



# **UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS**

**CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA EN SISTEMAS  
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**“MODELO MATEMÁTICO DE APROXIMACIÓN CUADRÁTICA PARA  
EL FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE  
DISTRIBUCIÓN”**

## **AUTORES:**

Córdova Guaraca Luz Vanessa

Tibanquiza Chuncho Giovanna Gabriela

## **TUTOR:**

Ing. MSc. Quinatoa Caiza Carlos Iván

**LATACUNGA- ECUADOR**

2020

## **DECLARACIÓN DE AUDITORÍA**

## **AVAL DEL TUTOR**

## **APROBACION DE LECTORES**

## AGRADECIMIENTOS

*Primeramente, nuestro sincero agradecimiento a nuestro tutor de tesis Ing. Carlos Quinatoa por brindarnos la oportunidad de recurrir a sus conocimientos y por la paciencia que tuvo para guiarnos durante todo el desarrollo de nuestra tesis.*

*Agradecemos también a nuestros queridos padres, ya que nos han brindado su apoyo incondicional y su amor infinito para poder cumplir con todos nuestros objetivos.*

*Finalmente agradecemos a la Universidad Técnica de Cotopaxi por permitirnos formar parte de ella y por abrirnos sus puertas para poder estudiar nuestra carrera de Ingeniería Eléctrica y así formarnos profesionalmente, así como también a los diferentes docentes que nos impartieron sus conocimientos y nos brindaron su apoyo para poder seguir adelante.*

**Vane y Gaby**

## **DEDICATORIA**

*El presente proyecto va dedicado en primer lugar a Dios por darme la sabiduría, fortaleza y vida. A mis queridos padres por ser mi pilar fundamental, por su amor, su comprensión, sus consejos, y sus ejemplos de humildad, superación y sacrificio.*

*A mis hermanos por ser mi motivación a seguir adelante, por su cooperación y su apoyo ante toda dificultad.*

*Finalmente, a todas las personas especiales, familiares, amigos, quienes estuvieron dispuestos a brindarme su apoyo, aportando a mi formación tanto profesional como ser humano.*

**Vanessa Córdova**

## **DEDICATORIA**

*En primer lugar dedico a mis padres porque han sido mi motivo de superación de cada día, demostrandome que con mucho esfuerzo y trabajo se puede conseguir los objetivos que se propone y han sido un gran apoyo para culminar mis estudios universitarios.*

*En segundo lugar agradezco a mis hermanos quienes me han brindado un amor incondicional, siendo un apoyo emocional en las dificultades que se me han presentado en la vida.*

***Gabriela Tibanquiza***

## INDICE DE CONTENIDO

<b>DECLARACIÓN DE AUDITORÍA</b> .....	ii
<b>AVAL DEL TUTOR</b> .....	iii
<b>APROBACION DE LECTORES</b> .....	iv
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	v
<b>DEDICATORIA</b> .....	vi
<b>INDICE DE CONTENIDO</b> .....	viii
<b>INDICE DE TABLAS</b> .....	xi
<b>INDICE DE FIGURAS</b> .....	xii
<b>RESUMEN</b> .....	xiii
<b>ABSTRACT</b> .....	xv
<b>AVAL DE TRADUCCIÓN</b> .....	xvii
<b>1. INFORMACIÓN GENERAL</b> .....	1
<b>Título del Proyecto</b> .....	1
<b>Fecha de inicio:</b> .....	1
<b>Fecha de Finalización:</b> .....	1
<b>Lugar de ejecución:</b> .....	1
<b>Facultad que auspicia</b> .....	1
<b>Carrera que auspicia:</b> .....	1
<b>Proyecto de investigación vinculado:</b> .....	1
<b>Equipo de Trabajo:</b> .....	1
<b>Área de Conocimiento:</b> .....	1
<b>Línea de investigación:</b> .....	2
<b>Sub líneas de investigación de la Carrera:</b> .....	2
<b>2. DESCRIPCION DEL PROYECTO</b> .....	2
<b>3. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO</b> .....	2
<b>4. BENEFICIARIOS</b> .....	3
<b>5. PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN</b> .....	3
<b>6. OBJETIVOS</b> .....	4
<b>Objetivo General</b> .....	4
<b>Objetivos Específicos</b> .....	4

<b>7. ACTIVIDADES Y SISTEMAS DE TAREAS EN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS PLANTEADOS</b> .....	4
<b>8. ANTECEDENTES TEÓRICO</b> .....	5
<b>10. FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICA TÉCNICA</b> .....	6
<b>10.1 Red de distribución</b> .....	6
<b>10.1.1 Topología de la red</b> .....	7
<b>10.1.2 Elementos que conforman la red de distribución</b> .....	8
<b>10.1.3 Generación Distribuida</b> .....	9
<b>10.2 Flujos de Potencia</b> .....	10
<b>10.2.1 Modelos de elementos del sistema para flujos de potencia</b> .....	10
<b>10.2.2 Características de flujos de potencia</b> .....	13
<b>10.2.3 Métodos de solución</b> .....	16
<b>10.3 Series de Taylor</b> .....	18
<b>10.4 Aproximación al flujo de carga óptimo</b> .....	19
<b>10.4.1 Aproximación lineal</b> .....	19
<b>10.4.2 Aproximación cuadrática</b> .....	19
<b>10.5 CVX</b> .....	20
<b>11. VALIDACIÓN DE LAS PREGUNTAS CIENTÍFICAS O HIPÓTESIS</b> .....	20
<b>12. METODOLOGÍAS Y DISEÑO EXPERIMENTAL</b> .....	20
<b>Modalidad de la Investigación</b> .....	21
<b>Modelo ZIP</b> .....	21
<b>Impedancia constante</b> .....	21
<b>Corriente constante</b> .....	22
<b>Potencia constante</b> .....	23
<b>Modelo Polinomial</b> .....	24
<b>Aproximación Cuadrática</b> .....	24
<b>Formulación Básica</b> .....	24
<b>Serie de Taylor para funciones Holomórficas</b> .....	25
<b>Matriz de admitancias</b> .....	29
<b>Modelo Cuadrático</b> .....	30
<b>Función Objetivo</b> .....	32
<b>Restricciones</b> .....	33
<b>Diagramas de Flujos para el modelo de aproximacion cuadrática</b> .....	35

<b>13. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....</b>	<b>37</b>
<b>Sistemas de Pruebas.....</b>	<b>37</b>
<b>Sistema de Prueba IEEE 37.....</b>	<b>37</b>
<b>Sistema de Prueba IEEE 69.....</b>	<b>39</b>
<b>Sistema de Prueba IEEE 119.....</b>	<b>41</b>
<b>Análisis de características de convergencia.....</b>	<b>42</b>
<b>Grafica de las características de convergencia para los sistemas de prueba.....</b>	<b>45</b>
<b>Variable adicional (Sistema de GD).....</b>	<b>48</b>
<b>14. IMPACTOS.....</b>	<b>49</b>
<b>Impactos técnicos.....</b>	<b>49</b>
<b>Impactos sociales.....</b>	<b>49</b>
<b>Impactos ambientales.....</b>	<b>49</b>
<b>15. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>49</b>
<b>16. ANEXOS.....</b>	<b>54</b>
<b>Anexo 1. Datos personales del Tutor de la investigación.....</b>	<b>54</b>
<b>Anexo 2. Datos personales del Postulante 1.....</b>	<b>55</b>
<b>Anexo 3. Datos personales del Postulante 2.....</b>	<b>57</b>
<b>Anexo 4. Datos del Sistema de Prueba IEEE 37 nodos.....</b>	<b>59</b>
<b>Anexo 5. Datos del Sistema de Prueba IEEE 69 nodos.....</b>	<b>60</b>
<b>Anexo 6. Datos del Sistema de Prueba IEEE 119 nodos.....</b>	<b>62</b>
<b>Anexo 7. Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 37.....</b>	<b>66</b>
<b>Anexo 8. Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 69.....</b>	<b>67</b>
<b>Anexo 9. Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 119.....</b>	<b>68</b>
<b>Anexo 10. Sistema de Prueba IEEE 37 nodos considerando 5 GD.....</b>	<b>70</b>
<b>Anexo 11. Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 37 considerando 5 GD.....</b>	<b>70</b>

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE 37 nodos.....	43
<b>Tabla 2.</b> Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE69 nodos.....	43
<b>Tabla 3.</b> Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE119 nodos.....	44
<b>Tabla 4.</b> Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE37 nodos.....	45
<b>Tabla 5.</b> Porcentaje de error de pérdidas con respecto al modelo matemático.....	45
<b>Tabla 6.</b> Resultados comparativos considerando tres GD. ....	48
<b>Tabla 7.</b> Resultados comparativos considerando 5 GD. ....	48

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Sistema de distribución eléctrico con sus principales componentes.....	7
<b>Figura 2.</b> Modelo energético distribuido .....	9
<b>Figura 3.</b> Curva de entrada-salida característica de la unidad generadora .....	14
<b>Figura 4.</b> Proceso de convergencia del metodo de Gauss Seidel. ....	16
<b>Figura 5.</b> Principio del método de Newton Raphson.....	17
<b>Figura 6.</b> Esquema de nodos para 2 nodos cualquiera m o n. ....	18
<b>Figura 7.</b> Región cerrada de la aproximación propuesta para los sistemas de distribución. ...	29
<b>Figura 8.</b> Algoritmo de linealización.....	35
<b>Figura 9.</b> Procedimiento para el cálculo del OPF.....	36
<b>Figura 10.</b> Esquema del sistema de prueba IEEE37.....	38
<b>Figura 11.</b> Perfiles de voltaje nodal, IEEE 37 nodos.....	38
<b>Figura 12.</b> Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 37 nodos .....	39
<b>Figura 13.</b> Sistema de prueba IEEE 69 nodos .....	39
<b>Figura 14.</b> Perfiles de voltajes de IEEE 69 nodos .....	40
<b>Figura 15.</b> Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 69 nodos .....	40
<b>Figura 16.</b> Sistema de prueba IEEE 119.....	41
<b>Figura 17.</b> Perfiles de voltajes de IEEE 119 nodos .....	42
<b>Figura 18.</b> Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 119 nodos .....	42
<b>Figura 19.</b> Características de convergencia entre métodos de solución .....	46
<b>Figura 20.</b> Iteraciones de convergencia de la aproximación cuadrática.....	46
<b>Figura 21.</b> Tiempo de convergencia entre métodos de solución .....	47
<b>Figura 22.</b> Tiempo de convergencia de la aproximación cuadrática .....	47

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

## FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS

### TITULO: “MODELO MATEMÁTICO DE APROXIMACIÓN CUADRÁTICA PARA EL FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN”

**Autor/es:** Córdova Guaraca Luz Vanessa  
Tibanquiza Chuncho Giovanna Gabriela

#### RESUMEN

El objetivo de este documento, es el desarrollo de un modelo matemático que permita obtener una convergencia rápida, eficiente y apto para las sistemas de distribución tipo radial, puesto que los métodos tradicionales para los flujos de potencia del sistema de transmisión no resultan confiables en las redes de distribución por su convergencia lenta al aumentar la complejidad del sistema en análisis, debido que los sistemas en estudio presentan características muy particulares, como su topología, cargas de distinta naturaleza y su alta relación de R/X, dando como solución a este problema el desarrollo del modelo matemático de aproximación cuadrática para flujos de potencia óptimo (OPF) en sistemas eléctricos de distribución. Para el desarrollo de este modelo se examinó las diferentes literaturas científicas y metodologías para determinar el estado de arte de los OPF, por lo cual la investigación se enfocó en linealizar las funciones de tal manera que se disminuya el tiempo de convergencia en los flujos de potencia para los sistemas radiales y, en optimizar las variables de control desde una función objetivo rigiéndose a un conjunto de restricciones de una aproximación lineal. El modelo matemático parte desde la modelación de carga estático polinomial, ya que son adecuados para modelar cargas cuya variación de voltaje es tan rápida. Además, se determinó que la función polinómica es holomorfa, pudiendo así utilizar las series de Taylor linealizando las funciones y transformándose en un problema lineal, de tal forma que se aplicó la función CVX de Matlab. Para la factibilidad de la aproximación cuadrática se realizó una comparación porcentual de error de la función no lineal con la linealizada, obteniendo un error del 5% con un voltaje de 0.8 pu, lo cual determina que su linealización es óptima para el desarrollo de los flujos de potencia, finalmente la validación del OPF se realizó con una comparación de los resultados obtenidos con el modelo desarrollado aplicado a los sistemas de prueba IEEE, con los resultados

expuestos por los métodos Gauss Seidel y Newton Raphson, demostrando así que este modelo matemático puede considerarse como una solución óptima para el cálculo del OPF de los sistemas de distribución por su rápida convergencia, su tiempo de cálculo y su adaptación a los sistemas radiales.

**Palabras claves:** Aproximación cuadrática, OPF, función objetivo, restricciones, CVX.

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

## FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERIA Y APLICADAS

### TITULO: “MODELO MATEMÁTICO DE APROXIMACIÓN CUADRÁTICA PARA EL FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN”

**Autor/es:** Córdova Guaraca Luz Vanessa

Tibanquiza Chuncho Giovanna Gabriela

#### ABSTRACT

The present research work has as an aim the development of a mathematical model that allows to obtain a fast, efficient and suitable convergence for radial type distribution systems, since the traditional methods for the power flows of the transmission system are not reliable in the distribution networks due to their slow convergence as the complexity of the system under analysis increases, because of the systems under study have very particular characteristics, such as their topology, loads of different nature and their high R / X ratio, providing a solution to this problem the development of the quadratic approximation mathematical model for optimal power flows (OPF) in electrical distribution systems. For the development of this model, the different scientific literatures and methodologies were examined to determine the state of the art of OPFs, for which the research is focused on linearizing the functions in such a way as to decrease the convergence time in the power flows and radial systems, just as optimizing the control variables from an objective function abiding by a set of constraints of a linear approximation. The mathematical model starts from the polynomial static charge modeling, since they are suitable for modeling charges whose voltage variation is so fast. In addition, it was determined that the polynomial function is holomorphic, thus being able to use the Taylor series by linearizing the functions and transforming it into a linear problem, in such a way that the CLC function of Matlab was applied. For the feasibility of the quadratic approximation, a percentage error comparison of the non-linear function with the linearized one was made, obtaining an error of 5% with a voltage of 0.8 pu, which determines that its linearization is optimal for the development of the power flows, finally the validation of the OPF was carried out with a comparison of the obtained results with the developed model applied to the IEEE test systems, with the results presented by the Gauss Seidel and Newton Raphson methods, thus

demonstrating that this mathematical model can be considered as an optimal solution for the calculation of the OPF of distribution systems due to its rapid convergence, its calculation time and its adaptation to radial systems.

**Keywords:** Quadratic approximation, OPF, objective function, restrictions, CVX.

## AVAL DE TRADUCCIÓN

## **1. INFORMACIÓN GENERAL**

### **Título del Proyecto**

Modelo matemático de aproximación cuadrática para el flujo de potencia óptimo en sistemas eléctricos de distribución.

### **Fecha de inicio:**

Abril 2020

### **Fecha de Finalización:**

Agosto 2020

### **Lugar de ejecución:**

Cotopaxi, Latacunga, San Felipe, Eloy Alfaro, Universidad Técnica de Cotopaxi

### **Facultad que auspicia**

Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas

### **Carrera que auspicia:**

Carrera de Ingeniería Eléctrica

### **Proyecto de investigación vinculado:**

Redes inteligentes y generación distribuida

### **Equipo de Trabajo:**

- Ing.MSc. Quinatoa Caiza Carlos Iván (*Ver anexo 1*)
- Córdova Guaraca Luz Vanessa (*Ver anexo 2*)
- Tibanquiza Chuncho Giovanna Gabriela (*Ver anexo 3*)

### **Área de Conocimiento:**

- Sistemas de control

- Maquinas Eléctricas
- Energías Renovables
- Electrónica de Potencia
- Sistemas Eléctricos de Potencia

### **Línea de investigación:**

Tecnologías de la información y comunicación, (TICS)

### **Sub líneas de investigación de la Carrera:**

Inteligencia artificial y modelación de sistemas

## **2. DESCRIPCION DEL PROYECTO**

El presente trabajo está orientado en desarrollar una aproximación cuadrática en el plano complejo, para el cálculo del OPF en sistemas de distribución, el cual ayuda a determinar el estado, la operación y las pérdidas que existen en los sistemas, en un tiempo y convergencia rápida en comparación con los métodos tradicionales, debido a que la aproximación cuadrática realizada en esta investigación permite obtener un valor óptimo global, evitando las iteraciones que se producen al resolver funciones no lineales.

La linealización de la función polinómica tiende a ser convexa, permitiendo el uso de CVX, siendo el mismo, un sistema de modelado para construir y resolver problemas convexos disciplinados, que permite minimizar o maximizar una función objetiva a través una serie de restricciones, siendo en este caso la minimización de pérdidas de todo el sistema eléctrico, regidas por los límites voltaje y de potencia de la generación distribuida, siendo esta una variable adicional al sistema de pruebas.

Esta solución puede ser de gran ayuda para las empresas eléctricas de distribución, los cuales pueden hacer uso de la misma, mejorando el aprovechamiento del tiempo de cálculo en los flujos óptimos de potencia, de tal manera que su accionamiento a una variación en el sistema será inmediato.

## **3. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO**

Los flujos de potencia son los análisis más frecuentes que se realizan en los sistemas eléctricos, ya que estos determinan el estado de operación del sistema en estado estacionario (régimen

permanente). El estudio de los flujos de potencia es de gran importancia para el diseño de nuevos sistemas o dispositivos que ayuden al sistema de distribución a mejorar su confiabilidad y calidad de la energía.

El interés por desarrollar nuevas metodologías para el cálculo de los flujos de potencia por parte de las empresas distribuidoras es debido a que existen métodos que tienen buena convergencia en los sistemas de transmisión, pero estos no son factibles en los sistemas de distribución ya que tiene características particulares las cuales las distinguen de los sistemas de potencia, haciendo un poco obsoleto los métodos tradicionales.

Por lo expuesto anteriormente, se pretende desarrollar un modelo matemático de aproximación cuadrática para el OPF en sistemas eléctricos de distribución incluyendo la GD, siendo apto para los diferentes tipos de cargas y su topología del sistema, con la ayuda del software Matlab y del comando CVX, donde se resuelve problemas convexos presentando dos grandes ventajas, como la resolución numérica de forma eficiente y el alcanzar soluciones óptimas globales.

#### **4. BENEFICIARIOS**

##### **Beneficiarios Directos**

Los beneficiarios directos son los estudiantes de la Universidad Técnica de Cotopaxi que harán uso de esta investigación para la iniciación de un nuevo tema de investigación que lleve gran relación con el mismo, ya que se podría tomar de referencia este documento y se podrá aumentar otros parámetros como las restricciones lo cual mejorará el flujo de potencia óptimo.

##### **Beneficiarios Indirectos**

Los beneficiarios indirectos las Empresas Eléctricas de Distribución, debido que se ha ido mejorando el sistema de red de distribución como son la generación distribuida se podrá hacer uso de la investigación presentada.

#### **5. PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN**

En los sistemas de distribución, los métodos tradicionales como el método de Gauss-Seidel, el método de Newton-Raphson, entre otros, ayudan al desarrollo del flujo de potencia, pero estos métodos no resultan confiables cuando se los aplica a las redes de distribución ya que estos sistemas presentan características muy particulares, lo que hace la diferencia con los sistemas de

transmisión como su topología, cargas de distinta naturaleza y líneas de resistencia comparables a la reactancia. En definitiva, los métodos tradicionales presentan malas características de convergencia en los sistemas de distribución.

## 6. OBJETIVOS

### Objetivo General

Desarrollar una aproximación cuadrática en el plano complejo usando series de Taylor para el flujo óptimo de potencia en sistemas de distribución tipo radial.

### Objetivos Específicos

- Analizar el estado del arte de la aproximación cuadráticas del flujo óptimo de potencia.
- Realizar un modelo matemático de aproximación cuadrática para el flujo óptimo de potencia.
- Implementar y analizar el modelo propuesto utilizando CVX Matlab, con el propósito de realizar una validación de los resultados.

## 7. ACTIVIDADES Y SISTEMAS DE TAREAS EN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS PLANTEADOS

OBJETIVOS	ACTIVIDAD	RESULTADOS	TÉCNICAS O INSTRUMENTOS
Analizar el estado del arte de la aproximación cuadráticas del flujo óptimo de potencia.	Investigación sobre el modelo de la aproximación cuadrática.  Recolección de información de los flujos óptimos de potencia	Modelos matemáticos que influyen en el sistema eléctrico de distribución	Investigación – Libros, revistas, artículos

Realizar un modelo matemático de aproximación cuadrática para el flujo óptimo de potencia.	Modelamiento de los elementos pasivos y activos del sistema de distribución.  Propiedades, simetrías, asimetrías y topologías del flujo óptimo de potencia.	El modelo matemático de aproximación cuadrática	Investigación – Libros, revistas, artículos
Implementar y analizar el modelo propuesto utilizando CVX Matlab, con el propósito de realizar una validación de los resultados.	Simulación del modelo matemático y análisis del mismo	Flujos óptimos para el sistema de distribución	Investigación aplicada - Simulación en el software Matlab y comprobación de resultados

## 8. ANTECEDENTES TEÓRICO

En el año 2017, Oscar Montoya, Walter Gil y Alejandro Garcés en su artículo de investigación “Flujo de potencia óptimo para redes radiales y enmalladas empleando programación semidefinida” presenta un modelo matemático no convexo por lo cual realiza la programación semidefinida (SDP) para convertir la no convexidad en una aproximación lineal de los problemas de flujos de potencia, para ello se basa en un modelo relajado, las respuestas presentadas en el artículo son muy cercanas a la literatura por lo cual pueden ser aplicadas en problemas más grandes como en la planeación y operación de redes eléctricas. [1]

En el año 2017, Pravos Leticia en el trabajo de fin de grado denominando “Análisis de flujos de carga para el análisis de redes de distribución. Implementación del algoritmo FORWARD AND BACKWARD” la finalidad de realizar estudio de flujos de potencia desequilibrados, el método utilizado consiste en el barrido de la red mediante las leyes de Kirchhoff el cual está

conformado por dos etapas que componen el proceso iterativo, donde se obtendrán el voltaje y corriente del sistema, el sistema presenta como resultado menos pérdidas en la línea de estudio, esto se debe a que ya se pueden evitar ciertos dimensionamientos que en la actualidad se tiene como un margen de maniobra que es para unos fallos posibles. [2]

En el año 2018, Oscar Montoya, Walter Gil y Alejandro Garcés en su artículo de Investigación “Optimal Power Flow on DC Microgrids: A Quadratic Convex Approximation” con el objetivo de desarrollar un modelo cuadrático para el OPF, esto es debido a que el nuevo modelo permite integrar múltiples nodos controlados por voltaje a diferencia de otros métodos, este modelo se comparó con un modelo no lineal y convexo que a su vez fue implementado en el entorno GAMS, a más de ello se realizó el uso de la expansión en serie de Taylor para obtener una linealización de primer orden de la ecuación de flujo de potencia convencional, la aproximación de los generadores distribuidos, y las fuentes de corriente ideales obteniendo como resultado una resolución del problema de OPF en redes de alimentación de CC que garantiza una solución única, un alto grado de fidelidad y precisión del modelo propuesto con respecto a la función objetivo y el rendimiento del perfil de voltaje.[3]

## **10. FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICA TÉCNICA**

### **10.1 Red de distribución**

Las redes de distribución forman una parte muy importante de los sistemas de potencia porque toda la potencia que se genera se tiene que distribuir entre los usuarios y éstos se encuentran dispersos en grandes territorios. Así pues, la generación se realiza en grandes bloques concentrados en plantas de gran capacidad y la distribución en grandes territorios con cargas de diversas magnitudes. Por esta razón el sistema de distribución resulta todavía más complejo que el sistema de potencia. [4]

Los consumidores se conectan a la red de media tensión a través de los transformadores de distribución, aquellos consumidores que se encuentren más cercanos a la subestación serán los más beneficiados en términos de pérdidas, nivel de tensión, calidad y confiabilidad del producto como se puede ver en la figura 1. Se entiende por media tensión a los niveles comprendidos entre los 6.9 kV a los 22 kV para el Ecuador. Los usuarios, clientes o consumidores que se encuentre más lejanos de la subestación en ese alimentador serán los más afectados por las pérdidas y niveles de tensión, así la red de esa manera concebida es una red un poco pasiva puesto que no hay interacción entre los clientes y la empresa, los primeros se limitan a pagar el

consumo de energía y los segundos a satisfacer la demanda de sus clientes en ese alimentador[5].



**Figura 1.** Sistema de distribución eléctrico con sus principales componentes

Fuente: [5]

### 10.1.1 Topología de la red

El modelo matemático a utilizar dependerá según el análisis del sistema ya sea este radial o mallado, como se mencionará a continuación en [6].

- **Sistema Radial:** Un solo camino simultáneo de flujo. Es el más utilizado tanto en servicio residencial urbano como rural, por su simple operación, diseño, bajo costo inicial. Su cobertura es ilimitada y su confiabilidad es baja.  
Existen otras disposiciones en cuanto a la configuración de redes secundarias que enunciaremos a continuación.
- **Bancos Secundarios (Banqueada):** Existen dos caminos simultáneos de flujo. Utiliza dos transformadores interconectados en sus lados secundarios en paralelo, y sus lados primarios hacia un mismo alimentador. En raras veces practicado en áreas residenciales y de alumbrado comercial. Mejora la confiabilidad de servicio, flexibilidad al crecimiento de carga. Su desventaja es en la operación en referencia a los fusibles y a la difícil desconexión de carga.
- **Mallada:** La red está servida por  $n$  transformadores de diferentes alimentadores, y de diferentes subestaciones. Mayor costo, confiabilidad, flexibilidad, difícil coordinación de protecciones, protecciones sofisticadas.

En redes de potencia enmalladas, se ha empleado el algoritmo como Newton-Raphson con resultados de buena calidad para sistemas altamente mallados. Esto se debe a que existe una baja relación  $R/X$  en las redes de potencia con lo cual se simplifica la construcción del Jacobiano. De otro lado, existen métodos alternativos para redes radiales que evitan la inversión de matrices y mejoran notablemente los tiempos de convergencia, aprovechando la topología radial del sistema. Estos algoritmos son integrados para resolver el OPF mediante técnicas de optimización matemática, como algoritmos genéticos, colonia de hormigas u optimización por enjambre de partículas; así como técnicas exactas entre las que se destaca el método de punto interior, además de algoritmos de optimización clásicos, como el gradiente descendente, modelos de linealización aproximada, programación cuadrática y SDP, entre otros[1].

### **10.1.2 Elementos que conforman la red de distribución**

Se explica en detalle de los elementos que conforma un sistema de distribución que son utilizados en la presente investigación, como son:

- **Cargas**

Un aspecto importante de los sistemas de distribución es la presencia de cargas de distinta naturaleza. Los tipos de carga que comúnmente se encuentran son: residenciales, comerciales, industriales. Cada una de estas se caracteriza por poseer un factor de potencia particular y un determinado comportamiento frente a las variaciones de tensión, y temperatura.

- **Líneas**

La función de las líneas eléctricas es transmitir energía, constituyendo uno de los principales elementos que interviene en la red eléctrica. En las redes de distribución predomina los conductores aislados debido a las distancias cortas que tiene frente a los elementos de consumo.

- **Transformadores**

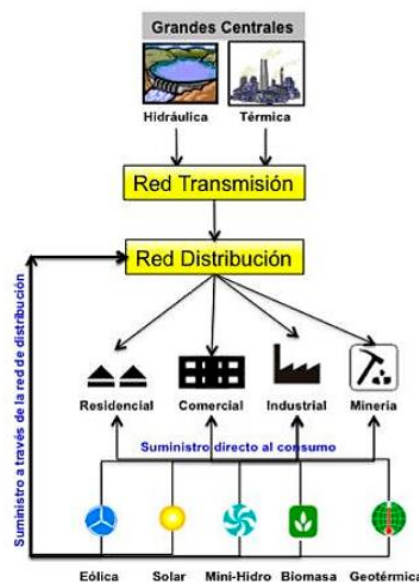
Un transformador es una máquina eléctrica que, basándose en los principios de inducción electromagnética, transfiere energía de un circuito eléctrico a otro, sin cambiar la frecuencia. La transferencia se lleva a cabo con el cambio de voltaje y corriente. Un transformador aumenta o disminuye la corriente alterna cuando es necesario.

Estas máquinas ayudan a mejorar la seguridad y eficiencia de los sistemas de energía durante su distribución y regulación a través de largas distancias. Son transformadores que son iguales o inferiores a 500KVA y tensiones iguales o inferiores a 67000 V.

### 10.1.3 Generación Distribuida

Generación Distribuida corresponde a la producción de energía eléctrica mediante instalaciones suficientemente pequeñas en relación con la generación centralizada, de manera que permiten la interconexión en cualquier punto de la red, siendo un subconjunto de recursos distribuidos del sistema de distribución [7].

En la actualidad, el avance tecnológico ha hecho posible la implementación de pequeñas fuentes de energía en lugares lo más próximos posibles a las cargas, este tipo de generación denominada “Generación Distribuida (GD)” permite reducir el costo del servicio, mejorar la calidad de la energía suministrada y confiabilidad de la red eléctrica, estos aspectos desde un punto de vista teórico. La GD da solución a problemas como la escasez de recursos energéticos convencionales y económicos y la contaminación ambiental, convirtiéndose en una buena alternativa para la mejora de la calidad de suministro eléctrico [8].



**Figura 2.** Modelo energético distribuido

**Fuente:** [8]

En la figura 2. Se puede observar que la generación distribuida son centrales que se ubican cerca de los centros de carga y estas se encuentran conectadas directamente a la red de

distribución prescindiendo así de los costos de la transmisión. La generación distribuida presenta algunos beneficios como es la reducción de pérdidas en el sistema, mayor confiabilidad, disminución de la contaminación debido a la generación de energía térmica, además de solventar la energía a los usuarios en horas picos, entre otros.

## **10.2 Flujos de Potencia**

Se denomina flujo de potencia a la solución en estado estacionario de un Sistema Eléctrico de Potencia bajo ciertas condiciones preestablecidas de generación; carga y topología de la red. Con el flujo óptimo de potencia se obtienen los niveles de tensión en magnitud y ángulo de todas las barras del sistema, la potencia que circula por los elementos de la red y sus pérdidas [9].

El flujo de carga tiene como propósito servir de un indicador constante del estado del sistema en régimen permanente, ya que la red está sujeta a cambios constantemente y es necesario conocer sus parámetros y punto de operación de manera que desde los centros de despacho se puedan tomar decisiones para la planificación, diseño y operación de los sistemas de potencia y ante contingencias, variaciones de carga, y para asegurar la confiabilidad y la operatividad de la red [10].

Para analizar estos flujos, la red de estudio se modela a partir de un conjunto de nodos conectados entre sí mediante líneas o transformadores, y se cuenta con una fuente de alimentación que representa la subestación. Para este análisis también es necesario conocer las cargas que están conectadas en los nudos de nuestro sistema, estas cargas generalmente consumen o inyectan potencia compleja. Gracias a este estudio se obtienen las potencias reales y reactivas presentes en cada elemento del sistema estudiado, magnitud y ángulo de fase de cada nudo, así como las pérdidas tanto de cada elemento como las totales[2].

### **10.2.1 Modelos de elementos del sistema para flujos de potencia**

#### ***10.2.1.1 Modelación de transformadores***

En las líneas primarias el voltaje no alcanza su nivel adecuado, por lo que el primario del transformador tiene una serie de derivaciones o tomas que cambian la relación de transformación [11]. Estos transformadores disponen de taps en uno o más devanados, así paso a paso de manera manual o automática es variada la relación de transformación, modificando los niveles de voltaje y ayudando a compensar la caída o la elevación de voltaje [12].

La variación del tap hace que se produzca una variación en los flujos de potencia reactiva para regular el módulo de la tensión.

En donde:

La relación 1:a es igual a:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{CC}} & -\frac{1}{a \cdot Z_{CC}} \\ -\frac{1}{a^* \cdot Z_{CC}} & \frac{1}{a^2 \cdot Z_{CC}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Siendo

a: La relación de transformación.

$Z_{cc}$  : impedancia del transformador.

La relación a:1 es igual a:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{a^2 \cdot Z_{CC}} & -\frac{1}{a^* \cdot Z_{CC}} \\ -\frac{1}{a \cdot Z_{CC}} & \frac{1}{Z_{CC}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 10.2.1.2 Modelación de líneas

Los parámetros representativos de cualquier sistema de potencia son cuatro: resistencia (R), inductancia (L), conductancia (G) y capacidad (C). Estos parámetros pueden agruparse de forma longitudinal (resistencias e inductancias), o bien de forma transversal (conductancias y capacidades) [13].

- Parámetros longitudinales

$$R, L \quad X_L = L \cdot \omega \rightarrow \bar{Z}_L = (R + jX) \text{ Impedancia} \quad (3)$$

- Parámetros transversales

$$G, C \quad B = C \cdot \omega \rightarrow \bar{Y}_L = (G + jB) \text{ Admitancia} \quad (4)$$

Es una suerte que el parámetro conductancia no tenga un valor relevante en los resultados finales de los cálculos, ya que es prácticamente imposible determinar su valor con exactitud al depender éste de múltiples condicionantes o variables difíciles de obtener. Los otros tres parámetros influyen de forma distinta, dependiendo de la longitud de la línea [13].

### **10.2.1.3 Modelación de cargas**

En una red de distribución existen cargas de diferentes categorías que pueden ser clasificadas según la finalidad a la que el usuario la destina, ya sea a nivel residencial, comercial o industrial [14].

Las cargas residenciales se encuentran en los edificios, casas, entre otras. Son cargas resistivas los cuales por los electrodomésticos son cargas resistivas. Se clasifican de acuerdo al estrato ya sea zona clase alta, zona clase media o zona clase baja.

Las cargas comerciales se localizan donde hay actividad comercial o edificios de oficinas, estas son cargas resistivas.

Las cargas industriales tienen instalados motores siendo las cargas reactivas.

El tipo de carga y conexión es otro de los aspectos a tener en cuenta a la hora de modelizar una línea ya que influye directamente en el tipo de modelo matemático. Estas cargas pueden estar conectadas a un nodo, siendo entonces carga puntual, o estar uniformemente distribuidos a lo largo de una sección lineal, carga distribuida; pueden ser trifásicas y estar conectadas en estrella o triángulo, o monofásica, en cuyo caso se pueden conectar de línea a tierra o de línea a línea, además, todas ellas pueden ser modeladas como potencia, impedancia o corriente constante [2].

#### **10.2.1.3.1 Modelo de Cargas estáticas**

Para comprender el modelo polinómico de la carga se presenta el estudio de cada uno de sus componentes [15]:

- **Cargas modeladas como impedancia constante:**

Este modelo es utilizado para la representación de cargas de tipo residencial y comercial. (Cargas de tipo resistivo como estufas y planchas, entre otras). En este caso el consumo de potencia, y por tanto de corriente, aumenta de la misma manera que aumenta la tensión en terminales.

- **Cargas modeladas como corriente constante:**

En el tipo de cargas que tienen igual porcentaje de tipo potencia constante e impedancia constante se presenta un consumo de corriente fijo, es decir si se presentan variaciones en la tensión de alimentación, la corriente es la misma. Un ejemplo de este tipo de cargas son los artefactos electrónicos

- **Cargas modeladas como potencia constante:**

Este modelo de carga mencionada tiene un consumo de corriente que disminuye con el aumento de la tensión. Un ejemplo típico son las cargas de tipo industrial (motores, etc.). En los sistemas de transmisión y alimentadores de distribución que energizan cargas industriales al aumentar las tensiones se reducen las corrientes que circulan por las líneas.

#### **10.2.1.3.2 Modelo Polinómico de la Carga**

A partir de la Impedancia constante, corriente constante y potencia constante es posible representar el modelo de carga compuesto o más conocido como el modelo polinómico ZIP, el cual expresa la potencia activa y reactiva en función de la tensión eléctrica al que está sometida la carga.

### **10.2.2 Características de flujos de potencia**

El estudio de OPF puede ser definido al especificar cada uno de los atributos de dicho problema, en la formulación común, no se incluyen restricciones prácticas sobre alguno de ellos, sin embargo, en casos de formulaciones o aplicaciones especiales, dichos atributos pueden contener diferentes tipos de restricciones que se adicionan a uno o a todos los atributos del problema. Dichas características son las siguientes [16].

#### **10.2.2.1 Función Objetivo**

La función objetivo es necesaria para el proceso de optimización lo cual otorga una óptima solución de los problemas matemáticos. En cualquier formulación, la función objetivo representa un criterio o índice de desempeño utilizado para optimizar, en este tipo de estudios, la selección de dicha función resulta de un análisis cuidadoso de la seguridad y economía del sistema eléctrico de potencia [16].

En la actualidad existen varias funciones objetivas que pueden ser minimizar o maximizar ya sean pérdidas o el costo de generación eléctrica como, por ejemplo:

$$F_T = \sum_{i=1}^{n_g} F_i(P_i^G) \quad (5)$$

Donde:

$F_i$ : Es el costo de combustible de la unidad  $i$ .

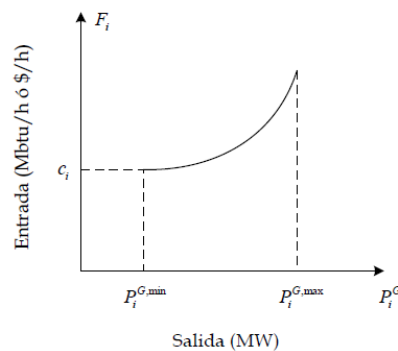
$P_i^G$ : Es la potencia activa generada por la unidad  $i$

$n_g$ : es el número de generadores en el sistema, incluyendo el generador slack.

Esta formulación como costos de generación de unidades térmicas se puede desglosar de la siguiente forma:

$$F_i(P_i^G) = a_i + b_i * (P_i^G) + c_i * (P_i^G)^2 \quad (6)$$

En donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son coeficientes de costo de la unidad  $i$ . la constante  $c$  equivale al consumo de combustible de la operación de la unidad generadora sin potencia de salida.



**Figura 3.** Curva de entrada-salida característica de la unidad generadora

Fuente: [16]

En la figura 3 se puede apreciar que la potencia de salida de la generadora tiene sus límites superior e inferior dependiendo de la capacidad máxima y mínima de la unidad, siendo la salida la potencia neta dada en MW.

### 10.2.2.2 Variables de decisión

Las variables de decisión logran determinar la función objetivo que se persigue, a su vez en un flujo de potencia óptimo determinan valores que se deben hacer al sistema eléctrico para garantizar factores de seguridad y confiabilidad tomando en cuenta las restricciones dadas por la red eléctrica [16]. Las variables de decisión se clasifican en dos grupos las cuales son:

- **Variables de control:** Las variables de control en un problema de flujos de potencia óptimo son cantidades cuyos valores pueden ser ajustados directamente con el fin de encontrar la solución óptima y satisfacer las restricciones de la red eléctrica.
- **Variables de estado:** Son todas aquellas variables en el problema de flujos de potencia óptimo que no son controles son clasificadas como variables dependientes, dichas variables se calculan a partir de las variables de control, unos ejemplos de estas variables pueden ser:
  - La potencia en el nodo slack.
  - Potencia reactiva.
  - Ángulo de fase en todos los nodos a excepción del slack.
  - Flujos de potencia.

### 10.2.2.3 Restricciones

Las restricciones en el problema de flujo de carga óptimo, pueden ser restricciones de igualdad que en muchos casos son las ecuaciones del balance de potencia en los nodos del sistema; es decir la potencia generada debe garantizar la demanda del sistema más las pérdidas de la red. Las restricciones de desigualdad son los límites operativos que deben satisfacer las variables de control [14].

Algunas variables de control son:

- Potencia activa de los generadores.
- Potencia reactiva de los generadores.
- Magnitud del voltaje de los generadores.
- La potencia activa y reactiva deben de estar dentro de los límites operativos.

$$P_{\min} \leq P_{g(K)} \leq P_{\max} \quad (7)$$

$$Q_{\min} \leq Q_{g(K)} \leq Q_{\max} \quad (8)$$

- Límite inferior y superior de la magnitud del voltaje.

$$V_{\min} \leq V_K \leq V_{\max} \quad (9)$$

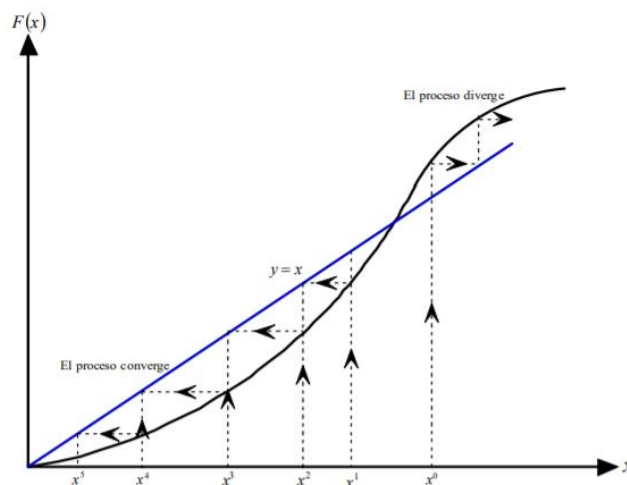
### 10.2.3 Métodos de solución

Los métodos de solución sirven para resolver ecuaciones lineales como los no lineales, para ello se utilizan procesos iterativos como se tiene a continuación [17]:

- **Método de Gauss Seidel**

Es considerado como método de eliminación para resolver ecuaciones simultaneas suministra soluciones suficientemente precisas hasta para 15 o 20 ecuaciones, sin embargo, tiene la desventaja de que si un sistema no es lineal el número de iteraciones tiende a ser inmenso y no siempre converge a una solución o que a veces converge muy lentamente.

El método de Gauss-Seidel se considera un método finito para el caso lineal. Al realizar un número finito de operaciones, y en ausencia de errores de redondeo, se halla  $x^*$  solución del sistema  $Ax = b$  Sin embargo, cuando el sistema es no lineal el número de iteraciones puede ser considerable, llegando incluso a la divergencia [18]. Como se lo puede observar en la figura 4.



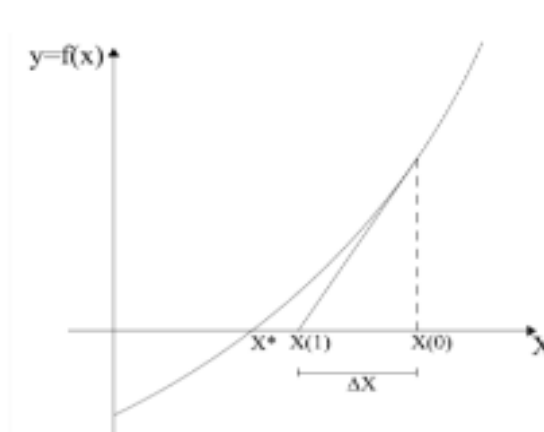
**Figura 4.** Proceso de convergencia del metodo de Gauss Seidel.

Fuente: [18]

- **Método de Newton Raphson**

Este método, es un método iterativo, es uno de los más usados y efectivos, no trabaja sobre un intervalo, sino que basa su fórmula en un proceso iterativo, además este tipo de método está diseñado para sistemas de transmisión, sin embargo, puede ser aplicado para sistemas de distribución.

La formulación para el método se basa en la expansión de una función no lineal en Series de Taylor, truncándola en la primera derivada, razón por la que se convierte en un proceso iterativo. El proceso de convergencia se puede apreciar en la Figura 5, donde la tangente en el punto inicial  $X(0)$  encuentra el primer estimado  $X(1)$ , después de añadirle la corrección  $\Delta X$ .



**Figura 5.**Principio del método de Newton Raphson

**Fuente:**[19]

El sistema de ecuaciones en forma matricial compacta está dado por la ecuación (10); donde para una iteración  $k$ ,  $\Delta S$  corresponde al vector de errores de potencias de barra,  $J$  es la matriz de sus derivadas parciales respecto a las variables de estado desconocidas, denominada Jacobiano del sistema, y  $\Delta X$  es el vector de correcciones de variables de estado que se ve en la ecuación (11)

$$\Delta S = [J] \cdot \Delta X \quad (10)$$

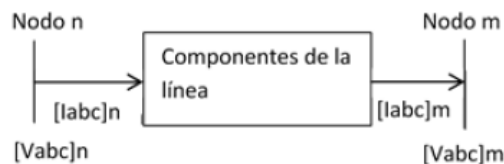
$$\Delta X = X^k - X^{k-1} \quad (11)$$

En el caso de las barras PV, la potencia reactiva no se especifica y por lo tanto no se puede escribir la ecuación de error de potencia reactiva respectiva, con la correspondiente reducción de la dimensión del Jacobiano.

- **Método barrido iterativo**

Este modelo permite resolver flujos de carga basándose en la aplicación de las leyes de Kirchhoff en los sistemas de distribución de red radial, no se necesita la matriz Jacobiana los pasos para este método se basan en iteración de tensiones y corrientes los cuales se repiten hasta conseguir un resultado deseado.

Este método es realizado en dos etapas, los cuales se componen de un proceso iterativo que finalizan con el barrido hacia adelante al comprobar la tensión de la subestación, con la tensión que se obtuvo mediante iteraciones no supera un cierto error establecido de  $e=10^{-4}$ .



**Figura 6.** Esquema de nodos para 2 nodos cualquiera m o n.

**Fuente:** [2]

Al aplicar el método iterativo, empezando de una tensión  $[Vabc]_m$  cualquiera, con el primer barrido se obtendrá la tensión e intensidad en el nodo anterior, suponiendo que el nodo sea la subestación se debe comprobar que el valor de la tensión calculado no tenga un error mayor al error establecido con respecto a la tensión dada por la subestación. En caso que no se cumpla el supuesto, el barrido hacia atrás continúa calculando nuevas tensiones en los siguientes nodos.

### 10.3 Series de Taylor

Para poder linealizar se hace uso de las series de Taylor en el plano complejo. Las series de Taylor desde su descubrimiento, ha proporcionado un método potente para solucionar distintos problemas del análisis matemático como pueden ser el cálculo de límites indeterminados, discusión general del problema de máximos y mínimos, desarrollo en serie de funciones trascendentes y procedimientos numéricos de aproximación de tales funciones. En general, la

teoría de “polinomios de Taylor infinitos” se puede considerar como parte de la teoría de funciones analíticas, muy importante dentro del análisis matemático desde el siglo XIX[20].

La formulación básica de la serie de Taylor es

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}_0}{n!} x^n = f_{(0)} + \frac{f'_{(0)}}{1!} X + \frac{f''_{(0)}}{2!} X^2 + \dots + \frac{f^{(n)}_{(0)}}{n!} X^n \quad (12)$$

## 10.4 Aproximación al flujo de carga óptimo

### 10.4.1 Aproximación lineal

En los sistemas de distribución la relación R/X es mayor que en los sistemas de potencia y las cargas son de diferente naturaleza, es así que aplicar un flujo de carga DC presenta dificultades. Por eso se realiza un flujo de carga linealizados en sistemas de distribución[14].

Para observar de donde se obtienen las fórmulas a utilizar en el modelo matemático que se va a desarrollar en este caso, la aproximación cuadrática se hace una iniciación desde la aproximación lineal al flujo de carga en sistemas de distribución, desarrollada sobre los números complejos por medio de la serie geométrica de Taylor; considerando el modelo polinómico ZIP.

### 10.4.2 Aproximación cuadrática

En muchos casos las aproximaciones cuadráticas nos permiten llegar más allá de lo permitido por una aproximación lineal y brindando un campo más amplio de cómo desarrollar una operación matemática sin pretender que esta sea exacta ya que este no va a dejar de ser un desarrollo basado en un acercamiento.

Para la aproximación cuadrática se debe tener en cuenta la aproximación lineal del flujo de carga y para realizar esta aproximación se considera un sistema de distribución balanceado donde se tiene en cuenta la matriz de admitancia nodal. En este trabajo no se tienen en cuenta los nodos PV, porque se va a trabajar con sistemas de distribución. Para la optimización de flujo de carga óptimo se va a trabajar con generación distribuida, ésta se considera como un nodo PQ ya que no puede controlar tensión[14].

## 10.5 CVX

CVX es un sistema de modelado para construir y resolver programas convexos disciplinados (DCP). CVX admite varios tipos de problemas estándar, incluidos los programas lineales y cuadráticos (LP / QP), los programas de cono de segundo orden (SOCP) y los programas semidefinidos (SDP). CVX también puede resolver problemas de optimización convexa mucho más complejos, incluidos muchos que involucran funciones no diferenciables, como las normas  $l_1$ . puede usar CVX para formular y resolver convenientemente la minimización de normas restringidas, la maximización de entropía, la maximización determinante y muchos otros programas convexos [21].

CVX permite resolver fácilmente optimización de los problemas convexos el cual es denominado problema primal (PP) que lleva asociado al principio dualidad (PD) que consiste en inferir los valores primales y duales asociados con el problema. La idea de la dualidad es tomar las restricciones del problema en cuenta para incrementar la función objetivo como una suma ponderada de las funciones de restricción Las relaciones entre el primal y el dual se utilizan para reducir el esfuerzo de cómputo en ciertos problemas y para obtener información adicional sobre las variaciones en la solución óptima debidas a ciertos cambios en los coeficientes y en la formulación del problema.

## 11. VALIDACIÓN DE LAS PREGUNTAS CIENTÍFICAS O HIPÓTESIS

El modelo matemático de aproximación cuadrática permite obtener una solución convexa, y eficiente en función del tiempo y considera los límites que deben satisfacer las variables de control y estado del sistema.

## 12. METODOLOGÍAS Y DISEÑO EXPERIMENTAL

En la actualidad existen metodologías de flujos de potencia que son para redes de transmisión, sin embargo, se requiere de métodos orientadas especialmente a los sistemas eléctricos de distribución diseñados en base a las necesidades de este tipo de sistemas, para este fin se realiza un método matemático de aproximación cuadrática para sistemas radiales, lo cual se parte de un modelo ZIP y se finaliza en el modelo mencionado, teniendo como función objetiva la minimización de pérdidas del sistema eléctrico y como restricciones los límites de potencia y voltaje los cuales son simulados en la ayuda de la herramienta del CVX de Matlab en el cual se corrobora los resultados obtenidos en comparación a los diferentes métodos tradicionales,

demostrando que nuestro sistema es más eficiente en cuanto al tiempo y su inmediata convergencia, además de que se pueden incluir GD en cualquier punto del sistema.

### **Modalidad de la Investigación**

La modalidad implementada en el presente proyecto es de Investigación y Desarrollo que se realiza mediante:

Investigación Bibliográfica-documental debido a que se basa en artículos científicos, libros, revistas en las cuales realizaron el estudio de esta aproximación cuadrática sin embargo no lo profundizaron y aplicaron diferentes métodos para el mismo.

Investigación experimental ya que se necesita realizar una serie de pruebas para conseguir resultados esperados con respecto a la optimización de flujos de potencia.

Para la formulación de la aproximación cuadrática es necesario empezar su desarrollo partiendo del modelo ZIP como sigue.

### **Modelo ZIP**

Consta de cargas modeladas como impedancia constante, corriente constante y potencia constante que se encuentran ligados a las diferentes cargas de tipo residencial, comercial e industrial.

#### **Impedancia constante**

Modelo utilizado para la representación de cargas tipo residencial y comercial, es decir para las cargas de tipo resistivo como pueden ser estufas, planchas, entre otras.

En este caso tanto la corriente como el voltaje son proporcionales a la potencia, esto quiere decir que la tensión se eleva cuando existe un incremento en el consumo de potencia y de corriente. La expresión del siguiente modelo queda expresada de la siguiente forma:

$$Z = \frac{V_N}{I_N} = \frac{V}{I} \quad (13)$$

Donde:

- Z: Impedancia de la carga

- V: Voltaje a la que está sometida la carga
- I: Corriente
- N: sufijo que representa el valor nominal

Dejando la corriente en función de los voltajes de la ecuación (13) se tiene:

$$I = \frac{V \cdot I_N}{V_N} \quad (14)$$

Se sabe que:

$$S = V \cdot I \quad (15)$$

$$S_N = V_N \cdot I_N \quad (16)$$

Entonces:

$$\frac{S}{V} = \frac{V \cdot S_N}{V_N \cdot V_N} \quad (17)$$

Al simplificar términos, la ecuación de la impedancia constante queda expresada en función de la magnitud de potencia aparente como sigue:

$$S = \frac{V^2 \cdot S_N}{V_N^2} \quad (18)$$

### **Corriente constante**

Estas cargas se pueden observar en los usuarios comerciales del sistema nacional, siendo un ejemplo común los artefactos electrónicos.

Las cargas modeladas por corriente constante son aquellas que mantiene una inyección de potencia lineal la cual depende del voltaje ya que, si se presenta variaciones en el voltaje de alimentación, la corriente seguirá siendo la misma. Para su cálculo se hará uso de la siguiente ecuación:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V_N}{Z_N} \quad (19)$$

Despejando la Z de la ecuación (19) se tiene:

$$Z = \frac{V \cdot Z_N}{V_N} \quad (20)$$

Se sabe que:

$$S = I^2 * Z \quad (21)$$

$$S_N = I^2 * Z_N \quad (22)$$

Remplazando la ecuación (21) en (20) se tiene que:

$$\frac{S}{I^2} = \frac{V \cdot Z_N}{V_N} \quad (23)$$

Despejando S de la ecuación (23) se tiene:

$$S = \frac{V \cdot Z_N \cdot I^2}{V_N} \quad (24)$$

Finalmente sustituyendo la ecuación (22) en (24) se tiene lo siguiente:

$$S = \frac{V \cdot S_N}{V_N} \quad (25)$$

### **Potencia constante**

Estas cargas se pueden observar en los usuarios industriales siendo un ejemplo común los motores.

Este modelo de carga mencionada tiene un consumo de corriente que disminuye con el aumento de la tensión, en los sistemas de transmisión y alimentadores de distribución que energizan

cargas industriales al aumentar las tensiones se reducen las corrientes que circulan por las líneas [15]. En este caso se cumple:

$$S = S_N \quad (26)$$

### Modelo Polinomial

Es una suma finita de términos en la que todas las variables tienen exponentes enteros no negativos y donde los denominadores no incluyen variables [22].

El siguiente modelo se lo obtiene al sumar las ecuaciones (18), (25) y (26), el cual queda expresado de la siguiente manera:

$$S = S_{NP} + S_{NI} \left( \frac{V}{V_N} \right) + S_{NZ} \left( \frac{V}{V_N} \right)^2 \quad (27)$$

### Aproximación Cuadrática

#### Formulación Básica

Sabiendo que  $S = V \cdot I_K^*$  se lo puede reemplazar en la ecuación (27) de modo que:

$$I_K^* = \frac{S_{PK}}{V} + S_{IK} \left( \frac{1}{V_N} \right) + S_{ZK} \left( \frac{V}{V_N^2} \right) \quad (28)$$

Donde:

$I_K^*$  : Es la corriente nodal inyectada al sistema

En donde la tensión nominal del sistema  $V_N = 1$  por lo cual se tiene:

$$I_K^* = \frac{S_{PK}}{V} + S_{IK} \left( \frac{1}{1} \right) + S_{ZK} \left( \frac{V}{1^2} \right) \quad (29)$$

Y finalmente

$$I_K = \frac{S_{PK}^*}{V_K^*} + S_{IK}^* + S_{ZK}^* \cdot V_K \quad (30)$$

### Serie de Taylor para funciones Holomórficas

El modelo ZIP es lineal a excepción de las cargas de potencia constante como se observa en la ecuación (30), lo cual debe ser linealizado para facilitar los cálculos posteriores, en lo cual se tiene que:

$$f(V) = \frac{1}{V} \quad (31)$$

Para linealizar la función se debe realizar el procedimiento mediante series de Taylor sin embargo, para utilizar series de Taylor se debe comprobar que la función sea holomorfa por lo cual se aplica algunas propiedades matemáticas.

#### *Propiedades Matemáticas*

**Definición 1. (Series de Taylor)** La fórmula de Taylor es uno de los resultados fundamentales del Análisis Matemático y cuenta con un amplio abanico de aplicaciones. Su origen está ligado con problemas de gran aplicación a la Ciencia como pueden ser problemas de optimización y aproximación de funciones [20].

**Teorema 1. (Serie de Taylor).** Sea  $f$  una función  $n+1$  veces derivable en un intervalo  $I$ . Dados dos puntos cualesquiera  $x, a$  en  $I$  con  $x \neq a$ , se verifica que existe algún punto  $c$  en el intervalo abierto de extremos  $a$  y  $x$  tal que [20].

$$f(x) - T_n(f, a)(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1} \quad (32)$$

**Definición 2. (Funciones Holomorfas):** Una función holomórfica es aquella que es derivable en diferentes puntos dentro de un entorno o dominio. Para que una función sea holomorfa, debe cumplir con las siguientes condiciones:

1. Su función debe ser continua, por ende, la parte real e imaginaria de la función deben ser constantes.

**Teorema 2.** Decimos que  $f$ , es holomorfa en un abierto  $\Omega \subset C$ , si es derivable en todos los puntos de  $\Omega$ . También decimos que  $f$  es holomorfa en  $z_0$  si es derivable en algún entorno de  $z_0$  [23].

2. funciones armónicas, donde la sumatoria de la segunda derivada de la función, sea cero.

**Teorema 3.** Si  $f$  es derivable en  $z_0$ , entonces es continua en  $z_0$ . Basta observar que la conclusión se cumple incluso si  $f$  solo es derivable en  $z_0$  en el sentido real [24].

3. Debe cumplir con la condición de Cauchy-Riemann, para formar la función armónica conjugada.

**Teorema 4.** (Condiciones de Cauchy-Riemann). Sea  $f = u + iv$  una función  $f : \Omega \rightarrow C$ , con  $\Omega \subset C$  abierto, y sea  $z_0 = x_0 + iy_0 \in \Omega$ . Entonces,  $f$  es derivable en  $z_0$  sí y solo si  $u, v$  son diferenciables en  $(x_0 + iy_0)$  y cumplen las ecuaciones de Cauchy-Riemann [23].

donde:

$$u_x = v_y, \quad u_y = -v_x$$

**Demostración:**  $f(V) = \frac{1}{V}$  es holomorfa

Para empezar, se debe separar la parte real de la imaginaria

$$f(z) = \frac{1}{V} = \frac{1}{z} = \frac{1}{x + iy} \quad (33)$$

Para resolver este tipo de ecuaciones se debe factorizar la ecuación de modo que:

$$f(z) = \frac{1}{x + iy} \cdot \frac{x - iy}{x - iy} \quad (34)$$

Después:

$$f(z) = \frac{x}{x^2 + y^2} + i \left( -\frac{y}{x^2 + y^2} \right) \quad (35)$$

Realizando la separación de la ecuación tal que:

$$U = \frac{x}{x^2 + y^2} \quad ; \quad V = -\frac{y}{x^2 + y^2} \quad (36)$$

Se debe realizar las ecuaciones diferenciales tanto para x como y, lo cual queda expresado de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} \text{➤} \quad \frac{dU}{dx} &= \frac{-x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^2} & \text{➤} \quad \frac{dV}{dx} &= \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \\ \text{➤} \quad \frac{dU}{dy} &= -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} & \text{➤} \quad \frac{dU}{dy} &= -\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \quad (37)$$

Como la ecuación (37) cumple con la condición de Cauchy Riemann la función es holomorfa, es decir es derivable en diferentes puntos dentro de un entorno.

Ecuación de Cauchy Riemann

$$\frac{dU}{dx} = \frac{dV}{dy} \quad \frac{dU}{dy} = -\frac{dV}{dx} \quad (38)$$

### *Serie de Taylor*

Como se pudo observar  $f(V) = \frac{1}{V} = \frac{1}{(1-\Delta V)}$ , es una función holomorfa, por lo cual se puede aplicar la serie la serie de Taylor:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_0^{(n)}}{n!} X^n = f_{(0)} + \frac{f_{(0)}'}{1!} X + \frac{f_{(0)}''}{2!} X^2 + \dots + \frac{f_{(0)}^{(n)}}{n!} X^n \quad (39)$$

Siendo  $\Delta V = 0$  se tiene:

➤ Para el valor inicial

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1-\Delta V)} = \frac{1}{1-0} = 1 \quad (40)$$

➤ Para la primera derivada

$$f'(\Delta V) = \frac{d}{d\Delta V} (1 - \Delta V)^{-1} = (1 - \Delta V)^{-2} = \frac{1}{(1 - \Delta V)^2} = \frac{1}{(1 - 0)^2} = 1 \quad (41)$$

➤ Para la segunda derivada

$$f''(\Delta V) = \frac{d}{d\Delta V} (1 - \Delta V)^{-2} = 2(1 - \Delta V)^{-3} = \frac{2}{(1 - \Delta V)^3} = \frac{2}{(1 - 0)^3} = 2 \quad (42)$$

Finalmente, al remplazar los resultados de las ecuaciones (42), (41) y (40) en la ecuación de Taylor (39) se tiene lo siguiente:

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1 - \Delta V)} = 1 + \frac{1}{1!} \Delta V + \frac{2}{2!} \Delta V^2 \quad (43)$$

Resolviendo las factoriales:

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1 - \Delta V)} = 1 + \Delta V \quad (44)$$

Despreciando términos superiores y reemplazando  $\Delta V = 1 - V$  se puede obtener una aproximación lineal para la potencia constante.

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1 - \Delta V)} = 1 + \Delta V = 1 + (1 - V) = 2 - V \quad (45)$$

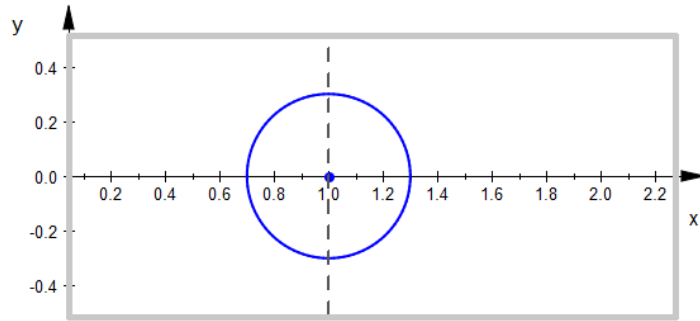
Por tal razón se puede calcular el error porcentual al tomar en cuenta el modelo no lineal y el modelo linealizado de la potencia constante como sigue:

$$\psi(V) = 100 \cdot \left\| \frac{1}{V} - (2 - V) \right\| \quad (46)$$

De modo que:

$$\psi(V) = 100 \cdot \left\| \frac{1}{0.8} - (2 - 0.8) \right\| = 5\% \quad (47)$$

Como se puede observar el porcentaje de error es del 5% lo cual quiere decir que este porcentaje determina el error que produce al linealizar nuestra función, determinando que el mismo, es válido para la aproximación cuadrática que se está realizando en este trabajo. Cabe mencionar que en la función de la ecuación (47) el porcentaje de error disminuye mientras el voltaje (V) se acerque más a 1.



**Figura 7.** Región cerrada de la aproximación propuesta para los sistemas de distribución.

**Fuente:** Los autores

En la figura 7 se puede observar la región cerrada, donde  $\delta_{m\acute{a}x}$  hace referencia al límite de caída de voltaje máximo permitido. En este trabajo se considera un  $\delta_{m\acute{a}x}$  de 0.3 en lo que el nodo slack es  $1\angle 0^\circ$  y los voltajes restantes están dentro de esta región.

### Matriz de admitancias

Para el desarrollo de flujos de potencia es necesario tener una matriz de admitancias para lo cual los voltajes nodales y las corrientes  $I_N = Y_{BUS} \cdot V_{BUS}$  están relacionados de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} I_S \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{SS} & Y_{SN} \\ Y_{NS} & Y_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_S \\ V_N \end{pmatrix} \quad (48)$$

Por lo cual:

$$I_N = Y_{NS} V_S + Y_{NN} V_N \quad (49)$$

$$I_S = Y_{SS} V_S + Y_{SN} V_N \quad (50)$$

### Modelo Cuadrático

De la ecuación (45) se deduce que  $\frac{1}{V_K} = 2 - V$ , lo cual al despejar  $V_K$  se tiene:

$$V_K = \frac{1}{2 - V} \quad (51)$$

Al remplazar la ecuación (51) en la ecuación (30), se tiene lo siguiente:

$$I_K = \frac{S_{PK}^*}{\frac{1}{2 - V^*}} + S_{IK}^* + S_{ZK}^* \cdot V_K \quad (52)$$

De modo que:

$$I_N = S_{PN}^* (2 - V^*) + S_{IN}^* + S_{ZN}^* \cdot V_N \quad (53)$$

Al remplazar la ecuación (53) en la ecuación (49) se tiene la siguiente expresión:

$$Y_{NS} V_S + Y_{NN} V_N = 2S_{PN}^* - V^* S_{PN}^* + S_{IN}^* + S_{ZN}^* V_N \quad (54)$$

De modo que al hacer la igualación y organizar términos se tiene:

$$Y_{NS} V_S - 2S_{PN}^* - S_{IN}^* + Y_{NN} V_N - S_{ZN}^* V_N + V^* S_{PN}^* = 0 \quad (55)$$

Finalmente, se puede representar la ecuación (55) de la siguiente forma

$$A + B \cdot V_N + C \cdot V_N^* = 0 \quad (56)$$

Donde:

A Se define como términos constantes

B Se define como términos que acompañan a  $[V_N]$

C Se define como términos que acompañan a  $[V_N]^*$

Para ello se tiene:

$$A = Y_{NS} V_S - 2S_{PN}^* - S_{IN}^* \quad (57)$$

$$B = Y_{NN} - \text{diag}(S_{ZN}^*) \quad (58)$$

$$C = \text{diag}(S_{NP}^*) \quad (59)$$

La función objetivo no puede ser complejo por ello se obtiene una representación convencional separando en parte real e imaginaria partiendo de la ecuación (56) de la siguiente forma matricial:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_r \\ A_i \end{pmatrix} \quad (60)$$

Simplificando términos para facilitar la interpretación de los mismos en la programación, se determina una matriz M constante de la siguiente manera:

$$M = \begin{pmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{pmatrix} \quad (61)$$

Reemplazando la ecuación (61) en la (60) la ecuación se determina de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -A_r \\ -A_i \end{pmatrix} \quad (62)$$

Al ingresar un nodo con generación distribuida su ecuación quedará expresada de la siguiente forma:

$$A + B.V_N + C.V_N^* + D.S_G^* = 0 \quad (63)$$

Donde:

$D$  Se define como Generación Distribuida

$S_G^*$  Se define como la potencia aparente de la generación distribuida

Quedando de forma matricial tal que:

$$\begin{pmatrix} D.S_r \\ -D.S_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_r \\ A_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} \quad (64)$$

Donde:

$S_r, S_i$  es la potencia activa y reactiva entregada por los generadores distribuidos.

$V_r, V_i$  Es el voltaje obtenido en función de  $S_r, S_i$ .

A, B, C, D son términos constantes.

Para facilitar el cálculo, se realiza la matriz W la cual deja el voltaje en función de la potencia generada y se representa de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} W_{rr} & W_{ri} \\ W_{ir} & W_{ii} \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -D & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix} \quad (65)$$

Donde W es una matriz real.

Finalmente, reemplazando la ecuación (65) y la (62) en la (64) se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_r \\ U_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{rr} & W_{ri} \\ W_{ir} & W_{ii} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_r \\ S_i \end{pmatrix} \quad (66)$$

Donde  $V_r$  y  $V_i$  de la ecuación (62) son reemplazados por  $U_r$  y  $U_i$  respectivamente

Gracias a los diferentes teoremas aplicados, el modelo matemático propuesto se linealizó, lo cual se puede simular con la herramienta CVX de Matlab, sin embargo, para ello se requiere considerar diferentes funciones objetivas.

### **Función Objetivo**

La función objetivo a minimizar puede ser: despacho económico, costos de generación, pérdidas, entre otros.

En este caso se consideró pérdidas mínimas del sistema lo cual se lo puede obtener a partir de la siguiente expresión:

$$S = V' \cdot I^* \quad (67)$$

La corriente se divide en dos secciones, desde el nodo Slack y desde los nodos restantes, quedando de la siguiente forma:

$$S = V'_s \cdot I_s^* + V'_N \cdot I_N^* \quad (68)$$

Remplazando términos de la ecuación (49) y (50) en la (68) se obtiene lo siguiente

$$S = V'_s \cdot (Y_{SS}^* \cdot V_s^* + Y_{SN}^* \cdot V_N^*) + V'_N \cdot (Y_{NS}^* \cdot V_s^* + Y_{NN}^* \cdot V_N^*) \quad (69)$$

Al simplificar términos semejantes, se logra obtener la siguiente expresión:

$$S = V'_s \cdot Y_{SS} \cdot V_s^* + 2 \cdot V'_N \cdot Y_{NS} \cdot V_s^* + V'_N \cdot Y_{NN} \cdot V_N^* \quad (70)$$

Finalmente, separando la parte real e imaginaria del voltaje la ecuación de pérdidas quedará expresada de la siguiente forma:

$$P_L = V'_s \cdot Y_{SS} \cdot V_s^* + 2 \cdot V'_N \cdot G_{NS} \cdot V_s + V'_N \cdot G_{NN} \cdot V_{Nr} + V'_{Ni} \cdot G_{NN} \cdot V_{Ni} \quad (71)$$

Siendo

$P_L$  : pérdidas eléctricas del sistema

$G$  : la matriz de conductancia

### Restricciones

Las restricciones que puede tener la función objetivo pueden ser: límites de potencia, límites de generadores, límites de control de taps en los transformadores, entre otros. Las restricciones propuestas para el presente trabajo son:

Límites de potencia

$$S_r \leq S_{r\_m\acute{a}x} \quad (72)$$

Límites de voltaje

$$\|\Delta V\|_2 = \delta_{\max} \quad (73)$$

$$\|1 - V\|_2 = \delta_{\max} \quad (74)$$

$$\sqrt{(1 - V_r)^2 + V_i^2} = \delta_{\max} \quad (75)$$

$$(1 - V_r)^2 + V_i^2 = \delta_{\max}^2 \quad (76)$$

Flujos de línea

$$S_1 = V_1 * I_{12} \quad (77)$$

$$I_{12} = (V_1 - V_2) * Y_{12} \quad (78)$$

$$S_1 = V_1(V_1 - V_2) * Y_{12} \quad (79)$$

$$S_1 = V_1 V_1 * Y_{12} - V_2 V_1 * Y_{12} \quad (80)$$

$$S_2 = V_2 V_2 * Y_{21} - V_2 V_1 * Y_{21} \quad (81)$$

$$S_{12} = S_1 - S_2 \quad (82)$$

$$S_{12} = (V_1 V_1 * Y_{12} - V_2 V_1 * Y_{12}) - (V_2 V_2 * Y_{21} - V_2 V_1 * Y_{21}) \quad (83)$$

$$S_{12} = Y_{12} * (V_1 V_1 - V_2 V_2) \quad (84)$$

$$Z_{12} * S_{12} = (V_1 V_1 - V_2 V_2) \quad (85)$$

## Diagramas de Flujos para el modelo de aproximación cuadrática

Para mejor comprensión del desarrollo de esta investigación se realizó dos diagramas de flujos, siendo el primero un diagrama que presenta el proceso de como linealizar una función y el segundo el procedimiento para la programación.

### ➤ Linealización de la función

La  $f(z)$  es una función compleja que para linealizarla se debe separa la función en la parte real e imaginaria pudiendo así, cumplir con las condiciones de Cauchy Riemann

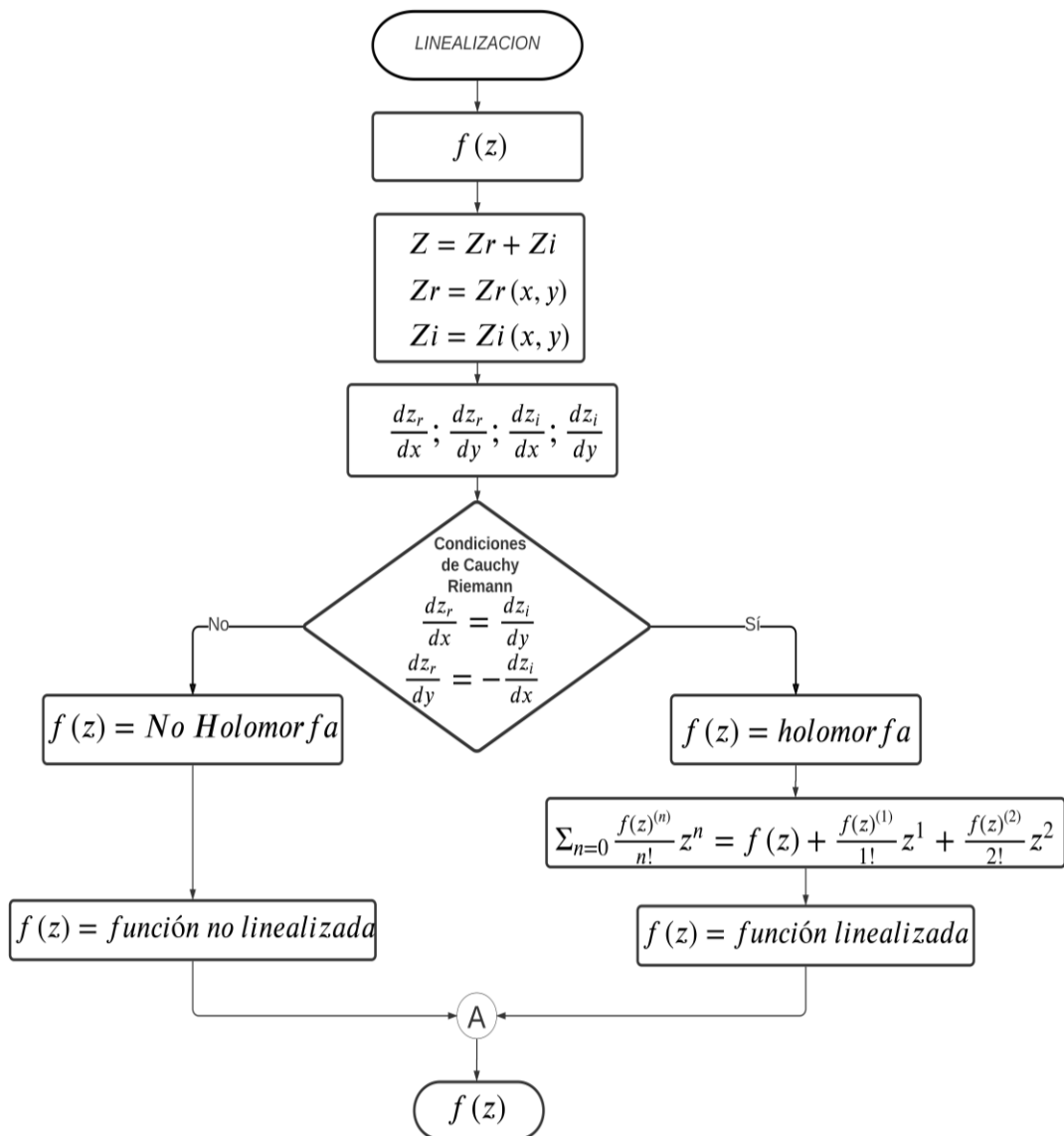


Figura 8. Algoritmo de linealización

➤ Diagrama de flujo para el procedimiento de programación

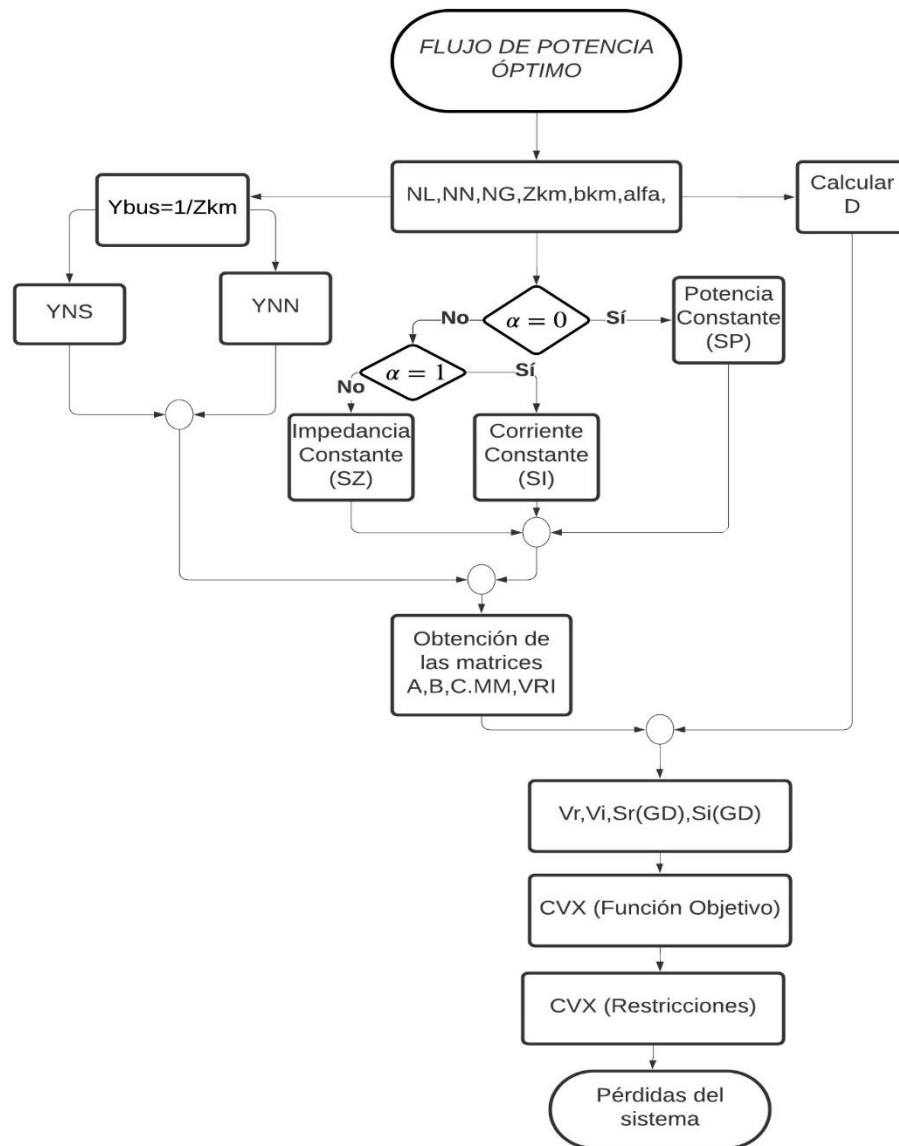


Figura 9. Procedimiento para el cálculo del OPF

**Donde:**

**NL:** Número de líneas.

**NN:** Número de nodos.

**NG:** Número de generadores.

**Zkm:** Impedancia de las líneas del sistema por la longitud.

**Bkm:** susceptancia de las líneas del sistema por la longitud.

**MM:** Matriz de las constantes B y C

**Sr, Si:** Potencia activa y reactiva de la GD respectivamente

**YNS:** Admitancia del nodo Slack.

**YNN:** Admitancia de los restantes nodos.

**Vr:** Voltaje real.

**Vi:** Voltaje imaginario.

### **13. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS**

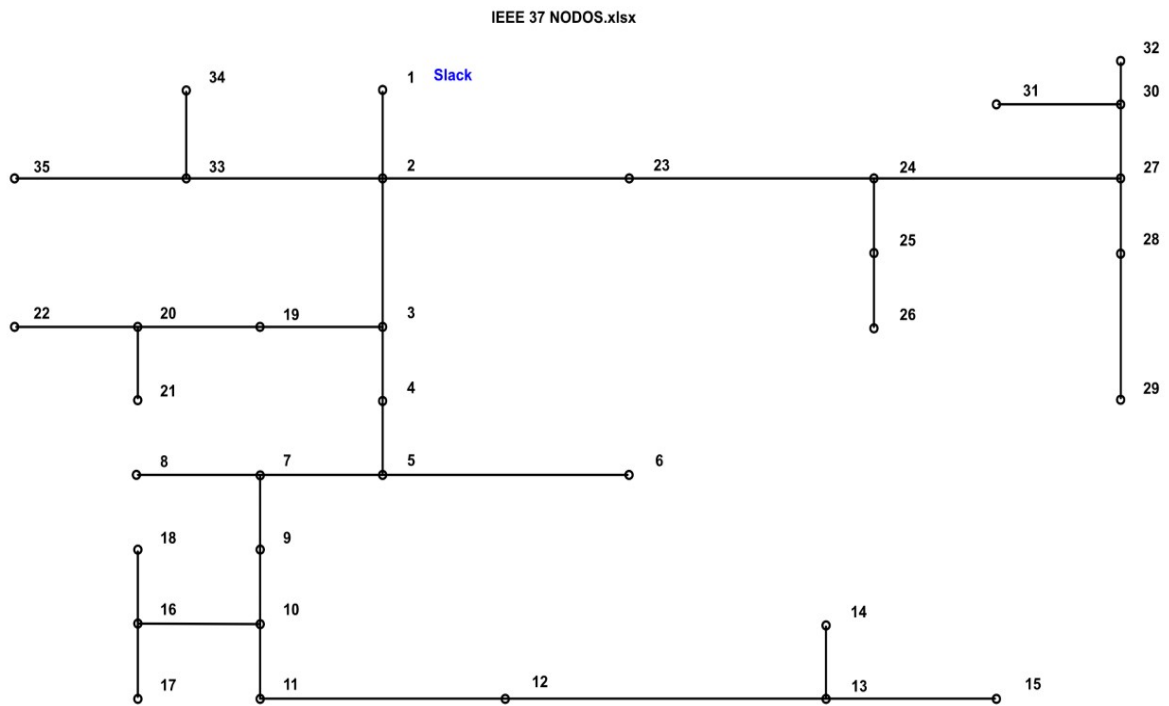
El modelo matemático de aproximación cuadrática anteriormente elaborado, para el cálculo de los flujos de potencia óptimo, es simulado con la ayuda de la herramienta CVX en el software Matlab tomando como función objetiva la minimización de pérdidas del sistema de distribución y como restricciones los límites de potencia, voltaje y flujos de línea; Para su validación en primera instancia se ha utilizado los sistemas de prueba de topología radial IEEE 37, IEEE 69 e IEEE 119 nodos demostrando que se puede usar el programa para cualquier tipo de sistemas radiales, como segunda instancia se realiza la comparación con el método Newton Raphson y Gauss Seidel, en donde se demuestra que el modelo mencionado para el OPF es más eficiente con respecto al tiempo de cálculo y las iteraciones que se realizan, y finalmente se demuestra que en el modelo se puede introducir variables adicionales a la programación como en este caso GD.

#### **Sistemas de Pruebas**

En primera instancia para corroborar los resultados de la aproximación cuadrático se ha realizado una serie de experimentos demostrando su funcionamiento para diferentes sistemas como se puede mencionar:

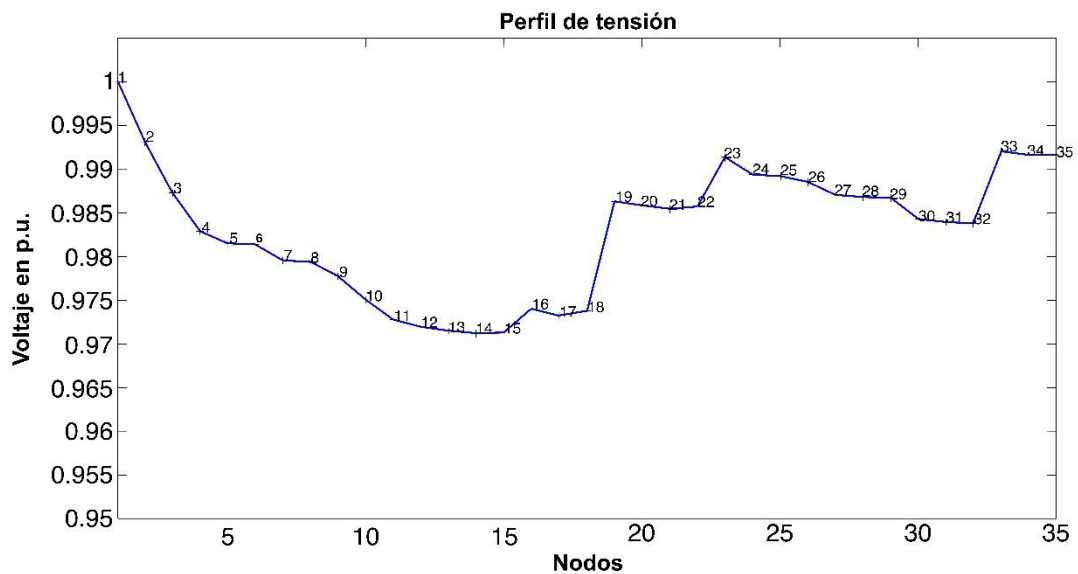
##### **Sistema de Prueba IEEE 37**

La figura 10 representa el sistema de prueba de IEEE 37 nodos el cual tiene una particularidad de ser sistema radial, esto quiere decir que tiene un solo punto de alimentación de energía, teniendo como el primer nodo, el nodo Slack, y los restantes como nodos PQ.



**Figura 10.** Esquema del sistema de prueba IEEE37

La figura 11 corresponde a los resultados obtenidos con el modelo de aproximación cuadrática los cuales presentan los voltajes en valores en p.u. en cada nodo. Se puede observar también que los nodos más cercanos a la fuente de alimentación tienen menos caídas de voltaje.



**Figura 11.** Perfiles de voltaje nodal, IEEE 37 nodos

En la figura 12 se puede observar los valores angulares del voltaje nodal, en el cual se perciben que sus valores disminuyen de forma brusca los que se encuentran cerca del nodo fuente, debido a que estos nodos estan conectados a los subramales y laterales, siendo estos el nodo fuente de sus ramales.

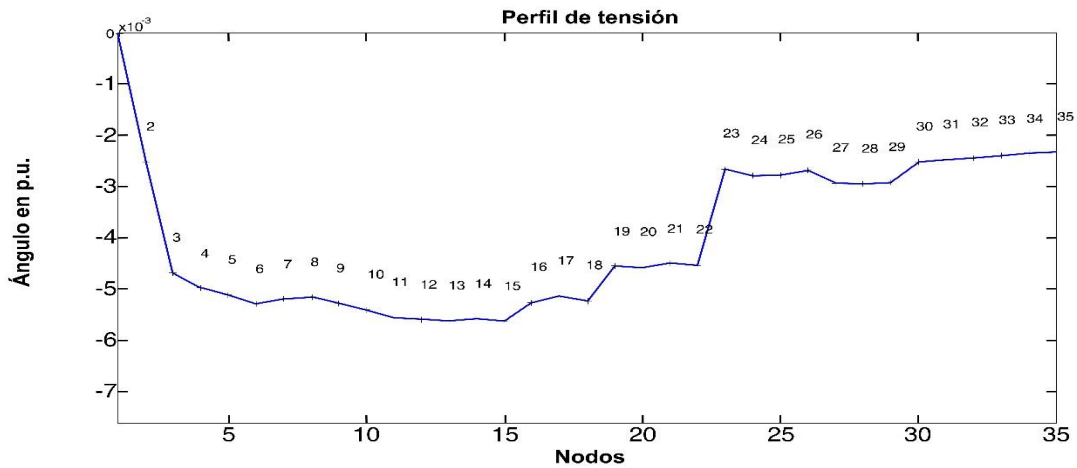


Figura 12. Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 37 nodos

### Sistema de Prueba IEEE 69

En la figura 13 se puede observar un sistema de 69 nodos el cual cuenta con un ramal principal y 7 ramales secundarios, representa un sistema radial mas complejo. Se considera que tiene demanda en la mayoría de los nodos del sistema a excepcion del nodo fuente.

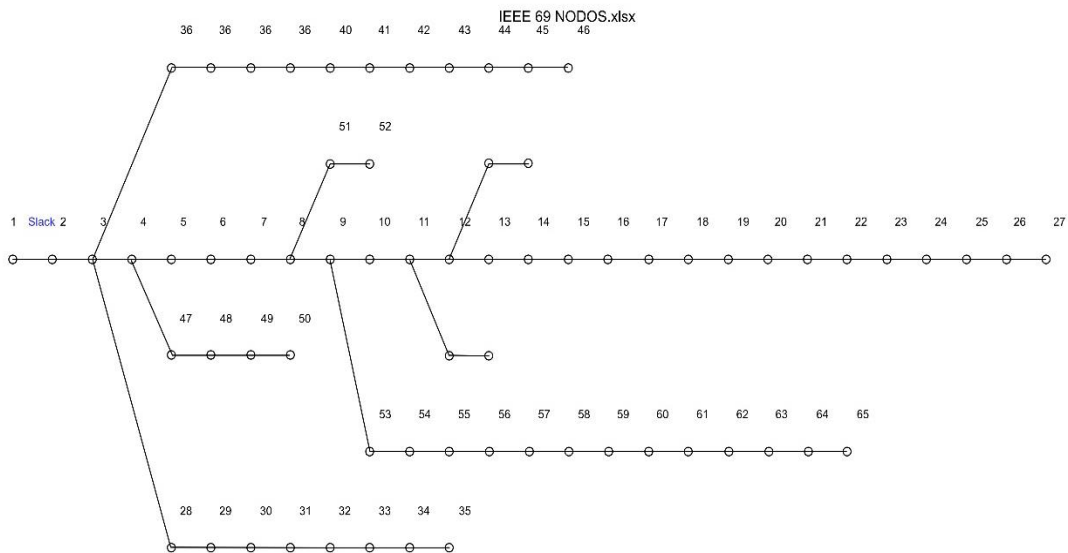
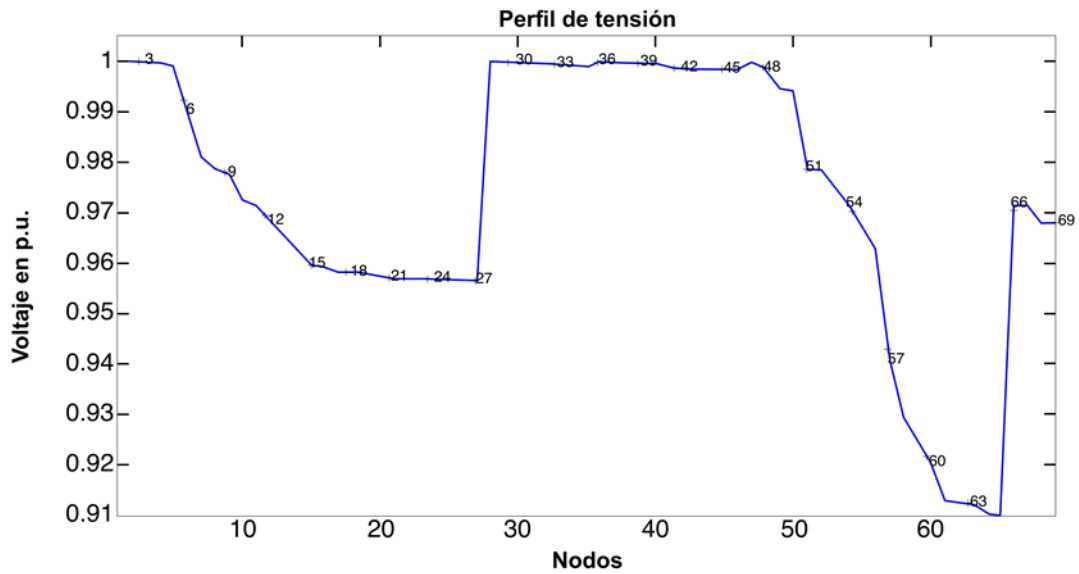


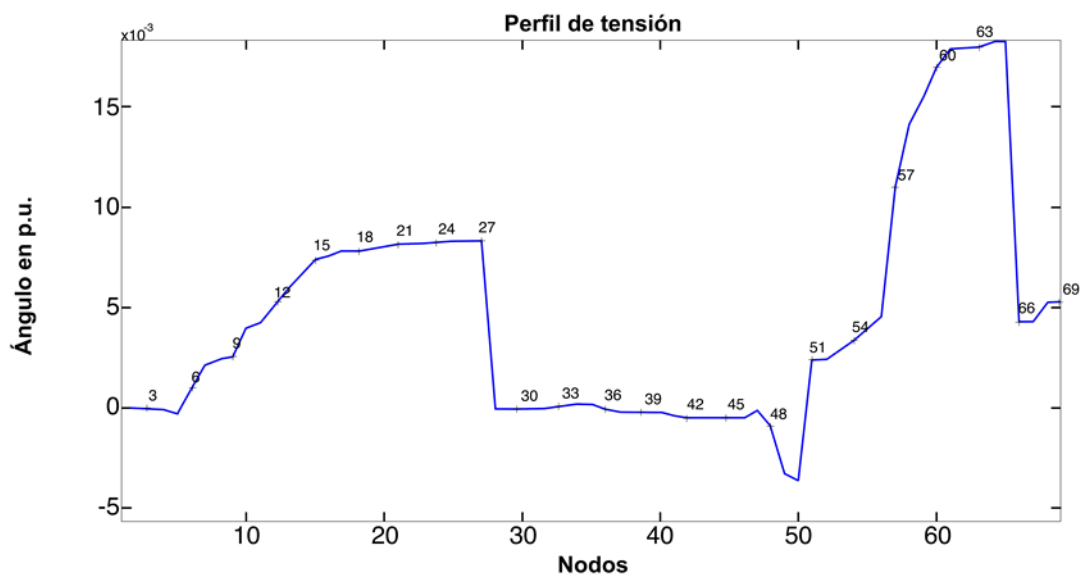
Figura 13. Sistema de prueba IEEE 69 nodos

En la figura 14 se puede apreciar como se van disminuyendo las caídas de voltaje en los nodos más cercanos al alimentador principal dichos valores se los puede apreciar en el anexo 5.



**Figura 14.** Perfiles de voltajes de IEEE 69 nodos

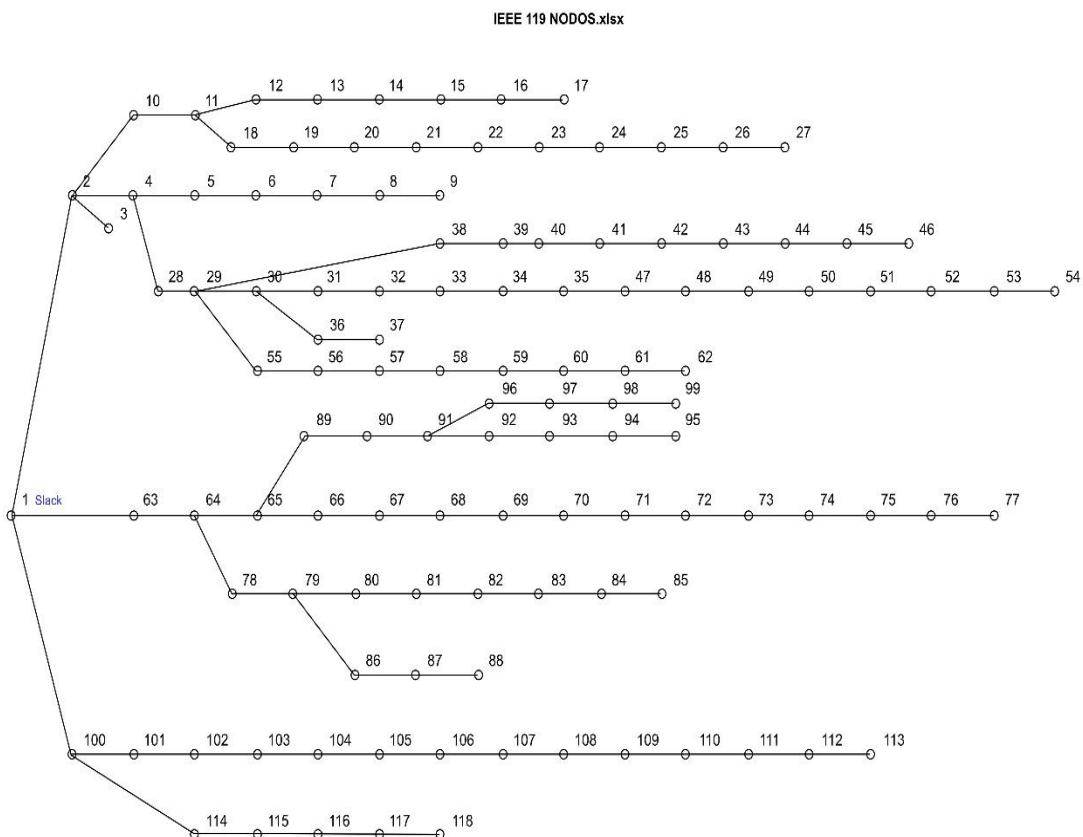
Como se muestra en la figura 15, el comportamiento del voltaje nodal, tiene una característica opuesta con respecto al comportamiento del voltaje, esto es debido a las pérdidas que se producen conforme el nodo se encuentre más alejado del nodo fuente.



**Figura 15.** Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 69 nodos

### Sistema de Prueba IEEE 119

Un sistema de 119 nodos es mostrado en la figura 16, se puede observar que tiene complejidad debido a que es un sistema extenso, demostrando que los sistemas de distribución son complejos por su topología. El sistema presentado está modificado para 118 nodos, contiene 14 subramales, los cuales producen que los nodos subsecuentes al nodo fuente tienden a ser otra fuente para los subramales.



**Figura 16.** Sistema de prueba IEEE 119

En la figura 16, se puede observar que los ángulos 54 y 113 se encuentran alejados del nodo fuente, por tal razón se puede observar una gran caída de voltaje en los nodos anteriormente mencionados como se observa en la figura 17. Cabe mencionar que en este caso los ángulos tienden a comportarse de una forma opuesta a la de los voltajes como se ve en la figura 18.

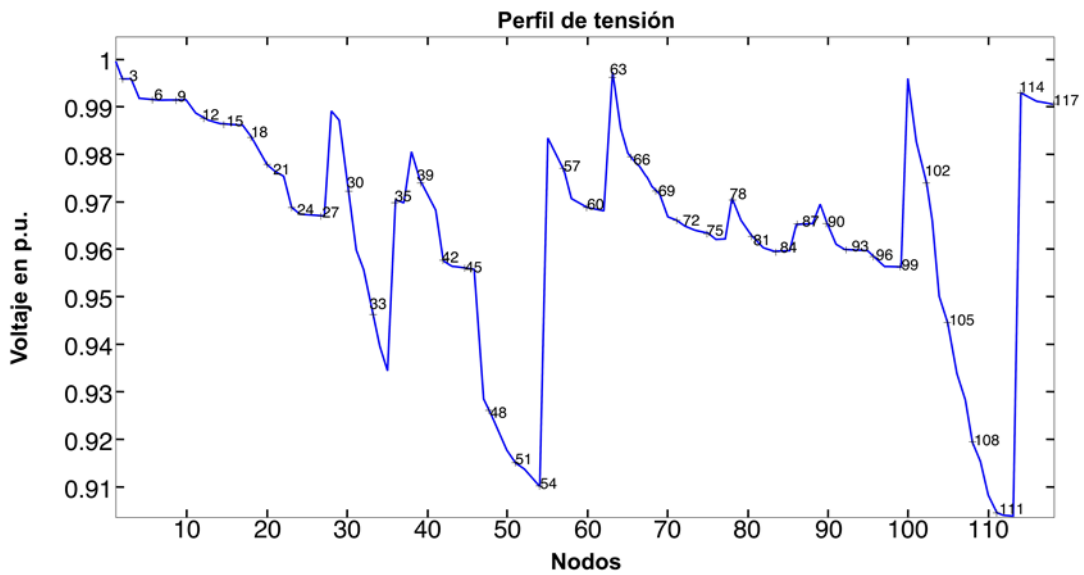


Figura 17. Perfiles de voltajes de IEEE 119 nodos

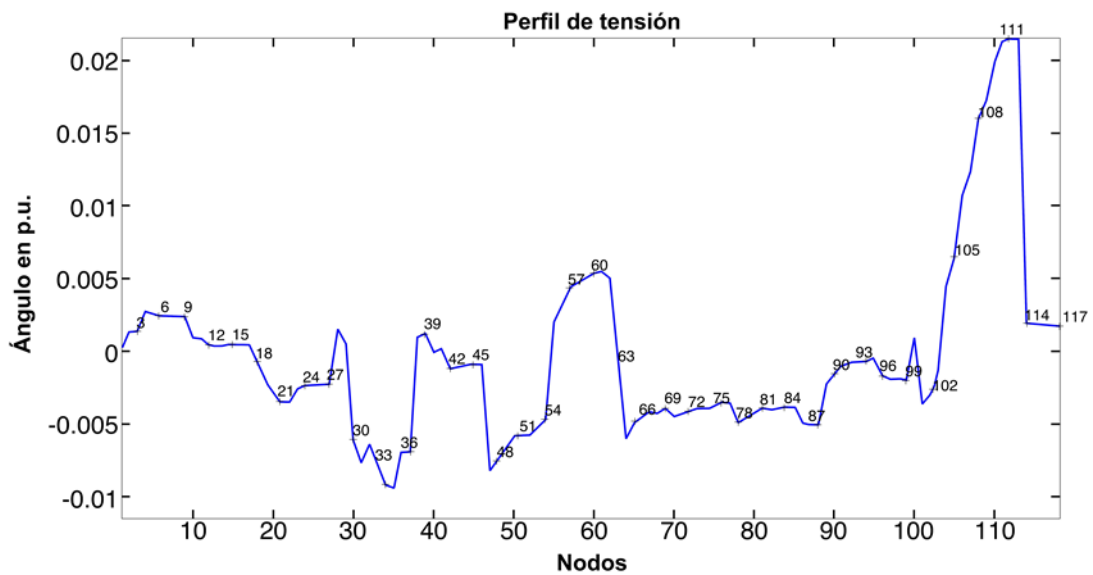


Figura 18. Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 119 nodos

### Análisis de características de convergencia

A continuación, se presenta la comparación de las características de convergencia de los diferentes métodos, siendo estos Gauss Seidel, Newton Raphson y la aproximación cuadrática que se presenta en esta investigación para los diferentes métodos de prueba IEEE mencionados. En el método de Gauss Seidel y Newton Raphson se considera una tolerancia mayor a 0.00000008 siendo este valor un criterio de convergencia.

En la tabla 1 se puede observar que el modelo matemático no tiene iteraciones esto se debe a que al realizar la aproximación cuadrática se convierte en una función convexa teniendo como resultado un óptimo global, mientras que los demás métodos presentan sus números de iteraciones y su tiempo de cálculo, ya que parten desde una función no lineal, haciendo que nuestro modelo sea más eficiente en estos aspectos. El tiempo de cálculo e iteraciones mostradas en CVX hace referencia al problema de iteraciones que se debe realizar para minimizar las pérdidas a través de las restricciones mas no al cálculo del flujo de potencia. Mencionando que, si los métodos tradicionales optan por un flujo óptimo, su tiempo de cálculo aumentara a medida que se introduzcan las restricciones.

**Tabla 1.** Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE 37 nodos

<b>MÉTODO</b>	<b>PÉRDIDAS</b>	<b>NUMERO DE ITERACIONES</b>	<b>TIEMPO DE CÁLCULO (s)</b>
<b>Aproximación cuadrática</b>	0,029745	-	-
<b>Aproximación cuadrática con CVX</b>	0,029745	10	0,45
<b>Newton Raphson</b>	0,031	4	0,155
<b>Gauss Seidel</b>	0,0306245	964	0,268

En la tabla 2 se puede observar que el número de iteraciones y el tiempo de cálculo se ha incrementado debido al mayor número de nodos que existen en el sistema de prueba IEEE 69.

**Tabla 2.** Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE69 nodos

<b>MÉTODO</b>	<b>PÉRDIDAS</b>	<b>NUMERO DE ITERACIONES</b>	<b>TIEMPO DE CÁLCULO (s)</b>
<b>Aproximación cuadrática</b>	0,221671	-	-

<b>Aproximación cuadrática con CVX</b>	0,221671	13	0,65
<b>Newton Raphson</b>	0,225	5	0,641
<b>Gauss Seidel</b>	0,224649	17386	11,584

Al eliminarse las iteraciones, su tiempo de cálculo tiende a ser nulo como se puede observar en la tabla 3, cabe mencionar que, al considerar el tiempo de la optimización con el CVX, este sigue siendo eficiente en comparación con los demás métodos.

Como se ha venido observando los métodos Gauss Seidel y Newton Raphson aumentan su tiempo e iteraciones en sus procesos a medida que su número de nodos incrementa, siendo lo opuesto en el método de la aproximación cuadrática.

**Tabla 3.** Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE119 nodos

<b>MÉTODO</b>	<b>PÉRDIDAS</b>	<b>NÚMERO DE ITERACIONES</b>	<b>TIEMPO DE CÁLCULO (s)</b>
<b>Aproximación Cuadrática</b>	0,92282	-	-
<b>Aproximación cuadrática con CVX</b>	0,92282	13	0,76
<b>Newton Raphson</b>	0,932	5	1,36
<b>Gauss Seidel</b>	0,932004	1222	2,369

A medida que los valores de reactancia y resistencia disminuyen a  $1e-4$ , el cálculo del flujo de potencia en el método de Newton Raphson empieza a tener error en su cálculo siendo esto menos confiable en comparación del método propuesta en esta investigación, como se puede observar en la tabla 4.

**Tabla 4.** Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE37 nodos

<b>MÉTODO</b>	<b>PÉRDIDAS</b>	<b>NÚMERO DE ITERACIONES</b>	<b>TIEMPO DE CÁLCULO (s)</b>
<b>Aproximación Cuadrática</b>	0.002936	-	-
<b>Aproximación cuadrática con CVX</b>	0.002936	11	0.58
<b>Newton Raphson</b>	0.004	4	0.122
<b>Gauss Seidel</b>	0.00294437	592	0.26

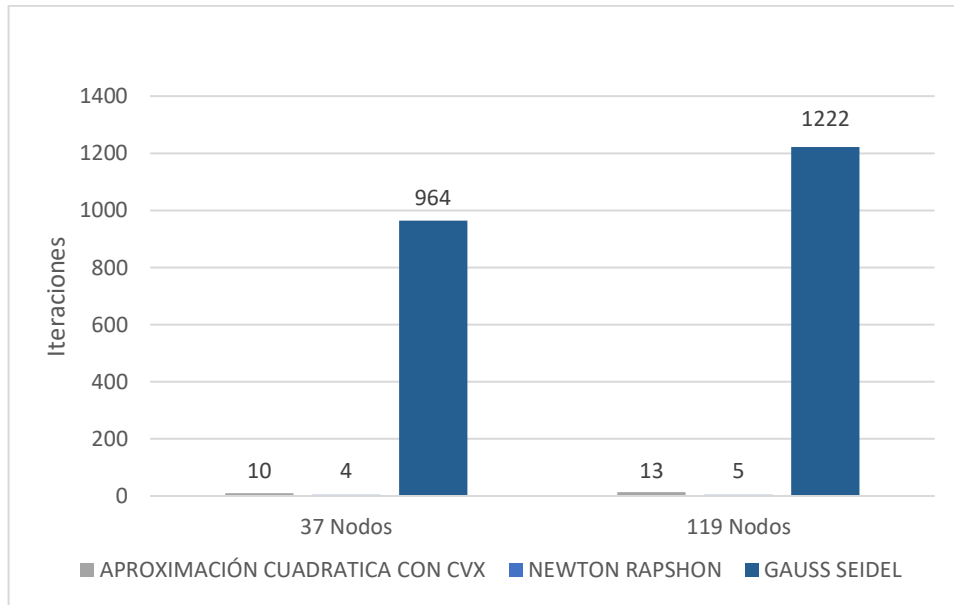
En la tabla 5 se observa los porcentajes de error que se produce al realizar la aproximación cuadrática siendo estos muy bajos. Cabe mencionar que el método Gauss Seidel tiene un menor porcentaje de error, esto es debido a que el Newton Raphson para ser más eficaz, realiza unas simplificaciones en su desarrollo.

**Tabla 5.** Porcentaje de error de pérdidas con respecto al modelo matemático

<b>MÉTODO</b>	<b>CASO IEEE 37</b>	<b>CASO IEEE 69</b>	<b>CASO IEEE 119</b>
<b>NEWTON RAPSHON</b>	0.1255	0.3329	0.918
<b>GAUSS SEIDEL</b>	0.08795	0.2978	0.9184
<b>PROMEDIO</b>	0.4468		

### **Grafica de las características de convergencia para los sistemas de prueba**

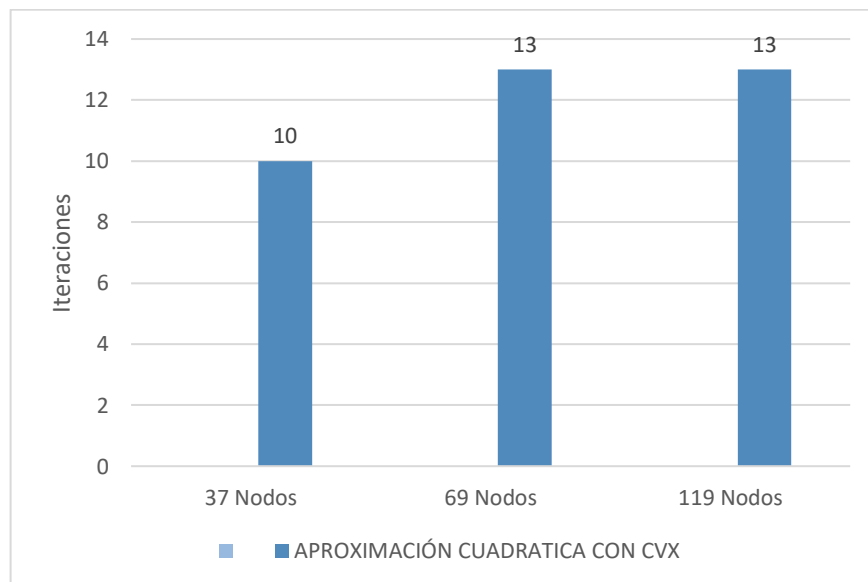
Con los datos obtenidos en las tablas 1,2, y 3 se realizaron diagramas donde se muestra con mayor detalle cómo se emplea el tiempo en converger, conforme se complica la dimensión y estructura del sistema a analizar. También se puede observar en la figura 20 la eficiencia de los procesos según los métodos de solución que se aplican.



**Figura 19.** Características de convergencia entre métodos de solución

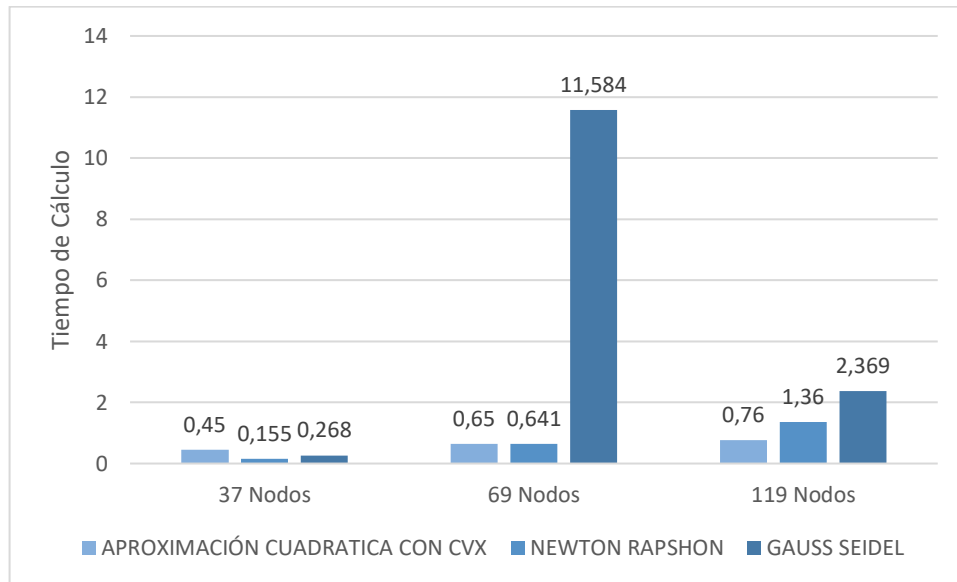
Se puede apreciar que el método propuesto en función del CVX y el método Newton Raphson se mantiene en promedio del número de iteraciones, a diferencia que el método de Gauss Seidel el cual emplea un número relativamente mayor de iteraciones para obtener su solución.

En la figura 20 se ve que el modelo propuesto en función del CVX requiere de 10 iteraciones, pero al ser un sistema con mayor complejidad para analizar su número de iteraciones se mantiene constante, es por lo cual se puede mencionar que su número de iteraciones no se va a aumentar al incrementar la complejidad del sistema.



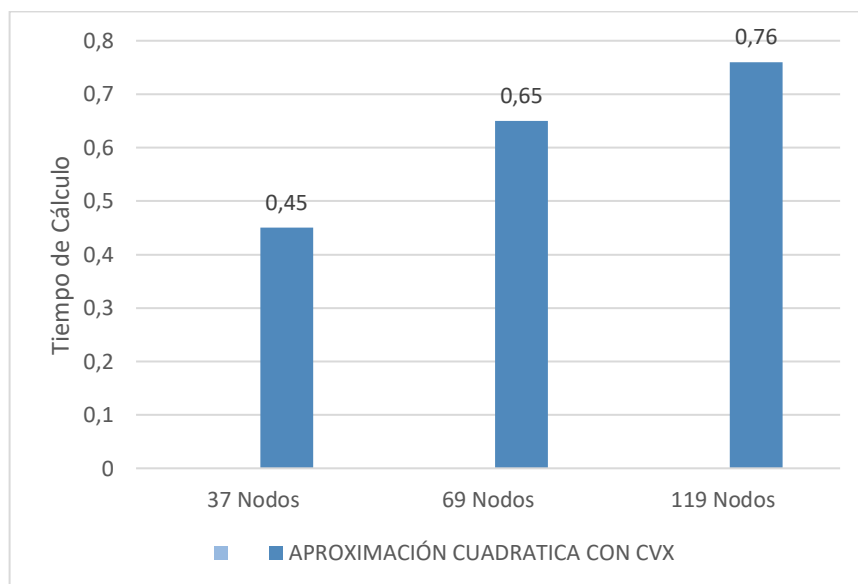
**Figura 20.** Iteraciones de convergencia de la aproximación cuadrática

En la figura 21 muestra el tiempo de solución de cada método con los diferentes sistemas de prueba. También se observa que a medida que su complejidad va aumentando el tiempo de solución tiende a crecer, pero en el caso de la aproximación cuadrática en función de CVX su incremento de tiempo es muy bajo con respecto a los demás.



**Figura 21.** Tiempo de convergencia entre métodos de solución

En la figura 22 se muestra el tiempo en obtener una solución en la aproximación cuadrática en función de CVX, el cual no excede del 1 segundo a pesar de ser un sistema de 119 nodos.



**Figura 22.** Tiempo de convergencia de la aproximación cuadrática

### Variable adicional (Sistema de GD)

Como se pudo observar anteriormente el modelo matemático es muy eficiente para sistemas de distribución radial, a más de ello como dato adicional este modelo cuenta con una variable más, donde se puede incluir la generación distribuida, en los diferentes puntos de los sistemas. Para la corroboración del ingreso de GD se realiza una comparación con la simulación en el software comercial.

Se realizaron pruebas en dos casos para para 3 generadores y 5 generadores en el sistema para poder determinar que el número de nodos con generación distribuida su respuesta seguirá siendo idónea, como se observa en la tabla 5 y tabla 6 respectivamente.

**Tabla 6.** Resultados comparativos considerando tres GD.

<b>Variable</b>	<b>CVX</b>	<b>Software Comercial</b>
<b>SG5-7</b>	0.8580+0.4158j	0.86+0.42j
<b>SG7-8</b>	0.0420+0.0210j	0.04+0.02j
<b>SG19-20</b>	0.3889+0.1918j	0.39+0.19j
<b>Valor Óptimo (PL)</b>	0.00892231	0.0090

**Tabla 7.** Resultados comparativos considerando 5 GD.

<b>Variable</b>	<b>CVX</b>	<b>Software Comercial</b>
<b>SG1-2</b>	0.8594+0.4169j	0.86+0.42j
<b>SG10-16</b>	0.5577+0.2715j	0.56+0.27j
<b>SG16-17</b>	0.0419+0.0210j	0.04+0.02j
<b>SG25-26</b>	0.1774+0.0846j	0.18+0.08j
<b>SG30-32</b>	0.1948+0.0962j	0.19+0.10j
<b>Valor Óptimo (PL)</b>	0.00596114	0.0066

## **14. IMPACTOS**

### **Impactos técnicos**

La energía eléctrica es uno de los elementos más importantes para el desarrollo de la sociedad, por tal motivo es primordial su planificación y operación de una forma económica, segura y confiable. Es por esta razón que se realiza los estudios del flujo de potencia o flujo de carga ya que son importantes para el planeamiento de la expansión futura de los sistemas de potencia, así como para determinar la mejor operación de los sistemas existentes.

### **Impactos sociales**

El modelo matemático propuesto puede ayudar a la comunidad universitaria en investigaciones futuras relacionadas al OPF debido a que el material contiene a detalle todos los cálculos requeridos, además también puede ser de mucha ayuda a las Empresas Eléctricas de Distribución debido a que existe un mejoramiento continuo en la red y se necesitan estudios para reducir pérdidas en la misma.

### **Impactos ambientales**

Una de las principales ventajas del modelo matemático propuesto es la inclusión de generación distribuida en el flujo de potencia, siendo esta generación un apoyo a los sistemas de distribución a más de ello, estas nuevas alternativas son amigables con el medio ambiente debido a su generación de energías renovables (solar, eólico), siendo así tecnologías muy eficientes.

## **15. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **Conclusiones**

En el estado de arte analizado de las diferentes literaturas sobre el OPF, se pudo observar que se aplican diferentes metodologías para los flujos de potencia en los sistemas de distribución, como se puede mencionar el método de Newton Raphson desacoplado, barrido iterativo, métodos de punto interior, entre otros, los cuales solucionan diferentes aspectos, como son el económico, limite técnico, límite de estabilidad del sistema, etc. y estos resultados son factibles debido a la aplicación de una función objetiva que se limita por las restricciones que requiere

según sea el caso, sin embargo estos métodos realizan procesos iterativos, siendo esto un punto en contra con respecto al tiempo.

Con el desarrollo del modelo matemático basado en la aproximación cuadrática, se realizó la linealización de la función de la potencia constante, lo cual facilitó los procesos de cálculo para el flujo óptimo de potencia del sistema, obteniendo que este modelo matemático tiene un mínimo porcentaje de error, esto se pudo comprobar al realizar la comparación de las pérdidas de los sistemas de prueba, el cual tiene un promedio de error de 0.4468, con respecto a los métodos tradicionales, siendo este valor muy bajo, demostrando que este modelo cuadrático se vuelve un modelo factible para los sistemas de distribución.

El algoritmo del modelo matemático presentado en esta investigación está diseñado especialmente para sistemas de distribución radiales, el cual muestra eficiencia con respecto a los tiempos de convergencia, debido a que su función se linealiza, no presenta número de iteraciones por ende su tiempo de cálculo es nulo, sin embargo las comparaciones también se les realiza con la aproximación cuadrática en función del CVX, el cual forma un número de iteraciones para llegar a su óptimo valor a través de restricciones, mencionando esto el modelo sigue llegando a ser óptimo en todos los sistemas de prueba.

### **Recomendaciones**

En el presente trabajo se ha omitido los reguladores de voltaje por lo que estos producen una complicación mayor en el desarrollo del modelo matemático por lo cual se debe realizar una investigación a profundidad de estos reguladores que se pueda incluirlos en la programación de tal forma que se obtendrá los valores más exactos.

Cabe mencionar que en esta investigación la ubicación de la generación distribuida se lo hace de forma aleatoria, sin embargo, se puede realizar una investigación para poder determinar la ubicación y el tamaño adecuado de los generados distribuidos determinando su mejor ubicación dependiendo del lugar en donde se encuentre mayor demanda de forma que pueda suplir la misma, y que podrá disminuir pérdidas en el sistema apoyando a la red en horas pico.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] O. D. Montoya-Giraldo, W. J. Gil-González, y A. Garcés-Ruíz, «Flujo de potencia óptimo para redes radiales y enmalladas empleando programación semidefinida Optimal Power Flow for radial and mesh grids using semidefinite programming», vol. 20, n.º 40, pp. 29-42, 2017.
- [2] L. Pravos y R. Castro, «Implementación Del Algoritmo “ Forward and Backward ”», vol. 1, n.º 1, pp. 14-18, 2017, [En línea]. Disponible en:  
[http://oa.upm.es/47864/1/TFG\\_LETICIA\\_PRAVOS\\_GARCIA.pdf](http://oa.upm.es/47864/1/TFG_LETICIA_PRAVOS_GARCIA.pdf).
- [3] O. D. Montoya, A. Garces, y S. Member, «Optimal Power Flow on DC Microgrids : A Quadratic Convex Approximation», vol. 7747, n.º c, pp. 1-5, 2018, doi:  
10.1109/TCSII.2018.2871432.
- [4] Aristóteles y J. D. Juárez Cervantes, *Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica*, vol. 52, n.º 1. 2002.
- [5] J. Bautista y S. Fernández, «UNIVERSIDAD DE CUENCA “DESARROLLO DE UN ALGORITMO DE INTERRELACIÓN PARA MICROREDES DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA” Tesis Previa a la Obtención del Título de Master en Sistemas Eléctricos de Potencia CUENCA-ECUADOR JUNIO-2015».
- [6] E. Dominguez y M. Molina, «Normas Técnicas para Diseño y Expansión de las Redes Secundarias del Sistema de Distribución de la Empresa Eléctrica Centro Sur», 2011.
- [7] E. F. Durán, «La Generación Distribuida: Retos frente al Marco Legal del Mercado Eléctrico Ecuatoriano», *Rev. Técnica «Energía»*, vol. 10, n.º 1, pp. 13-27, 2014, doi:  
10.37116/revistaenergia.v10.n1.2014.95.
- [8] G. B. Salazar, L. Chusin, y S. Escobar, «Análisis de Confiabilidad de Sistemas de Distribución Eléctrica con penetración de Generación Distribuida», *Rev. Politécnica*, vol. 36, n.º 1, p. 35, 2015, doi: 10.33333/RP.V36I1.508.
- [9] M. P. G. M, «PROGRAMA INTERACTIVO DE FLUJO DE POTENCIA PARA EL LABORATORIO DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA», 1988.
- [10] C. Huertas, «Preparadurías Sistemas de Potencia I : Flujos de Carga», vol. 1, n.º


- December, pp. 2-4, 2016, doi: 10.13140/RG.2.2.30038.86080.
- [11] A. E. Oleas y C. A. Barrera, *Control De Voltaje En Sistemas Eléctricos De Potencia Usando Transformadores Con Taps*. 2019.
- [12] «Tomas o taps de transformadores monofásicos y trifásicos - FARADAYOS». [https://faradayos.blogspot.com/2015/02/tomas-taps-de-transformadores-monofasicos-trifasicos.html?fbclid=IwAR0Mp3YmmHOTaoYe3xEb4IFCILzptxEcqFV9z0kxyWSe9i-4TL4Y\\_1c0-mE](https://faradayos.blogspot.com/2015/02/tomas-taps-de-transformadores-monofasicos-trifasicos.html?fbclid=IwAR0Mp3YmmHOTaoYe3xEb4IFCILzptxEcqFV9z0kxyWSe9i-4TL4Y_1c0-mE) (accedido sep. 10, 2020).
- [13] R. M. Mujal Rosas, *Cálculo de líneas y redes eléctricas*. 2002.
- [14] «Aproximación cuadrática al flujo de carga óptimo en sistemas de distribución considerando generación distribuida».
- [15] A. R. Herrera-Orozco, J. J. Mora-Florez, y J. F. Patiño, «Simulation and Validation of Polynomial Electric Load Model Using ATP», *Sci. Tech.*, vol. 18, n.º 01, pp. 11-18, 2013.
- [16] C. López Servin, «Estudio de Flujos de Potencia Óptimos de C.A. empleando el Método de Punto Interior», p. 210, 2016.
- [17] F. S. Quille Pinto, «OPTIMIZACIÓN DE FLUJO DE POTENCIA EN EL SISTEMA ELECTRICO ECUATORIANO CON PROGRAMACION NO LINEAL BAJO MATLAB», Universidad Politécnica Salesiana, 2015.
- [18] R. Hughes, «Estudio comparativo sobre metodologías de Flujo de Potencia en Sistemas de Distribución», *J. Chem. Inf. Model.*, vol. 53, n.º 9, p. 287, 2008, doi: 10.1017/CBO9781107415324.004.
- [19] J. Jativa, G. Constante, y G. Cabrera, «Flujo de Potencia por Newton-Raphson con el Jacobiano Calculado en las Ecuaciones de Errores de Potencia», *Rev. EPN*, vol. 33, n.º 3, p. 7, 2014, [En línea]. Disponible en: [https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista\\_politecnica2/article/view/157/pdf](https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista_politecnica2/article/view/157/pdf).
- [20] A. Torres, «Series de Taylor y Series de Fourier: Un estudio comparativo», *Univ. Granada*, p. 50, 2015.

- [21] M. C. Grant y S. P. Boyd, «The CVX Users ' Guide, Release 2.0 (beta)», vol. 0, 2013.
- [22] F. Polinomiales, «Funciones polinomiales y sus gráficas», pp. 232-246.
- [23] I. On, «Funciones holomorfas».
- [24] D. V Yakubovich, «Memoria del curso “Análisis complejo”», 2004.

## 16. ANEXOS

### Anexo 1. Datos personales del Tutor de la investigación

#### HOJA DE VIDA

<b>NOMBRES</b>	Carlos Iván	
<b>APELLIDOS</b>	Quinatoa Caiza	
<b>CEDULA</b>	172750251-8	
<b>NACIONALIDAD</b>	Ecuatoriano	
<b>FECHA DE NACIMIENTO</b>	01 de agosto de 1988	
<b>ESTADO CIVIL</b>	Soltero	
<b>DIRECCIÓN</b>	Tanicuchi – Latacunga	
<b>CELULAR</b>	032701605/0995830715	
<b>E-MAIL</b>	<a href="mailto:carlos.quinatoa4@utc.edu.ec">carlos.quinatoa4@utc.edu.ec</a>	

#### EDUCACIÓN FORMAL

<b>ESTUDIOS PRIMARIOS</b>	Escuela Mixta” Zamora”, Tanicuchi-Latacunga
<b>ESTUDIOS SECUNDARIOS</b>	Colegio.Gral.” Marco Aurelio Subía”, Tanicuchi
<b><u>IDIOMA EXTRANJERO</u></b>	Suficiencia en Inglés Nivel Hablado: Medio Nivel Escrito: Medio

#### ESTUDIOS SUPERIORES

Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga-Cotopaxi-Ecuador, Ingeniero Eléctrico en Sistemas Eléctricos de Potencia.

Universidad Tecnológica de Pereira-Colombia / Universidad Nacional de San Juan- Argentina, Magister en Ingeniería Eléctrica.

Universidad Nacional de San Juan, San Juan-Argentina, Estudios de Doctorado en Ingeniería Eléctrica.

**Anexo 2. Datos personales del Postulante 1****HOJA DE VIDA**

<b>NOMBRES</b>	Luz Vanessa
<b>APELLIDOS</b>	Córdova Guaraca
<b>CEDULA</b>	172750251-8
<b>NACIONALIDAD</b>	Ecuatoriana
<b>FECHA DE NACIMIENTO</b>	30 de junio de 1997
<b>ESTADO CIVIL</b>	Soltero
<b>DIRECCIÓN</b>	Machachi-Barrio San Antonio de Chanizas
<b>CELULAR</b>	0960204078
<b>E-MAIL</b>	<a href="mailto:luz.cordova2518@utc.edu.ec">luz.cordova2518@utc.edu.ec</a>

**PERFIL PROFESIONAL**

Estudiante de la Universidad Técnica de Cotopaxi, Facultad de ciencias de la Ingeniería y Aplicadas, Carrera Ingeniería Eléctrica.

**EDUCACIÓN FORMAL**

<b>ESTUDIOS PRIMARIOS</b>	Escuela Once de Noviembre 2007-2008
<b>ESTUDIOS SECUNDARIOS</b>	Colegio “Nacional Machachi” 2013-2014

**IDIOMA EXTRANJERO**

Suficiencia en Inglés  
Nivel Hablado: Medio  
Nivel Escrito: Medio

**TITULO OBTENIDO**

BACHILER EN CIENCIAS GENERAL UNIFICADO

**CURSOS REALIZADOS**

- Curso de Computación Avanzado

- Seminario Internacional de Ciencias de la Ingeniería


### **EXPERIENCIAS LABORALES**

Practicas Pre-profesionales- constructora “Jose Espin”

### **CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS**

- Selección de pararrayos
- Cálculos de protecciones
- Diseño de redes (aéreas-subterráneas)
- Puesta a tierra

**Anexo 3. Datos personales del Postulante 2****HOJA DE VIDA**

<b>NOMBRES</b>	Giovanna Gabriela	
<b>APELLIDOS</b>	Tibanquiza Chuncho	
<b>CEDULA</b>	1804423182	
<b>NACIONALIDAD</b>	Ecuatoriana	
<b>FECHA DE NACIMIENTO</b>	21 de junio de 1995	
<b>ESTADO CIVIL</b>	Soltero	
<b>DIRECCIÓN</b>	Ambato-Barrio Villavista	
<b>CELULAR</b>	0987507161	
<b>E-MAIL</b>	<a href="mailto:giovanna.tibanquiza3182@utc.edu.ec">giovanna.tibanquiza3182@utc.edu.ec</a>	

**PERFIL PROFESIONAL**

Estudiante de la Universidad Técnica de Cotopaxi, Facultad de ciencias de la Ingeniería y Aplicadas, Carrera Ingeniería Eléctrica.

**EDUCACIÓN FORMAL**

<b>ESTUDIOS PRIMARIOS</b>	Escuela Fiscal “Sergio Quirola”, Ambato-Ecuador 2007-2008
<b>ESTUDIOS SECUNDARIOS</b>	Instituto Tecnológico Superior “María Natalia Vaca” 2012-2013

**IDIOMA EXTRANJERO**

Suficiencia en Inglés  
Nivel Hablado: Medio  
Nivel Escrito: Medio

**TITULO OBTENIDO**

BACHILER EN FISICO MATEMÁTICO

**CURSOS REALIZADOS**

- Control Industrial
- Seminario Internacional de Ciencias de la Ingeniería

**EXPERIENCIAS LABORALES**

Practicas Pre-profesionales- constructora “José Espín”

**CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS**

- Selección de pararrayos
- Máquinas Eléctricas
- Control Industrial
- Electrónica de Potencia

**Anexo 4.** Datos del Sistema de Prueba IEEE 37 nodos.

<b>Nodo Envio</b>	<b>Nodo Recibo</b>	<b>Rkm (pu)</b>	<b>Xkm (pu)</b>	<b>B/2 (pu)</b>	<b>P (pu)</b>	<b>Q (pu)</b>	<b>GD</b>	<b>Alpha</b>
1	2	0,0025	0,0026	0,0001	0,0000	0	0	0
2	3	0,0034	0,0036	0,0001	0,0000	0	0	0
3	4	0,004	0,0023	0	0,0850	0,04	0	2
4	5	0,0013	0,0008	0	0,0000	0	0	0
5	6	0,004	0,0023	0	0,0850	0,04	0	2
5	7	0,0022	0,0012	0	0,0000	0	0	0
7	8	0,0042	0,0013	0	0,0420	0,021	0	0
7	9	0,0022	0,0012	0	0,0850	0,04	0	1
9	10	0,0038	0,0021	0	0,0420	0,021	0	0
10	11	0,0043	0,0025	0	0,1400	0,07	0	1
11	12	0,0027	0,0015	0	0,1260	0,062	0	0
12	13	0,0027	0,0015	0	0,0000	0	0	0
13	14	0,0026	0,0008	0	0,0850	0,04	0	0
13	15	0,0027	0,0015	0	0,0420	0,021	0	1
10	16	0,0068	0,0022	0	0,0000	0	0	0
16	17	0,0167	0,0054	0,0001	0,0420	0,021	0	2
16	18	0,0026	0,0008	0	0,0850	0,04	0	0
3	19	0,0031	0,001	0	0,0420	0,021	0	0
19	20	0,0019	0,0011	0	0,0420	0,021	0	0
20	21	0,0026	0,0008	0	0,1260	0,063	0	0
20	22	0,0037	0,0012	0	0,0420	0,021	0	1
2	23	0,0024	0,0014	0	0,0850	0,04	0	0
23	24	0,0035	0,002	0	0,0000	0	0	0
24	25	0,001	0,0003	0	0,0380	0,018	0	1
25	26	0,0068	0,0022	0	0,0850	0,04	0	2
24	27	0,0054	0,0031	0	0,0850	0,04	0	0
27	28	0,004	0,0023	0	0,0000	0	0	0
28	29	0,0037	0,0012	0	0,0420	0,021	0	0
27	30	0,012	0,0039	0	0,0000	0	0	0

30	31	0,0016	0,0005	0	0,1610	0,08	0	1
30	32	0,0099	0,0032	0	0,0420	0,021	0	2
2	33	0,0052	0,0017	0	0,0000	0	0	0
33	34	0,0031	0,001	0	0,0850	0,04	0	0
33	35	0,0042	0,0013	0	0,0930	0,044	0	2

**Anexo 5.** Datos del Sistema de Prueba IEEE 69 nodos

<b>Nodo Envio</b>	<b>Nodo Recibo</b>	<b>Rkm (pu)</b>	<b>Xkm (pu)</b>	<b>B/2 (pu)</b>	<b>P (pu)</b>	<b>Q (pu)</b>	<b>GD</b>	<b>Alpha</b>
1	2	0,000003	0,000007	0	0	0	0	0
2	3	0,000003	0,000007	0	0	0	0	0
3	4	0,000009	0,000022	0	0	0	0	0
4	5	0,000156	0,000183	0	0	0	0	0
5	6	0,002281	0,001162	0	0,0026	0,0022	0	0
6	7	0,002375	0,001210	0	0,0404	0,03	0	0
7	8	0,000575	0,000293	0	0,075	0,054	0	0
8	9	0,000307	0,000156	0	0,03	0,022	0	0
9	10	0,005105	0,001687	0	0,028	0,019	0	0
10	11	0,001167	0,000386	0	0,145	0,104	0	0
11	12	0,004434	0,001465	0	0,145	0,104	0	0
12	13	0,006420	0,002119	0	0,008	0,005	0	0
13	14	0,006508	0,002151	0	0,008	0,0055	0	0
14	15	0,006595	0,002179	0	0	0	0	0
15	16	0,001225	0,000405	0	0,0455	0,03	0	0
16	17	0,002334	0,000772	0	0,06	0,035	0	0
17	18	0,000046	0,000010	0	0,06	0,035	0	0
18	19	0,002042	0,000675	0	0	0	0	0
19	20	0,001313	0,000430	0	0,001	0,0006	0	0
20	21	0,002129	0,000704	0	0,114	0,081	0	0
21	22	0,000087	0,000029	0	0,005	0,0035	0	0
22	23	0,000992	0,000328	0	0	0	0	0

23	24	0,002159	0,000714	0	0,028	0,02	0	0
24	25	0,004668	0,001543	0	0	0	0	0
25	26	0,001925	0,000636	0	0,014	0,01	0	0
26	27	0,001080	0,000357	0	0,014	0,01	0	0
3	28	0,000027	0,000067	0	0,026	0,0186	0	0
28	29	0,000399	0,000976	0	0,026	0,0186	0	0
29	30	0,002480	0,000820	0	0	0	0	0
30	31	0,000438	0,000145	0	0	0	0	0
31	32	0,002188	0,000723	0	0	0	0	0
32	33	0,005230	0,001755	0	0,014	0,01	0	0
33	34	0,010647	0,003519	0	0,0195	0,014	0	0
34	35	0,009188	0,003038	0	0,006	0,004	0	0
3	36	0,000027	0,000007	0	0,026	0,01855	0	0
36	37	0,000399	0,000976	0	0,026	0,01855	0	0
37	38	0,000656	0,000767	0	0	0	0	0
38	39	0,000189	0,000221	0	0,024	0,017	0	0
39	40	0,000011	0,000013	0	0,024	0,017	0	0
40	41	0,004540	0,005304	0	0,0012	0,001	0	0
41	42	0,001932	0,002258	0	0	0	0	0
42	43	0,000256	0,000298	0	0,006	0,0043	0	0
43	44	0,000057	0,000072	0	0	0	0	0
44	45	0,000679	0,000856	0	0,03922	0,0263	0	0
45	46	0,000006	0,000007	0	0,03922	0,0263	0	0
4	47	0,000021	0,000052	0	0	0	0	0
47	48	0,000530	0,001298	0	0,079	0,0564	0	0
48	49	0,001806	0,004420	0	0,3847	0,2745	0	0
49	50	0,000512	0,001254	0	0,3847	0,2745	0	0
8	51	0,000578	0,000295	0	0,0405	0,0283	0	0
51	52	0,002069	0,000694	0	0,0036	0,0027	0	0
9	53	0,001085	0,000552	0	0,00435	0,0035	0	0
53	54	0,001265	0,000645	0	0,0264	0,019	0	0
54	55	0,001772	0,000902	0	0,024	0,0172	0	0

55	56	0,001753	0,000893	0	0	0	0	0
56	57	0,009911	0,003327	0	0	0	0	0
57	58	0,004885	0,001639	0	0	0	0	0
58	59	0,001896	0,000627	0	0,1	0,072	0	0
59	60	0,002407	0,000731	0	0	0	0	0
60	61	0,003163	0,001611	0	1,244	0,888	0	0
61	62	0,000607	0,000309	0	0,032	0,023	0	0
62	63	0,000904	0,000460	0	0	0	0	0
63	64	0,004429	0,002256	0	0,227	0,162	0	0
64	65	0,006489	0,003305	0	0,059	0,042	0	0
11	66	0,001254	0,000381	0	0,018	0,013	0	0
66	67	0,000029	0,000009	0	0,018	0,013	0	0
12	68	0,004609	0,001523	0	0,028	0,02	0	0
68	69	0,000029	0,000010	0	0,028	0,02	0	0

**Anexo 6.** Datos del Sistema de Prueba IEEE 119 nodos

<b>Nodo Envio</b>	<b>Nodo Recibo</b>	<b>Rkm (pu)</b>	<b>Xkm (pu)</b>	<b>B/2 (pu)</b>	<b>P (pu)</b>	<b>Q (pu)</b>	<b>GD</b>	<b>Alpha</b>
1	2	0,0002975	0,0001071	0	0,13384	0,10114	0	0
2	3	0,0002727	0,0000982	0	0,016214	0,011292	0	0
2	4	0,0003719	0,0001339	0	0,034315	0,021845	0	0
4	5	0,0001240	0,0004463	0	0,073016	0,063602	0	0
5	6	0,0001240	0,0004132	0	0,1442	0,068602	0	0
6	7	0,0001240	0,0001033	0	0,10447	0,061725	0	0
7	8	0,0001488	0,0001157	0	0,028547	0,011503	0	0
8	9	0,0001736	0,0005207	0	0,08756	0,051073	0	0
2	10	0,0013719	0,0011107	0	0,1982	0,10677	0	0
10	11	0,0009256	0,0006521	0	0,1468	0,07599	0	0
11	12	0,0015455	0,0025868	0	0,02604	0,018687	0	0
12	13	0,0011736	0,0012496	0	0,0521	0,02322	0	0
13	14	0,0014876	0,0009752	0	0,1419	0,1175	0	0

14	15	0,0012397	0,0003719	0	0,02187	0,02879	0	0
15	16	0,0013223	0,0014876	0	0,03337	0,02645	0	0
16	17	0,0012975	0,0014132	0	0,03243	0,02523	0	0
11	18	0,0018017	0,0023554	0	0,020234	0,011906	0	0
18	19	0,0009752	0,0015289	0	0,15694	0,078523	0	0
19	20	0,0013223	0,0016198	0	0,54629	0,3514	0	0
20	21	0,0009917	0,0015620	0	0,1803	0,1642	0	0
21	22	0,0009917	0,0006521	0	0,093167	0,054594	0	0
22	23	0,0116529	0,0059752	0	0,08518	0,03965	0	0
23	24	0,0024215	0,0011140	0	0,1681	0,095178	0	0
24	25	0,0010992	0,0008595	0	0,12511	0,10522	0	0
25	26	0,0014711	0,0011074	0	0,01603	0,02462	0	0
26	27	0,0014711	0,0011074	0	0,02603	0,02462	0	0
4	28	0,0001240	0,0002446	0	0,59456	0,52262	0	0
28	29	0,0000992	0,0002281	0	0,12062	0,059117	0	0
29	30	0,0009917	0,0022860	0	0,10238	0,099554	0	0
30	31	0,0017355	0,0020083	0	0,5134	0,3185	0	0
31	32	0,0009917	0,0004463	0	0,47525	0,45614	0	0
32	33	0,0014711	0,0019339	0	0,15143	0,13679	0	0
33	34	0,0014711	0,0019339	0	0,20538	0,083302	0	0
34	35	0,0012727	0,0013388	0	0,1316	0,093082	0	0
30	36	0,0015455	0,0021570	0	0,4484	0,3697	0	0
36	37	0,0011017	0,0008182	0	0,44052	0,32164	0	0
29	38	0,0027273	0,0016033	0	0,11254	0,055134	0	0
38	39	0,0025620	0,0016033	0	0,053963	0,038998	0	0
39	40	0,0010744	0,0016033	0	0,39305	0,3426	0	0
40	41	0,0023140	0,0012397	0	0,32674	0,27856	0	0
41	42	0,0097521	0,0070248	0	0,53626	0,24024	0	0
42	43	0,0034711	0,0020132	0	0,076247	0,066562	0	0
43	44	0,0022314	0,0008033	0	0,05352	0,03976	0	0
44	45	0,0028017	0,0010091	0	0,040328	0,031964	0	0
45	46	0,0022314	0,0014702	0	0,039653	0,020758	0	0

35	47	0,0017355	0,0011430	0	0,066195	0,042361	0	0
47	48	0,0009917	0,0006521	0	0,073904	0,051653	0	0
48	49	0,0012397	0,0008157	0	0,11477	0,057965	0	0
49	50	0,0012397	0,0008157	0	0,91837	1,2051	0	0
50	51	0,0019835	0,0013066	0	0,2103	0,14666	0	0
51	52	0,0009917	0,0006521	0	0,06668	0,056608	0	0
52	53	0,0033471	0,0012050	0	0,042207	0,040184	0	0
53	54	0,0033471	0,0012050	0	0,43374	0,28341	0	0
29	55	0,0032314	0,0011653	0	0,0621	0,02686	0	0
55	56	0,0033554	0,0012074	0	0,09246	0,08838	0	0
56	57	0,0033554	0,0012074	0	0,085188	0,055436	0	0
57	58	0,0058347	0,0045132	0	0,3453	0,3324	0	0
58	59	0,0027934	0,0010066	0	0,0225	0,01683	0	0
59	60	0,0027934	0,0010066	0	0,080551	0,049156	0	0
60	61	0,0017107	0,0006174	0	0,09586	0,090758	0	0
61	62	0,0020413	0,0073736	0	0,06292	0,0477	0	0
1	63	0,0002314	0,0003455	0	0,4788	0,46374	0	0
63	64	0,0009669	0,0016661	0	0,12094	0,052006	0	0
64	65	0,0018595	0,0007587	0	0,13911	0,10034	0	0
65	66	0,0017355	0,0006273	0	0,39178	0,1935	0	0
66	67	0,0031653	0,0011405	0	0,027741	0,026713	0	0
67	68	0,0041653	0,0027298	0	0,052814	0,025257	0	0
68	69	0,0033058	0,0012074	0	0,06689	0,038713	0	0
69	70	0,0079504	0,0062893	0	0	0	0	0
70	71	0,0013636	0,0004959	0	0	0	0	0
71	72	0,0025041	0,0009025	0	0,1325	0,084363	0	0
72	73	0,0025041	0,0009025	0	0,052699	0,022482	0	0
73	74	0,0017025	0,0011901	0	0	0	0	0
74	75	0,0019256	0,0006942	0	0	0	0	0
75	76	0,0048843	0,0014653	0	0,19239	0,12243	0	0
76	77	0,0010413	0,0003744	0	0	0	0	0
64	78	0,0046198	0,0030471	0	0,23815	0,22322	0	0

78	79	0,0015372	0,0010140	0	0,29455	0,16247	0	0
79	80	0,0015372	0,0010140	0	0,48557	0,43792	0	0
80	81	0,0021488	0,0011488	0	0,24353	0,18303	0	0
81	82	0,0012727	0,0012231	0	0,24353	0,18303	0	0
82	83	0,0019008	0,0010579	0	0,134253	0,11929	0	0
83	84	0,0020826	0,0008760	0	0,02271	0,02796	0	0
84	85	0,0014876	0,0012231	0	0,049513	0,026515	0	0
79	86	0,0013223	0,0015041	0	0,38378	0,25716	0	0
86	87	0,0016529	0,0019008	0	0,04964	0,0206	0	0
87	88	0,0013223	0,0032479	0	0,022473	0,011806	0	0
65	89	0,0055289	0,0019934	0	0,06293	0,04296	0	0
89	90	0,0021983	0,0010140	0	0,03067	0,03493	0	0
90	91	0,0021983	0,0010140	0	0,06253	0,06679	0	0
91	92	0,0021983	0,0010140	0	0,11457	0,081748	0	0
92	93	0,0021983	0,0010140	0	0,081292	0,066526	0	0
92	94	0,0019256	0,0009504	0	0,031733	0,01596	0	0
94	95	0,0040992	0,0011405	0	0,03332	0,06048	0	0
91	96	0,0016198	0,0014876	0	0,53128	0,22485	0	0
96	97	0,0016198	0,0014876	0	0,50703	0,36742	0	0
97	98	0,0015421	0,0010083	0	0,02639	0,0117	0	0
98	99	0,0006165	0,0026281	0	0,04599	0,030392	0	0
1	100	0,0005165	0,0002190	0	0,10066	0,047572	0	0
100	101	0,0012405	0,0019339	0	0,45648	0,3503	0	0
101	102	0,0011132	0,0007339	0	0,52256	0,44929	0	0
102	103	0,0019066	0,0009942	0	0,40843	0,16846	0	0
103	104	0,0036942	0,0013289	0	0,14148	0,13425	0	0
104	105	0,0013488	0,0004860	0	0,10443	0,066024	0	0
105	106	0,0027273	0,0008182	0	0,096793	0,083647	0	0
106	107	0,0012893	0,0004636	0	0,49392	0,41934	0	0
107	108	0,0031562	0,0011355	0	0,22538	0,13588	0	0
108	109	0,0013438	0,0004835	0	0,50921	0,38721	0	0
109	110	0,0031562	0,0011355	0	0,1885	0,17346	0	0

110	111	0,0020207	0,0007264	0	0,91803	0,89855	0	0
111	112	0,0017256	0,0006223	0	0,30508	0,21537	0	0
112	113	0,0019017	0,0006843	0	0,05438	0,04097	0	0
100	114	0,0050430	0,0018149	0	0,21114	0,1929	0	0
114	115	0,0015421	0,0010496	0	0,067009	0,053336	0	0
115	116	0,0030843	0,0020331	0	0,16207	0,090321	0	0
116	117	0,0033471	0,0030331	0	0,048785	0,029156	0	0
117	118	0,0040413	0,0036198	0	0,0339	0,01898	0	0

**Anexo 7.** Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 37

<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>	<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>
<b>1</b>	1	0	<b>19</b>	0.9864	-0.0045
<b>2</b>	0.9931	-0.0025	<b>20</b>	0.9859	-0.0046
<b>3</b>	0.9873	-0.0047	<b>21</b>	0.9855	-0.0045
<b>4</b>	0.9829	-0.0050	<b>22</b>	0.9857	-0.0045
<b>5</b>	0.9816	-0.0051	<b>23</b>	0.9914	-0.0027
<b>6</b>	0.9811	-0.0051	<b>24</b>	0.9894	-0.0028
<b>7</b>	0.9796	-0.0052	<b>25</b>	0.9893	-0.0028
<b>8</b>	0.9794	-0.0052	<b>26</b>	0.9886	-0.0027
<b>9</b>	0.9778	-0.0053	<b>27</b>	0.9871	-0.0029
<b>10</b>	0.9750	-0.0054	<b>28</b>	0.9869	-0.0029
<b>11</b>	0.9728	-0.0055	<b>29</b>	0.9867	-0.0029
<b>12</b>	0.9719	-0.0056	<b>30</b>	0.9843	-0.0025
<b>13</b>	0.9715	-0.0056	<b>31</b>	0.9840	-0.0025
<b>14</b>	0.9712	-0.0056	<b>32</b>	0.9838	-0.0024
<b>15</b>	0.9714	-0.0056	<b>33</b>	0.9920	-0.0024
<b>16</b>	0.9740	-0.0053	<b>34</b>	0.9917	-0.0024
<b>17</b>	0.9732	-0.0051	<b>35</b>	0.9916	-0.0023
<b>18</b>	0.9738	-0.0052			

**Anexo 8.** Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 69

<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>	<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>
<b>1</b>	1	0	<b>35</b>	0,9999	0
<b>2</b>	0,9999	0	<b>36</b>	0,9998	-0,0002
<b>3</b>	0,9998	-0,0001	<b>37</b>	0,9996	-0,0002
<b>4</b>	0,999	-0,0003	<b>38</b>	0,9996	-0,0002
<b>5</b>	0,9902	0,0009	<b>39</b>	0,9995	-0,0002
<b>6</b>	0,9809	0,0021	<b>40</b>	0,9989	-0,0004
<b>7</b>	0,9787	0,0024	<b>41</b>	0,9986	-0,0005
<b>8</b>	0,9776	0,0025	<b>42</b>	0,9985	-0,0005
<b>9</b>	0,9726	0,004	<b>43</b>	0,9985	-0,0005
<b>10</b>	0,9715	0,0043	<b>44</b>	0,9984	-0,0005
<b>11</b>	0,9684	0,0052	<b>45</b>	0,9984	-0,0005
<b>12</b>	0,9654	0,0059	<b>46</b>	0,9998	-0,0001
<b>13</b>	0,9625	0,0067	<b>47</b>	0,9985	-0,0009
<b>14</b>	0,9597	0,0074	<b>48</b>	0,9947	-0,0033
<b>15</b>	0,9591	0,0076	<b>49</b>	0,9942	-0,0037
<b>16</b>	0,9583	0,0078	<b>50</b>	0,9787	0,0024
<b>17</b>	0,9583	0,0078	<b>51</b>	0,9787	0,0024
<b>18</b>	0,9578	0,0079	<b>52</b>	0,9748	0,0029
<b>19</b>	0,9575	0,008	<b>53</b>	0,9716	0,0033
<b>20</b>	0,957	0,0082	<b>54</b>	0,9672	0,0039
<b>21</b>	0,957	0,0082	<b>55</b>	0,9629	0,0045
<b>22</b>	0,9569	0,0082	<b>56</b>	0,9406	0,0109
<b>23</b>	0,9568	0,0082	<b>57</b>	0,9296	0,0141
<b>24</b>	0,9566	0,0083	<b>58</b>	0,9253	0,0153
<b>25</b>	0,9565	0,0083	<b>59</b>	0,9203	0,0169
<b>26</b>	0,9565	0,0083	<b>60</b>	0,913	0,0179
<b>27</b>	0,9999	0	<b>61</b>	0,9127	0,0179
<b>28</b>	0,9999	-0,0001	<b>62</b>	0,9123	0,018
<b>29</b>	0,9997	-0,0001	<b>63</b>	0,9104	0,0182

<b>30</b>	0,9997	0	<b>64</b>	0,9098	0,0183
<b>31</b>	0,9996	0	<b>65</b>	0,9715	0,0043
<b>32</b>	0,9993	0,0001	<b>66</b>	0,9715	0,0043
<b>33</b>	0,999	0,0002	<b>67</b>	0,968	0,0053
<b>34</b>	0,9989	0,0002	<b>68</b>	0,968	0,0053

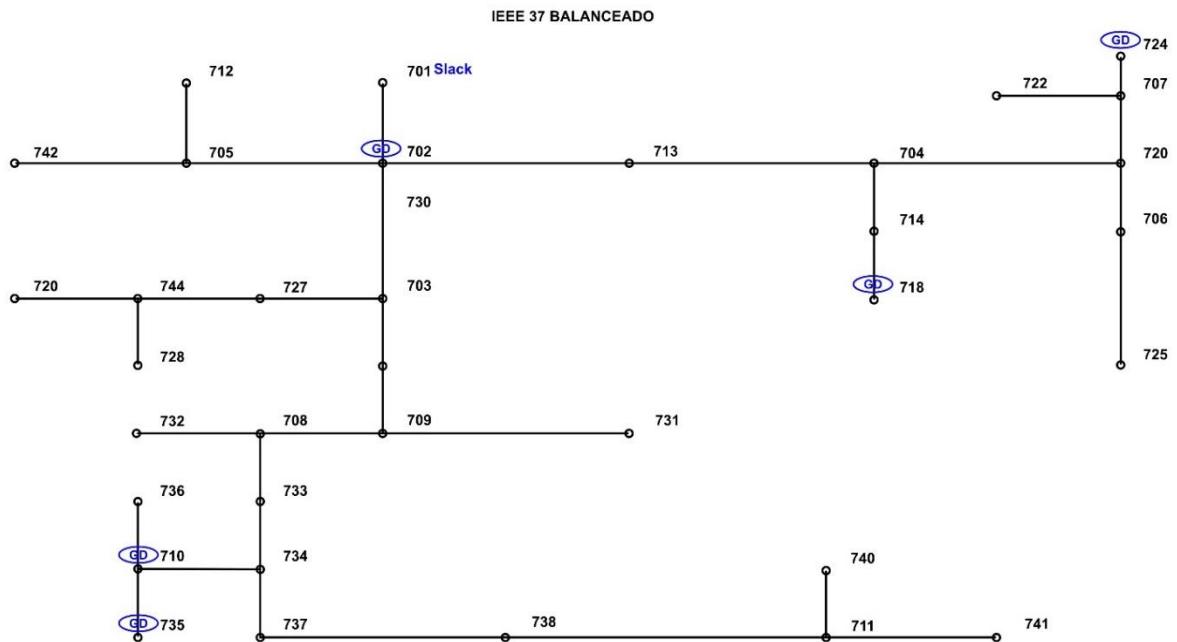
**Anexo 9.** Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 119

<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>	<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>
<b>2</b>	0,9959	0,0013	<b>60</b>	0,9685	0,0055
<b>3</b>	0,9919	0,0027	<b>61</b>	0,968	0,0051
<b>4</b>	0,9917	0,0026	<b>62</b>	0,9974	-0,001
<b>5</b>	0,9916	0,0024	<b>63</b>	0,9867	-0,006
<b>6</b>	0,9916	0,0024	<b>64</b>	0,9805	-0,0049
<b>7</b>	0,9916	0,0024	<b>65</b>	0,9785	-0,0046
<b>8</b>	0,9915	0,0024	<b>66</b>	0,9764	-0,0042
<b>9</b>	0,9915	0,0009	<b>67</b>	0,9735	-0,0043
<b>10</b>	0,9889	0,0009	<b>68</b>	0,9716	-0,0039
<b>11</b>	0,9878	0,0004	<b>69</b>	0,967	-0,0045
<b>12</b>	0,9871	0,0003	<b>70</b>	0,9664	-0,0043
<b>13</b>	0,9866	0,0004	<b>71</b>	0,9652	-0,0041
<b>14</b>	0,9865	0,0005	<b>72</b>	0,9644	-0,004
<b>15</b>	0,9863	0,0004	<b>73</b>	0,9639	-0,004
<b>16</b>	0,9862	0,0004	<b>74</b>	0,9634	-0,0039
<b>17</b>	0,984	-0,0008	<b>75</b>	0,9623	-0,0035
<b>18</b>	0,9811	-0,002	<b>76</b>	0,9623	-0,0035
<b>19</b>	0,978	-0,0029	<b>77</b>	0,9712	-0,0049
<b>20</b>	0,9764	-0,0035	<b>78</b>	0,9666	-0,0046
<b>21</b>	0,9757	-0,0035	<b>79</b>	0,9637	-0,0043
<b>22</b>	0,9689	-0,0026	<b>80</b>	0,9615	-0,0039
<b>23</b>	0,9677	-0,0024	<b>81</b>	0,9604	-0,004

<b>24</b>	0,9674	-0,0023	<b>82</b>	0,9598	-0,0039
<b>25</b>	0,9673	-0,0023	<b>83</b>	0,9596	-0,0038
<b>26</b>	0,9672	-0,0023	<b>84</b>	0,9595	-0,0039
<b>27</b>	0,9893	0,0016	<b>85</b>	0,9655	-0,0049
<b>28</b>	0,9873	0,0005	<b>86</b>	0,9653	-0,005
<b>29</b>	0,9735	-0,0061	<b>87</b>	0,9652	-0,0051
<b>30</b>	0,9608	-0,0078	<b>88</b>	0,9696	-0,0023
<b>31</b>	0,9564	-0,0063	<b>89</b>	0,9653	-0,0017
<b>32</b>	0,948	-0,0078	<b>90</b>	0,961	-0,001
<b>33</b>	0,9401	-0,0092	<b>91</b>	0,9602	-0,0008
<b>34</b>	0,9344	-0,0095	<b>92</b>	0,9599	-0,0007
<b>35</b>	0,9705	-0,0069	<b>93</b>	0,96	-0,0007
<b>36</b>	0,9697	-0,0069	<b>94</b>	0,9597	-0,0005
<b>37</b>	0,9808	0,0009	<b>95</b>	0,9581	-0,0017
<b>38</b>	0,975	0,0012	<b>96</b>	0,9565	-0,0019
<b>39</b>	0,9717	-0,0001	<b>97</b>	0,9564	-0,0019
<b>40</b>	0,9682	0,0002	<b>98</b>	0,9562	-0,002
<b>41</b>	0,9577	-0,0012	<b>99</b>	0,9963	0,001
<b>42</b>	0,9566	-0,0011	<b>100</b>	0,9832	-0,0036
<b>43</b>	0,9562	-0,001	<b>101</b>	0,976	-0,003
<b>44</b>	0,956	-0,0009	<b>102</b>	0,966	-0,0013
<b>45</b>	0,9558	-0,0009	<b>103</b>	0,95	0,0043
<b>46</b>	0,9284	-0,0083	<b>104</b>	0,9445	0,0063
<b>47</b>	0,9251	-0,0076	<b>105</b>	0,934	0,0106
<b>48</b>	0,9212	-0,0067	<b>106</b>	0,9291	0,0123
<b>49</b>	0,9174	-0,0059	<b>107</b>	0,9191	0,0158
<b>50</b>	0,915	-0,0058	<b>108</b>	0,9153	0,0172
<b>51</b>	0,9141	-0,0058	<b>109</b>	0,9085	0,0199
<b>52</b>	0,912	-0,0052	<b>110</b>	0,9047	0,0213
<b>53</b>	0,91	-0,0047	<b>111</b>	0,9039	0,0216
<b>54</b>	0,9836	0,0018	<b>112</b>	0,9037	0,0216
<b>55</b>	0,98	0,0032	<b>113</b>	0,9929	0,002

<b>56</b>	0,9769	0,0044	<b>114</b>	0,9923	0,0019
<b>57</b>	0,9708	0,0047	<b>115</b>	0,9912	0,0018
<b>58</b>	0,9698	0,005	<b>116</b>	0,9908	0,0018
<b>59</b>	0,9689	0,0053	<b>117</b>	0,9906	0,0017

**Anexo 10.** Sistema de Prueba IEEE 37 nodos considerando 5 GD.



**Anexo 11.** Valores de Voltajes en p.u. del sistema IEEE 37 considerando 5 GD.

<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>	<b>Nodos</b>	<b>Voltaje Real</b>	<b>Voltaje Imaginario</b>
<b>1</b>	1.000	0.0000i	<b>18</b>	0.9965	- 0.0009i
<b>2</b>	0.9974	- 0.0010i	<b>19</b>	0.9959	- 0.0009i
<b>3</b>	0.9960	- 0.0011i	<b>20</b>	0.9956	- 0.0008i
<b>4</b>	0.9957	- 0.0011i	<b>21</b>	0.9958	- 0.0009i
<b>5</b>	0.9953	- 0.0012i	<b>22</b>	0.9995	- 0.0000i
<b>6</b>	0.9955	- 0.0011i	<b>23</b>	0.9991	- 0.0001i
<b>7</b>	0.9953	- 0.0011i	<b>24</b>	0.9992	- 0.0001i
<b>8</b>	0.9953	- 0.0011i	<b>25</b>	0.9999	- 0.0002i

<b>9</b>	0.9955	- 0.0011i	<b>26</b>	0.9982	- 0.0001i
<b>10</b>	0.9933	- 0.0013i	<b>27</b>	0.9980	- 0.0001i
<b>11</b>	0.9925	- 0.0013i	<b>28</b>	0.9978	- 0.0001i
<b>12</b>	0.9920	- 0.0013i	<b>29</b>	0.9981	- 0.0001i
<b>13</b>	0.9918	- 0.0013i	<b>30</b>	0.9978	- 0.0001i
<b>14</b>	0.9919	- 0.0014i	<b>31</b>	0.9998	- 0.0004i
<b>15</b>	0.9992	- 0.0017i	<b>32</b>	0.9989	0.0001i
<b>16</b>	0.9992	- 0.0017i	<b>33</b>	0.9986	0.0002i
<b>17</b>	0.9990	- 0.0016i	<b>34</b>	0.9985	0.0002i