tiempo (Δt) para el estrato de granulometría pequeña a 55 °C. Los errores máximos puntuales calculados automáticamente por la herramienta computacional se resumen en la Tabla 3.8.

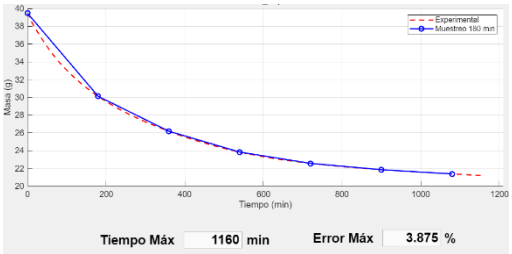
Tabla 3.8 Datos informativos del intervalo de tiempo a 55ºC

Escenario	Intervalo de Tiempo Δt (min)	Número de Puntos de Muestreo	Error Máximo Puntual (%)
1	1160 (Tiempo Máx)	2	30.32%
2	580	3	15.22%
3	180	7	3.875%
4	120	10	2.103%
5	60	20	0.634%
6	30	39	0.333%

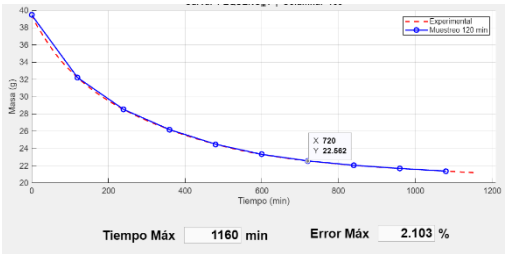
Tiempo 580



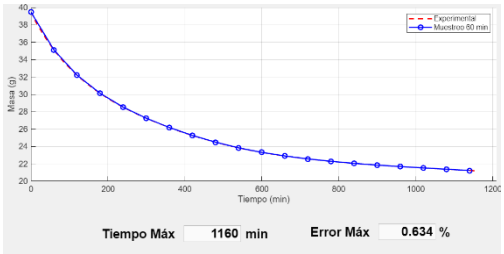
Tiempo 180



Tiempo 120



Tiempo 60



Tiempo 30

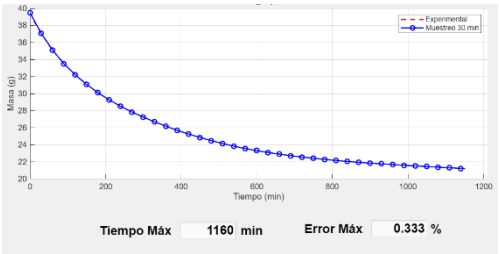


Figura 3.13 Gráfica de intervalos de tiempo distintos a 55ºC

Los resultados de la figura 3.13 indican varias simulaciones demuestran una relación inversamente proporcional entre la frecuencia de muestreo y el error máximo puntual generado por la aproximación lineal. En el caso extremo de evaluar el proceso con un único intervalo intermedio a los 580 minutos, el error máximo puntual disminuye de un 30.32% a un 15.22%. A pesar de esta reducción a la mitad, el desfase matemático sigue siendo inaceptable para la modelación de procesos térmicos, localizándose el error remanente en el tramo inicial de alta evaporación.

Al incrementar la cantidad de puntos mediante intervalos de tiempos menores, el modelo computacional exhibe un mejor ajuste hacia la curva experimental. Para un intervalo de 180 minutos, el error cae a un 3,875%, mientras que para 120 minutos se posiciona en 2,103%. Este comportamiento indica que frecuencias de muestreo que oscilan entre las 2 y 3 horas logran aproximar con una confianza estadística aceptable.

Finalmente, al evaluar intervalos de 60 y 30 minutos, los errores máximos puntuales decrecen a valores prácticamente despreciables de 0.634% y 0.333%, respectivamente. En estas condiciones, se puede mencionar que ya no es necesario una toma de datos cada 5 minutos, sino que puede ser cada 30 o 60 minutos.

3.5 Representación en el software

Se describe la arquitectura operativa del software desarrollado en MATLAB App Designer. Este entorno digital fue diseñado bajo un enfoque de usabilidad y precisión técnica, permitiendo la transición desde la identificación del proyecto hasta la generación de datos predictivos.

El software inicia con un Panel de Presentación de carácter formal que se puede observar en la figura 3.14. En esta interfaz se visualiza el logotipo de la institución y se detallan los datos fundamentales del proyecto de investigación, adicional un botón interactivo “MODELO” que permite al usuario avanzar hacia el módulo de cálculo y un botón de” INTERVALO” donde se dirige hacia los intervalos de tiempo.

Figura 3.14 Panel de presentación

3.5.1 Entorno de modelo matemático

Control de Granulometría: Implementado mediante un grupo de botones de selección, parametrizados para los tres grupos de granulometría.

Campos de Entrada Numérica: Diseñado para que el usuario introduzca los intervalos de temperatura de 40 – 70 ºC.

Al accionar el componente de ejecución principal (**Botón Calcular**), en las gráficas se presenta las curvas de contenido de humedad y de pérdida de masa para las dos máquinas. Adicional se observa los campos de salida numéricos que reportan los estadísticos de Error Máximo, Error Mínimo y Error Promedio.

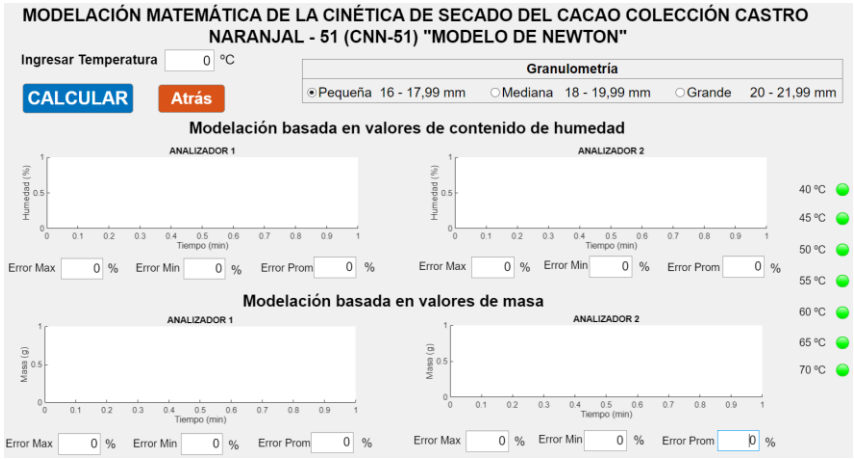


Figura 3.15 Panel de cálculo para predicción del modelo

3.5.2 Entorno de los intervalos de tiempo

Se ingresan los parámetros del ensayo que se requiere analizar y de igual manera se selección la granulometría. La temperatura en la parte izquierda se selecciona valore entre 40 y 70ºC.

Al presionar el botón "CURVA", se dibuja la cinética de experimentación, en donde se puede observar el tiempo máximo que corresponde al último punto de toma de dato.

Al presionar el botón "Calcular", el programa superpone el modelo de muestreo (una línea azul con nodos) para ver físicamente qué tanta información o curvatura se pierde según el tiempo ingresado.

Una vez que el sistema procesa los datos, se entrega las respuestas numéricas inmediatas en la parte de abajo: el error máximo muestra el porcentaje de error analítico puntual más alto que se generó al distanciar los tiempos de muestreo.

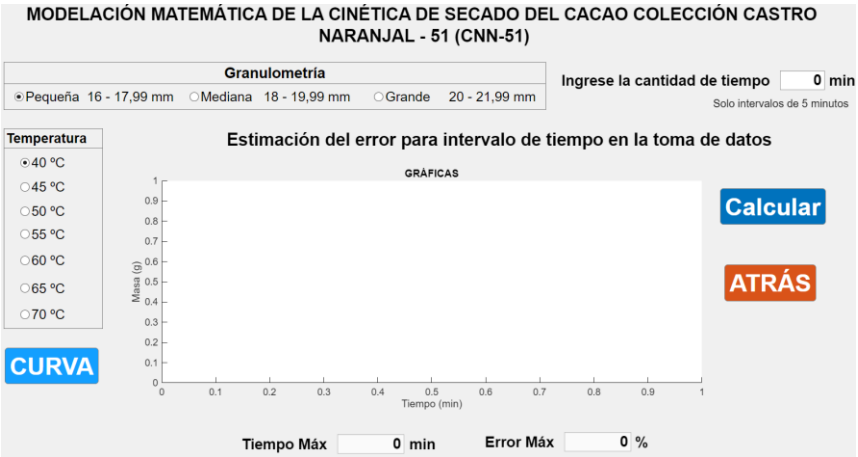


Figura 3.16 Panel de cálculo para intervalos de tiempo

CONCLUSIONES

- Se consolidó el modelo matemático predictivo para la cinética de secado del cacao dentro del rango térmico de 40 °C a 70 °C. El estudio demostró de forma concluyente que tanto la temperatura del aire como la parte granulométrica ejercen una influencia sobre la velocidad de transferencia de masa; a mayores temperaturas y menores diámetros de grano, la tasa de evaporación del agua libre superficial se acelera drásticamente, disminuyendo significativamente el tiempo total del tratamiento térmico.

- Se generó un modelo capaz de interrelacionar la temperatura de operación y la geometría del grano, cubriendo la temperatura desde los 40 °C hasta los 70 °C. La validación estadística del modelo, comparada con los datos de laboratorio en las dos estaciones de secado (M1 y M2), arrojó errores máximos puntuales siempre inferiores al 5%, con un valor crítico registrado de apenas 3,963%. Estos resultados confirman que el modelo posee una alta capacidad predictiva para el cálculo de constantes de transferencia de masa, garantizando una exactitud superior al 96% en la estimación de la pérdida de peso.

- A través de la implementación del modelo de Newton, la interfaz permitió proyectar los escenarios térmicos intermedios (grados centígrados no ensayados físicamente), visualizando las curvas de secado dentro de rangos de referencia validados. Esta capacidad de visualización gráfica y cálculo automático de constantes cinéticas proporciona una asistencia técnica confiable para la programación de procesos industriales.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda emplear los perfiles cinéticos y las constantes de secado obtenidas en esta investigación como criterios de ingeniería base para el codiseño, dimensionamiento y calibración de sistemas de control automático en secadores comerciales o industriales de cacao, asegurando que las variables térmicas se ajusten según el tamaño real de grano que ingresa a la cámara de procesamiento.
- Con base en el análisis numérico de sensibilidad de tiempo realizado por el software, se sugiere implementar una frecuencia de muestreo e inspección de variables considerable cada 60 minutos.
- Se recomienda realizar ensayos prácticos en secadores reales utilizando intervalos fijos de toma de datos cada 60 minutos, con el fin de contrastar y comparar los resultados obtenidos en el campo frente a las predicciones calculadas por el software.

Referencias

[1] Gobierno 2008, «CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR,» 20 octubre 2008. [En línea]. Available: https://www.defensa.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/02/Constitucion-de-la-Republica-del-Ecuador_act_ene-2021.pdf.

[2] Secretaría Nacional de Planificación, «Plan Nacional de Desarrollo Ecuador No Se Detiene 2025 – 2029,» 21 agosto 2025. [En línea]. Available: https://planificacion.presidencia.gob.ec/plan-nacional-de-desarrollo-2025-2029-ecuador-no-se-detiene/.

[3] International Cocoa Organization, «Quarterly Bulletin of Cocoa Statistics,» 14 septiembre 2023. [En línea]. Available: https://www.icco.org/.

[4] F. Amores y J. Jiménez, «El Cacao en el Ecuador: Manual de Producción Postcosecha y Calidad,» 10 enero 2018. [En línea]. Available: ohttps://repositorio.iniap.gob.ec/handle/123456789/4122.

[5] Ministerio de Agricultura y Ganadería, «Situación de la cadena de cacao en Ecuador,» 20 abril 2022. [En línea]. Available: https://sipa.agricultura.gob.ec/.

[6] A. Haryanto, «Thin Layer Drying Kinetics and Mathematical Modeling of Moisture Diffusivity in Cocoa Pod Husk (CPH),» 12 febrero 2021. [En línea]. Available: https://www.engj.org/index.php/ej/article/view/4501.

[7] K. Muñoz, N. Caicedo, J. Rodriguez y J. Nieto, «Modelado de la cinética de cacao (Theobroma Cacao L.).,» 10 abril 2025. [En línea]. Available: https://publicaciones.unad.edu.co/index.php/wpecbti/article/view/10007.

[8] A. Sandí, «Modelación matemática de la temperatura durante la torrefacción del cacao (Theobroma cacao L.) en un tostador cilíndrico con fuente de gas y otro con fuente eléctrica,» 01 marzo 2023. [En línea]. Available: https://www.kerwa.ucr.ac.cr/server/api/core/bitstreams/5d279e43-1790-43f3-b26a-31ce89e5e71c/content.

[9] A. Pumacahua y A. Vega, «Uso de sensores para modelamiento matemático durante el tostado de granos de cacao,» 04 junio 2022. [En línea]. Available: https://huajsapata.unap.edu.pe/index.php/ria/article/view/419/252.

[10] F. Duque, E. Haymacaña y L. Zapata, «Predicción del contenido de humedad en el proceso de secado del cacao mediante regresión lineal simple,» 24 abril 2024. [En línea]. Available: https://revistas.ug.edu.ec/index.php/iqd/es/article/view/348/738.

[11] G. Briones y L. Menéndez, «EVALUACIÓN DE LOS PARÁMETROS PARA EL SECADO DE CACAO CCN 51 DE UNA FINCA INTEGRAL,» 21 octubre 2022. [En línea]. Available: http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2223-48612022000400024&script=sci_arttext.

[12] J. Armijo y D. Navarrete , «Análisis de la cinética del secado de cacao nacional ecuatoriano y mejorado ccn-51.,» 10 agosto 2024. [En línea]. Available: https://repositorio.utc.edu.ec/items/a4f6969a-d554-4db5-9c09-8fd7aae45a02.

[13] G. Guzman y R. Pillajo, «Análisis de la cinética del secado de cacao Colección Castro Naranjal 51 para un régimen de temperatura controlado en un rango de 60 a 70 °C, en el Cantón La Maná,» 10 marzo 2025. [En línea]. Available: https://repositorio.utc.edu.ec/items/88c0f8b5-48fb-4abb-8fc3-a72221b31f0d.

[14] E. Arroyo y D. Villacres, «Cinética de secado del cacao colección castro naranjal 51 para un régimen controlado de temperatura en el rango 40 a 55 °C en el cantón

La Maná,» 20 marzo 2025. [En línea]. Available: https://repositorio.utc.edu.ec/items/a8c336d2-3a84-4583-b01a-9790077f6805.

[15] D. Jaramillo, «Modelación de un secador rectangular para el secado de cacao en convección forzada,» 20 octubre 2022. [En línea]. Available: https://repositorio.utc.edu.ec/items/f96edbac-00e4-4bba-820b-c0ab7e4a0a3d.

[16] J. Atiaja y E. Tarco, «Análisis de la cinética del secado de cacao nacional ecuatoriano y mejorado,» 13 abril 2022. [En línea]. Available: https://repositorio.utc.edu.ec/items/4141e931-dce9-4ec3-9abe-83eca00a7418.

[17] Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias, «Manual técnico de manejo postcosecha de cacao para el Ecuador,» 03 enero 2018. [En línea]. Available: https://www.agrocalidad.gob.ec/wp-content/uploads/2020/05/manu2.pdf.

[18] P. Parra y R. Saavedra, «Modelación y Simulación en ambiente Ecosimpro de una Cámara de Secado para Cacao,» 03 octubre 2016. [En línea]. Available: https://www.researchgate.net/figure/Figura-3-Curva-de-secado-para-el-cacao_fig3_312083174.

[19] O. Saavedra y D. Mantilla, «Modelado Computacional y Validación CFD del Proceso de Secado de la Almendra de cacao por Convección Forzada,» 10 abril 2018. [En línea]. Available: https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/53175/1/T-111310%20SAAVEDRA%20MORAN%2C%20OMAR%20%26%20MANTILLA%20CACERES%2C%20DAVID.pdf.

[20] M. Santander y V. Chica, «Descifrando la tecnología de secado del cacao: una revisión exhaustiva de su influencia en la formación del sabor y la calidad.,» 20

febrero 2025. [En línea]. Available: https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC11898522/.

[21] A. Pauzhi, «Evaluación de modelos matemáticos aplicables al proceso de secado de los granos de cacao en un secador accionado por un módulo de inducción,» 30 enero 2025. [En línea]. Available: https://dspace.unl.edu.ec/items/6df5c9da-de7d-4d21-a8cc-bd0d1ab54c0b.

[22] O. Castañeda, «Modelamiento y determinación del tiempo de secado solar de cacao (Theobroma cacao L.) peruano CES-01, VRAE-15 y VRAE-99,» 20 abril 2025. [En línea]. Available: https://repositorio.lamolina.edu.pe/items/9c8e3893-c7d8-4dd4-b87b-717475dff87e.

ANEXOS

ANEXO A

Gráficas de Temperaturas Intermedias con Granulometría Pequeña

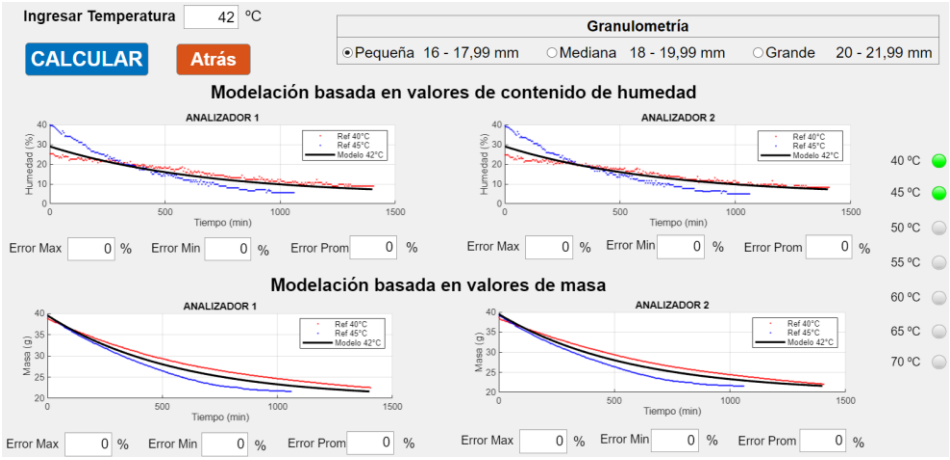


Figura A.1 Gráfica a 42 ºC

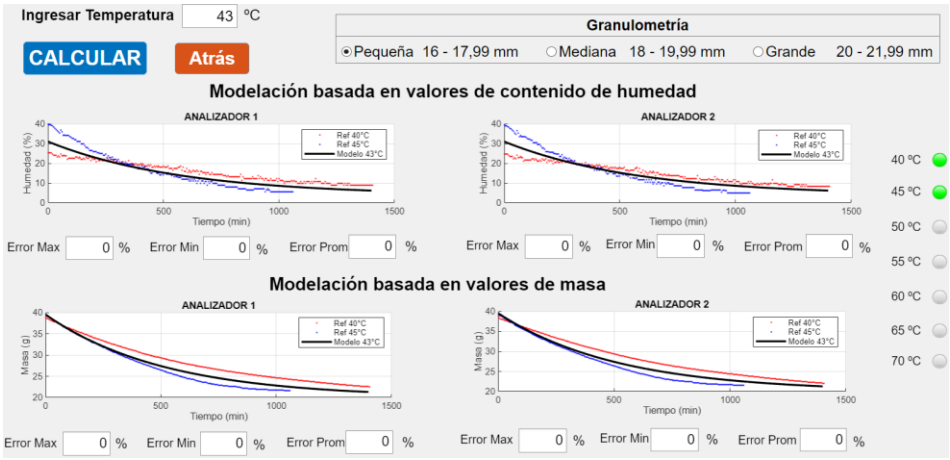


Figura A.2 Gráfica a 43 ºC

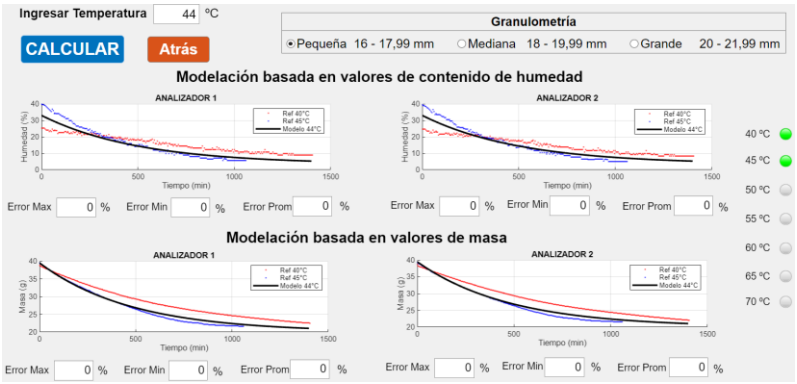


Figura A.3 Gráfica a 44 ºC

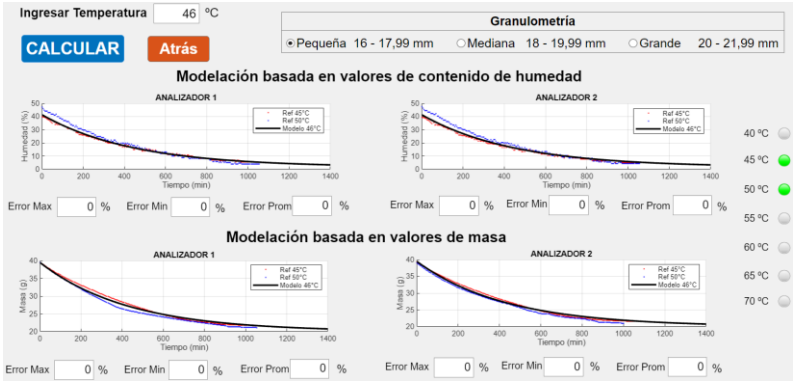


Figura A.4 Gráfica a 46 ºC

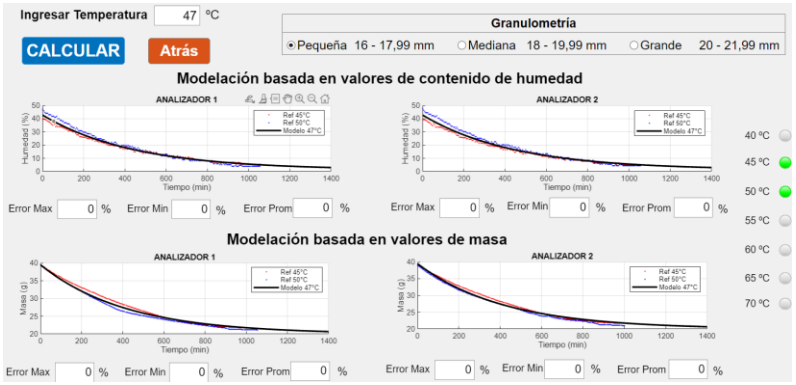


Figura A.5 Gráfica a 47 ºC

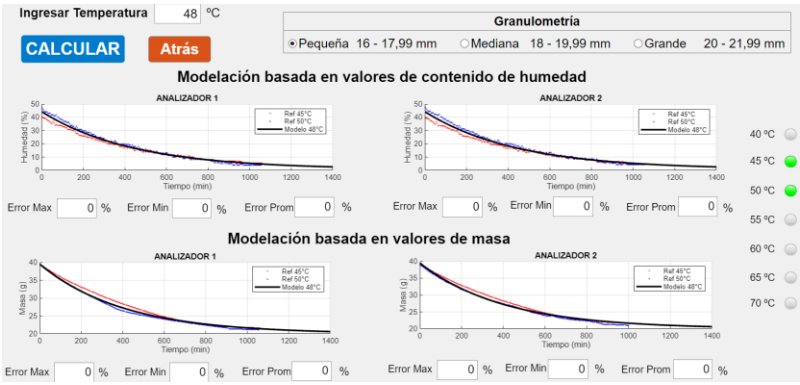


Figura A.6 Gráfica a 48 ºC

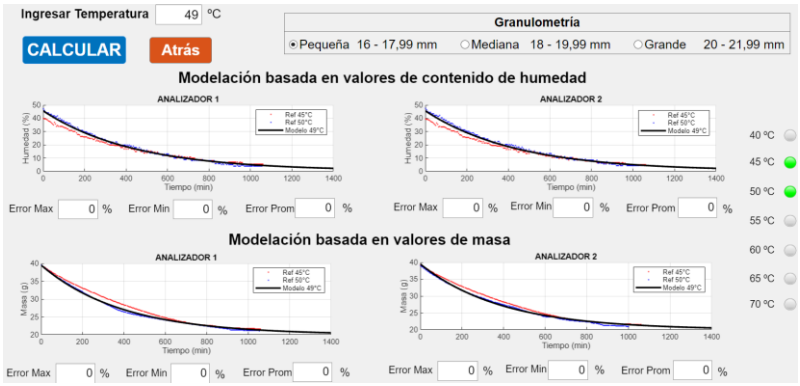


Figura A.7 Gráfica a 49 ºC

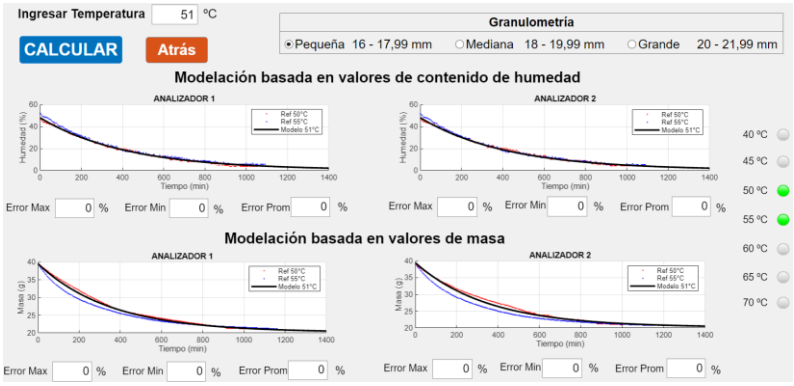


Figura A.8 Gráfica a 51 ºC

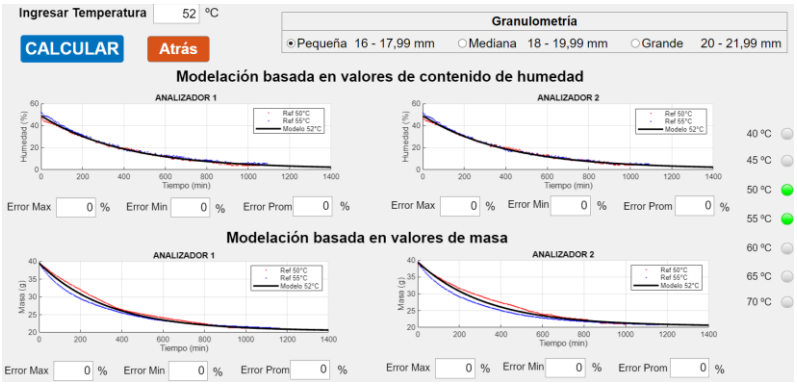


Figura A.9 Gráfica a 52 ºC

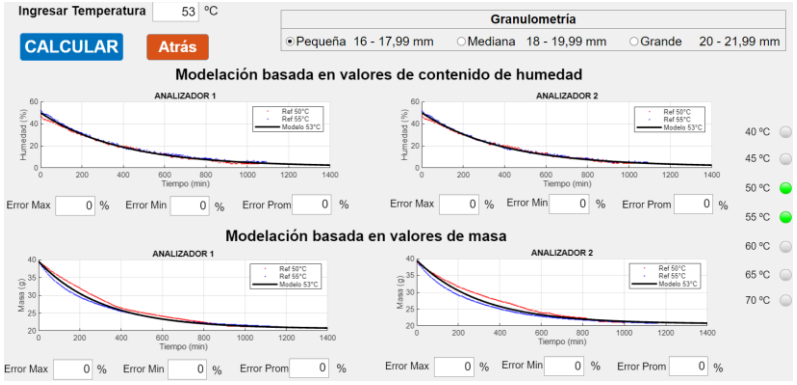


Figura A.10 Gráfica a 53 ºC

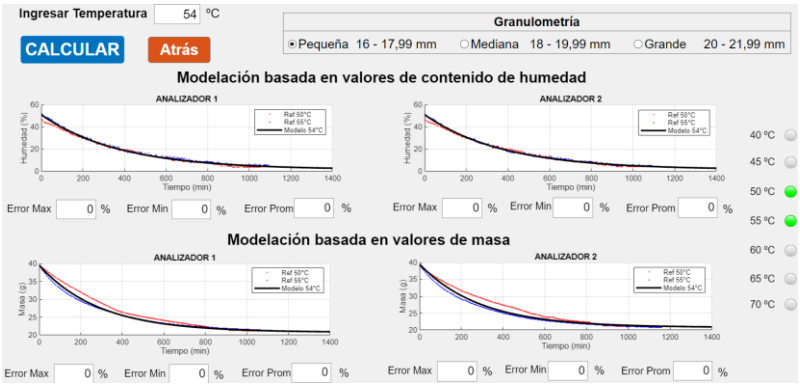


Figura A.11 Gráfica a 54 ºC

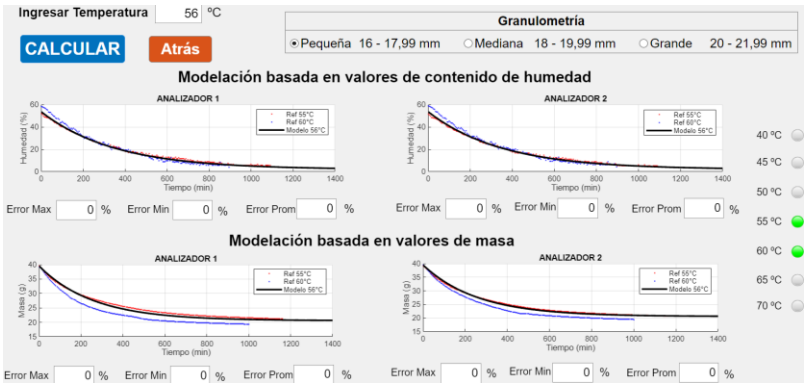


Figura A.12 Gráfica a 56 ºC

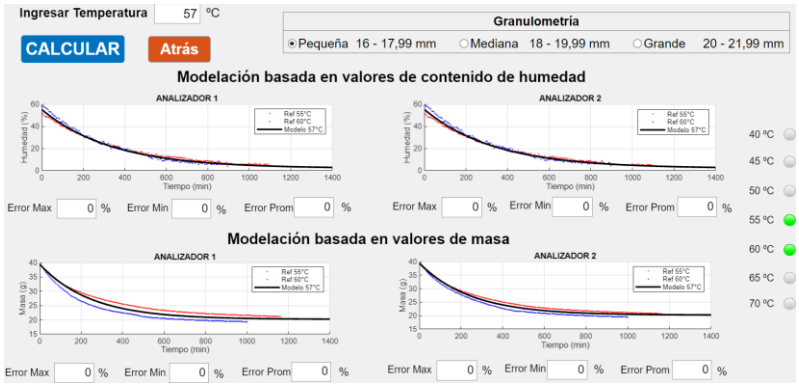


Figura A.13 Gráfica a 57 ºC

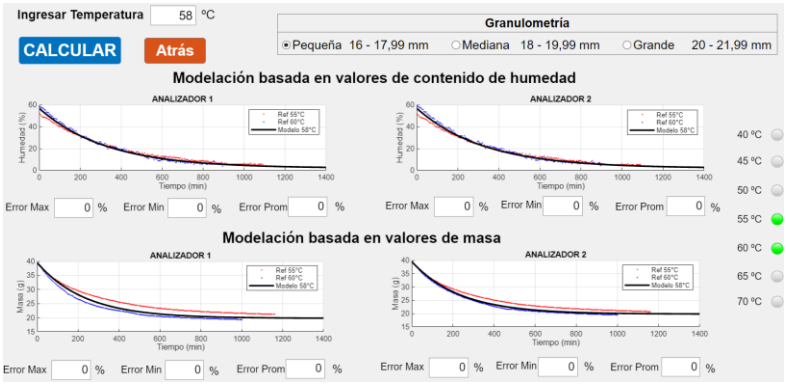


Figura A.14 Gráfica a 58 ºC

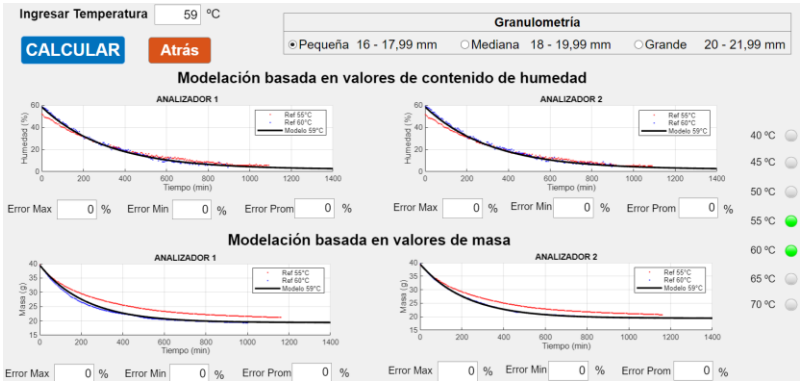


Figura A.15 Gráfica a 59 ºC

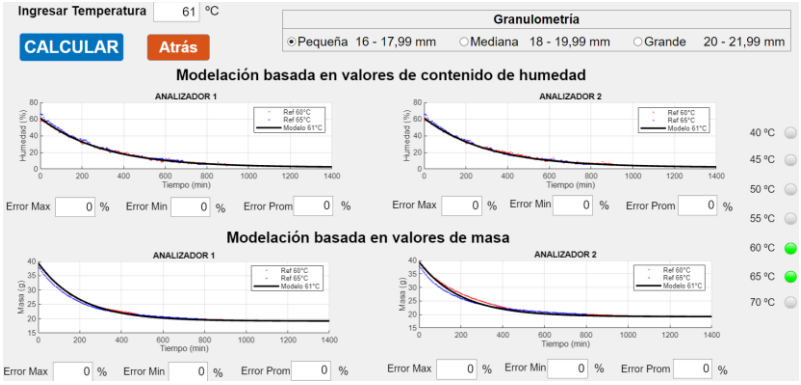


Figura A.16 Gráfica a 61 ºC

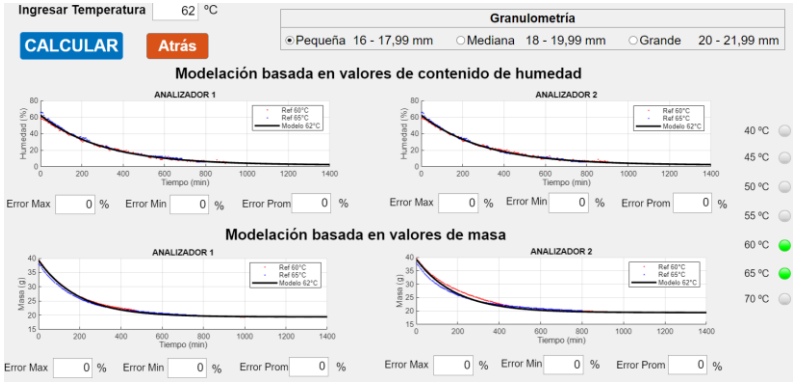


Figura A.17 Gráfica a 62 ºC

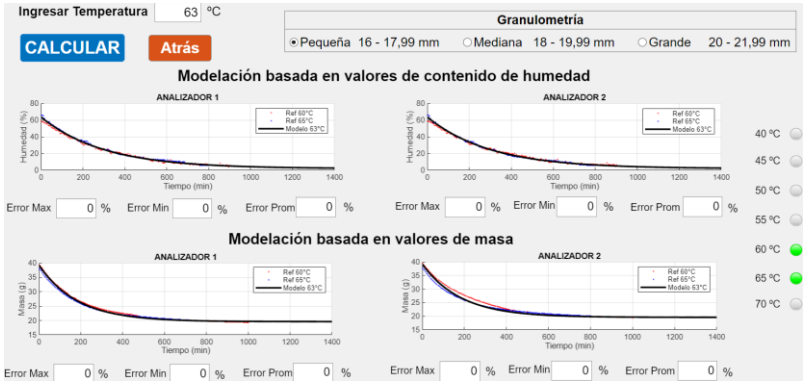


Figura A.18 Gráfica a 63 ºC

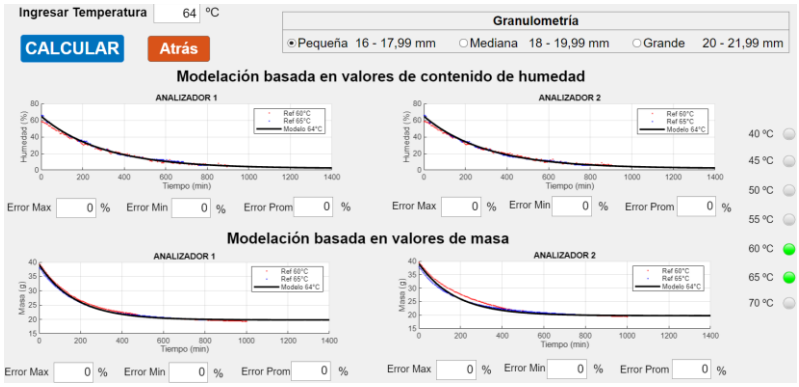


Figura A.19 Gráfica a 64 ºC

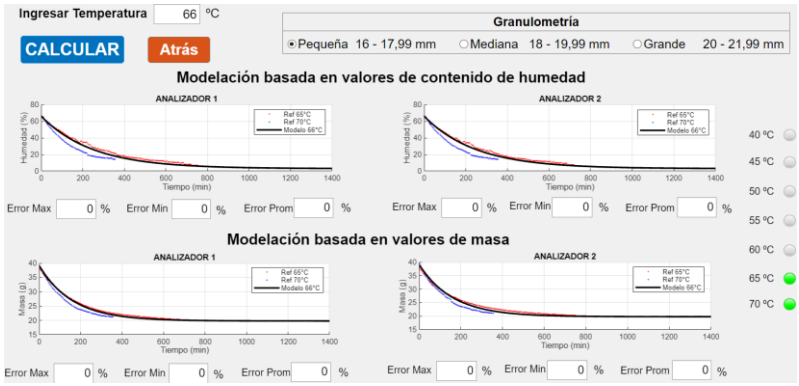


Figura A.20 Gráfica a 66 ºC

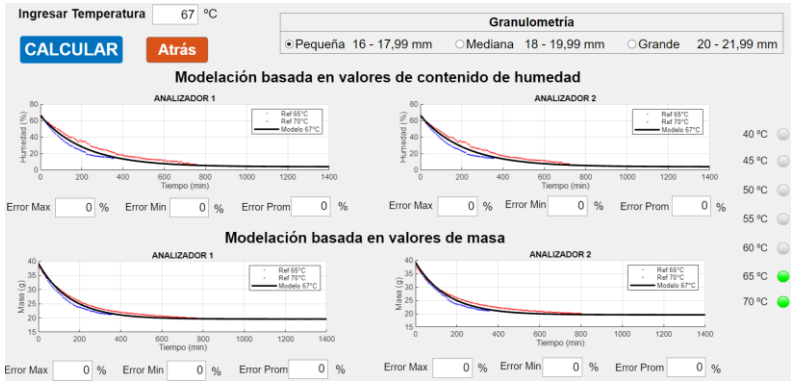


Figura A.21 Gráfica a 67 ºC

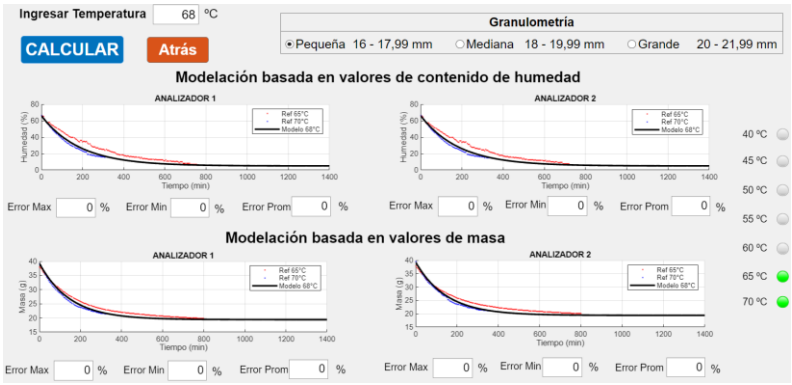


Figura A.22 Gráfica a 68 ºC

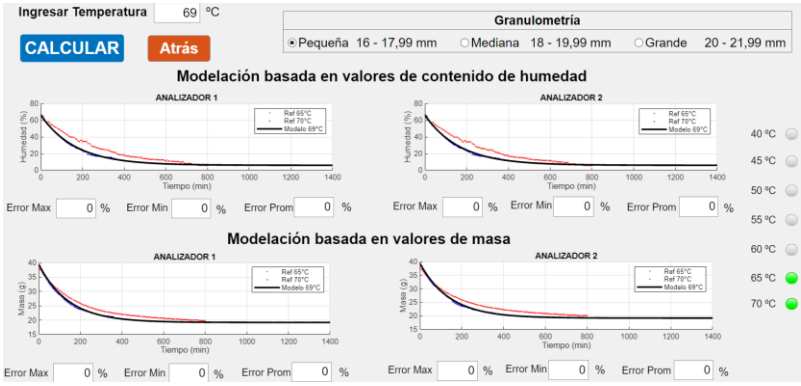


Figura A.23 Gráfica a 69 ºC

ANEXO B

Gráficas de Temperaturas Intermedias con Granulometría Mediana

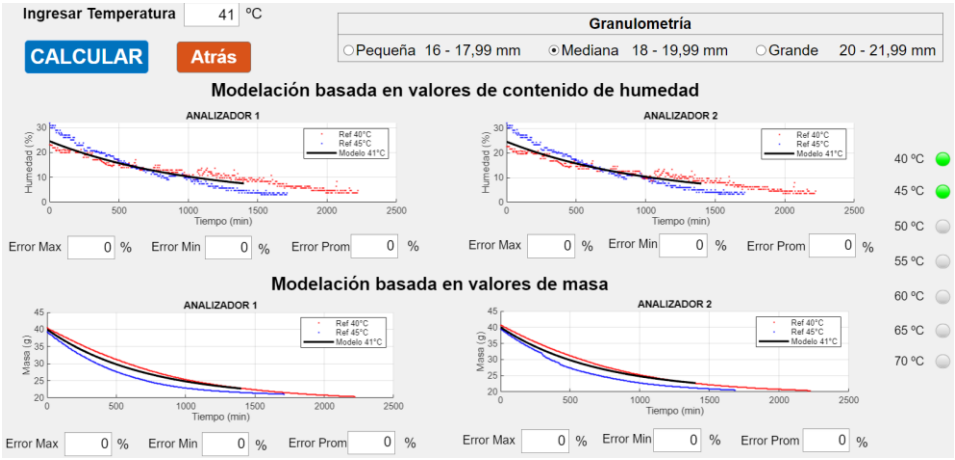


Figura B.1 Gráfica a 41 ºC

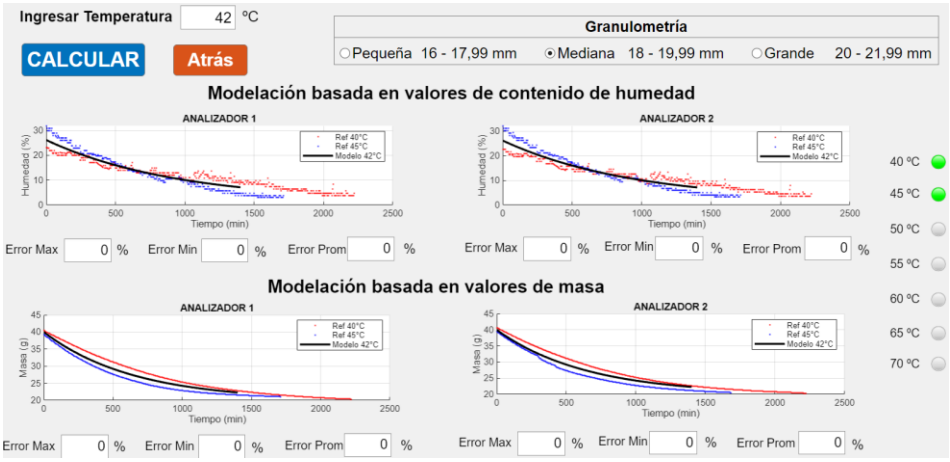


Figura B.2 Gráfica a 42 ºC

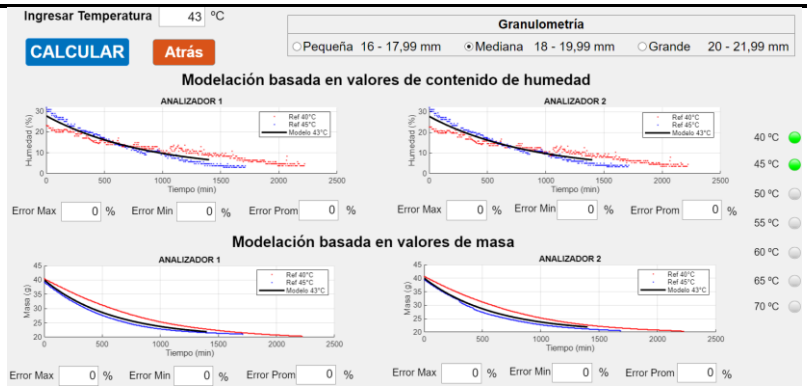


Figura B.3 Gráfica a 43 ºC

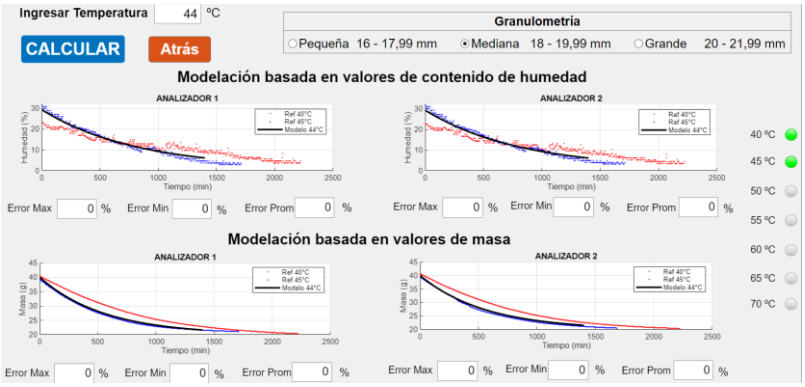


Figura B.4 Gráfica a 44 ºC

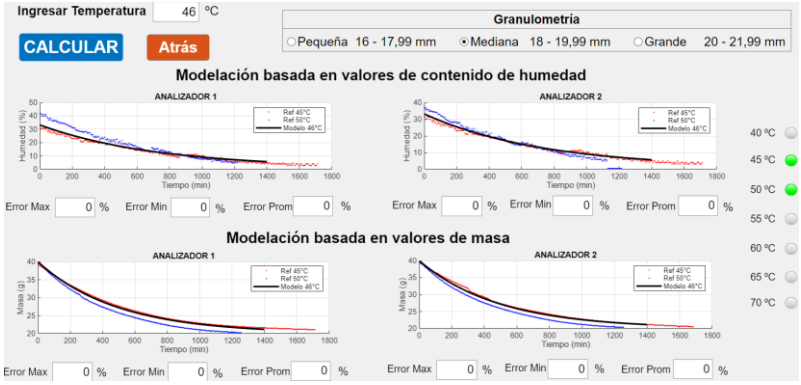


Figura B.5 Gráfica a 46 ºC

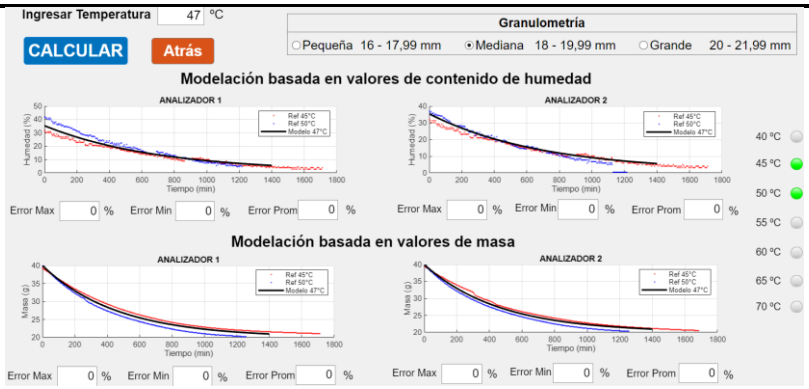


Figura B.6 Gráfica a 47 ºC

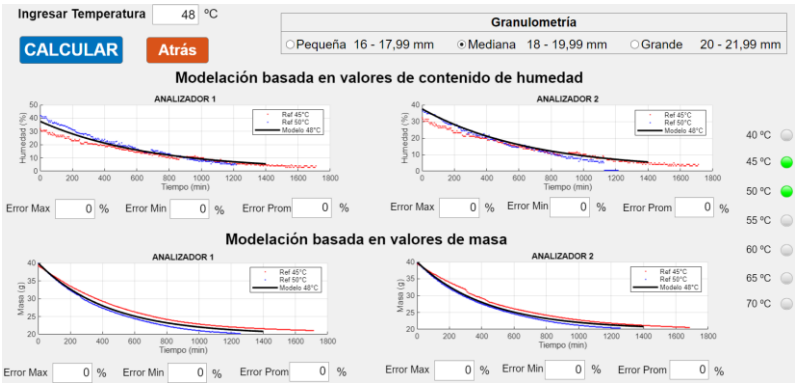


Figura B.7 Gráfica a 48 ºC

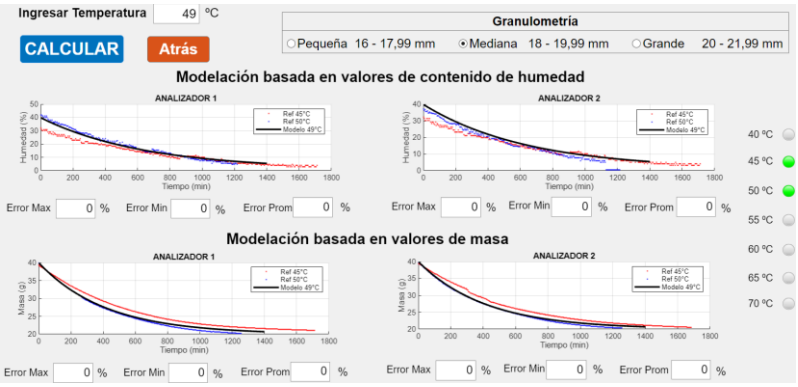


Figura B.8 Gráfica a 49 ºC

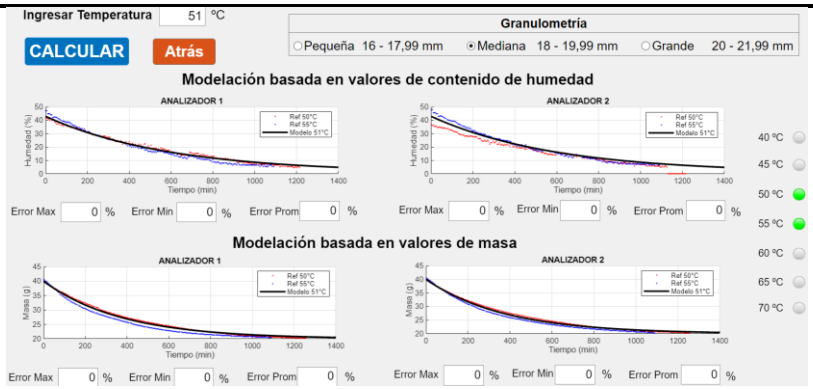


Figura B.9 Gráfica a 51 ºC

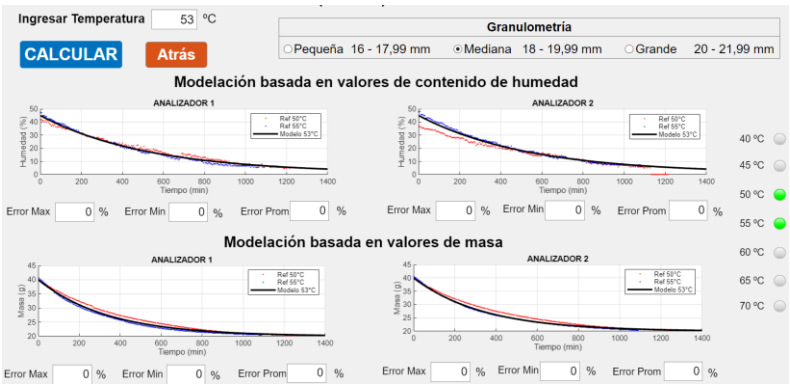


Figura B.10 Gráfica a 53 ºC

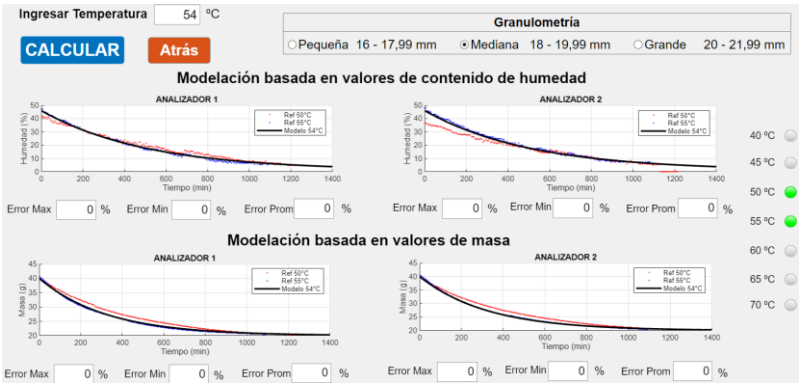


Figura B.11 Gráfica a 54 ºC

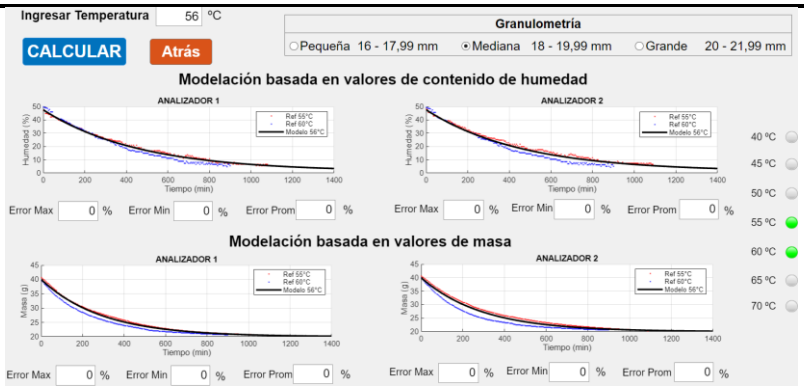


Figura B.12 Gráfica a 56 ºC

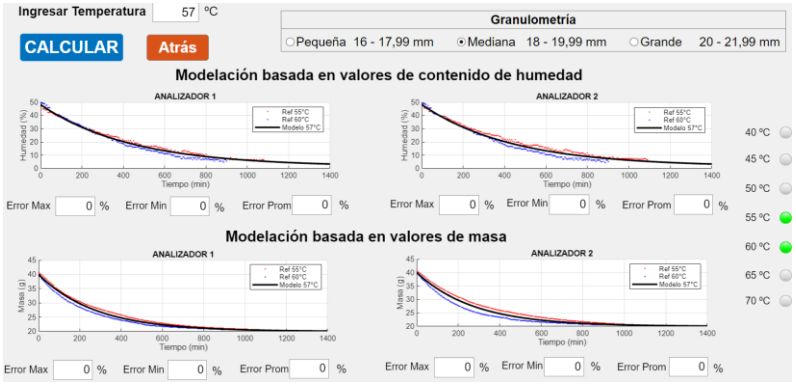


Figura B.13 Gráfica a 57 ºC

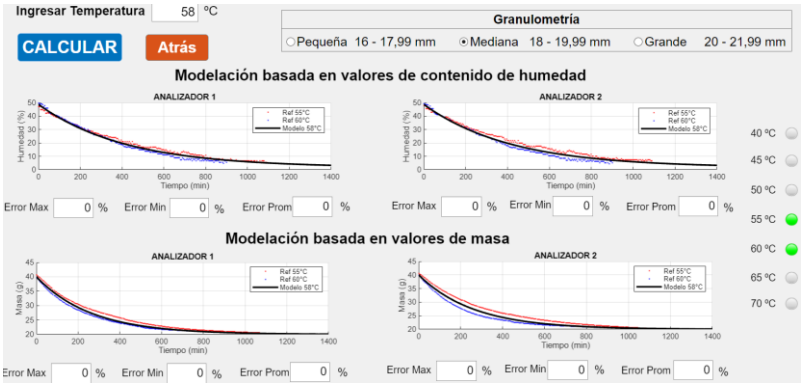


Figura B.14 Gráfica a 58 ºC

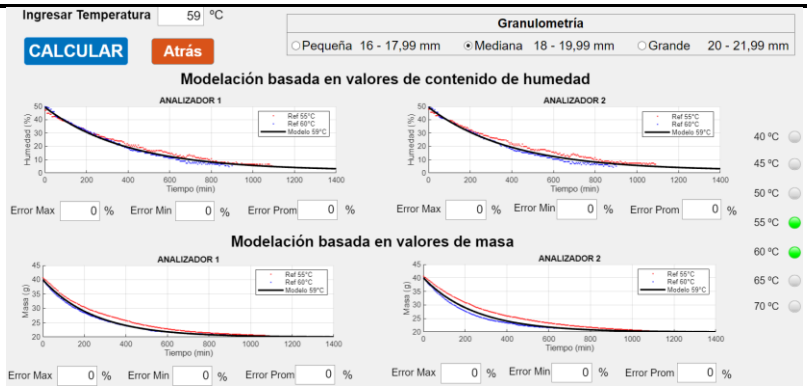


Figura B.15 Gráfica a 59 ºC

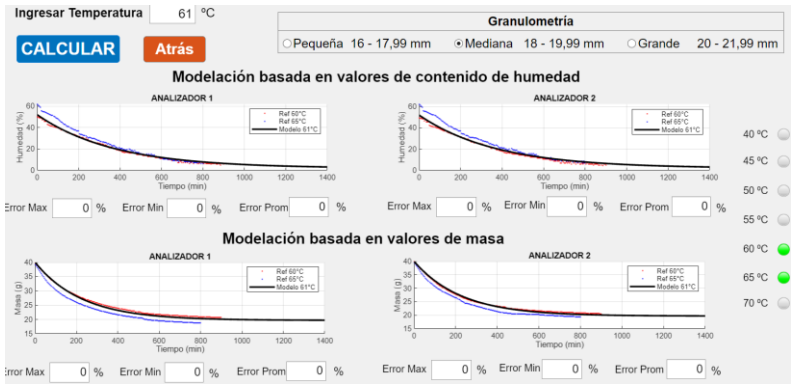


Figura B.16 Gráfica a 61 ºC

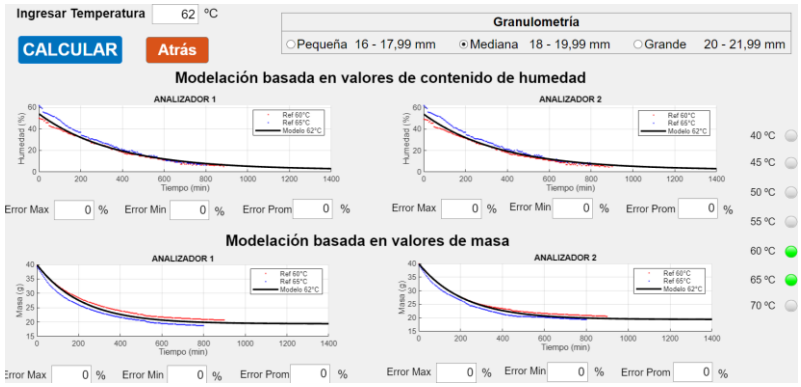


Figura B.17 Gráfica a 62 ºC

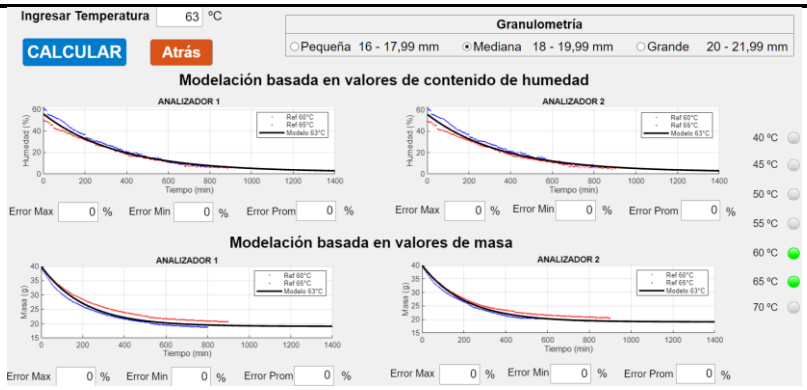


Figura B.18 Gráfica a 63 ºC

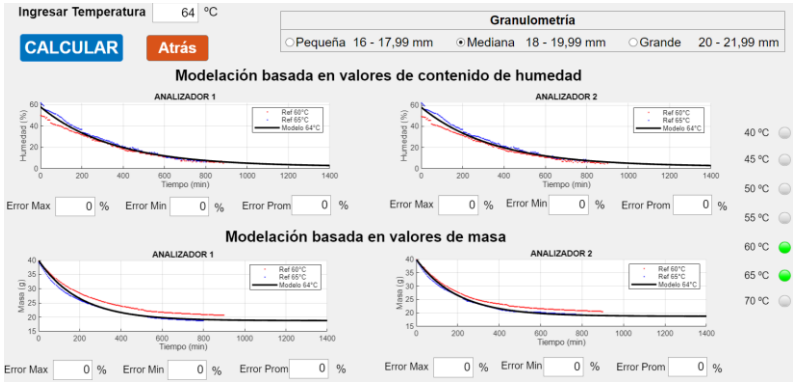


Figura B.19 Gráfica a 64 ºC

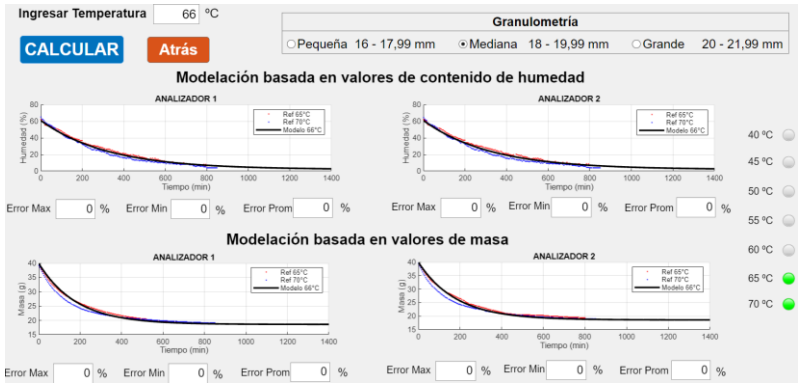


Figura B.20 Gráfica a 66 ºC

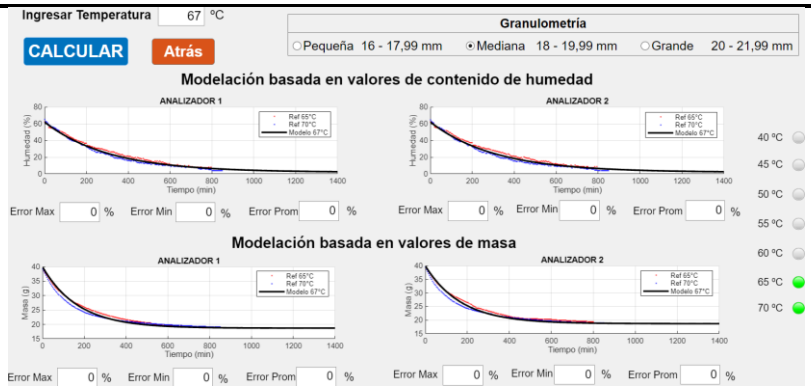


Figura B.21 Gráfica a 67 ºC

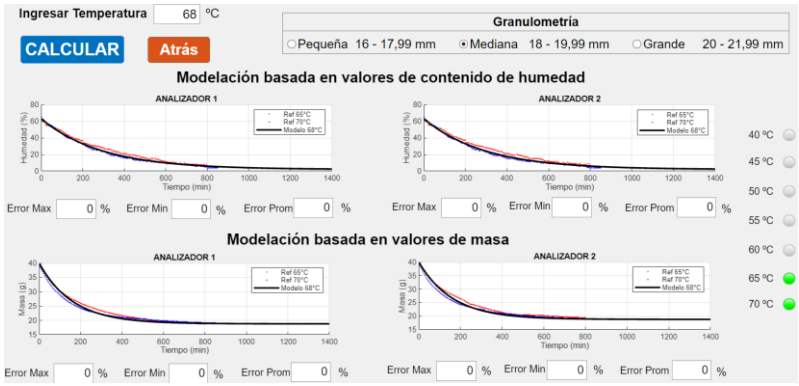


Figura B.22 Gráfica a 68 ºC

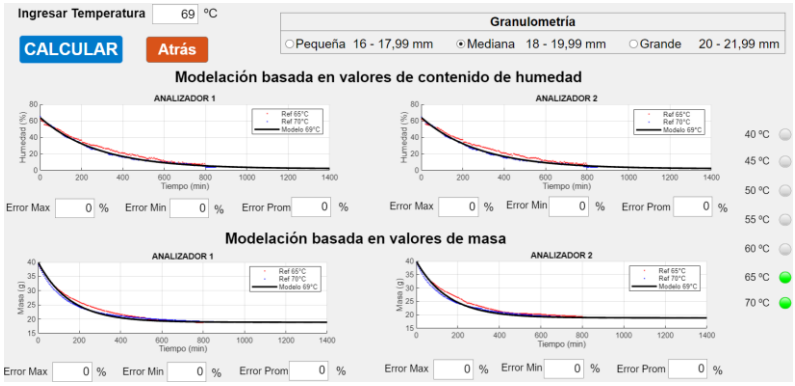


Figura B.23 Gráfica a 69 ºC

ANEXO C

Gráficas de Temperaturas Intermedias con Granulometría Grande

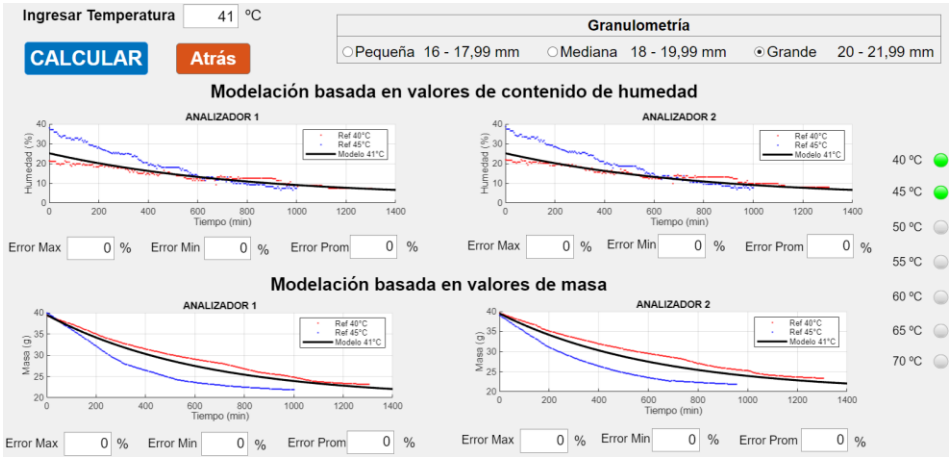


Figura C.1 Gráfica a 41 ºC

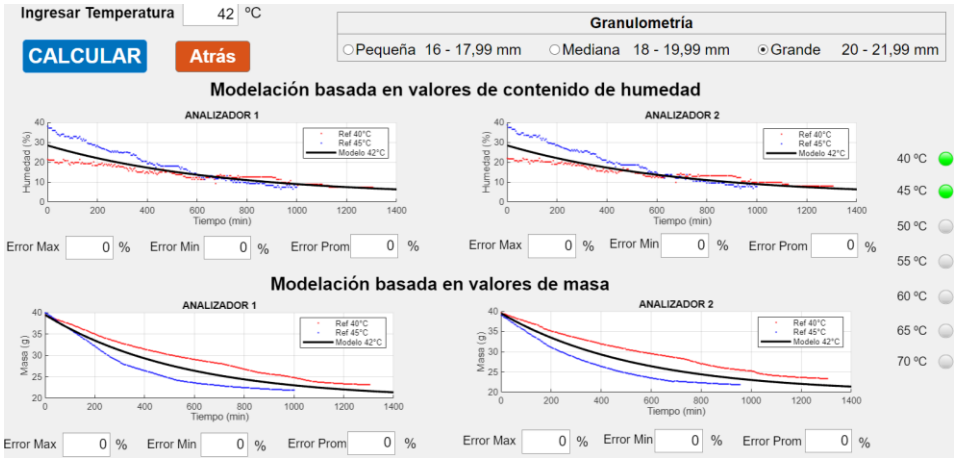


Figura C.2 Gráfica a 42 ºC

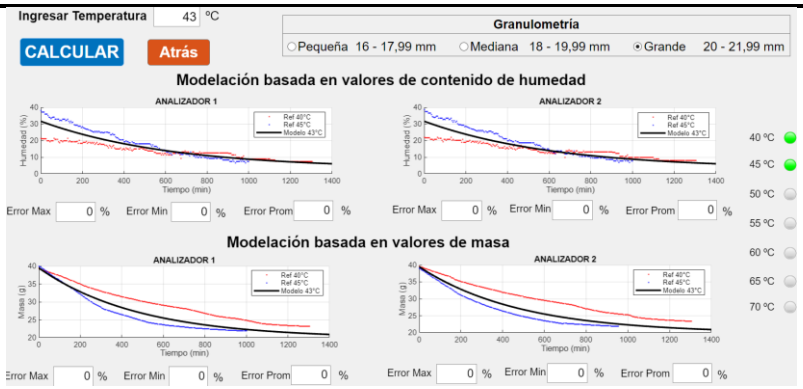


Figura C.3 Gráfica a 43 ºC

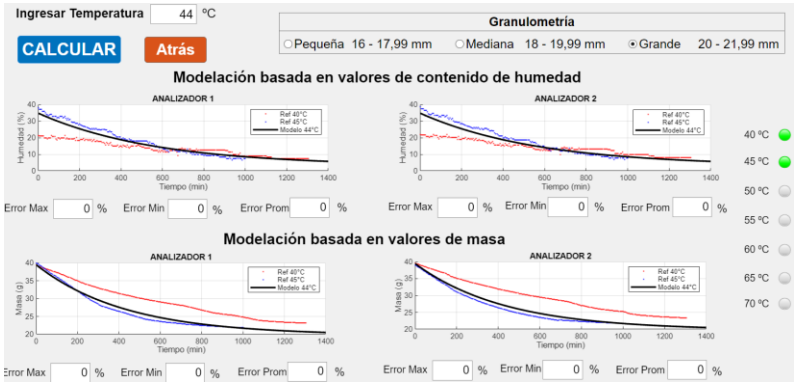


Figura C.4 Gráfica a 44 ºC

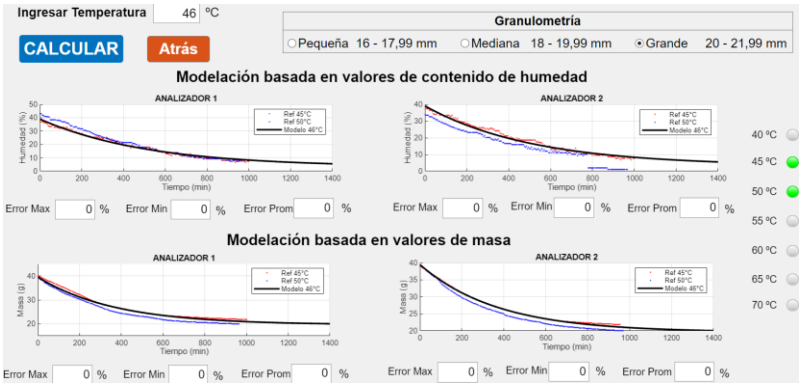


Figura C.5 Gráfica a 46 ºC

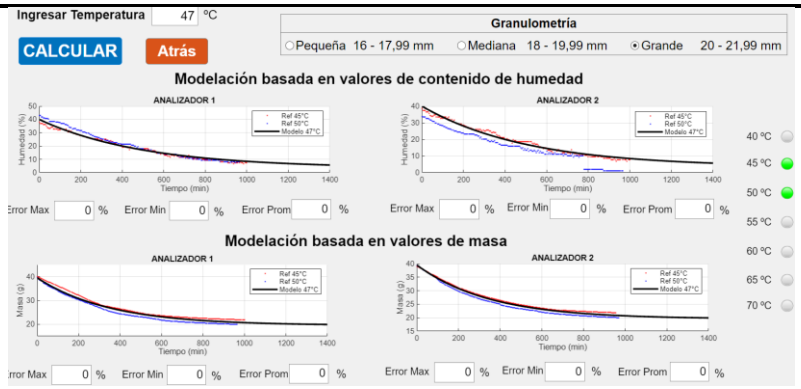


Figura C.6 Gráfica a 47 ºC

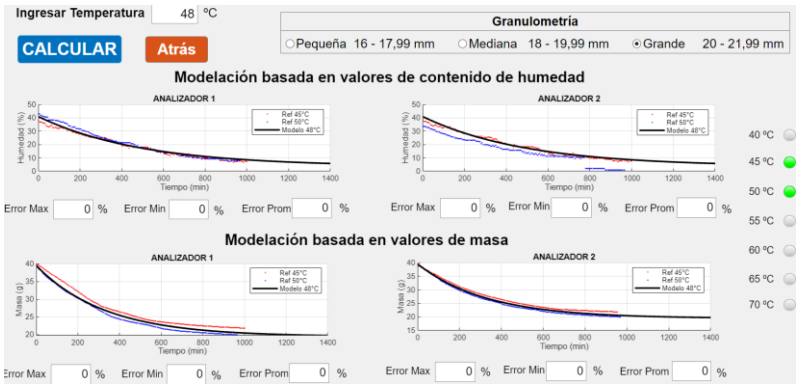


Figura C.7 Gráfica a 48 ºC

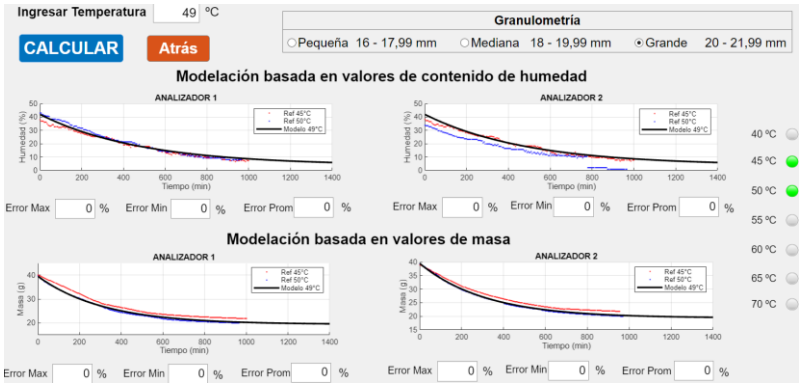


Figura C.8 Gráfica a 49 ºC

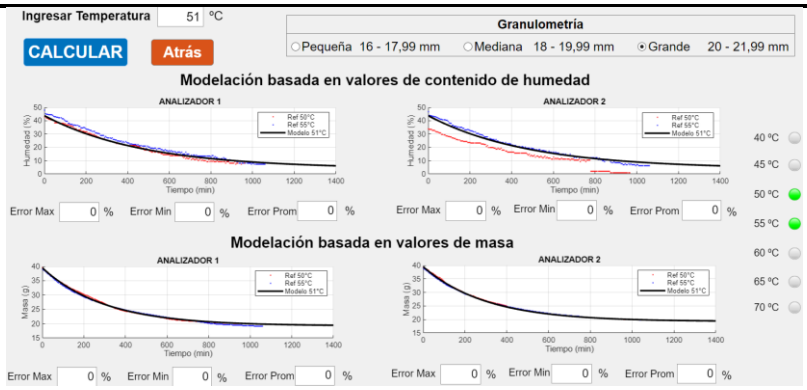


Figura C.9 Gráfica a 51 ºC

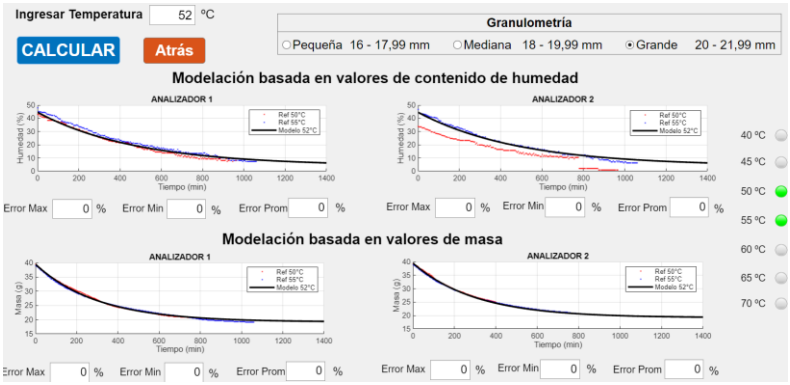


Figura C.10 Gráfica a 52 ºC

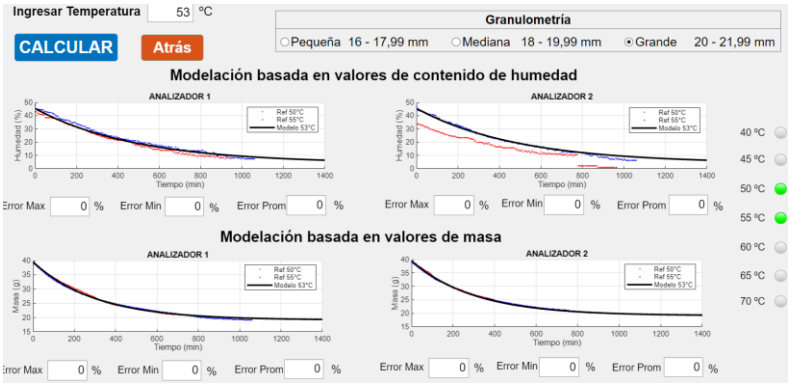


Figura C.11 Gráfica a 53 ºC

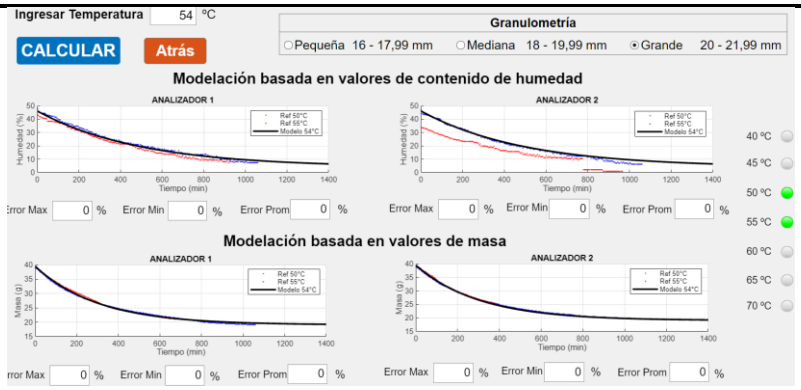


Figura C.12 Gráfica a 54 ºC

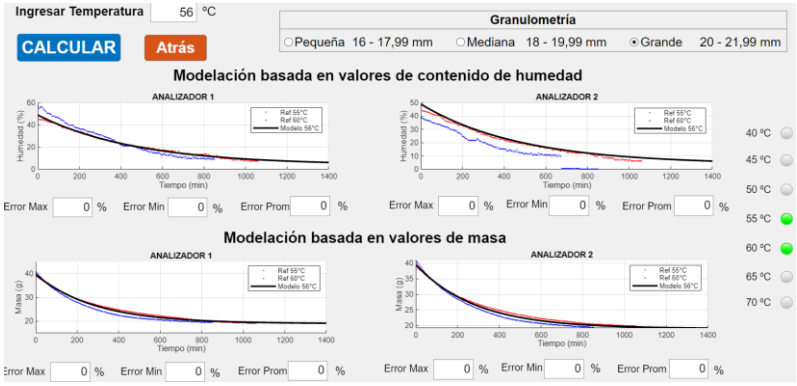


Figura C.13 Gráfica a 56 ºC

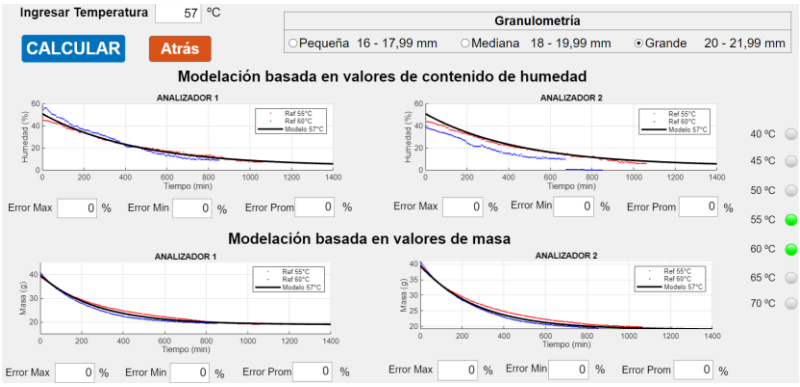


Figura C.14 Gráfica a 57 ºC

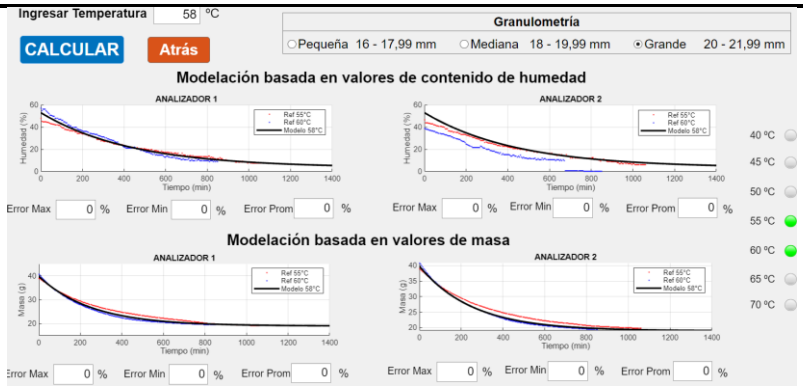


Figura C.15 Gráfica a 58 ºC

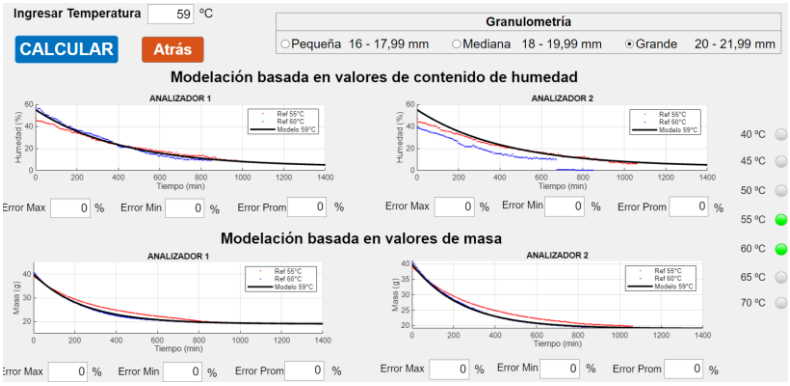


Figura C.16 Gráfica a 59 ºC

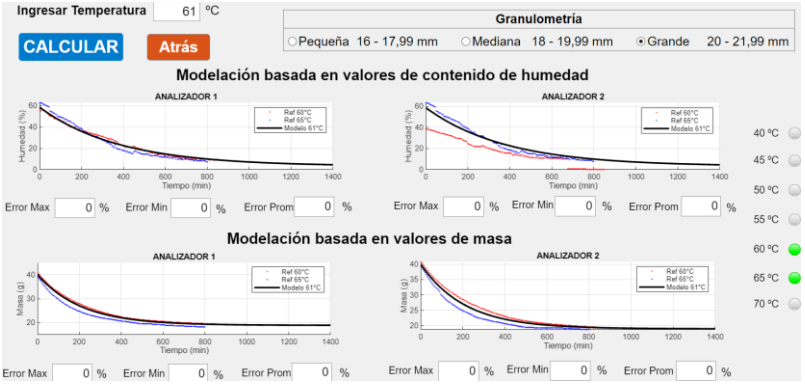


Figura C.17 Gráfica a 61 ºC

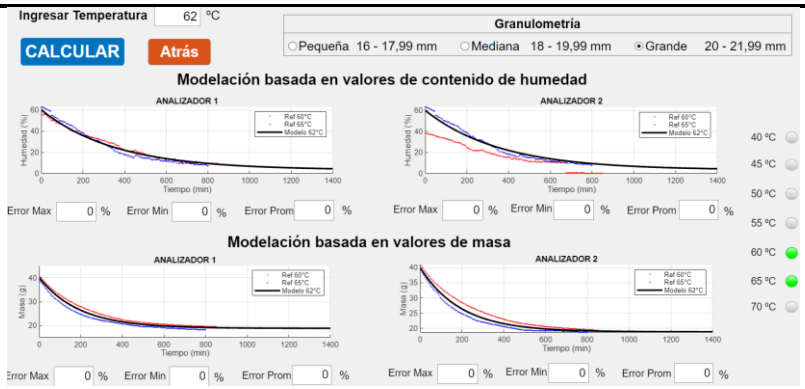


Figura C.18 Gráfica a 62 ºC

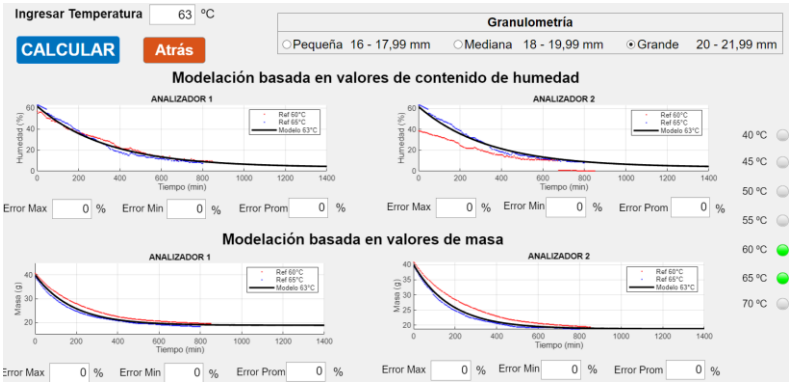


Figura C.19 Gráfica a 63 ºC

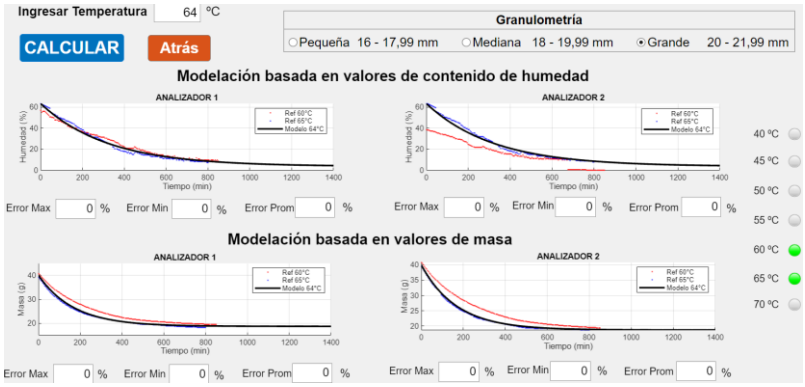


Figura C.20 Gráfica a 64 ºC

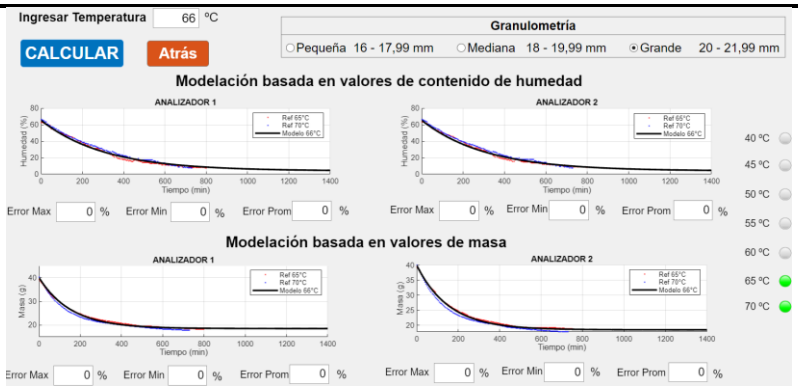


Figura C.21 Gráfica a 66 ºC

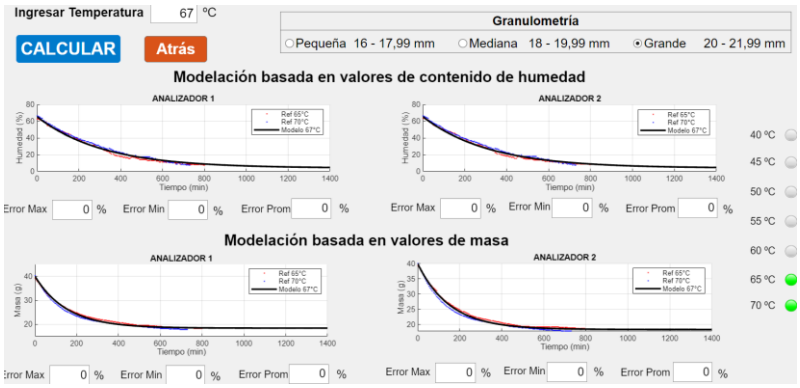


Figura C.22 Gráfica a 67 ºC

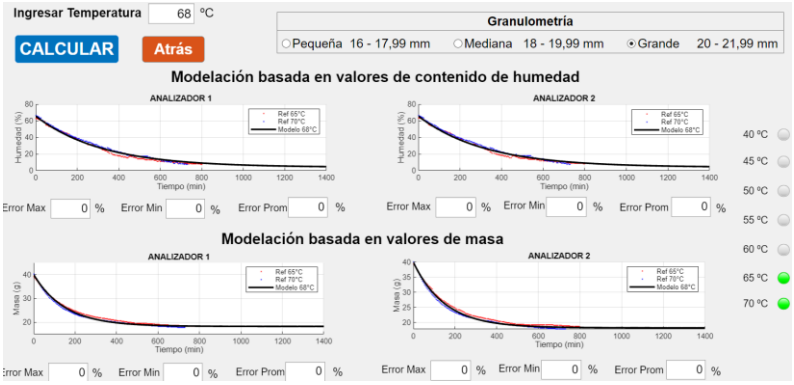


Figura C.23 Gráfica a 68 ºC

```
T_sel = app.IngresarTemperatura.Value;

            % Selección de granulometría
            if app.GranulometraButtonGroup.SelectedObject == app.Pequena
                pref = 'P'; G_tag = 'PEQUENO';
            elseif app.GranulometraButtonGroup.SelectedObject ==
app.Mediana
                pref = 'M'; G_tag = 'MEDIANO';
            else
                pref = 'G'; G_tag = 'GRANDE';
            end
            try
                tab_const_M = readtable('Constantes_Solver.xlsx');
                tab_const_H = readtable('Constantes_Humedad.xlsx');
                fila = find(tab_const_M.Temp == T_sel);
                maquinas = {'M1', 'M2'};
                graf_peso = {app.GraficaM1, app.GraficaM2};
                graf_hume = {app.GraficaHM1, app.GraficaHM2};

                % Variables de errores de masa
                err_max = {app.ErrorMaxM1, app.ErrorMaxM2};
                err_min = {app.ErrorMinM1, app.ErrorMinM2};
                err_pro = {app.ErrorPromM1, app.ErrorPromM2};

                % Variables de errores de humedad
                err_max_h = {app.ErrorMaxM1_H, app.ErrorMaxM2_H};
                err_min_h = {app.ErrorMinM1_H, app.ErrorMinM2_H};
                err_pro_h = {app.ErrorPromM1_H, app.ErrorPromM2_H};

                es_exacta = mod(T_sel, 5) == 0;

                for i = 1:2
                    m = maquinas{i};
                    ax_p = graf_peso{i};
                    ax_h = graf_hume{i};
                    hold(ax_p, 'off'); hold(ax_h, 'off');

                    nombre_pestana = [G_tag, '_', m];
                    data_masa = readtable('Datos_Secado.xlsx', 'Sheet',
nombre_pestana);
                    data_hume = readtable('Datos_Humedad.xlsx', 'Sheet',
nombre_pestana);

                    if es_exacta
                        col = ['T', num2str(T_sel)];
                        % Graficar Datos Experimentales Masa
                        t_m = data_masa.Tiempo(~isnan(data_masa.(col)));
```

```
                        M_e = data_masa.(col)(~isnan(data_masa.(col)));
                        p1 = plot(ax_p, t_m, M_e, 'ro', 'MarkerSize',
4); hold(ax_p, 'on');

                        % Graficar Datos Experimentales Humedad
                        t_h = data_hume.Tiempo(~isnan(data_hume.(col)));
                        H_e = data_hume.(col)(~isnan(data_hume.(col)));
                        h1 = plot(ax_h, t_h, H_e, 'go', 'MarkerSize',
4); hold(ax_h, 'on');
                        t_model = t_m;

                        % Modelo Masa
                        k_m = tab_const_M.(['k_', pref, '_', m])(fila);
                        Me_m = tab_const_M.(['Me_', pref, '_',
m])(fila);
                        Mo_m = tab_const_M.(['Mo_', pref, '_',
m])(fila);
                        M_pred_err = Me_m + (Mo_m - Me_m) * exp(-k_m *
t_m);

                        % Errores de Masa (Se mantienen porcentuales
según tu código previo)
                        errores = abs((M_e - M_pred_err) ./ M_e) * 100;
                        err_max{i}.Value = max(errores);
                        err_min{i}.Value = min(errores);
                        err_pro{i}.Value = mean(errores);

                        M_pred = Me_m + (Mo_m - Me_m) * exp(-k_m *
t_model);
                        p_mod = plot(ax_p, t_model, M_pred, 'k-',
'LineWidth', 2);

                        % --- CAMBIO SOLICITADO: Diferencia Absoluta
Humedad ---
                        k_h = tab_const_H.(['k_', pref, '_', m])(fila);
                        Me_h = tab_const_H.(['Me_', pref, '_',
m])(fila);
                        Mo_h = tab_const_H.(['Mo_', pref, '_',
m])(fila);
                        H_pred_err = Me_h + (Mo_h - Me_h) * exp(-k_h *
t_h);

                        % Cálculo de la diferencia absoluta: |Exp -
Pred|
                        dif_absoluta_h = abs(H_e - H_pred_err);

                        % Asignar valores a los cuadros de Humedad (Max,
Min, Prom)
                        err_max_h{i}.Value = max(dif_absoluta_h);
                        err_min_h{i}.Value = min(dif_absoluta_h);
                        err_pro_h{i}.Value = mean(dif_absoluta_h);
```

```
                        % ---------------------------------------------
-------

                        H_pred = Me_h + (Mo_h - Me_h) * exp(-k_h *
t_model);
                        h_mod = plot(ax_h, t_model, H_pred, 'k-',
'LineWidth', 2);

                        legend(ax_p, [p1, p_mod], {['Exp ',
num2str(T_sel), '°C'], ['Modelo ', num2str(T_sel), '°C']}, 'FontSize',
8);
                        legend(ax_h, [h1, h_mod], {['Exp ',
num2str(T_sel), '°C'], ['Modelo ', num2str(T_sel), '°C']}, 'FontSize',
8);
                    else
                        % CASO INTERMEDIO
                        T_inf = floor(T_sel/5)*5;
                        T_sup = ceil(T_sel/5)*5;
                        cols = {['T', num2str(T_inf)], ['T',
num2str(T_sup)]};

                        % Plot Masa Ref
                        tm_inf =
data_masa.Tiempo(~isnan(data_masa.(cols{1})));
                        Mm_inf =
data_masa.(cols{1})(~isnan(data_masa.(cols{1})));
                        p_inf = plot(ax_p, tm_inf, Mm_inf, 'r.',
'MarkerSize', 4); hold(ax_p, 'on');

                        tm_sup =
data_masa.Tiempo(~isnan(data_masa.(cols{2})));
                        Mm_sup =
data_masa.(cols{2})(~isnan(data_masa.(cols{2})));
                        p_sup = plot(ax_p, tm_sup, Mm_sup, 'b.',
'MarkerSize', 4);

                        % Plot Humedad Ref
                        th_inf =
data_hume.Tiempo(~isnan(data_hume.(cols{1})));
                        Hh_inf =
data_hume.(cols{1})(~isnan(data_hume.(cols{1})));
                        h_inf = plot(ax_h, th_inf, Hh_inf, 'r.',
'MarkerSize', 4); hold(ax_h, 'on');

                        th_sup =
data_hume.Tiempo(~isnan(data_hume.(cols{2})));
                        Hh_sup =
data_hume.(cols{2})(~isnan(data_hume.(cols{2})));
                        h_sup = plot(ax_h, th_sup, Hh_sup, 'b.',
'MarkerSize', 4);
                        t_model = (0:5:1400)';
```

```
                        % Modelo Predictivo
                        k_m = tab_const_M.(['k_', pref, '_', m])(fila);
                        Me_m = tab_const_M.(['Me_', pref, '_',
m])(fila);
                        Mo_m = tab_const_M.(['Mo_', pref, '_',
m])(fila);
                        M_pred = Me_m + (Mo_m - Me_m) * exp(-k_m *
t_model);
                        p_mod = plot(ax_p, t_model, M_pred, 'k-',
'LineWidth', 2);

                        k_h = tab_const_H.(['k_', pref, '_', m])(fila);
                        Me_h = tab_const_H.(['Me_', pref, '_',
m])(fila);
                        Mo_h = tab_const_H.(['Mo_', pref, '_',
m])(fila);
                        H_pred = Me_h + (Mo_h - Me_h) * exp(-k_h *
t_model);
                        h_mod = plot(ax_h, t_model, H_pred, 'k-',
'LineWidth', 2);

                        legend(ax_p, [p_inf, p_sup, p_mod], {['Ref ',
num2str(T_inf), '°C'], ['Ref ', num2str(T_sup), '°C'], ['Modelo ',
num2str(T_sel), '°C']}, 'FontSize', 8);
                        legend(ax_h, [h_inf, h_sup, h_mod], {['Ref ',
num2str(T_inf), '°C'], ['Ref ', num2str(T_sup), '°C'], ['Modelo ',
num2str(T_sel), '°C']}, 'FontSize', 8);

                        err_max{i}.Value = 0; err_min{i}.Value = 0;
err_pro{i}.Value = 0;
                        err_max_h{i}.Value = 0; err_min_h{i}.Value = 0;
err_pro_h{i}.Value = 0;
                    end
                    grid(ax_p, 'on'); grid(ax_h, 'on');
                end


            catch ME
                uialert(app.UIFigure, ME.message, 'Error');
            end
```