UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS

CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

"DESARROLLO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN CONVEXA PARA EL CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN"

Investigación científica presentada previa a la obtención del Título de Ingeníero Eléctrico en Sistemas Eléctricos de Potencia

AUTORES:

NAULA NAULA MICHAEL FROILAN

QUINATOA SANGO CÉSAR RICARDO

TUTOR:

Ing.Msc. CARLOS IVÁN QUINATOA CAIZA

LATACUNGA - ECUADOR

2020

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

Ingeniería Eléctrica

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo **NAULA NAULA MICHAEL FROILAN y QUINATOA SANGO CESAR RICARDO,** declaramos ser autores de la presente propuesta de investigación: **"DESARROLLO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN CONVEXA PARA EL CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN."** siendo el **Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza Msc.** tutor del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica de Cotopaxi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en la presente propuesta tecnológica, son de nuestra exclusiva responsabilidad.

.....

Naula Naula Michael Froilan

C.C.: 050426359-1

.....

Quinatoa Sango Cesar Ricardo

C.C.: 050349272-0

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

Ingeniería Eléctrica

AVAL DEL TUTOR DE PROYECTO DE TITULACIÓN

En calidad de Tutor del Trabajo de Investigación sobre el título:

"DESARROLLO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN CONVEXA PARA EL CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN." de **NAULA NAULA MICHAEL FROILAN y QUINATOA SANGO CESAR RICARDO** de la carrera **INGENIERÍA ELÉCTRICA** considero que dicha propuesta tecnológica cumple con los requerimientos metodológicos y aportes científico-técnicos suficientes para ser sometidos a la evaluación del Tribunal de Validación de Proyecto que el Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas de la Universidad Técnica de Cotopaxi designe, para su correspondiente estudio y calificación.

Latacunga 05 de febrero del 2020

El Tutor

Ing. Msc. Carlos Iván Quinatoa Caiza

CC: 050328786-4

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

Ingeniería Eléctrica

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE TITULACIÓN

En calidad de Tribunal de Lectores, aprueban la presente propuesta tecnológica de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la Universidad Técnica de Cotopaxi, y por la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas; por cuanto, el o los postulantes: **NAULA NAULA MICHAEL FROILAN** y **QUINATOA SANGO CESAR RICARDO** con el título de Proyecto de titulación: **"DESARROLLO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN CONVEXA PARA EL CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN."** han considerado las recomendaciones emitidas oportunamente y reúne los méritos suficientes para ser sometido al acto de Sustentación de Proyecto.

Por lo antes expuesto, se autoriza realizar los empastados correspondientes, según la normativa institucional.

Latacunga, 05 de febrero del 2020

Para constancia firman:

Lector 1 (Presidente)
Nombre: Phd. Secundino Marrero
CC: 175710790-7

Lector 2
Nombre: Phd. Iliana Gonzalez
CC: 175707065-9

Lector 3
Nombre: Ing. Msc. Jessica Castillo
CC: 060459021-6

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestra gratitud a Dios,
quien con su bendición nos llena siempre de salud y vida
y a toda nuestra familia por estar siempre presentes.
Nuestro más profundo agradecimiento al profesor
Ing. Carlos Quinatoa por ayudarnos con nuestro trabajo de
investigación dentro y fuera del establecimiento educativo.
A todas las autoridades y personal que forman
parte de la Universidad Técnica de Cotopaxi,
por confiar en nosotros y abrirnos las puertas
de la prestigiosa institución.

De igual manera a la facultad de
Ciencia de la Ingeniería y Aplicadas (CIYA),
a los profesores en especial
al Ing MsC. Xavier Proaño, PhD. Secundino Marrero y
PhD. Eliana Gonzales quienes con la enseñanza
de sus valiosos conocimientos hicieron
que pueda crecer día a día como profesional,
gracias a cada uno de ustedes por su paciencia,
dedicación, apoyo incondicional y amistad

Michael y Ricardo

DEDICATORIA

Dedico a Dios por darme salud y vida en estos
años de estudio permitiendo cumplir con mi
meta anhelada de terminar mis estudios universitarios
llegando a ser un buen profesional.

A mi padre Rafael y a mi querida madre María
que en paz descansa por que fueron quienes
me guiaron desde muy pequeño por el camino
del bien ayudándome a cumplir este objetivo
que con esfuerzo y dedicación se ha logrado
cumplir dando me una gran oportunidad en la
vida de sobresalir adelante pese a todas
las circunstancias de la vida.

A mi esposa Erika e hijo Jordan quienes
día a día con su amor, cariño, comprensión
y ternura me han dado todo su apoyo incondicional
en los últimos años

También a toda mi familia que siempre
me motivan y apoyan a seguir adelante.

Michael Naula

DEDICATORIA

El presente trabajo investigativo lo dedico
principalmente a Dios, por ser el inspirador
y darme fuerza para continuar en este proceso
de obtener uno de los anhelos más deseados
Gracias a mis padres: Miguel Quinatoa y María Sango
por ser los principales promotores de mis sueños
por confiar y creer en mis expectativas, por los consejos
valores y principios que me han inculcado.

A mis hermanos por estar siempre presentes,
acompañándome y apoyándome moralmente,
a lo largo de esta etapa de mi vida.
Y todas las personas que me han apoyado
y han hecho que el trabajo se realice con éxito
en especial a aquellos que me abrieron las puertas
y compartieron sus conocimientos

Ricardo Quinatoa

Índice

1. INFORMACIÓN GENERAL **1**

2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO **3**

3. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO **3**

4. BENEFICIARIOS DEL PROYECTO **4**

5. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN **4**

5.1. Situación problemática. 4

5.2. Formulación de problema. 4

6. OBJETIVOS **5**

6.1. Objetivo General 5

6.2. Objetivos Específicos 5

7. ACTIVIDADES Y SISTEMA DE TAREAS CON RELACIÓN A LOS OBJETIVOS PLANTEADOS **5**

8. FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICO TÉCNICA **7**

8.1. MARCO CONTEXTUAL 7

8.2. MARCO TEÓRICO 9

8.2.1. Ecuaciones de flujo de carga 9

8.2.2. Optimización convexa 14

8.2.3. Relajación semi-definida 17

8.2.4. Formulación dual del problema de optimización 19

8.2.5. Modelo matemático de Optimización no lineal 21

9. HIPÓTESIS **27**

10. METODOLOGÍAS Y DISEÑO EXPERIMENTAL **27**

10.1. Operacionalización de variables 27

10.2. Métodos de investigación 28

10.3. Tipos de Investigación 28

10.4. Técnicas de Investigación 29

11. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS **29**

11.1. **Ejemplo del modelo matemático de un sistema Eléctrico de Distribución** . . 29

11.2. **Modelo semidefinido no Lineal** 32

11.3. **Flujo Óptimo De la programación semidefinida** 34

11.4. **Validación del método** 36

11.5. **Resultados Numéricos** 40

11.6. **Topología Eléctrica** 40

11.7. **Simulación** 41

11.8. **Escenarios** 41

11.8.1. **Escenario 1: Caso Base.** 41

11.8.2. Pérdidas en el Sistema Eléctrico. 41

11.8.2.1. Prueba 1: Pérdidas Totales de los Sistemas de Prueba. 41

11.8.2.2. Prueba 2: Voltajes Máximos y Mínimos 42

11.8.3. Curvas en el Caso Base, Previo a la Comparación de Resultados. . . . 44

11.8.3.1. Diagrama de Barras de la IEEE 37 nodos 44

11.8.3.2. Diagrama de Barras de la IEEE 69 nodos 46

11.8.3.3. Diagrama de Barras de la IEEE 119 nodos 47

11.9. **Generación Distribuida** 49

11.9.1. **Escenario 2: Supliendo el 10 % de la Carga con Generación Distribuida** 49

11.9.2. Corrección de las Pérdidas inyectando Generación Distribuida. 49

11.9.2.1. Prueba 1: Corrección de Pérdidas Totales en los sistemas de prueba inyectando Generación Distribuida 49

11.9.2.2. Prueba 2: Voltajes Máximos y Mínimos inyectando Generación Distribuida. 50

11.9.3. Curvas Supliendo el 10 % de la carga con Generación Distribuida . . . 51

11.9.3.1. Diagrama de Barras de IEEE de 37 nodos al 10 % de la carga total del sistema. 52

11.9.3.2. Diagrama de Barras de IEEE de 69 nodos al 10 % de la carga total del sistema. 54

11.9.3.3. Diagrama de Barras de la IEEE de 119 Nodos al 10 % de la carga total del sistema. 55

11.9.4. **Escenario 3: Supliendo el 30 % de la Carga con Generación Distribuida** 57
11.9.5. Corrección de las Pérdidas inyectando Generación Distribuida. 57
11.9.5.1. Prueba 1: Corrección de Pérdidas Totales de los sistemas de prueba inyectando Generación Distribuida 58
11.9.5.2. Prueba 2: Voltajes Máximos y Mínimos inyectando Generación Distribuida. 58
11.9.6. Curvas Supliendo el 30 % de la carga con Generación Distribuida . . . 59
11.9.6.1. Diagrama de Barras de IEEE de 37 nodos al 30 % de la carga total del sistema. 60
11.9.6.2. Diagrama de Barras de la IEEE de 69 Nodos al 30 % de la carga total del sistema. 62
11.9.6.3. Diagrama de Barras de la IEEE de 119 Nodos al 30 % de la carga total del sistema. 63

12. IMPACTO TÉCNICO **65**

13. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES **65**
13.1. CONCLUSIONES 65
13.2. RECOMENDACIONES 66

14. ANEXOS **70**

Índice de figuras

1. Sistema Eléctrico de distribución simplificado 10
2. Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo 15
3. Ejemplo de un cono semidefinido. 16
4. Ejemplo de optimos locales y globales: a) óptimos locales y sus respectivos vecindarios de optimalidad $\mathcal{H}$, b) óptimo global 17
5. Sistema de prueba de 2 nodos 30
6. Diagrama de Barras 14 nodos. 37
7. Resultados de Pérdidas en powerfactory (DIgSILENT). 37
8. Pérdidas totales de la programación semidefinida. 38
9. Resultados de voltajes en pu del software (DIgSILENT). 39
10. Resultados de voltajes en pu de la Programación semidefinida. 39
11. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 37 Nodos, caso base 44
12. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 37 Nodos, caso base. 45
13. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 37 Nodos, caso base. . . 45
14. Nivel de Voltaje de la Programación SDP para 69 Nodos, Caso base. 46
15. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 69 Nodos, Caso base. 46
16. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 69 Nodos, Caso base. . . 47
17. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 119 Nodos, Caso base. 47
18. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 119 Nodos, Caso base. 48
19. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 119 Nodos, Caso base. . . 48
20. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 37 Nodos al 10 % de la carga. . 52
21. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 37 Nodos al 10 % de la carga. 53
22. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 37 Nodos al 10 % de la carga. 53
23. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 69 Nodos al 10 % de la carga. . 54
24. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 69 Nodos al 10 % de la carga. 55
25. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 69 Nodos al 10 % de la carga. 55
26. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 119 Nodos al 10 % de la carga. . 56
27. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 119 Nodos al 10 % de la carga. . . . 56

28. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 119 Nodos al 10 % de la carga. 57
29. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 37 Nodos al 30 % de la carga. . . 60
30. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 37 Nodos al 30 % de la carga. 61
31. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 37 Nodos al 30 % de la carga. 61
32. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 69 Nodos al 30 % de la carga. . 62
33. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 69 Nodos al 30 % de la carga. 63
34. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 69 Nodos al 30 % de la carga. 63
35. Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 119 Nodos al 30 % de la carga. . 64
36. Nivel de Voltaje del Barrido Iterativopara 119 Nodos al 30 % de la carga. . . . 64
37. Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadráticapara 119 Nodos al 30 % de la carga. 65
38. Sistema de prueba IEEE de 37 nodos 1
39. Sistema de prueba IEEE de 69 nodos 3
40. Sistema de prueba IEEE de 119 nodos 7
41. Sistema de prueba IEEE de 37 nodos, supliendo el 10 % de la carga 12
42. Sistema de prueba IEEE de 69 nodos, supliendo el 10 % de la carga 14
43. Sistema de prueba IEEE de 119 nodos, supliendo el 10 % de la carga 18
44. Sistema de prueba IEEE de 37 nodos, Supliendo el 30 % de la carga. 23
45. Sistema de prueba IEEE de 69 nodos, Supliendo el 30 % de la carga. 25
46. Sistema de prueba IEEE de 119 nodos, Supliendo el 30 % de la carga. 29

Índice de tablas

1. Actividades de tareas propuestas. 5
2. Operacionalización de las variables independientes. 27
3. Operacionalización de las variables dependientes. 27
4. Pérdidas Totales del sistema de 14 nodos en MW. 38
5. Pérdidas Totales del sistema de 14 nodos en pu. 38
6. Pérdidas Totales, Caso Base. 42
7. Niveles de voltaje de la IEEE de 37 nodos, Caso Base. 42
8. Niveles de voltaje de la IEEE de 69 nodos, Caso Base. 43
9. Niveles de voltaje de la IEEE de 119 nodos, Caso Base. 43
10. Correción de Pérdidas Totales con Generación Distribuida, Supliendo el 10 % de la carga. 50
11. Niveles de voltaje de la IEEE de 37 nodos, Supliendo el 10 % de la carga. . . . 50
12. Niveles de voltaje de la IEEE de 69 nodos, Supliendo el 10 % de la carga. . . . 51
13. Niveles de voltaje de la IEEE de 119 nodos, Supliendo el 10 % de la carga. . . 51
14. Corrección de Pérdidas Totales con Generación Distribuida, Supliendo el 30 % de la carga. 58
15. Niveles de voltaje de la IEEE de 37 nodos, Supliendo el 30 % de la carga. . . . 58
16. Niveles de voltaje de la IEEE de 69 nodos, Supliendo el 30 % de la carga. . . . 59
17. Niveles de voltaje de la IEEE de 119 nodos, Supliendo el 30 % de la carga. . . 59
18. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37 1
19. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69 4
20. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE 119 7
21. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37, supliendo el 10 % de la carga 12
22. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69, supliendo el 10 % de la carga 15
23. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE 119, supliendo el 10 % de la carga 18
24. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37, Supliendo el 30 % de la carga. 23

25. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69,Supliendo el 30 % de la carga. 26
26. Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE 119, Supliendo el 30 % de la carga. 29

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS

TEMA: DESARROLLO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN CONVEXA PARA EL CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN.

RESUMEN

Los métodos tradicionales para el cálculo de pérdidas en las redes eléctricas de distribución son cálculos dificultosos que utilizan ecuaciones complejas y no lineales que no garantizan un óptimo global por lo que se ha optado en el desarrollado de un algoritmo matemático de optimización convexa, en esta investigación se puede introducir técnicas esenciales para dar soluciones a problemas de flujo de potencia (OPF), donde estas técnicas pueden ser programación lineal, programación cónica, programación cónica de segundo orden y programación semidefinida (SDP). Utilizamos la técnica de la programación semidefinida que aproxima las ecuaciones tradicionales del flujo de potencia llegando a aproximaciones óptimas que proporcionan un óptimo global. El método matemático se compara con la formulación (no lineal / no convexa) del flujo de potencia óptimo utilizando diferentes solucionadores tradicionales. Para resolver el flujo de potencia en redes radiales se necesita emplear estrategias de optimización matemática de esta manera linealizando el problema, el método de la programación Semidefinida (SDP) plantea una formulación matemática que resuelve los problemas no lineales mediante aproximaciones convexas de fácil solución. Los resultados obtenidos del método propuesto son idénticas al flujo óptimo de potencia no lineal cumpliendo con la definición de dualidad fuerte.

El Tutor

Ing. Msc. Carlos Iván Quinatoa Caiza

CC: 050328786-4

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

TITLE: DEVELOPMENT OF A CONVEXA OPTIMIZATION MATHEMATICAL ALGORITHM FOR LOSSES CALCULATION IN ELECTRICAL DISTRIBUTION NETWORKS.

ABSTRAC

The present investigation raises on the development of a mathematical algorithm of convex optimization, at this investigation is introduced essential techniques to give solutions to power flow problems (OPF), where these techniques can be linear programming, conical programming, second conical programming order and semi-defined programming (SDP). The semi-defined programming technique is used that approximates to the traditional equations of power flow reaching optimal approximations that provide a global optimum. The mathematical method is compared with the formulation (non-linear / non-convex) of the optimal power flow using different traditional solvers. In order to solve the power flow in radial networks, mathematical optimization strategies need to be used in this way by linearizing the problem, the semi-defined programming method (SDP) proposes a mathematical formulation that solves non-linear problems through convex approximations of easy solution. Obtained results from the proposed method are identical to the optimal non-linear power flow complying with definition of strong duality.

Keywords: Convex optimization, techniques, power flow, linear programming, conical programming, approximations, distribution electric networks.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

CENTRO DE IDIOMAS

AVAL DE TRADUCCIÓN

En calidad de Docente del Idioma Inglés del Centro de Idiomas de la Universidad Técnica de Cotopaxi; en forma legal **CERTIFICO** que: La traducción del resumen del proyecto de investigación al Idioma Inglés presentado por los señores egresados de la Carrera de **INGENIERÍA ELÉCTRICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS, NAULA NAULA MICHAEL FROYLAN y SANGO QUINATOA CESAR RICARDO,** cuyo título versa **"DESARROLLO DE UN ALGORITMO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN CONVEXA PARA EL CÁLCULO DE PÉRDIDAS EN LAS REDES ELÉCTRICAS DE DISTRIBUCIÓN",** lo realizaron bajo mi supervisión y cumple con una correcta estructura gramatical del Idioma.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad y autorizo a los peticionarios hacer uso del presente certificado de la manera ética que estimaren conveniente.

Latacunga, Febrero del 2020

Atentamente,

Mg. Marcelo Pacheco Pruna

DOCENTE CENTRO DE IDIOMAS

C.C. 0502617350

1. INFORMACIÓN GENERAL

Título del Proyecto

Desarrollo de un algoritmo matemático de optimización convexa para el cálculo de pérdidas en las redes eléctricas de distribución.

Fecha de inicio:

Septiembre 2019

Fecha de finalización:

Febrero 2020

Lugar de ejecución:

La investigación se lo realizará en la facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Técnica de Cotopaxi campus la Matriz en la Provincia de Cotopaxi, Cantón Latacunga, Parroquia San Felipe.

Facultad que Auspicia:

Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas (CIYA)

Carrera que Auspica:

Carrera de Ingeniería Eléctrica en Sistemas Eléctricos de Potencia

Equipo de trabajo:

* Ing. MsC. Carlos Iván Quinatoa Caiza
* Naula Naula Michael Froilan
* Quinatoa Sango César Ricardo

Tutor de Titulación:

- **Nombres y Apellidos:** Ing. MsC. Carlos Iván Quinatoa Caiza
- **Lugar y fecha de nacimiento:** Tanicuchi, 01 de agosto de 1988
- **Estado Civil:** Soltero
- **Número de cedula:** 0503287864

- **Celular:** 0978882597
- **Correo electrónico:** carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec

Datos personales (Postulante 1)

- **Nombres y Apellidos:** Naula Naula Michael Froilan
- **Lugar y fecha de nacimiento:** Salcedo, 11 De Octubre de 1993
- **Estado Civil:** Soltero
- **Número de cedula:** 0504263591
- **Celular:** 0984389157
- **Correo electrónico:** froi1194@outlook.com

Datos personales (Postulante 2)

- **Nombres y Apellidos:** Quinatoa Sango César Ricardo
- **Lugar y fecha de nacimiento:** Tanicuchi, 9 de Septiembre de 1992
- **Estado Civil:** Soltero
- **Número de cedula:** 0503492720
- **Celular:** 0992698466
- **Correo electrónico:** rich_1992123@hotmail.com

Área de Conocimiento:

Programación, Redes de Distribución, Sistemas eléctricos de potencia, Operación de Sistemas de Distribución.

Línea de investigación:

Energías Alternativas y Renovables, Eficiencia Energética y Protección Ambiental.

Sublíneas de investigación de la Carrera:

Explotación y Diseño en Sistemas Eléctricos de Potencia.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

En la actualidad las redes eléctricas convencionales de distribución están en constante cambio por lo cual debemos tener muy en cuenta el desarrollo tecnológico con ello las múltiples aplicaciones de la programación matemática que nos ayudan a la planificación, operación y optimización de esta, para mejorar y dar solución a múltiples problemas de la ingeniería.

En el país es necesario que el sistema eléctrico sea más eficientes y por lo tanto que permitan la reducción de las pérdidas técnicas contribuyendo a la mejora de las redes de distribución bajando las perdidas eléctricas.

La optimización convexa se basa en la aplicación de las matemáticas en un punto exacto permitiendo así reducir los problemas en una forma más eficiente rápida y sencilla con ayuda de algunos softwares en el mercado en los cuales podremos visualizar su funcionamiento como son: CVX, GAMS, AMPL.

La optimización convexa nos ayuda a solucionar problemas de alta complejidad en la red de distribución permitiendo así un sistema más óptimo y confiable

3. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

La presente investigación se lo realiza con la finalidad de analizar las pérdidas en las líneas de distribución utilizando la optimización convexa la cual se desarrollará mediante la utilización de un software matemático que ayude al cálculo de las pérdidas en la red, haciendo énfasis en el análisis del tiempo empleado para el cálculo de pérdidas técnicas en las redes de distribución, logrando mejorar el flujo en la red eléctrica, obteniendo beneficios tanto a nivel económico como a nivel técnico, mejorando la calidad y eficiencia.

El propósito del estudio es comparar resultados entre el método tradicional de flujo óptimo de potencia y el de la optimización convexa en las redes eléctricas de distribución en la cual se aportará con datos exactos y simulaciones del comportamiento en la red, cuyo estudio beneficiará a las empresas distribuidoras del país, usuarios y medio ambiente.

4. BENEFICIARIOS DEL PROYECTO

Directos:

Empresas distribuidoras, usuarios.

Indirectos:

Estudiantes de ingeniería eléctrica

5. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

5.1. Situación problemática.

Los métodos tradicionales para calcular las pérdidas en las redes de distribución son no-lineales y complejas que no garantizan un óptimo global debido a la cantidad de fórmulas y ecuaciones matemáticas utilizadas.

El estudio de flujos de potencia se puede hacer en diferentes sistemas, y el grado de complicación varía de acuerdo con el número de elementos del circuito. Los sistemas más simples son los que se conocen como sistemas radiales. Un sistema radial puede ser un sistema de distribución con varias cargas. Los cálculos para un estudio de flujos de sistemas no radiales, aun en sistemas pequeños, son demasiado tediosos para ser hechos a mano.

Existen varias formas que se produzcan pérdidas en una red de distribución por lo que para controlar o calcular se debe desarrollar los cálculos por los métodos tradicionales haciendo que dichos cálculos sean muy complicados mientras más barras se tengan en la red.

5.2. Formulación de problema.

Los métodos tradicionales utilizados para el cálculo de las pérdidas técnicas en las redes de distribución provocadas por la carga y por la topología no garantizan la unicidad del problema provocando que el sistema se muevan fuera de los rangos de operación de rutina.

El desarrollo del algoritmo matemático de optimización convexa de programación semidefinida ayudará a la obtención de resultados más precisos y eficaces en un reducido intervalo de tiempo.

6. OBJETIVOS

6.1. Objetivo General

Desarrollar un algoritmo matemático usando optimización convexa semidefinida (SDP) para minimizar pérdidas cuadráticas en la red eléctrica de distribución radial.

6.2. Objetivos Específicos

- Analizar el estado del arte sobre la optimización convexa semidefinida en las redes eléctricas de distribución.
- Identificar las propiedades matemáticas de programación semidefinida (SDP).
- Desarrollar un módelo matemático usando programación semidefinida (SDP) para un circuito radial de distribución.
- Implementar el modelo propuesto en CVX usando Matlab y comparar los resultados del módelo implementado con la metodología tradicional de flujo de potencia (OPF).

7. ACTIVIDADES Y SISTEMA DE TAREAS CON RELACIÓN A LOS OBJETIVOS PLANTEADOS

Tabla 1: Actividades de tareas propuestas.

Objetivo Específicos	Actividad	Res. de la actividad	Des. de la actividad
Objetivo 1: Analizar el estado del arte sobre la optimización convexa semidefinida en las redes eléctricas de distribución.	1. Adquisición de información sobre la optimización convexa. 2. Obtención de información adecuada sobre la programación matemática.	1. Aplicación de conocimientos de la programación no lineal en cálculos eléctricos. 2. Optimización en puntos exactos aplicando formulas.	Investigación mediante fuentes bibliográficas, libros, papers, artículos científicos, etc.
Continúa en la siguiente página			

Tabla 1 – Continuación de la página anterior

Objetivo Específicos	Actividad	Res. de la actividad	Des. de la actividad
Objetivo 2: Identificar las propiedades matemáticas de programación semidefinida (SDP).	1. Definiciones y lemas de la programación no lineal. 2. Reconocimiento de las formulas y el uso en la optimización convexa. 3. Análisis del método matemático de la programación semidefinida.	1. Obtención de parámetros matemáticos. 2. Linelización de problemas en la parte eléctrica. 3. Interpretación de resultados obtenidos de cada uno de los problemas.	Resolución matemática de pequeños ejemplos utilizando las propiedades vistas.
Objetivo 3: Desarrollar un módelo matemático usando programación semidefinida (SDP) para un circuito radial de distribución.	1. Diseño del algoritmo matemático para la elaboración del programa. 2. Ejecución del algoritmo matemático en un circuito eléctrico. 3. Comparación del resultado con el método tradicional.	1. Obtención de los pasos del algoritmo matemático. 2. Planteamiento de restricciones matemáticas para cualquier tipo de problema de la programación Semidefinida. 3. Resultados similares al método tracional.	Solución de problemas eléctricos de distribución en un circuito Radial en base al algoritmo matemático desarrollado.

Continúa en la siguiente página

Tabla 1 – Continuación de la página anterior

Objetivo Específicos	Actividad	Res. de la actividad	Des. de la actividad
Objetivo 4: Implementar el modelo propuesto en CVX usando Matlab y comparar los resultados del módelo implementado con la metodología tradicional de flujo de potencia (OPF)..	1. Obtención del software CVX en matlab. 2. Implemetación del algoritmo matemático en el software CVX (Matlab). 3. Ingreso de datos de la test feders de 37, 69 y 119 nodos en los diferentes programas.	1. Analisis del comportamiento de la curva de carga generada por Software CVX. 2. Obtención de resultados numéricos. 3.Comparación de resultados numéricos en base al comportamiento a la curva de carga.	1. Utilización del programa CVX (Matlab.) 2. Utilización de cada una de los métodos codificados en el programa CVX(Matlab.)

8. FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICO TÉCNICA

8.1. MARCO CONTEXTUAL

La Optimización Convexa tiene una altísima eficiencia en la resolución de problemas, en comparación con los métodos lineales y no lineales los cuales servían para determinar un problema propuesto [1], recientes estudios han realizado aproximaciones convexas a problemas clásicos como el flujo de carga óptimo propuesto por [2] , el despacho económico segun [3], flujo de potencia (SDP) AC - DC propuesto por [4] donde incluyen restricciones de los convertidores, flujo de carga en AC propuesto por [5], [6] proponen una programación semidefinida (SDP), que es equivalente al problema convencional de flujo óptimo de potencia (OPF), donde se puede obtener una solución óptima global para el problema.

Dentro del conjunto de optimización convexa y SDP están la programación cónica de segundo orden (SOCP) donde se minimiza una función lineal sobre la intersección de un conjunto afín y el producto de conos de segundo orden (cuadráticos). Los SOCP son problemas convexos

no lineales que incluyen programas cuadráticos lineales y convexos como casos especiales, y surgen en muchos problemas de ingeniería, como el diseño de filtros, el diseño del peso de la antena, la estimación robusta, formulaciones de flujo de potencia como por ejemplo, flujo óptimo de potencia robusto AC-DC basado en SOCP propuesto por [7], también [8] propone el flujo óptimo de potencia con SOCP, gestión de energía en microrredes aisladas que usan SOCP propuesto por [9].

En el área de sistemas de distribución, se destaca el trabajo teórico presentado por [10] y la metodología cuadrática convexa desarrollado por [11]. En ésta última se presentó un modelo afín para el flujo de carga en sistemas de distribución desbalanceados utilizando una expansión directa sobre el conjunto de los números complejos. La metodología demostró ser altamente eficiente y exacta en comparación convencionales con errores inferiores al 1 %. Este tipo de modelamiento fue utilizado para dar solución al problema de despacho económico en sistemas de distribución desbalanceados con fuentes de energía renovable en donde se demostraron resultados igualmente precisos propuesto por [12].

El análisis convexo se encuentra en el núcleo de la optimización, ya que la convexidad suele estar presente u oculta, incluso en problemas aparentemente no convexos ya que pueden aparecer en los bloques básicos de problemas estructurados introducidos intencionalmente propuesto por [13], nos proporciona un tiempo de cómputo pequeño ya que éste se incrementa linealmente con respecto al tamaño del problema y que además un mínimo local puede ser considerado como un mínimo global propuesto por [14], según [15] nos transmite grandes ventajas que debemos reconocer formulando un problema convexo, la más básica es que el problema puede ser resuelto, de manera muy confiable y eficiente, utilizando métodos de puntos interiores u otros métodos de manera que podamos solucionar el problema en menor tiempo.

La programación matemática es un moderno campo que está orientado al diseño de metodologías para resolver problemas de decisión en los que se deben determinar acciones que optimicen un determinado objetivo con recursos limitados propuesto por [16], según [17] la optimización es definida en términos de polinomios multivariados, son desafíos matemáticos que surgen y de los que uno debe estar dispuesto a comprender su estructura de polinomios no negativos, la interacción entre eficiencia y complejidad son las diferentes representaciones de conjuntos algebraicos, y el desarrollo de algoritmos efectivos, los problemas de programación matemática son muy particulares a los que uno enfrenta muy frecuentemente en la vida real, ya que tenemos muchos problemas que son no lineales y muy difíciles de resolver propuesto por [18].

Según [19] consiste en reproducir la realidad de la forma más fiel posible, tratando de entender cómo se comporta el mundo real, obteniendo respuestas que pueden ser determinadas con acciones, según [20] las técnicas de optimización evolutiva (algoritmos genéticos y multi-objetivo) permitirá ajustar de forma global las tensiones de los nodos dentro de un rango preseleccionado, de forma que se consigue un control óptimo en la regulación de transformadores en la red de distribución.

Según [21] el desarrollo de estos algoritmos han tomado fuerza en los últimos años, permitiendo el progreso de los ordenadores, gracias al estudio de la optimización convexa se ha experimentado un notable adelanto en la tecnología, La programación matemática es una potente técnica de modelado usada en el proceso de toma de decisiones. Cuando se trata de resolver un problema de este tipo, la primera etapa consiste en identificar las posibles decisiones que pueden tomarse; esto lleva a identificar las variables del problema concreto. Normalmente, las variables son de carácter cuantitativo y se buscan los valores que optimizan el objetivo propuesto por [18].

Según [22] la optimización convexa se pueden clasificar en modelos de optimización, cuando el objetivo es maximizar o minimizar una cantidad, sujeta a una serie de limitaciones que restringen la decisión; y modelos de predicción, cuando el objetivo es predecir o describir sucesos dadas ciertas condiciones, según [23] también nos referimos a la programación lineal, que se utiliza en todo modelo matemático para describir el problema involucrando la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo.

Según el libro de Formulación y Resolución de modelos de programación matemática [24] establece que la modelización es una de las áreas más atractivas de la ingeniería y las ciencias aplicadas. De hecho, los ingenieros necesitan construir modelos para resolver problemas de la vida real. El objetivo de un modelo consiste en reproducir la realidad de la forma más fiel posible, tratando de entender cómo se comporta el mundo real y obteniendo las respuestas que pueden esperarse de determinadas acciones.

CVX nos ayuda a la aplicación y convención dictada por el conjunto de reglas de programación convexa disciplinada y las reglas DCP para corto propuesto por [25].

8.2. MARCO TEÓRICO

8.2.1. Ecuaciones de flujo de carga

Las ecuaciones de flujo de potencia es el corazón para el análisis del estado del sistema. Estas

ecuaciones modelan la relación no lineal entre los voltajes y las potencias activas y reactivas inyectadas a un sistema eléctrico. La ecuación de flujo de potencia se resuelve típicamente utilizando técnicas numéricas iterativas, como son los métodos de Newton-Raphson [26], Gaus Seidel y el método barrido iterativo para sistemas radiales. Estos métodos aplicados al flujo de potencia informan aspectos importantes sobre el funcionamiento confiable y económico del sistema eléctrico, incluyendo los límites de estabilidad de voltaje, las evaluaciones de estabilidad dinámica y las limitaciones de transferencia de potencia que son originados por los aspectos físicos del sistema. Sin embargo, es importante reconocer que a medida que los parámetros se mueven fuera de los rangos de operación de rutina, el comportamiento de las ecuaciones de flujo de potencia puede ser muy complejo, lo que da como resultado una falla de convergencia para estas técnicas de solución. Las condiciones para garantizar la existencia de soluciones a las ecuaciones de flujo de potencia han sido, por lo tanto, un tema de estudio activo. Haciendo uso de la figura (1) que es un sistema eléctrico de distribución, así como también la representación rectangular de potencia activa y reactiva, las ecuaciones de equilibrio de potencia en el bus k están dadas por las siguientes ecuaciones.

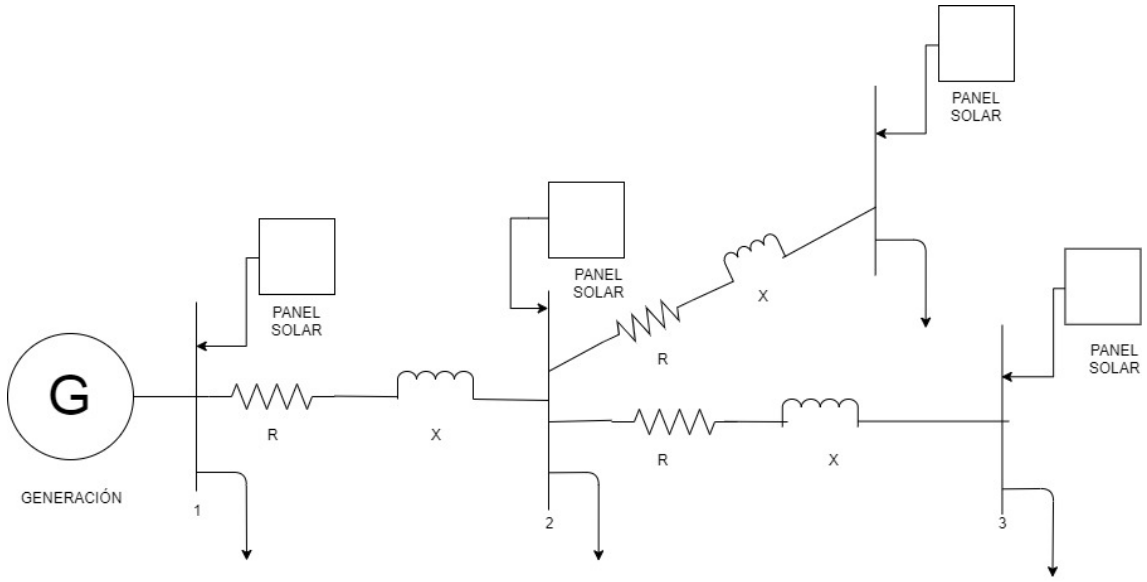

Figura 1: Sistema Eléctrico de distribución simplificado

Los voltajes y las corrientes nodales están relacionadas con la matriz de admitancia nodal de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{0N} \\ Y_{N0} & Y_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0 \\ V_N \end{pmatrix} \tag{1}$$

Donde, 0 representa la barra slack y N el conjunto de todos los nodos restantes de la siguiente forma:

$$I_N = Y_{N0}V_0 + Y_{NN}V_N \tag{2}$$

Donde:

I_N : Corriente en cada nodo.

Y_{N0} : Matriz de admitancia en la barra slack.

V_0 : Voltaje en el la barra slack.

Y_{NN} : Matriz de admitancia de todos los nodos.

V_N : Voltaje en cada nodo.

En la ecuación (2) la corriente y el voltaje $I_N, V_N \in \mathbb{R}^n$ y la matriz de admitancia $Y_{NN} \in \mathbb{S}^N$. Por lo tanto remplazando el índice N por k, donde $k \in N$ se tiene:

$$I_k = Y_{k0}V_0 + \sum_{m=1}^{N} Y_{km}V_m \tag{3}$$

La ecuación (3) representa la corriente en cada nodo. De esta manera se puede definir la potencia aparente por cada nodo k de la siguiente forma:

$$S_k = V_k I_k^* \tag{4}$$

Donde:

S_k : Potencia aparente en los nodos.

V_k : Voltaje en los nodos.

I_k^* : Corriente conjugada de los nodos.

y despejando I_k, se tiene

$$I_k = \frac{S_k^*}{V_k^*} \tag{5}$$

Donde:

I_k : Corriente en los nodos.

S_k^* : Potencia aparente conjugada en los nodos.

V_k^* : Voltaje conjugado en los nodos.

Donde $(^*)$ representa el conjugado, por lo tanto, remplazando la ecuación (5) en la ecuación (3) se tiene lo siguiente:

$$S_k^* = Y_{k0}V_0V_k^* + \sum_{m=1}^{N} Y_{km}V_mV_k^* \tag{6}$$

Separando en la parte real e imaginaria se tiene:

$$\begin{aligned} P_k - jQ_k =&(G_{k0} + jB_{k0})(V_0 + jU_0)(V_k - jU_k)+ \\ &\sum_{m=1}^{N}(G_{km} + jB_{km})(V_m + jU_m)(V_k - jU_k) \end{aligned} \tag{7}$$

Desarrollando la ecuación 7 se obtiene la potencia nodal activa y reactiva

$$\begin{aligned} P_k =&G_{k0}V_0V_k + G_{k0}U_0U_k + B_{k0}V_0U_k - B_{k0}U_0V_k+ \\ &\sum_{m=1}^{N} G_{km}V_mV_k + G_{km}U_mU_k + B_{km}V_mU_k - B_{km}U_mV_k \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} Q_k =&G_{k0}V_0V_k - G_{k0}U_0U_k - B_{k0}V_0U_k - B_{k0}U_0V_k+ \\ &\sum_{m=1}^{N} G_{km}V_mV_k - G_{km}U_mU_k - B_{km}V_mU_k - B_{km}U_mV_k \end{aligned} \tag{9}$$

Por lo tanto estas dos ecuaciones (8) y (9), es igual a las siguientes ecuaciones generales.

$$P_k = V_k\sum_{m=1}^{N}(G_{mk}V_m - B_{mk}U_m) + U_k\sum_{m=1}^{N}(B_{mk}V_m + G_{mk}U_m) \tag{10}$$

$$Q_k = V_k\sum_{m=1}^{N}(-B_{mk}V_m - G_{mk}U_m) + U_k\sum_{m=1}^{N}(G_{mk}V_m - B_{mk}U_m) \tag{11}$$

Donde:

P_k : Potencia activa inyectada en cada nodo.

Q_k : Potencia reactiva inyectada en cada nodo.

V_k : Voltaje de la componente real en cada nodo.

U_k : Voltaje de la componente imaginario en cada nodo.

N : Número de nodos.

G_{km} : Conductancia.

B_{km} : Susceptancia.

Donde la potencia nodal es:

$$P_k = P_{gk} - P_{Dk} \tag{12}$$

$$Q_k = Q_{gk} - Q_{Dk} \tag{13}$$

Donde:

P_k : Potencia activa inyectada en cada nodo.

P_{gk} : Potencia activa de generación inyectada en cada nodo.

P_{Dk} : Potencia activa de distribución inyectada en cada nodo.

Q_k : Potencia reactiva inyectada en cada nodo.

Q_{gk} : Potencia reactiva de generación inyectada en cada nodo.

Q_{Dk} : Potencia reactiva de distribución inyectada en cada nodo.

Los componentes de voltaje rectangular deben satisfacer adicionalmente la ecuación de magnitud de voltaje.

$$V_k^2 = V_k^2 + U_k^2 \tag{14}$$

Para sistema de distribución se tiene en cuenta el modelo de la carga es decir, modelos de carga ZIP que consisten en componentes de impedancia constante, corriente constante y potencia constante ver ([27]). Estos modelos están representados por un polinomio de segundo orden con magnitud del voltaje en cada nodo k.

$$P_{Dk}(V_k) = a1_k V_k^2 + a2_k V_k + a3_k. \tag{15}$$

$$Q_{Dk}(V_k) = b1_k V_k^2 + b2_k V_k + b3_k. \tag{16}$$

Donde:

$a1_k, a2_k, a3_k$: Valores escalares de potencia activa del modelo ZIP para el nodo k

$b1_k, b2_k, b3_k$: Valores escalares de potencia reactiva del modelo ZIP para el nodo k

Es importante destacar que las ecuaciones (10), (11) y (14) del flujo de carga constituyen un conjunto no convexo. Por lo tanto es necesario hacer aproximaciones con el fin de obtener un modelo convexo. A diferencia de la Programación Lineal donde sus distintas aplicaciones corresponden a problemas de optimización convexos (situación que facilita la resolución computacional), en programación no lineal no existen garantías a priori que permita garantizar que un modelo en particular será un problema convexo.

8.2.2. Optimización convexa

La optimización convexa es un subcampo de la optimización que estudia el problema de minimizar las funciones convexas sobre los conjuntos convexos. La convexidad hace que la optimización sea más fácil que en el caso general, ya que el mínimo local es también un mínimo global, y las condiciones de primer orden son condiciones suficientes para el problema. A continuación presentamos algunas definiciones y teoremas que fueron tomados de los libros de los siguientes autores [28], [29] y [30]

Definición 1 (Conjunto convexo). Se dice que un conjunto Ω de $\mathbb{R}^n$ es convexo si para cualquier par de puntos $x, y \in \Omega$ existe un z el cual pertenece al conjunto $(z \in \Omega)$ dado por:

$$z = \lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda)\mathbf{y} \ \in \Omega \tag{17}$$

para todo $\lambda \in [0, 1]$

Un ejemplo simple de conjunto convexo lo genera el espacio afín definido como

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b\} \tag{18}$$

donde A es una matriz en $\mathbb{S}^n$ y b es un vector columna.

Lema 1 (Intersección de conjuntos convexos). La intersección de conjuntos convexos genera un nuevo conjunto convexo es decir si: Ω_1 y Ω_2 son convexos, entonces $\Omega_1 \bigcap \Omega_2$ es convexo.

Demostración. Sea $\mathcal{C} = \bigcap C_i$. En caso de que $\mathcal{C}$ sea no vacío, tomamos dos puntos $x, y \in \mathcal{C}$ y seleccionamos un $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \lambda \leq 1$. Evidentemente $x, y \in C_i$ pues tanto x como y pertenecen a la intersección de C_i. Ademas $z = (1-\lambda)x + \lambda y \in C_i$ pues cada uno de los conjuntos es convexo; por tanto, $z \in \mathcal{C}$ con lo que se concluye que $\mathcal{C}$ es convexo.

Este lema es extendido a un numero infinito de conjuntos: si S_α es convexo para cada $\alpha \in A$, entonces $\bigcap_{\alpha \in A} S_\alpha$ es convexo. (Los subespacios, los conjuntos afines y los conos convexos también se cierran bajo intersecciones arbitrarias). Como ejemplo simple, un poliedro es la intersección de los semiespacios y los hiperplanos (que son convexos) y, por lo tanto, es convexo.

Definición 2 (Cono convexo). Un conjunto C no vacío es un cono si $x \in C$ implica que $\alpha x \in C$ para cualquier escalar $\alpha \geqslant 0$. Si, además, C es convexo, se dice que es un cono convexo.

La figura 2 muestra un ejemplo de un cono convexo y de un cono no convexo.

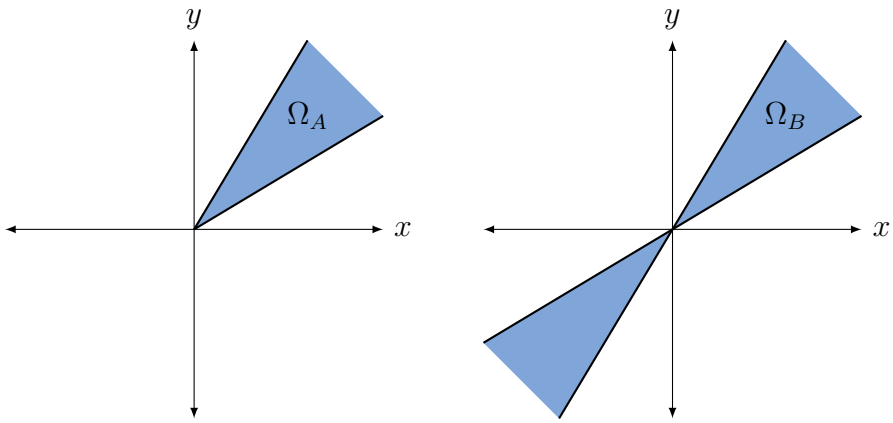

Figura 2: Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo

Definición 3 (Matriz Cuadrada). Decimos que una matriz cuadrada $M \in \mathbb{R}^{nxn}$ es semi-definida positiva, representada por $(M \succeq 0)$ si para cualquier vector $x \in \mathbb{R}^n$, $x \neq 0$ se tiene que $x^T M x \geq 0$

Lema 2 (Cono semidefinido). Una restricción de la forma $X \succeq 0$ forma un conjunto convexo (cono semidefinido) en donde $(\succeq)$ representa el suborden de $Lo\ddot{v}er$

Consideremos el siguiente conjunto

$$\Omega = \{X \in \mathbb{S}^n : X \succeq 0\} \tag{19}$$

La figura 3 muestra un ejemplo de un cono semidefinido.

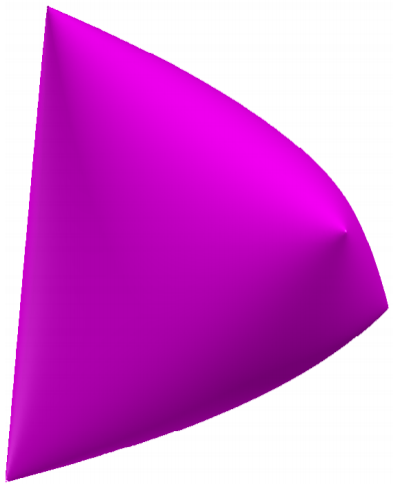

Figura 3: Ejemplo de un cono semidefinido.

Definición 4 (CFunción convexa). Sea f: $\Omega \to \mathbb{R}$, donde Ω es un conjunto no vacío de $\mathbb{R}^n$. La función f se dice que es convexa en Ω si para cualquier par de puntos **x** y **y**, y cualquier escalar λ que cumpla $0 \leq \lambda \leq 1$, se tiene:

$$f(\lambda \mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{y}) \leq \lambda f(\mathbf{x}) + (1-\lambda) f(\mathbf{y}). \tag{20}$$

Si la desigualdad se satisface estrictamente en (7), se dice que f es estrictamente convexa. Similarmente, en una función f es cóncaba si se cumple la relación (7) con la desigualdad inversa, esto es, si la función $(-f)$ es convexa.

Definición 5 (Problema de optimización convexa). Decimos que un problema es de optimización convexa si la función objetivo es convexa y las restricciones generan un conjunto convexo.

Notar que la última condición se puede evaluar fácilmente usando el Lema 1, si las restricciones de igualdad generan espacios afines y las restricciones de desigualdad conjuntos convexos.

Definición 6 (Óptimos locales y óptimo global). Un punto $\tilde{x}$ es un óptimo local asociado al problema de optimización $\min \ f(x), x \in \Omega$, si existe un conjunto abierto $\mathcal{H}$ que contiene a $\tilde{x}$ tal que $f(x) \geq f(\tilde{x}), \ \forall x \in \mathcal{H}$. Si $\Omega \supseteq \mathcal{H}$ entonces el óptimo es global

La figura 4 muestra el concepto de óptimo local y global para dos funciónes en $\mathbb{R}$. En el primer caso se tiene una funciòn con dos óptimos (un mínimo y un máximo) mientras que en el segundo caso se tiene un solo óptimo global (en este caso, un mínimo).

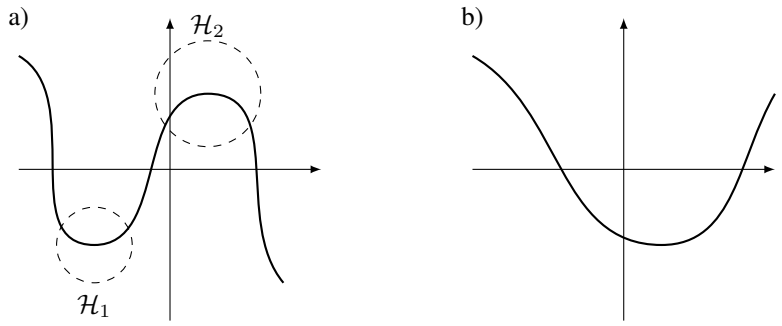

Figura 4: Ejemplo de optimos locales y globales: a) óptimos locales y sus respectivos vecindarios de optimalidad $\mathcal{H}$, b) óptimo global

Demostración. Sea $\bar{x}$ un óptimo local de f en Ω, entonces existirá un $x = \alpha\bar{x} + \beta y \in \mathcal{H}$ cumpliendo.

$$f(\bar{\mathbf{x}}) \leq f(\mathbf{x}), \forall x \in \mathcal{H}. \tag{21}$$

de tal manera que

$$f(x) = f(\alpha\bar{\mathbf{x}} + \beta y) \leq \alpha f(\bar{\mathbf{x}}) + \beta f(x) \tag{22}$$

por lo tanto se tiene

$$f(\bar{\mathbf{x}}) \leq f(\mathbf{x}) \leq \alpha f(\bar{\mathbf{x}}) + \beta f(x) \tag{23}$$

donde

$$\alpha + \beta = 1 \tag{24}$$

y por despejando $\beta = 1 - \alpha$

$$(1 - \alpha) f(\bar{\mathbf{x}}) \leq \beta f(x) \tag{25}$$

se puede comprobar que cumple con la definición 7.

$$f(\bar{\mathbf{x}}) \leq f(\mathbf{x}) \tag{26}$$

8.2.3. Relajación semi-definida

Definición 7 (OPF-ConvexoSD). El modelo (OPF-NLSD) genera un modelo convexo relajado que denominaremos OPF-ConvexoSD al relajar la restricción (62) rango de la matriz W.

Nota 1. El problema OPF-ConvexoSD es una aproximación del modelo OPF-NLSD. Sin embargo, si la solución al problema de optimización resulta ser de rango 1 entonces el resultado constituye el óptimo global del problema original.

Proposición 1 (Recuperar las variables originales). Se puede obtener una solución aproximada del problema OPF-NLSD mediante la factorizacion de W.

Donde $V = (x^T\phi) = (\sqrt{\lambda}\phi)$

Demostración. Sea $W \in \mathbb{S}^n$, un elemento $\phi \in \mathbb{R}^n$ se denomina eigenvector de W si existe un escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que: $W\phi = \lambda\phi$

$$W\phi = \lambda\phi \tag{27}$$

en este caso $\lambda \in \mathbb{R}$ se denomina el eigenvalor de la matriz W asociado al eigenvector por la derecha ϕ, y el eigenvector por la izquierda ψ.

$$W\psi = \lambda\psi \tag{28}$$

definiendo que $\psi^T = \phi$, y pre-multiplicando ϕ^T se tiene:

$$\phi^T W\phi = \phi^T\lambda\phi \tag{29}$$

recordado que $W = xx^T$

$$\phi^T xx^T\phi = \phi^T\lambda\phi \tag{30}$$

$$(x^T\phi)^T(x^T\phi) = \phi^T\lambda\phi \tag{31}$$

donde $\lambda = (\sqrt{\lambda})(\sqrt{\lambda})$

$$(x^T\phi)^T(x^T\phi) = (\phi^T\sqrt{\lambda})(\sqrt{\lambda}\phi) \tag{32}$$

y por último separando

$$(x^T\phi)^T = (\phi^T\sqrt{\lambda}) \tag{33}$$

$$(x^T\phi) = (\sqrt{\lambda}\phi) \tag{34}$$

Estas últimas dos ecuaciones corresponderían a la variable original, que para el caso del modelo OPF-ConvexoSD serian los voltajes en cada nodo.

Esta demostración corresponde a la factorizacion mediante descomposición del siguiente valor, como W es semidefinida, entonces los espacios propios que corresponden a valores propios son mutuamente ortogonales de esta manera se puede elegir una base ortonormal de vectores propios y como consecuencia de eso la matriz W es diagonalizable. Si la matriz W es de rango 1 esta se aproxima a las variables reales que en este caso son los voltajes nodales.

8.2.4. Formulación dual del problema de optimización

Proposición 2 (Dualidad del modelo OPF-ConvexoSD). Para el problema semidefinido de la forma (OPF-ConvexoSD) generalmente llamado el problema primal, hay otro problema semidefinido asociado, llamado el problema dual, que se puede expresar como OPF-ConvexoSDD.

Caso General

$$Minimizar = f(x) \tag{35}$$

sujeto a:

$$g_i(x) = b \tag{36}$$

$$h_j(X) \leq v \tag{37}$$

como f, h son funciones convexas y g funciones afines. Podemos asociar una función langrangeana $\mathfrak{L}$ definida de la siguiente forma:

$$\mathfrak{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_i \lambda_i g_i(x) + \sum_j \mu_i h_j(x) \tag{38}$$

donde también podemos definir una nueva función llamada función dual de la siguiente forma:

$$\mathcal{W}(x, \lambda, \mu) = \inf_x f(\mathfrak{L}(x, \lambda, \mu)) \tag{39}$$

notar que esta función sólo depende de (λ, μ) y que el ínfimo es tomado sobre x. Por lo tanto $\mathcal{W}(\lambda, \mu) \leq f(\widetilde{x}) \leq f(x)$, osea que para cualquier punto factible, el dual es mucho mas pequeño que el primal.

Lema 3. La función dual $\mathcal{W}$ es convexa para cualquier tipo de funciones f, h, g.

Demostración. Solo debemos comprobar que la función $\mathcal{W}$ cumple con la desigualdad de Jensen, así que tomamos dos puntos (λ_1, μ_1), (λ_2, μ_2) y dos valores reales $\alpha \geq 0$,$\beta \geq 0$ con $\alpha + \beta = 1$ y evaluamos la función en el segmento de recta resultante

$$\mathcal{W}(\alpha\lambda_1 + \beta\lambda_2, \alpha\mu_1 + \beta\mu_2) = \inf_x \{\mathcal{L}(x, \alpha\lambda_1 + \beta\lambda_2, \alpha\mu_1 + \beta\mu_2)\} \tag{40}$$

note que para un valor fijo de x tenemos que $\mathcal{L}$ es una función afín y por tanto convexa. Bajo esta consideración y aplicando el ínfimo podemos fácilmente que $\mathcal{W}$ es convexa. Note que no hicimos ninguna supoción relacionada con la convexidad o continuidad de las funciones f, h, g por lo cual W es una función convexa sin importar el tipo de problema de optimización.

Definición 8 (Modelo OPF-NLSD). Sea el problema semidefinido OPF-NLSD representado por las ecuaciones (28) a (37) podemos asociar un problema semidefinido dual OPF-NLSDD, que están íntimamente relacionado.

$$maximizar = \mathcal{W}(\lambda, \mu) \tag{41}$$

sujeto a

$$\mu \geq 0 \tag{42}$$

Definiendo los multiplicadores de Lagrange asociados con límites de desigualdad inferiores a las ecuaciones (57), (58), (59),(60), (61) como $\underline{\mu}_{gp}$, $\underline{\mu}_{gq}$, $\underline{\mu}_{w}$, $\underline{\mu}_{s}$, $\underline{\mu}_{pA}$, $\underline{\mu}_{qA}$, $\underline{\mu}_{soc}$, $\underline{\mu}_{wr}$, y sus limites superiores como $\overline{\mu}_{gp}$, $\overline{\mu}_{gq}$, $\overline{\mu}_{w}$, $\overline{\mu}_{s}$, $\overline{\mu}_{pA}$, $\overline{\mu}_{qA}$, $\overline{\mu}_{soc}$, $\overline{\mu}_{wr}$, y por ultimo los correspondientes a las ecuaciones de balance (55) y (56) como λ_p, λ_q y λ_{soc}.

$A_k = \sum_{m=1}^{N}(G_{km}\lambda_{pk} - B_{km}\lambda_{pk}) + \sum_{m=1}^{N}(B_{km}\lambda_{pk} - G_{km}\lambda_{pk})$

$B_k = \sum_{m=1}^{N}(-B_{km}\lambda_{qk} - G_{km}\lambda_{qk}) + \sum_{m=1}^{N}(G_{km}\lambda_{qk} - B_{km}\lambda_{qk})$

$C_K = \mu_{wr}$

$D_k = \underline{\mu}_{gpk}P_{Gk}^{min} - \overline{\mu}_{gpk}P_{Gk}^{max} + \underline{\mu}_{gqk}Q_{Gk}^{min} - \overline{\mu}_{qpk}Q_{Gk}^{max} + \underline{\mu}_{w}(V_k^{min})^2 - \overline{\mu}_{w}(V_k^{max})^2 - \sum_{m=1}^{N}\overline{\mu}_{s}(S_{km}^{max})^2 + \underline{\mu}_{pAk}P_{kt}^{A,min} - \overline{\mu}_{pAk}P_{kt}^{A,max} + \underline{\mu}_{qAk}Q_{kt}^{A,min} - \overline{\mu}_{qAk}Q_{kt}^{A,max} - \overline{\mu}_{\zeta_k}\zeta_{kf}$

$$maximizar = \sum_{k=1}^{N} D_k \tag{43}$$

sujeto a

$$\sum_{k=1}^{N} A_k \succeq 0 \tag{44}$$

$$\sum_{k=1}^{N} B_k \succeq 0 \tag{45}$$

$$\sum_{k=1}^{N} C_k \succeq 0 \tag{46}$$

La variables $\underline{\mu}_{gp}$, $\underline{\mu}_{gq}$, $\underline{\mu}_{w}$, $\underline{\mu}_{s}$, $\underline{\mu}_{pA}$, $\underline{\mu}_{qA}$, $\underline{\mu}_{soc}$, $\underline{\mu}_{wr}$, $\overline{\mu}_{gp}$, $\overline{\mu}_{gq}$, $\overline{\mu}_{w}$, $\overline{\mu}_{s}$, $\overline{\mu}_{pA}$, $\overline{\mu}_{qA}$, $\overline{\mu}_{soc}$, $\overline{\mu}_{wr}$, $\overline{\mu}_{\zeta_k}\zeta_{kf}$ son positivos ≥ 0

Bajo ciertas hipótesis, el problema primal propuesto OPF-NLSD y el dual OPF-NLSDD dan lugar al mismo valor óptimo de la función objetivo, por lo tanto se puede resolver indirectamente el problema primal resolviendo el problema dual. Esto puede suponer una ventaja computacional relevante. También el problema dual es útil para estudios de sensibilidad, es decir, cuanto aumenta o disminuye la función objetivo al variar la demanda. Otro punto es también que se puede evaluar las condiciones de dualidad débil, dualidad fuerte y las condiciones de slater.

8.2.5. Modelo matemático de Optimización no lineal

Consideramos k nodos del sistema eléctrico, donde $N = 1, 2, \ldots, k$ representa el conjunto de todos los nodos, $\mathcal{G}$ representa el conjunto de todos los generadores, y $\mathcal{L}$ representa el conjunto de todas las líneas. Donde P_{Dk} y Q_{Dk} presentan la demanda activa y reactiva en el nodo $k \in N$. Sea $V_k = V_k + iU_k$ representar los voltajes en coordenadas rectangulares en cada nodo $k \in N$. Sea P_{Gk} y Q_{Gk} la generación en el nodo $k \in N$. Sea S_{km} representar el flujo de potencia aparente por las líneas entre los nodos $(k, m) \in \mathcal{L}$. Los superíndices "max" y "min" representan los límites inferiores y superiores. Sea $Y = G + iB$ la matriz de admitancia nodal.

Definición 9 (Modelo OPF-NL). Definimos el modelo óptimo de pérdidas no lineal de la siguiente forma:

$$\min_{V,U} = \left(2\sum_{K=1}^{N} G_{k0}.V_k.V_0\right) + \left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} G_{km}.V_k.V_m\right) + \left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} G_{km}.U_k.U_m\right) \tag{47}$$

sujeto a

$$P_{Gkt} - P_{Dkt} = V_k \sum_{m=1}^{N} (G_{mk}V_m - B_{mk}U_m) + U_k \sum_{m=1}^{N} (B_{mk}V_m + G_{mk}U_m) \tag{48}$$

$$Q_{Gkt} - Q_{Dkt} = V_k \sum_{m=1}^{N} (-B_{mk}V_m - G_{mk}U_m) + U_k \sum_{m=1}^{N} (G_{mk}V_m - B_{mk}U_m) \tag{49}$$

$$P_{Gkt}^{min} \leq P_{Gkt} \leq P_{Gkt}^{max} \tag{50}$$

$$Q_{Gkt}^{min} \leq Q_{Gkt} \leq Q_{Gkt}^{max} \tag{51}$$

$$\left(V_k^{min}\right)^2 \leq V_k^2 + U_k^2 \leq (V_k^{man})^2 \tag{52}$$

$$S_{kmt} \leq S_{km}^{max} \tag{53}$$

Donde:

P_k : Potencia activa inyectada en cada nodo.

Q_k : Potencia reactiva inyectada en cada nodo.

V_k : Voltaje de la componente real en cada nodo.

U_k : Voltaje de la componente imaginario en cada nodo.

N : Número de nodos.

G_{km} : Conductancia.

B_{km} : Susceptancia.

En este modelo OPF-NL la función objetivo (47) es convexa por ser una función cuadrática, donde se minimizan pérdidas totales de la red . Las restricciones (48) y (49) corresponde al

balance de potencia es aquí donde se presenta la no linealidad y no convexidad; se debe notar que un problema de optimización convexa requiere que las restricciones de igualdad formen un conjunto afín (i,e $Ax = b$) . Las restricciones (50) y (51) corresponden a los límites de potencia generada. La restricción (52) son lo limites técnicos de los voltajes que también es convexa por ser una función cuadrática. La restricción (53) representa la capacidad de la linea.

La formulación del del modelo OPF-NL es un problema no convexo debido al espacio no afín que presenta las restricciones (48) y (49) y por lo tanto se clasifica como un NP-Hard. Stev Low [6] proponen una relajación convexa semi-definida del OPF. Con este fin, se observa que las restricciones de OPF se pueden expresar todas como funciones lineales de la matriz cuadrática xx^T. Esto implica que si la matriz xx^T es remplazado por una nueva variable $W \in \mathbb{S}^n$, entonces las restricciones (48) y (49) son afines. Debido a que W viene de xx^T se deben agregar dos restricciones al modelo OPF-NL y están son: 1) $W \succeq 0$ y 2) $rango(W) = 1$. Observar que la restricción 2) es la única restricción no convexa. Podemos formalizar esta observación con la siguiente preposición

Proposición 3 (Modelo OPF-NLSD). El modelo OPF-NL es equivalente al siguiente modelo no-lineal con restricciones semi-definidas el cual llamaremos (OPF-NLSD).

$$\begin{aligned} \min_{W} = & \left(2 \sum_{K=1}^{N} G_{k0}.W_{k,0} \right) + \left(\sum_{k=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} G_{km}.W_{k,m} \right) + \\ & \left(\sum_{k=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} G_{km}.W_{N+m,N+k} \right) \end{aligned} \tag{54}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} P_{Gkt} - P_{Dkt} = & \sum_{m=1}^{N} (G_{mk} W_{(m,k)} - B_{mk} W_{(N+m,k)}) + \\ & \sum_{m=1}^{N} (B_{mk} W_{(m,N+k)} + G_{mk} W_{(N+m,N+k)}) \end{aligned} \tag{55}$$

$$Q_{Gkt} - Q_{Dkt} = \sum_{m=1}^{N}(-B_{mk}W_{(m,k)} - G_{mk}W_{(N+m,k)}) + \sum_{m=1}^{N}(G_{mk}W_{(m,N+k)} - B_{mk}W_{(N+m,N+k)}) \tag{56}$$

$$P_{Gk}^{min} \leq P_{Gkt} \leq P_{Gk}^{max} \tag{57}$$

$$Q_{Gk}^{min} \leq Q_{Gkt} \leq Q_{Gk}^{max} \tag{58}$$

$$(V_k^{min})^2 \leq W_{kk} \leq (V_k^{max})^2 \tag{59}$$

$$(W_{kk} - W_{km})Y_{km}^{*} \leq S_{km}^{max} \tag{60}$$

$$W \succeq 0 \tag{61}$$

$$Rango(W) = 1 \tag{62}$$

Donde:

P_k : Potencia activa inyectada en cada nodo.

Q_k : Potencia reactiva inyectada en cada nodo.

V_k : Voltaje de la componente real en cada nodo.

U_k : Voltaje de la componente imaginario en cada nodo.

N : Número de nodos.

G_{km} : Conductancia.

B_{km} : Susceptancia.

Demostración. Notar que las restricciones (50) y (51) son iguales al las del modelo OPF-NL, por lo tanto solo resta analizar las demás restricciones. Sea un vector $x \in \mathbb{R}^n$ y una matriz $W \in \mathbb{S}^{2n}$ donde $W = xx^T$, tal que $x^TYx = traza(Yxx^T) = traza(YW)$, donde W es una matriz semidefinida positiva y $Y \in \mathbb{S}^{2n}$ matriz de admitancia nodal simétrica.

Las ecuaciones (48) y (49) es no afín. Por lo tanto para escribir la relajación semidefinida primero se define un vector de voltajes en coordenadas rectangulares de la siguiente manera:

$$x = \begin{bmatrix} V_0 & V_1, ..., V_k & U_0 & U_1, ..., U_k \end{bmatrix} \tag{63}$$

Luego se define $W \in \mathbb{S}^{2N}$ de la siguiente manera:

$$W = xx^T \tag{64}$$

Por lo tanto la ecuación (63) que de la siguiente manera:

$$W = \begin{bmatrix} V_0V_0 & V_0V_1 \cdots V_0V_k & V_0U_0 & V_0U_1 \cdots V_0U_k \\ V_1V_0 & V_1V_1 \cdots V_1V_k & V_1U_0 & V_1U_1 \cdots V_1U_k \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ V_kV_0 & V_kV_1 \cdots V_kV_k & V_kU_0 & V_kU_1 \cdots V_kU_k \\ U_0V_0 & U_0V_1 \cdots U_0V_k & U_0U_0 & U_0U_1 \cdots U_0U_k \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ U_kV_0 & U_kV_1 \cdots U_kV_k & U_kU_0 & U_kU_1 \cdots U_kU_k \end{bmatrix} \tag{65}$$

Lo que es lo mismo

$$W = \begin{bmatrix} V_{0,0} & V_{0,1} \cdots V_{0,k} & V_{0,k+1} & V_{0,k+2} \cdots V_{0,2k} \\ V_{1,0} & V_{1,1} \cdots V_{1,k} & V_{1,k+1} & V_{1,k+2} \cdots V_{1,2k} \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ V_{k,0} & V_{k,1} \cdots V_{k,k} & V_{k,k+1} & V_{k,k+2} \cdots V_{k,2k} \\ V_{k+1,0} & V_{k+1,1} \cdots V_{k+1,k} & V_{k+1,k+1} & V_{k+1,k+2} \cdots V_{k+1,2k} \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ V_{2k,0} & V_{2k,1} \cdots V_{2k,k} & V_{2k,k+1} & V_{2k,k+2} \cdots V_{2k,2K} \end{bmatrix} \tag{66}$$

Por lo tanto remplazando las ecuación (66) en la ecuaciones (8) y (9), se verifica que cumple con la preposición del modelo OPF-NLSD donde la única no convexa es que el $rango(W) = 1$.

Con respecto a modelos de carga ZIP (15) y (16), que está compuesto de funciones constantes, lineales y cuadradas de voltaje. Considerando el rango = 1 de la matriz Γ_k se puede representar estos términos para cada nodo k de la siguiente forma.

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} 1 \\ V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & V_i \\ V_i & V_i^2 \end{bmatrix} \tag{67}$$

Denotando los superíndices de los elementos de la matriz como (fila, columna). La restricción $\Gamma_k^{11} = 1$ y $\Gamma_k^{22} = V_k^2$, la función lineal del voltaje es obtenido usando Γ_k^{12}. (Notar que el voltaje V_k^2 se formulan en la relajación semi-definida del problema de OPF). Por lo tanto $\Gamma_k^{12} = \sqrt{\Gamma_k^{22}}$. Para representar las constantes en términos de Γ_k, se define las siguientes matrices.

$$T_K = \begin{bmatrix} a_{3k} & \frac{a_{2k}}{2} \\ \frac{a_{2k}}{2} & a_{1k} \end{bmatrix} \tag{68}$$

$$\widetilde{T_K} = \begin{bmatrix} b_{3k} & \frac{b_{2k}}{2} \\ \frac{b_{2k}}{2} & b_{1k} \end{bmatrix} \tag{69}$$

finalmente la representación de la carga ZIP es:

$$P_{Dk} = traza(T_K \Gamma_k) \tag{70}$$

$$Q_{Dk} = traza(\widetilde{T_K} \Gamma_k) \tag{71}$$

Notar que el modelo OPF-NLSD sigue siendo, no-convexo debido a la restricción (62) sin embargo las demás restricciones forman un conjunto convexo.

No confundir de operador $\succeq$ con $\geq$, el primero representa el signo de la matriz semidefinida (i.e., dado dos matrices simétricas A y B, $A \succeq B$ implica A - B es una matriz semidefinida, significando que todos sus eigenvalores son no-negativos) y se conoce como el orden de $Löwner$, que es el orden parcial definido por el cono convexo de matrices semidefinidas positivas, mientras que el segundo es una relación de orden que se da entre dos valores cuando éstos son distintos.

Notar también que el modelo OPF-NLSD, esta definido sobre un espacio mas grande, es decir, considerando por ejemplo un sistema con 100 nodos. En ese caso el problema OPF-NL estaría definido en $\mathbb{R}^{200}$ (i.e, es decir dos variables de control por cada nodo) mientras que el espacio de soluciones del problema OPF-NLSD estaría en $\mathbb{S}^{200}$.

9. HIPÓTESIS

El desarrollo del algoritmo matemático de la optimización convexa semidefinida ayudará a minimizar las pérdidas en las redes eléctricas de distribución.

10. METODOLOGÍAS Y DISEÑO EXPERIMENTAL

10.1. Operacionalización de variables

Variable Independiente: Reducción de Pérdidas cuadráticas en los sistemas eléctricos de distribución.

Tabla 2: Operacionalización de las variables independientes.

Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	ítems	Instrumentos
Las pérdidas cuadráticas provocan daños a la red y las ecuaciones de cálculo son muy complejos que no garantizan una solución óptima.	Disminuye la calidad de la energía eléctrica. Pérdidas.	Demanda energética. Potencia necesaria que debe suministrar la red.	Potencia [kW]. Voltaje[V] Pérdidas[kW]. Energía [kWh.	Métodos matemáticos tradicionales. Métodos matemáticos tradicionales.

Variable Dependiente: Algoritmo matemático de optimización convexa.

Tabla 3: Operacionalización de las variables dependientes.

Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	ítems	Instrumentos
Desarrollo de un algoritmo matemático de optimización convexa para la reducción de pérdidas cuadráticas.	Reduccion de pérdidas. Mejora la calidad de la energía eléctrica.	Demanda energética. Minimiza el tiempo de cálculo.	Pérdidas[kW]. Energía [kWh. Potencia [kW]. Tiempo [h].	Simulación. Simulación. Simulación.

10.2. Métodos de investigación

En la investigación se aplicó los siguientes métodos investigativos: Deductivo-Inductivo y Analítico-Sintético.

Método deductivo - inductivo

Diseño de un algoritmo matemático para la reducción de pérdidas en las redes eléctricas de distribución acorde a la investigación realizada en diferentes fuentes académicas contribuyendo con datos preliminares que minimice el tiempo de ejecución dando soluciones exactas.

Método analítico y sintético

Permite obtener información de fuentes respaldadas por estudios científicos en base a investigaciones previas de diversos autores, en esta investigación se utiliza la investigación bibliográfica-documental, exploratoria, descriptiva, propositiva.

Método comparativo

Busca similitudes y comparaciones sistemáticas que sirve para la verificación de hipótesis con el objeto de encontrar parentescos y se basa en la documentación de múltiples casos para realizar análisis comparativos de la optimización convexa encontrando diferencias y relaciones con los métodos tradicionles, así solucionando un caso o problema y poder tomar medidas en el futuro.

10.3. Tipos de Investigación

Investigación Bibliográfica-documental

Recurre a fuentes bibliográficas,libros, tesis, trabajos de grado, artículos científicos, investigaciones, artículos de revistas y fuentes certificadas, que en su momento realizaron investigaciones concernientes a la optimización convexa.

Investigación Exploratoria

Se puede identificar que las tendencias actuales buscan fomentar el uso de la optimización convexa como parte fundamental para reducir las pérdidas en las redes de distribución.

Investigación Descriptiva

Identifica las principales características del problema mediante la descripción, técnicas, aplicaciones y prácticas de las cuales parte un análisis, descripción, e interpretación de los resultados obtenidos en términos claros y precisos, aportando con nuevos conocimientos en cuanto a temáticas relacionadas con la optimización convexa en las redes de distribución.

10.4. Técnicas de Investigación

Observación Directa y Participativa

Permita tomar información sobre la optimización convexa, problemas no lineales y la programación semidefinida para registrarla para su posterior estudio, ya que es muy importante en todo proceso investigativo porque permite contribuir con datos importantes en la investigación.

Experimentación

Aplicación del lenguaje de programación y softwares computacionales(CVX) para el desarrollo del programa, en base a las formulas adquiridas.

Simulación

Diseño de un algoritmo en un sistema real y obtención de resultados eficientes, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema y evaluar nuevas estrategias, dentro de los rangos impuestos por la metodología de investigación para el funcionamiento del sistema se utlizara la herramienta del optimizador de (CVX) en el software de matlab.

11. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

11.1. Ejemplo del modelo matemático de un sistema Eléctrico de Distribución

En el sistema de la figura (5) se muestra un flujo de potencia que se desarollará paso a paso utilizando las formulas del método tradicional y luego de la Programación semidefinida (**SDP**) demostrando así el resultado del sistema de distribución cuyo objetivo es reducir las pérdidas del sistema.

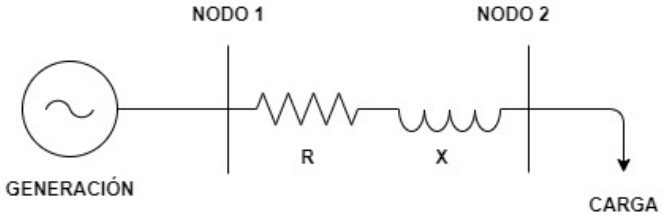

Figura 5: Sistema de prueba de 2 nodos

Planteando la ecuación (72) se obtiene la matriz de admitancias la que ayuda a obtener los datos de conductancia y suceptancia que es la parte real e imaginaria de la línea.

$$Ybus = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \tag{72}$$

Separando en forma matricial la ecuación (73) se obtiene la matriz de conductancias y suceptancias.

$$Ybus = \begin{bmatrix} G_{11} + jB_{11} & G_{12} + jB_{12} \\ G_{21} + jB_{21} & G_{22} + jB_{22} \end{bmatrix} \tag{73}$$

De la ecuación (73) separando la parte real e imaginaria se obtiene lo siguientes ecuaciones:

$$Yreal = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \tag{74}$$

$$Yimaginaria = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \tag{75}$$

Remplazando las ecuaciones (74) y (75) en la ecuación (72) se arma la matriz de admitancias en forma rectangular

$$Ybus = \begin{bmatrix} G & B \\ -B & G \end{bmatrix} \tag{76}$$

$$Ybus = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & B_{11} & B_{12} \\ G_{21} & G_{22} & B_{21} & B_{22} \\ -B_{11} & -B_{12} & G_{11} & G_{12} \\ -B_{21} & -B_{22} & G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \tag{77}$$

Separando los datos del voltaje en forma rectangular se obtiene las siguientes ecuaciones.

$$V1 = \begin{bmatrix} V1 & W1 \end{bmatrix} \tag{78}$$

$$V2 = \begin{bmatrix} V2 & W2 \end{bmatrix} \tag{79}$$

Remplazando los datos obtenidos de las ecuaciones (77), (78) y (79) en la función objetivo, obtenemos la ecuación de pérdidas en forma rectangular.

$$\begin{aligned} \min_{V,W} = {} & (2((G_{11}.V_1.V_1)(G_{12}.V_1.V_2(G_{21}.V_2.V_1)))) + ((G_{11}.V_1.V_1)(G_{12}.V_1.V_2)(G_{21}.V_2.V_1)) + \\ & ((G_{11}.W_1.W_1)(G_{12}.W_1.W_2)(G_{21}.W_2.W_1)) \end{aligned} \tag{80}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} P_G - P_D = {} & ((V_1(G_{11}V_1 - B_{11}W_1)(V_1(G_{12}V_2 - B_{12}W_2))(V_2(G_{21}V_1 - B_{21}W_1))) \\ & + ((W_1(B_{11}V_1 + G_{11}W_1)(W_1(B_{12}V_2 + G_{12}W_2))(W_2(B_{21}V_1 + G_{21}W_1))) \end{aligned} \tag{81}$$

$$\begin{aligned} = {} & \big((G_{11}V_1^2 - B_{11}V_1W_1)(G_{12}V_1V_2 - B_{12}V_1W_2)(G_{21}V_1V_2 - B_{21}V_2W_1)\big) \\ & + \big((B_{11}V_1W_1 + G_{11}W_1^2)(B_{12}V_2W_1 + G_{12}W_1W_2))(B_{21}V_1W_2 + G_{21}W_1W_2))\big) \end{aligned} \tag{82}$$

$$\begin{aligned} Q_G - Q_D = {} & (V_1(-B_{11}V_1 - G_{11}W_1))(V_1(-B_{12}V_2 - G_{12}W_2))(V_2(-B_{21}V_1 - G_{21}W_1)) + \\ & + (W_1(G_{11}V_1 - B_{11}W_1))(W_1(G_{12}V_2 - B_{12}W_2))(W_2(G_{21}V_1 - B_{21}W_1)) \end{aligned} \tag{83}$$

$$\begin{aligned} = {} & \big(-B_{11}V_1^2 - G_{11}V_1W_1)(-B_{12}V_1V_2 - G_{12}V_1W_2)(-B_{21}V_1V_2 - G_{21}V_2W_1\big) + \\ & + \big(G_{11}V_1W_1 - B_{11}W_1^2)(G_{12}V_2W_1 - B_{12}W_1W_2)(G_{21}V_1W_2 - B_{21}W_1W_2\big) \end{aligned} \tag{84}$$

$$P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max} \tag{85}$$

$$Q_G^{min} \leq Q_G \leq Q_G^{max} \tag{86}$$

$$\left(V^{min}\right)^2 \leq V_1^2 + W_1^2 \leq \left(V^{maX}\right)^2 \tag{87}$$

$$\left(V^{min}\right)^2 \leq V_2^2 + W_2^2 \leq \left(V^{maX}\right)^2 \tag{88}$$

$$S_{12} \leq S^{max} \tag{89}$$

La función Objetivo (80) es una función no lineal debido a que presenta las variables de estado en forma cuadrática, esto hace que no garantize el óptimo global. Las restricciones de potencia activa y reactiva (82) y (84) es una función no lineal debido a su forma cuadrática V y W de sus variables de estado y las otras combinaciones haciendo que esta función no sea afín. La potencia activa y reactiva de generación (85) y (86) son límites, las variables cuadráticas de voltaje (87) y (88) es no lineal sin embargo es convexa, los límites de transmisión de la línea (89) no son convexos.

11.2. Modelo semidefinido no Lineal

Utilizando las variables de voltaje en forma rectangular del flujo óptimo de potencia se obtiene el siguiente vector.

$$W = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{90}$$

Definiendo que W es el vector, multiplicada por la transpuesta (91) nos da como resultado la ecuación (92) que es una matriz semidefinida positiva y Y es una matriz de admitancia simétrica.

$$W = XX^T \tag{91}$$

$$W = \begin{bmatrix} V_1V_1 & V_1V_2 & V_1U_1 & V_1U_2 \\ V_2V_1 & V_2V_2 & V_2U_1 & V_2U_2 \\ U_1V_1 & U_1V_2 & U_1U_1 & U_1U_2 \\ U_2V_1 & U_2V_2 & U_2U_1 & U_2U_2 \end{bmatrix} \tag{92}$$

De esta manera la ecuación (92) es lo mismo que la ecuación (93) con sus respectivas variables de voltaje.

$$W = \begin{bmatrix} V_{1,1} & V_{1,2} & U_{1,3} & U_{1,4} \\ V_{2,1} & V_{2,2} & U_{2,3} & U_{2,4} \\ U_{3,1} & U_{3,2} & V_{3,3} & V_{3,4} \\ U_{4,1} & U_{4,2} & V_{4,3} & V_{4,4} \end{bmatrix} \tag{93}$$

Con los datos obtenidos anteriormente se plantea la función objetivo que consiste en la minimización de pérdidas, con la obtención de la matriz W que contiene datos convexos semidefinidos se puede decir que:

$$\begin{aligned} \min_{W} = &(2(G_{11}.W_{11})(G_{12}.W_{12})(G_{21}.W_{21})) + (G_{11}.W_{11})(G_{12}.W_{12})(G_{21}.W_{21})) + \\ &((G_{11}.W_{2,2})(G_{12}.W_{3,3})(G_{21}.W_{4,4})) \end{aligned} \tag{94}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} P_G - P_D = &((G_{11}W_{(11)} - B_{11}W_{(2,1)})(G_{12}W_{(12)} - B_{12}W_{(3,2)})(G_{21}W_{(21)} - B_{21}W_{(4,1)}))+ \\ &((B_{11}W_{(1,2)} + G_{11}W_{(2,2)})(B_{12}W_{(2,3)} + G_{12}W_{(3,3)})(B_{21}W_{(1,4)} + G_{21}W_{(4,4)})) \end{aligned} \tag{95}$$

$$\begin{aligned} Q_G - Q_D = &((-B_{11}W_{(11)} - G_{11}W_{(2,1)})(-B_{12}W_{(12)} - G_{12}W_{(3,2)})(-B_{21}W_{(21)} - G_{21}W_{(4,1)}))+ \\ &((G_{11}W_{(1,2)} - B_{11}W_{(2,2)})(G_{12}W_{(2,3)} - B_{12}W_{(3,3)})(G_{21}W_{(1,4)} - B_{21}W_{(4,4)})) \end{aligned} \tag{96}$$

$$P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max} \tag{97}$$

$$Q_G^{min} \leq Q_G \leq Q_G^{max} \tag{98}$$

$$(V_G^{min})^2 \leq W_{11} \leq (V_G^{max})^2 \tag{99}$$

$$(V_G^{min})^2 \leq W_{22} \leq (V_G^{max})^2 \tag{100}$$

$$(U_{22} - W_{11})Y_{11}^* \leq S_{11}^{max} \tag{101}$$

$$W \succeq 0 \tag{102}$$

$$Rango(W) = 1 \tag{103}$$

La función objetivo se basa en minimizar las pérdidas de la red llevando a las variables a ser lineales y convexas, declarando las restricciones (95) y (96) que son los balances de la potencia donde se presenta la linealidad y convexidad, existe optimización convexa que conforman un conjunto afín.

Las restrcciones de los límites de la potencia generada (97) y (98)y los límites técnicos de voltaje tambien son convexas por ser una función cuadrática (99) y (100) la restricción (101) representa la capacidad de la línea, donde el rango (W) (103) debe ser igual a 1.

11.3. Flujo Óptimo De la programación semidefinida

$$W = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{104}$$

Definiendo que W es el vector, multiplicada por la transpuesta (104) nos da como resultado (106) que es una matriz semidefinida positiva y Y es una matriz de admitancia simétrica.

$$W = XX^T \tag{105}$$

$$W = \begin{bmatrix} V_1V_1 & V_1V_2 & V_1U_1 & V_1U_2 \\ V_2V_1 & V_2V_2 & V_2U_1 & V_2U_2 \\ U_1V_1 & U_1V_2 & U_1U_1 & U_1U_2 \\ U_2V_1 & U_2V_2 & U_2U_1 & U_2U_2 \end{bmatrix} \tag{106}$$

Dando como resultado la ecuación (106) que es lo mismo que la ecuación (107) con susrespectivas variables de voltaje.

$$W = \begin{bmatrix} V_{1,1} & V_{1,2} & U_{1,3} & U_{1,4} \\ V_{2,1} & V_{2,2} & U_{2,3} & U_{2,4} \\ U_{3,1} & U_{3,2} & V_{3,3} & V_{3,4} \\ U_{4,1} & U_{4,2} & V_{4,3} & V_{4,4} \end{bmatrix} \tag{107}$$

Con los datos obtenidos anteriormente se plantea la función objetivo que consiste en la minimización de pérdidas, con la obtención de la matriz W que contiene datos convexos semidefinidos se puede decir que:

$$\begin{aligned} \min_{W} = &(2(G_{11}.W_{11})(G_{12}.W_{12})(G_{21}.W_{21})) + (G_{11}.W_{11})(G_{12}.W_{12})(G_{21}.W_{21})) + \\ &((G_{11}.W_{2,2})(G_{12}.W_{3,3})(G_{21}.W_{4,4})) \end{aligned} \tag{108}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} P_G - P_D = &((G_{11}W_{(11)} - B_{11}W_{(2,1)})(G_{12}W_{(12)} - B_{12}W_{(3,2)})(G_{21}W_{(21)} - B_{21}W_{(4,1)})) + \\ &((B_{11}W_{(1,2)} + G_{11}W_{(2,2)})(B_{12}W_{(2,3)} + G_{12}W_{(3,3)})(B_{21}W_{(1,4)} + G_{21}W_{(4,4)})) \end{aligned} \tag{109}$$

$$\begin{aligned} Q_G - Q_D = &((-B_{11}W_{(11)} - G_{11}W_{(2,1)})(-B_{12}W_{(12)} - G_{12}W_{(3,2)})(-B_{21}W_{(21)} - G_{21}W_{(4,1)})) + \\ &((G_{11}W_{(1,2)} - B_{11}W_{(2,2)})(G_{12}W_{(2,3)} - B_{12}W_{(3,3)})(G_{21}W_{(1,4)} - B_{21}W_{(4,4)})) \end{aligned} \tag{110}$$

$$P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max} \tag{111}$$

$$Q_G^{min} \leq Q_G \leq Q_G^{max} \tag{112}$$

$$(V_G^{min})^2 \leq W_{11} \leq (V_G^{max})^2 \tag{113}$$

$$(V_G^{min})^2 \leq W_{22} \leq (V_G^{max})^2 \tag{114}$$

$$(U_{22} - W_{11})Y_{11}^* \leq S_{11}^{max} \tag{115}$$

$$W \succeq 0 \tag{116}$$

La función objetivo de la programación semidefinida minimiza las pérdidas de la red llevando a las variables a ser lineales y convexas, declarando las restricciones (109) y (110) que son los balances de la potencia donde se presenta la linealidad y convexidad, existe optimización convexa que conforman un conjunto afín.

Las restricciones de los límites de la potencia generada (111) y (112), los límites técnicos de voltaje tambien son convexas por ser una función cuadrática (113) y (114) la restricción (115) representa la capacidad de la línea.

11.4. Validación del método

Para la validación del método planteado se tomó los datos de prueba de la test feeder de 14 nodos que se muestra en la figura 6, la que es implementada en el software powerfactory (DIgSILENT) obteniendo las pérdidas totales del sistema cuyo resultado será comparada con la programación semidefinida (SDP).

Test Feeder de 14 Nodos.

Para el sistema de 14 nodos se tiene una red de distribución radial que tiene una potencia de 100MVA, los tipos de carga existentes en este circuito son de potencia constante kW-kVAR, impedancia constante Z y corriente constante I.

Implementación en powerfactory (DIgSILENT)

En la figura 6 representa la test feeder de 14 nodos implementado en el software powerfactory (DIgSILENT)

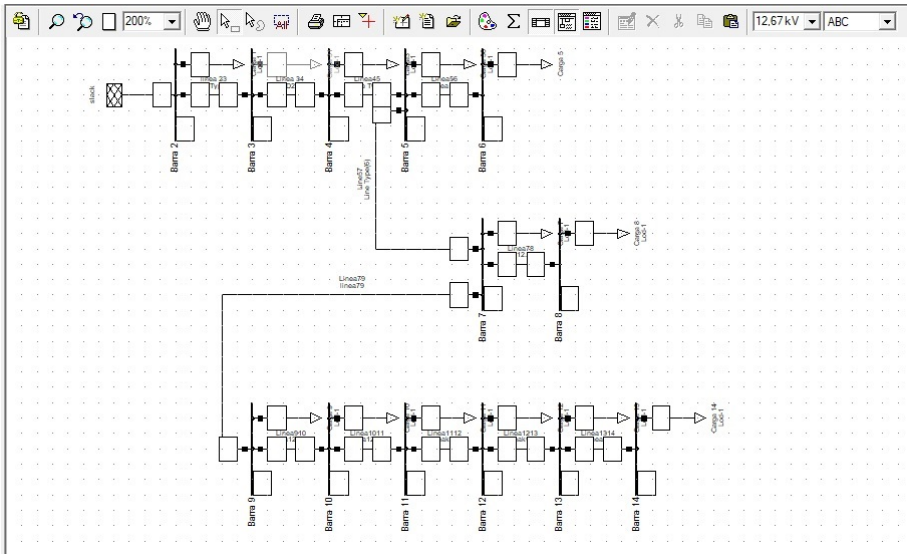

Figura 6: Diagrama de Barras 14 nodos.

En la figura 7 se puede ver el nivel de pérdidas, datos de carga entre otros parámetros del flujo de potencia en datos reales que desarrolla el software de powerfactory (DIgSILENT) que trabaja en base a estos requerimientos.

Optimal Power Flow									
					Max. Acceptable Error for Nodes				1,00 kVA
					Max. Acceptable Error for Model Equations				0,10 %
Total System Summary					Study Case: Documentation			Annex:	/ 5
Generation [MW]/ [Mvar]	Motor Load [MW]/ [Mvar]	Load [MW]/ [Mvar]	Compen- sation [MW]/ [Mvar]	External Infeed [MW]/ [Mvar]	Inter Area Flow [MW]/ [Mvar]	Total Losses [MW]/ [Mvar]	Load Losses [MW]/ [Mvar]	Noload Losses [MW]/ [Mvar]	
\HP\Nine Bus System\Network Model\Network Data\Nine_Bus									
327,06	0,00	315,00	0,00	0,00	0,00	12,06	12,06	-0,00	
86,37	0,00	115,00	0,00	0,00	0,00	-28,63	91,98	-120,61	
Total:									
327,06	0,00	315,00	0,00	0,00		12,06	12,06	-0,00	
86,37	0,00	115,00	0,00	0,00		-28,63	91,98	-120,61	

Figura 7: Resultados de Pérdidas en powerfactory (DIgSILENT).

Resultado de pérdidas de la Programación Semidefinida

En la figura 8 se muestra las pérdidas totales del sistema que fueron obtenidas de la programación semidefinida y que son comparadas con la simulación del software powerfactory (DIgSILENT) dando como resultado los mismos valores.

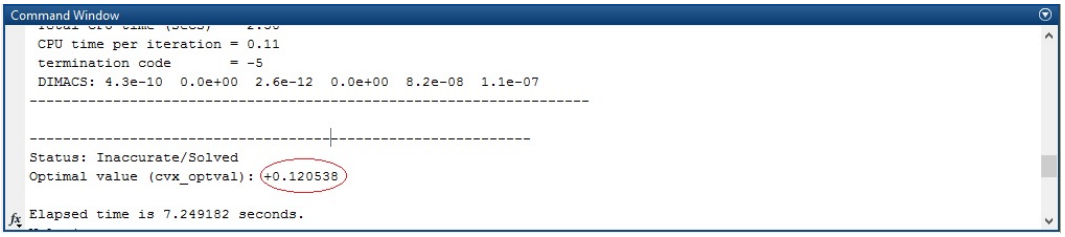

Figura 8: Pérdidas totales de la programación semidefinida.

Comparando los resultados del método propuesto con el Software powerfactory (DIgSILENT), en la tabla 4 muestra las pérdidas del sistema de 14 nodos en valores reales y en la tabla 5 muestra los valores de pérdidas en por unidad de esta manera demostrando que la programación semidefinida cumple con los valores establecidos, optimizando las pérdidas de la red.

Tabla 4: Pérdidas Totales del sistema de 14 nodos en MW.

Sistema de Prueba	**(DIgSILENT)**	**Propramación SDP**
14-bus	12,06MW.	12,05MW

Tabla 5: Pérdidas Totales del sistema de 14 nodos en pu.

Sistema de Prueba	**(DIgSILENT)**	**Propramación SDP**
14-bus	0,1206 pu.	0,1205pu

Resultado de Voltajes en pu.

En la figura 9 se muestra las niveles de voltajes en pu que presenta el software powerfactory (DIgSILENT).

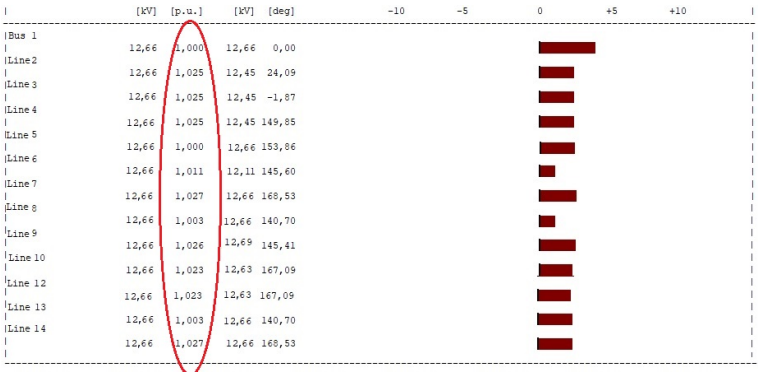

Figura 9: Resultados de voltajes en pu del software (DIgSILENT).

En la figura 10 se muestra las niveles de voltajes en pu que presenta la Programación semidefinida (SDP).

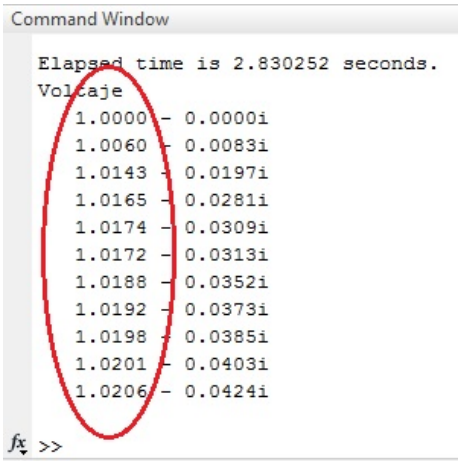

Figura 10: Resultados de voltajes en pu de la Programación semidefinida.

Como se pudo observar los niveles de voltaje en por unidad en los dos softwares nos damos cuenta que el margén de error no difiere mucho entre ambos programas, dando como validado el método de la programación semidefinida en Matlab.

11.5. Resultados Numéricos

Se analiza los datos de carga de un conjunto de nodos con el fin de observar el comportamiento de la cargabilidad de las líneas y las pérdidas totales a través de los métodos planteados de tal manera que los resultados deben ser similares o iguales. Para el análisis de la red se generarán escenarios de prueba en donde se considera las pérdidas totales y el cambio que sufre la red al inyectar generación distribuida en uno de los nodos. En el primer escenario se realizó un caso base en donde se analiza las pérdidas totales en cada uno de los sistemas de prueba y se compara con otros modelos propuestos en la literatura con el fin de comprobar el modelo de la Programación Semidefinida **(SDP)**, en el segundo escenario se comprobó los datos de voltajes máximos y mínimos en cada uno de los datos de prueba. La simulación se lo realizó para cada uno de los métodos de tal manera que su resultado es igual al esperado. Para la simulación se conoce los datos de la línea, carga y su potencia . La simulación se realizó en CVX que es un sistema de modelado basado en Matlab para la optimización convexa, por lo tanto CVX convierte a Matlab en un lenguaje de modelado, lo que permite especificar restricciones y objetivos utilizando la sintaxis de expresión estándar de Matlab.

11.6. Topología Eléctrica

La simulación se realizó en tres sistemas radiales de la IEEE:

- Primer caso se tiene el sistema de prueba IEEE-37 nodos, la subestación es de 230kv/4.8kv con una potencia de 2500 kVA ,tal como se muestra en la figura(38) del anexo A. Los tipos de carga existentes en este circuito son de potencia constante kW-kVAR, impedancia constante Z y corriente constante I. La demanda total del circuito es 1.827 MW y 0.886 MVAR.

- Segundo caso se tiene el sistema de prueba IEEE-69 nodos, la subestación es 12.66 kV con una potencia de 1 MVA, tal como se muestra en la figura (39) del anexo A. Los tipos de carga existentes en este sistema son de potencia constante kW-kVAr, impedancia constante Z y corriente constante I. La demanda total del circuito es 3.8 MW y 2.69 MVAR.

- Tercer caso se tiene el sistema de prueba IEEE-119 nodos Modificado, la subestación es 11 kv con una potencia de 1 MVA, tal como se muestra en la figura (40) del anexo A. Los

tipos de carga existentes en este circuito son de potencia constante kW-kVAr, impedancia constante Z y corriente constante I. La demanda total del circuito original es 22.709 MW y 16.995 Mvar y en el sistema modificado es 20.680 MW y 15.671 MVAR.

11.7. Simulación

Para el proceso de simulación y obtención de resultados se conoce los datos de línea de los tres sistemas radiales de la IEEE, estos datos estan en un archivo de excel, que es importado a matlab (CVX) en donde se realizó la programación matemática, cuyos resultados son comparados con los métodos tracionales, con la ayuda del diagrama de barras y los resultados numéricos se pudo observar las pérdidas existentes en los nodos del sistema, la programación semidefinida **(SDP)** nos da como resultado las pérdidas totales del sistema, las corrientes por las líneas y los voltajes en los nodos de acuerdo a los restricciones de la función objetivo.

11.8. Escenarios

11.8.1. Escenario 1: Caso Base.

Se obtuvo los resultados del modelo propuesto de la Programación Semidefinida (**SDP**), así como también del modelo tradicional del **Barrido Iterativo** el cual utiliza los principios de kirchhoff y la **Apróximacion Cuadrática** [12] donde este método se basa en aproximación lineal obteniendo resultados similares en los tres métodos propuestos para la solución de flujos de potencia en sistemas de distribución radiales monofásico balanceados garantizando unicidad en la solución.

11.8.2. Pérdidas en el Sistema Eléctrico.

Se analiza las pérdidas totales en cada uno de las Test Feeder y se compara con los modelos convencionales propuestos en la literatura con el fin de comprobar el método de la Programación Semidefinida **(SDP)**. La simulación se lo realizó para cada uno de los modelos de tal manera que su resultado es igual en cada método matemático.

11.8.2.1. Prueba 1: Pérdidas Totales de los Sistemas de Prueba.

Tabla 6: Pérdidas Totales, Caso Base.

Sistema de Prueba	Propramación SDP	Barrido Iterativo	Apróx. Cuadrática
37-bus	0,0306 pu.	0,0306 pu.	0.0306 pu.
69-bus	0.2247 pu.	0.2247 pu.	0.2217 pu.
119-bus	0.9320 pu.	0.9320 pu.	0.9228 pu.

En la tabla (6) se muestra las pérdidas totales de los sistemas de pruebas IEEE en por unidad (pu). El modelo propuesto de la Programación semidefinida (**SDP**) que es el primal garantiza la unicidad de la solución encontrando un óptimo global, con ello se verifica la Nota 1 que corresponde a la relajación semidefinida del modelo de la Programación semidefinida (**SDP**) así como su definición 5 y también el Teorema 1, descritos anteriormente. Con respecto a la formulación DUAL del problema OPF-NLSD los valores de la función objetivo son idénticas a la formulación OPF-ConvexoSD pudiendo así el gap de complementariedad es cero y por lo tanto cumple la definición de dualidad fuerte. Se debe notar que el gap es cero para problema OPF-NLSD si y solo si el rango de W de la formulación OPF-ConvexoSD es igual a 1. Existe un error muy pequeño de $1{,}495\text{x}10^{-4}$ y $9{,}041\text{x}10^{-4}$ en comparación con el modelo OPF-ConvexoSD, Barrido Iterativo y Aproximación Cuadrática [12]. Sin embargo, la condición de rango no siempre se cumple, lo que significa que la relajación semi-definidas no dan soluciones físicamente significativas para todos los modelos de sistemas [31] y [8], para tales casos la relajación puede proporcionar un buen punto de partida para un algoritmo de búsqueda local.

11.8.2.2. Prueba 2: Voltajes Máximos y Mínimos

A: Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 37 nodos.

Tabla 7: Niveles de voltaje de la IEEE de 37 nodos, Caso Base.

Modelos	Volt. Máx	Nodo	Volt. Mín	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2	0.9708 pu.	15
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2	0.9708 pu.	15
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2	0.9708 pu.	15

En la tabla 7 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo de programación semidefinida con los dos modelos propuestos en la literatura . Para el sistema de prueba IEEE-37 nodos en los 3 métodos el valor máximo presenta en el nodo 2 con un voltaje

de 1.00 pu y el valor mínimo presenta en el nodo 15 con un voltaje de 0.9708pu. En base a los resultados adquiridos en cada método se hace un análisis en el cual se observa que el método de programación semidefinida converge con los métodos planteados en la literatura garantizando que el modelo planteado es eficáz en la solución de problemas no lineales, no convexos.

B: Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 69 nodos.

Tabla 8: Niveles de voltaje de la IEEE de 69 nodos, Caso Base.

Modelos	Volt Máx	Nodo	Volt Min	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2-3	0.9091 pu.	66
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2-3	0.9093 pu.	66
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2-3	0.9100 pu.	66

En la tabla 8 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo de programación semidefinida con los dos modelos propuestos en la literatura. Para el sistema de prueba IEEE-69 nodos, el valor Máximo presenta en el nodo 2-3 con un voltaje de 1.00 pu y el valor Mínimo presenta en el nodo 66 con un voltaje que va de 0.9091 a 0.9100 en pu respectivamente. Los resultados convergen con un mínimo error de 0.0009 entre el método planteado con el método de aproximación cuadrática [12].

C: Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 119 nodos.

Tabla 9: Niveles de voltaje de la IEEE de 119 nodos, Caso Base.

Modelos	Volt Máx	Nodo	Volt Min	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2	0.9029 pu.	114
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2	0.9032 pu.	114
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2	0.9040 pu.	114

En la tabla 9 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo de programación semidefinida con los dos modelos propuestos en la literatura. Para el sistema de prueba IEEE-119 nodos, el valor Máximo presenta en el nodo 2 con un voltaje de 1.00 pu y el valor Mínimo presenta en el nodo 114 con un voltaje que de 0.9029 a 0.9040 en pu respectivamente manteniedo en el rango de unicidad. Los resultados convergen con un mínimo

error de 0.0011 entre el método planteado con el método de aproximación cuadrática [12].

11.8.3. Curvas en el Caso Base, Previo a la Comparación de Resultados.

Acontinuación se presentan los diagramas de barras resultados de la simulación de los diferentes programas los cuales nos permitirá hacer una comparación gráfica del método propuesto con los métodos tradicionales en las test feeders de 37, 69 y 119 nodos para un análisis de pérdidas en cada uno de los nodos.

11.8.3.1. Diagrama de Barras de la IEEE 37 nodos

A: Programación Semidefinida de la IEEE 37 nodos

En la figura 11 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos, el cual nos indica las pérdidas en cada uno de los nodos del sistema de prueba, verficando el nodo con mayor pérdida del sistema Monofásico balanceado, los datos de las líneas y la potencia de carga, son datos que fueron adquiridos de la Sociedad de Potencia y Energía de la IEEE (PES IEEE) y son utilizados en la Programacion Semidefinida (**SDP**) para su respectivo análisis.

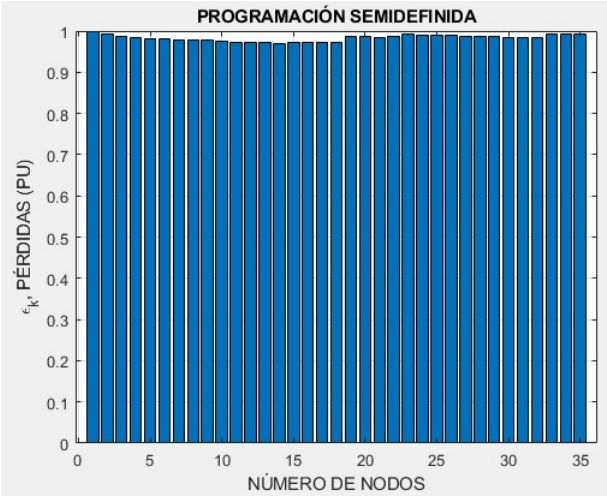

Figura 11: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 37 Nodos, caso base

B. Barrido Iterativo de la IEEE 37 nodos.

En la figura 12 se muestra la diagrama de barras donde se utilizó el método tradicional del barrido iterativo el cual nos indica las pérdidas en los nodos que tiene el sistema de prueba, verficando el nodo con mayor pérdida, los datos obtenidos son comparados con el método anterior

para su posterior análisis, el proceso del barrido iterativo se basa en la secuencia de iteraciones para obtener el mínimo error en el sistema.

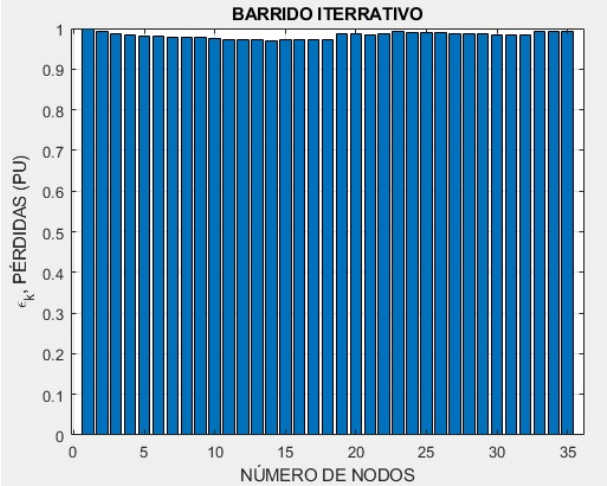

Figura 12: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 37 Nodos, caso base.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 37 nodos.

En la figura 13 se muestra la diagrama de barras donde se utilizó el método de la aproximación cuadrática [12], el cual nos indica las pérdidas en los nodos que tiene el sistema de prueba, verficando el nodo con mayor pérdida, los datos obtenidos son comparados con el método propuesto de la programación semidefinida (SDP) para su posterior análisis, el proceso del método de la aproximación cuadrática se basa en linealizar el flujo de potencia desapareciendo los números complejos.

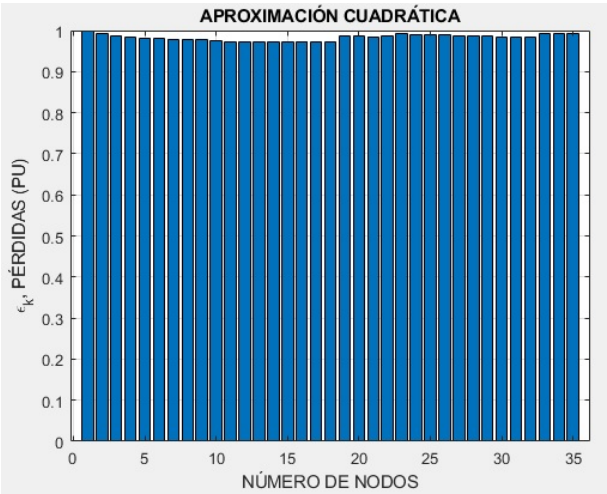

Figura 13: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 37 Nodos, caso base.

11.8.3.2. Diagrama de Barras de la IEEE 69 nodos

A. Programación Semidefinida de la IEEE 69 nodos.

En la figura 14 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos observando las pérdidas máximas que afectan al sistema utilizando el método de la programación semidefinda (SDP).

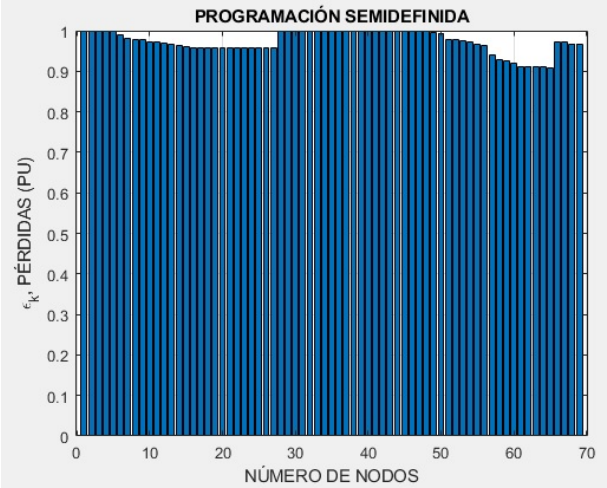

Figura 14: Nivel de Voltaje de la Programación SDP para 69 Nodos, Caso base.

B. Barrido Iterativo de la IEEE 69 nodos.

En la figura 15 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos observando las pérdidas máximas que afectan al sistema utilizando el método del barrido iterativo.

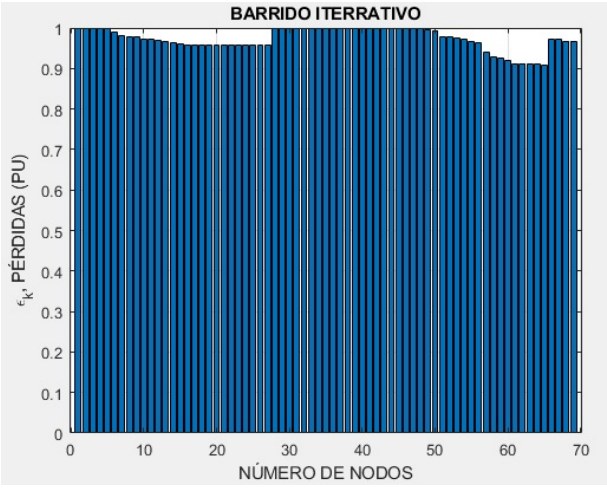

Figura 15: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 69 Nodos, Caso base.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 69 nodos.

En la figura 16 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos observando las pérdidas máximas que afectan al sistema utilizando el método de la aproximación cuadrática [12].

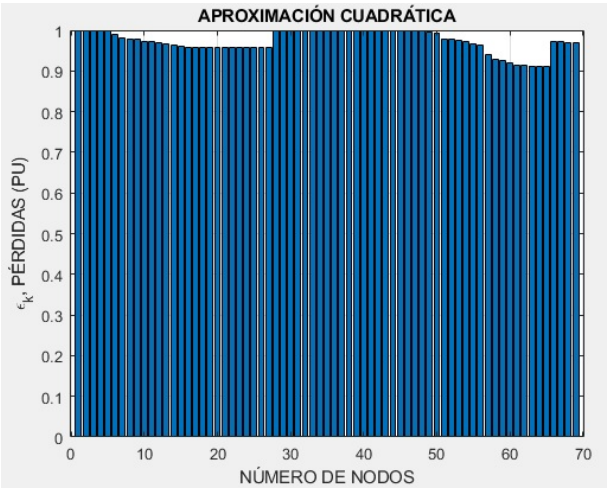

Figura 16: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 69 Nodos, Caso base.

11.8.3.3. Diagrama de Barras de la IEEE 119 nodos

A. Programación Semidefinida de la IEEE 119 nodos.

En la figura 17 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos observando las pérdidas máximas que afectan al sistema utilizando el método de la Programación Semidefinida **(SDP)**.

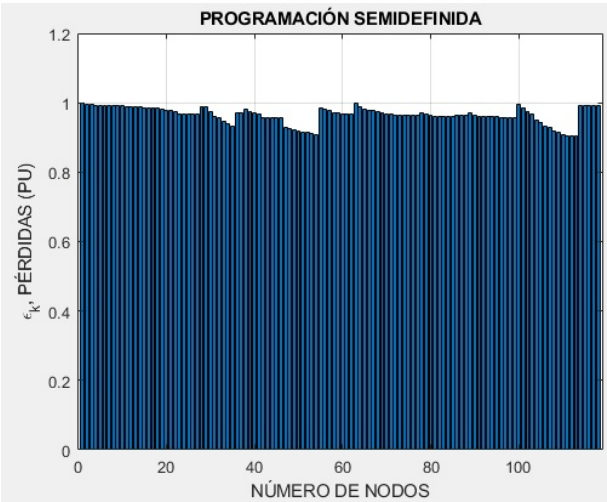

Figura 17: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 119 Nodos, Caso base.

B. Barrido Iterativo de la IEEE 119 nodos.

En la figura 18 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos observando las pérdidas máximas que afectan al sistema utilizando el método del barrido iterativo.

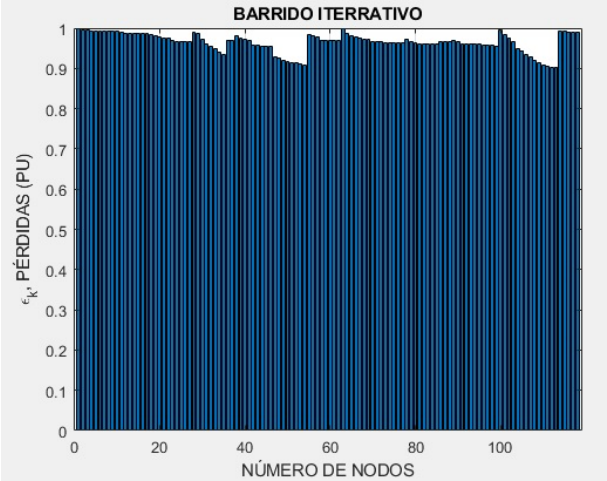

Figura 18: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 119 Nodos, Caso base.

C. Programa de Aproximación Cuadrática de la IEEE de 119 nodos.

En la figura 19 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos observando las pérdidas máximas que afectan al sistema utilizando el método de la aproximación cuadrática [12].

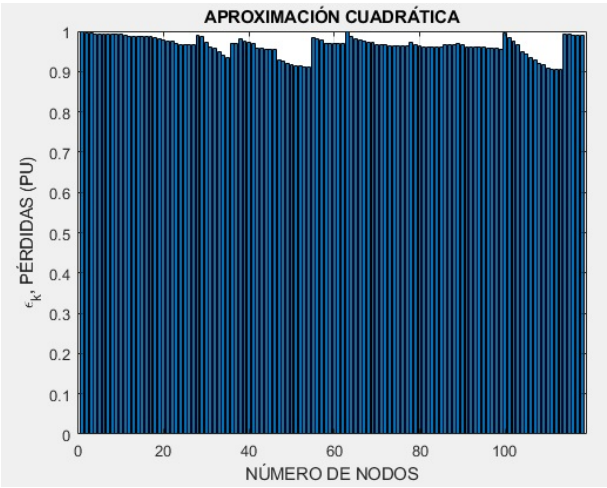

Figura 19: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 119 Nodos, Caso base.

11.9. Generación Distribuida

Con los resultados del caso anterior pudimos observar las pérdidas que existen en los sistemas de las Test Feeders por lo cual se ha previsto mejorar los niveles de voltaje en los nodos con mayor índice de pérdidas mediante la introducción de generación distribuida el cual nos ayudará a mantener un voltaje equilibrado.

Se Trabajó con una potencia de Generación Distribuida de 150kW para cada uno de los sistemas. Según [32] el departamento de energia (DOE) de Estados Unidos establece los límites que van de 1kW hasta decenas de MW, En España, el Régimen Especial contempla un límite máximo de potencia de 50 MW. **EscoVale Consultancy**, prestigiosa consultoría del Reino Unido, amplía el rango de potencias hasta 100 MW, limitando a 10 MW la potencia máxima para instalaciones basadas en fuentes de energía renovable. Considerando diversos rangos de potencia se habla de microgeneración para instalaciones de potencia inferior a 5 KW, minigeneración entre 5 kW y 5 MW y generación de media cuya potencia esté entre 5 y 50 MW.

11.9.1. Escenario 2: Supliendo el 10 % de la Carga con Generación Distribuida

Para reducir las pérdidas que existen en el caso base se tomó como referencia el 10 % de la potencia activa total del sistema el cual nos ayudará a mejorar el nivel de voltaje que existen en los nodos con mayor índice de pérdidas debido a que se encuentran alejados de la barra de generación de esta manera mejorando el sistema.

11.9.2. Corrección de las Pérdidas inyectando Generación Distribuida.

Como hemos visto los resultados del caso base existen pérdidas que afectan a las empresas distribuidoras en tiempo y dinero, pero con la inyección de la generación distribuida reducimos considerablemente las pérdidas totales en cada uno de las Test Fedeers mejorando el voltaje y así obteniendo un sistema más confiable.

11.9.2.1. Prueba 1: Corrección de Pérdidas Totales en los sistemas de prueba inyectando Generación Distribuida

Tabla 10: Correción de Pérdidas Totales con Generación Distribuida, Supliendo el 10 % de la carga.

Sistema de Prueba	Propramación SDP	Barrido Iterativo	Apróx. Cuadrática
37-bus	0,0281 pu.	0,0281 pu.	0.0281 pu.
69-bus	0.1992 pu.	0.1992 pu.	0.1967 pu.
119-bus	0.8239 pu.	0.8239 pu.	0.8172 pu.

Se puede observar en la tabla (10) los resultados que se obtuvieron con la inyección de la generación distribuida, haciendo una comparación con los resultados totales del caso base tabla (6), se pude apreciar que existe una disminución notable de las pérdidas totales de los sistemas de pruebas de la IEEE mejorando la curva de voltajes.

11.9.2.2. Prueba 2: Voltajes Máximos y Mínimos inyectando Generación Distribuida.

A. Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 37 nodos al 10 % de la Carga total del sistema.

Tabla 11: Niveles de voltaje de la IEEE de 37 nodos, Supliendo el 10 % de la carga.

Modelos	Volt. Máx	Nodo	Volt. Mín	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu	2	0.9738 pu	15
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2	0.9738 pu.	15
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2	0.9739 pu.	15

En la tabla 11 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo OPF-ConvexoSD haciendo una comparación con los dos modelos convencionales se puede observar que se mantienen en los mismos rangos, para el sistema de prueba IEEE-37 nodos los resultados fueron comparados con el caso base tabla 7 observando una mejoría en los voltajes con un incremento del 0,003 pu haciendo un sistema más eficiente.

B. Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 69 nodos al 10 % de la Carga total del sistema.

Tabla 12: Niveles de voltaje de la IEEE de 69 nodos, Supliendo el 10 % de la carga.

Modelos	Volt Máx	Nodo	Volt Min	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2-3	0.9129 pu.	66
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2-3	0.9130 pu.	66
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2-3	0.9136 pu.	66

En la tabla 12 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo OPF-ConvexoSD haciendo una comparación con los dos modelos convencionales se puede observar que se mantienen en los mismos rangos, para el sistema de prueba IEEE-69 nodos los resultados fueron comparados con el caso base tabla 8 observando una mejoría en los voltajes con un incremento del 0,0038 pu haciendo un sistema más eficiente.

C. Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 119 nodos al 10 % de la Carga total del sistema.

Tabla 13: Niveles de voltaje de la IEEE de 119 nodos, Supliendo el 10 % de la carga.

Modelos	Volt Máx	Nodo	Volt Min	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2	0.9075 pu.	113-114
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2	0.9076 pu.	113-114
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2	0.9082 pu.	114

En la tabla 13 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo OPF-ConvexoSD haciendo una comparación con los dos modelos convencionales se puede observar que se mantienen en los mismos rangos, para el sistema de prueba IEEE-69 nodos los resultados fueron comparados con el caso base tabla 9 observando una mejoría en los voltajes con un incremento del 0,0046 pu haciendo un sistema más eficiente.

11.9.3. Curvas Supliendo el 10 % de la carga con Generación Distribuida

Acontinuación se presentan los diagramas de barras resultados de la simulación al 10 % de la generación distribuida de los diferentes programas los cuales nos permitirá hacer una comparación gráfica entre el caso base y el escenario 2 observando notablemente una reducción de pérdidas en cada una de las test feeders de 37, 69 y 119 nodos.

11.9.3.1. Diagrama de Barras de IEEE de 37 nodos al 10 % de la carga total del sistema.

A. Programación Semidefinida de la IEEE de 37 nodos al 10 % de la carga

En la figura 20 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos resultado de la programación semidefinida con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado.

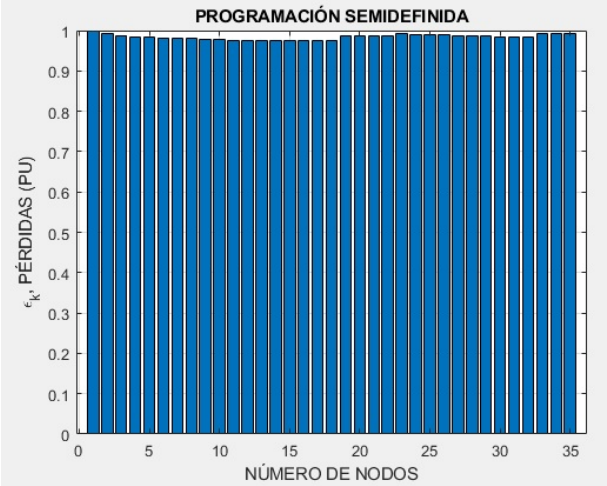

Figura 20: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 37 Nodos al 10 % de la carga.

B. Barrido Iterativo de la IEEE de 37 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 21 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos resultado del barrido iterativo con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

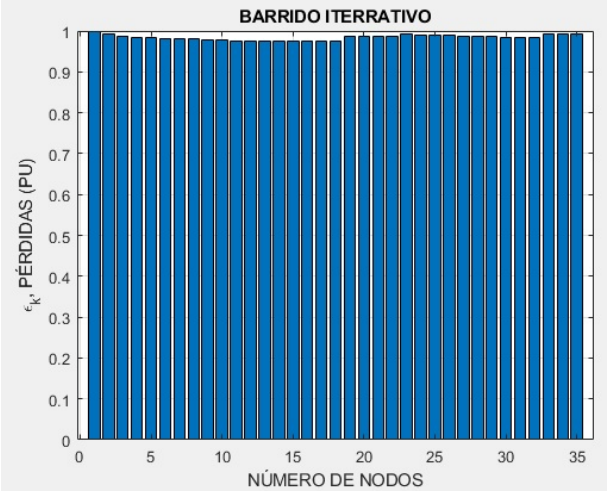

Figura 21: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 37 Nodos al 10 % de la carga.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 37 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 22 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos resultado de la aproximación cuadrática [12] con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

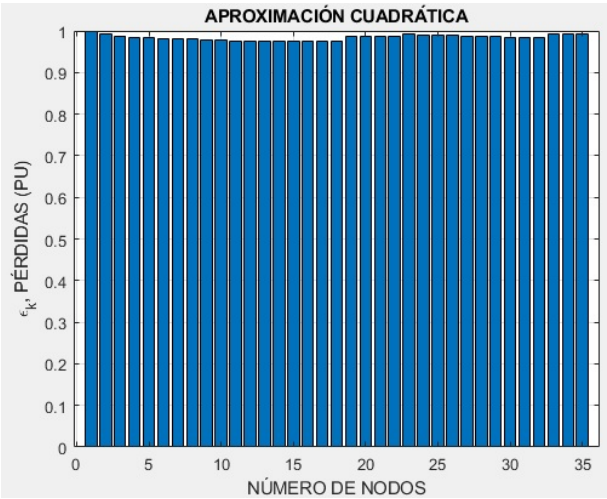

Figura 22: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 37 Nodos al 10 % de la carga.

11.9.3.2. Diagrama de Barras de IEEE de 69 nodos al 10 % de la carga total del sistema.

A. Programación Semidefinida de la IEEE de 69 nodos al 10 % de la carga

En la figura 23 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos resultado de la programación semidefinida con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado.

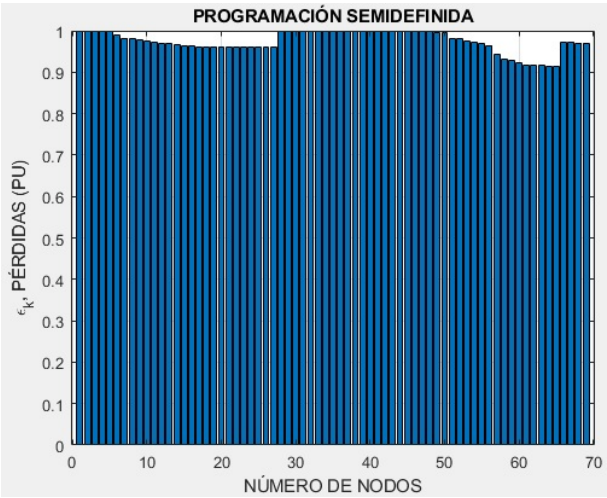

Figura 23: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 69 Nodos al 10 % de la carga.

B. Barrido Iterativo de la IEEE de 69 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 24 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos resultado del barrido iterativo con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

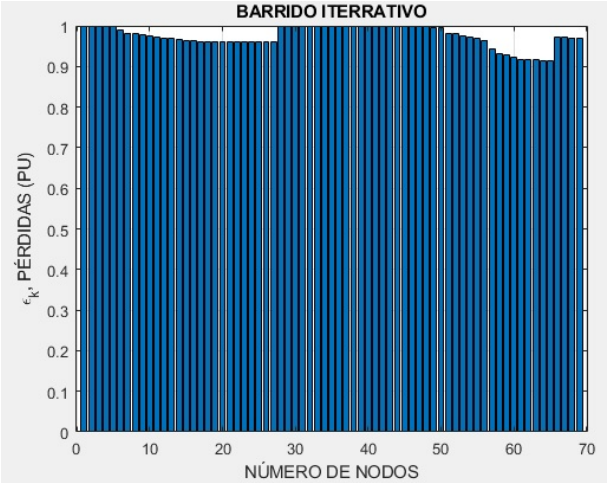

Figura 24: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 69 Nodos al 10 % de la carga.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 69 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 25 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos resultado de la aproximación cuadrática [12] con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

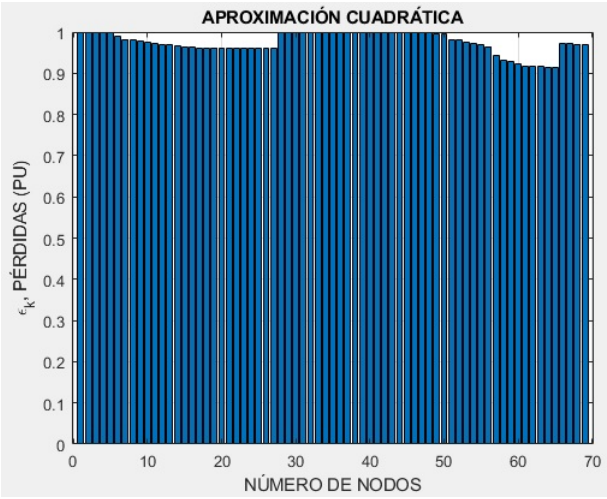

Figura 25: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 69 Nodos al 10 % de la carga.

11.9.3.3. Diagrama de Barras de la IEEE de 119 Nodos al 10 % de la carga total del sistema.

A. Programación Semidefinida de la IEEE de 119 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 26 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos resultado de la programación semidefinida con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la

cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado.

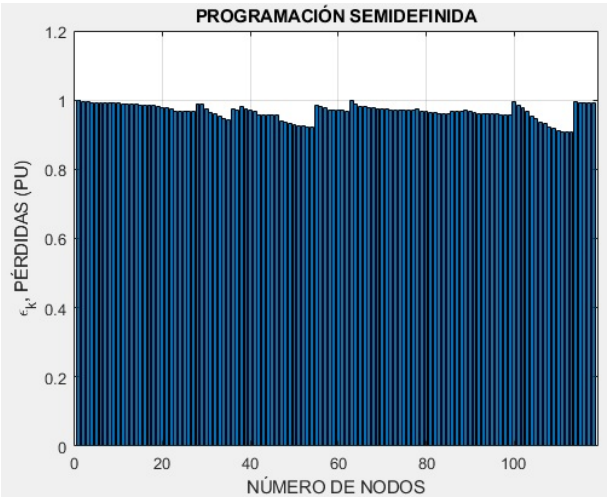

Figura 26: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 119 Nodos al 10 % de la carga.

B. Barrido Iterativo de la IEEE de 119 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 27 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos resultado del barrido iterativo con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

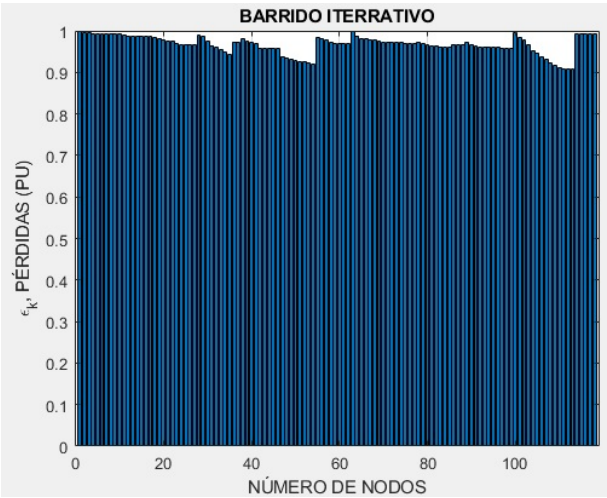

Figura 27: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 119 Nodos al 10 % de la carga.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 119 nodos al 10 % de la carga.

En la figura 28 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos resultado de la aproximación cuadrática [12] con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

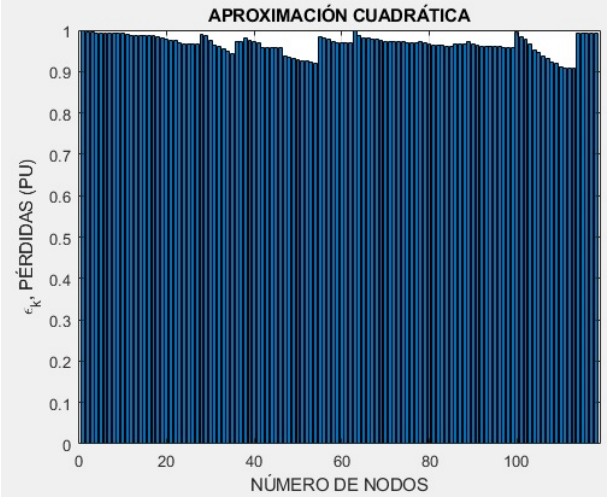

Figura 28: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 119 Nodos al 10 % de la carga.

11.9.4. Escenario 3: Supliendo el 30 % de la Carga con Generación Distribuida

Para reducir las pérdidas que existen en el caso base se tomó como referencia el 30 % de la potencia activa total del sistema el cual nos ayudará a mejorar el nivel de voltaje que existen en los nodos con mayor índice de pérdidas debido a que se encuentran alejados de la barra de generación de esta manera mejorando el sistema.

11.9.5. Corrección de las Pérdidas inyectando Generación Distribuida.

Como hemos visto los resultados del caso base existen pérdidas que afectan a las empresas distribuidoras en tiempo y dinero, pero con la inyección de la generación distribuida reducimos considerablemente las pérdidas totales en cada uno de las Test Fedeers mejorando el voltaje y así obteniendo un sistema más confiable.

11.9.5.1. Prueba 1: Corrección de Pérdidas Totales de los sistemas de prueba inyectando Generación Distribuida

Tabla 14: Corrección de Pérdidas Totales con Generación Distribuida, Supliendo el 30 % de la carga.

Sistema de Prueba	Propramación SDP	Barrido Iterativo	Apróx. Cuadrática
37-bus	0,0274 pu.	0,0275 pu.	0.0275 pu.
69-bus	0.1697 pu.	0.1698 pu.	0.1679 pu.
119-bus	0.7175 pu.	0.7175 pu.	0.7123 pu.

En la tabla (14) los resultados que se obtuvieron con la inyección de la generación distribuida, haciendo una comparación con los resultados totales del caso base tabla (6), se pude apreciar que existe una disminución notable de las pérdidas totales de los sistemas de pruebas de la IEEE mejorando la curva de voltajes.

11.9.5.2. Prueba 2: Voltajes Máximos y Mínimos inyectando Generación Distribuida.

A. Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 37 nodos al 30 % de la Carga total del sistema.

Tabla 15: Niveles de voltaje de la IEEE de 37 nodos, Supliendo el 30 % de la carga.

Modelos	Volt. Máx	Nodo	Volt. Mín	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2	0.9813 pu.	15
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2	0.9815pu.	15
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2	0.9815 pu.	15

En la tabla 15 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo OPF-ConvexoSD haciendo una comparación con los dos modelos convencionales se puede observar que se mantienen en los mismos rangos, para el sistema de prueba IEEE-37 nodos los resultados fueron comparados con el caso base tabla 7 observando una mejoría en los voltajes con un incremento del 0,0105 pu haciendo un sistema más eficiente.

B. Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 69 nodos al 30 % de la Carga total del sistema.

Tabla 16: Niveles de voltaje de la IEEE de 69 nodos, Supliendo el 30 % de la carga.

Modelos	Volt Máx	Nodo	Volt Min	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2-3-4	0.9201 pu.	66
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2-3-4	0.9201 pu.	66
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2-3-4	0.9206 pu.	66

En la tabla 16 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo OPF-ConvexoSD haciendo una comparación con los dos modelos convencionales se puede observar que se mantienen en los mismos rangos, para el sistema de prueba IEEE-69 nodos los resultados fueron comparados con el caso base tabla 8 observando una mejoría en los voltajes con un incremento del 0,011 (pu) haciendo un sistema más eficiente.

C. Voltajes Máximos y Mínimos de la IEEE 119 nodos al 10 % de la Carga total del sistema.

Tabla 17: Niveles de voltaje de la IEEE de 119 nodos, Supliendo el 30 % de la carga.

Modelos	Volt Máx	Nodo	Volt Min	Nodo
Propramación Semidefinida	1.000 pu.	2	0.9093 pu.	113-114
Barrido Iterativo	1.000 pu.	2	0.9093 pu.	114
Apróximación Cuadrática	1.000 pu.	2	0.9091 pu.	113-114

En la tabla 17 se muestra los niveles de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo OPF-ConvexoSD haciendo una comparación con los dos modelos convencionales se puede observar que se mantienen en los mismos rangos, para el sistema de prueba IEEE-69 nodos los resultados fueron comparados con el caso base tabla 9 observando una mejoría en los voltajes con un incremento del 0,0064 pu haciendo un sistema más eficiente.

11.9.6. Curvas Supliendo el 30 % de la carga con Generación Distribuida

Con el 30 % de generación distribuida se redujo las pérdidas considerablemente que en el escenario 2 como se puede visualizar en el diagrama de barras para cada una de las test feeders de

37, 69 y 119 nodos.

11.9.6.1. Diagrama de Barras de IEEE de 37 nodos al 30 % de la carga total del sistema.

A. Programación Semidefinida de la IEEE de 37 nodos al 30 % de la carga

En la figura 29 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos resultado de la programación semidefinida con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado.

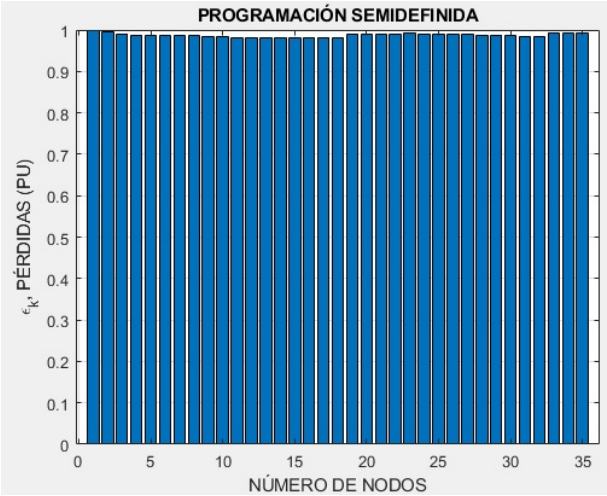

Figura 29: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 37 Nodos al 30 % de la carga.

B. Barrido Iterativo de la IEEE de 37 nodos al 30 % de la carga.

En la figura 30 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos resultado del barrido iterativo con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

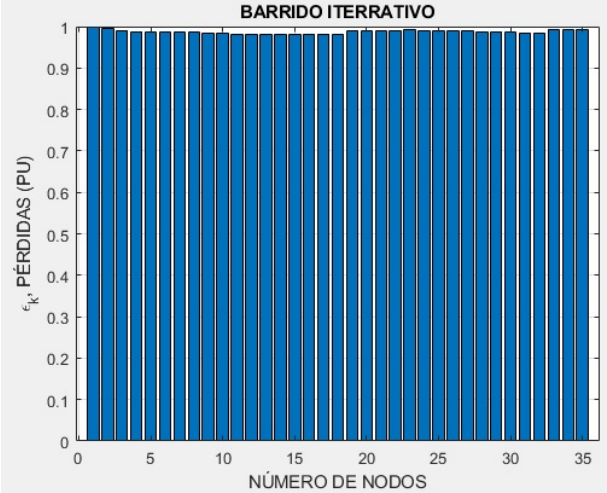

Figura 30: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 37 Nodos al 30 % de la carga.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 37 nodos al 30 % de la carga.

En la figura 31 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 37 nodos resultado de la aproximación cuadrática [12] con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

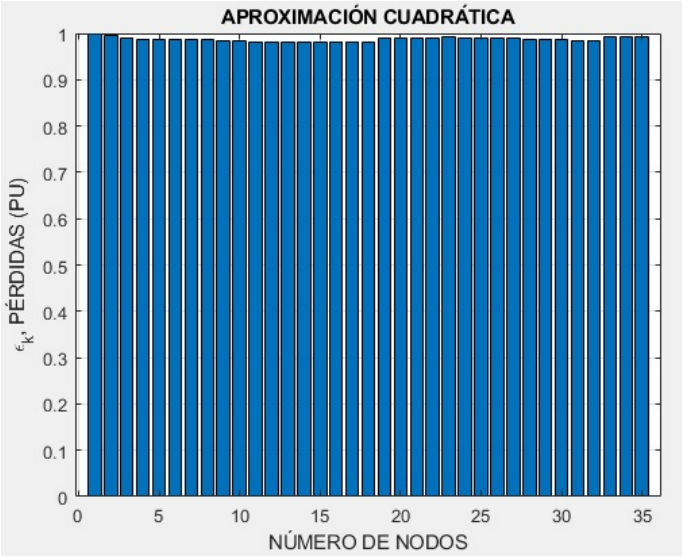

Figura 31: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 37 Nodos al 30 % de la carga.

11.9.6.2. Diagrama de Barras de la IEEE de 69 Nodos al 30 % de la carga total del sistema.

A. Programación Semidefinida de la IEEE de 69 nodos al 30 % de la carga

En la figura 32 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos resultado de la programación semidefinida con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado.

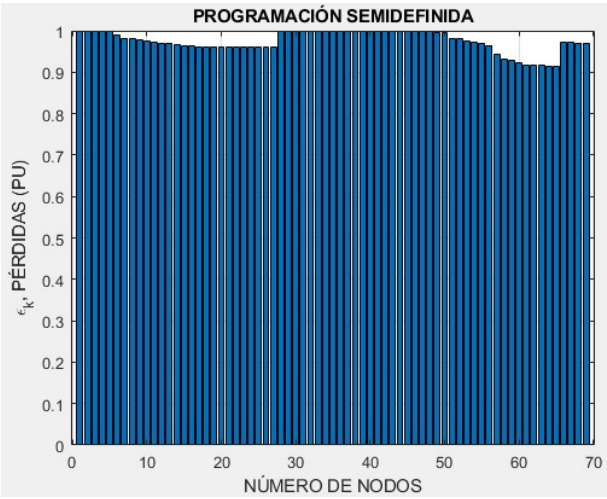

Figura 32: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 69 Nodos al 30 % de la carga.

B. Barrido Iterativo de la IEEE de 69 nodos al 30 % de la carga.

En la figura 33 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos resultado del barrido iterativo con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

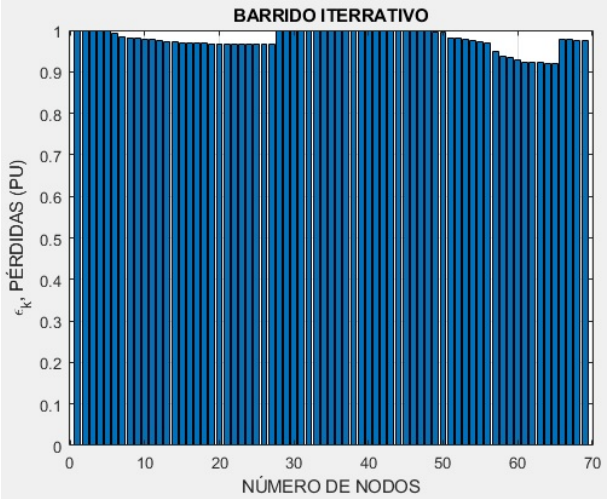

Figura 33: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativo para 69 Nodos al 30 % de la carga.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 69 nodos al 30 % de la carga.

En la figura 34 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 69 nodos resultado de la aproximación cuadrática [12] con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

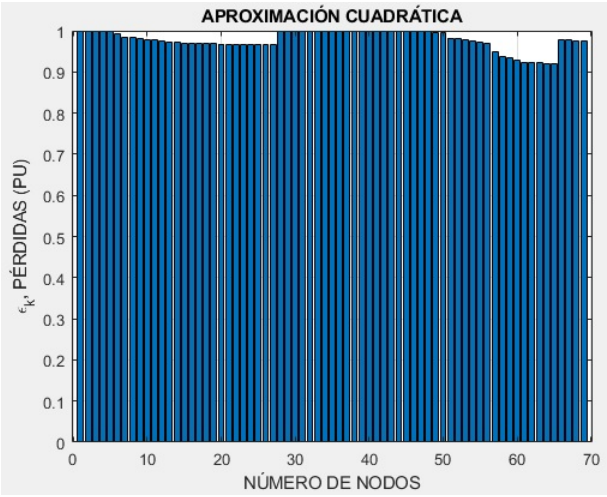

Figura 34: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadrática para 69 Nodos al 30 % de la carga.

11.9.6.3. Diagrama de Barras de la IEEE de 119 Nodos al 30 % de la carga total del sistema.

A. Programación Semidefinida de la IEEE de 119 nodos al 30 % de la carga

En la figura 35 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos resultado de la programación semidefinida con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la

cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado.

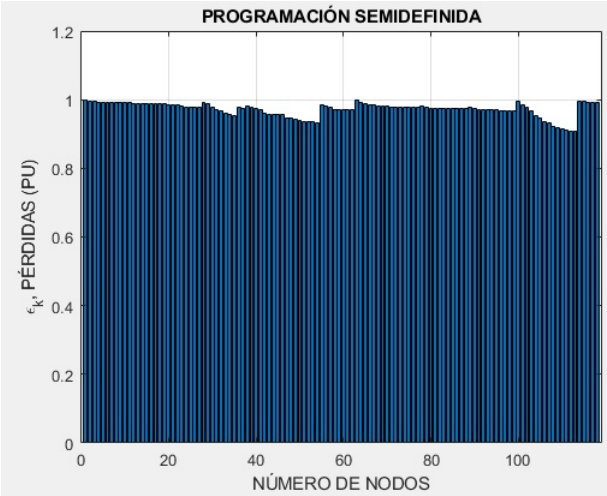

Figura 35: Nivel de Voltaje de la Programacion SDP para 119 Nodos al 30 % de la carga.

B. Barrido Iterativo de la IEEE de 119 nodos al 30 % de la carga.

En la figura 36 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos resultado del barrido iterativo con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas, la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

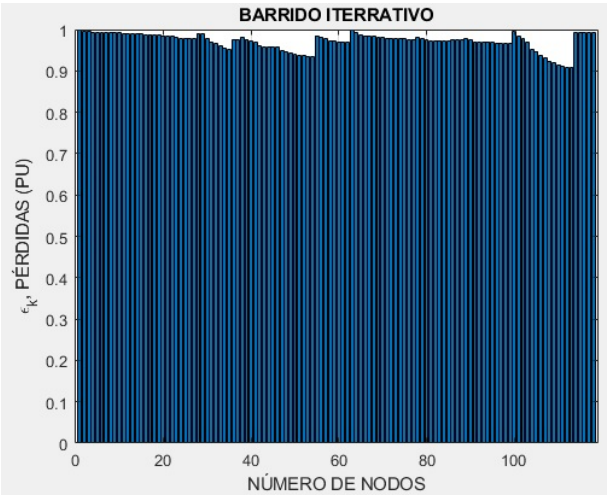

Figura 36: Nivel de Voltaje del Barrido Iterativopara 119 Nodos al 30 % de la carga.

C. Aproximación Cuadrática de la IEEE de 119 nodos al 30 % de la carga.

En la figura 37 se observa el diagrama de barras de la IEEE de 119 nodos resultado de la aproximación cuadrática [12] con generación distribuida en los nodos con mayores pérdidas,

la cual nos indica la reducción de pérdidas en el nodo afectado mejorando el nivel de voltaje y manteniendo al sistema equilibrado con los mismos resultados de la programación semidefinida.

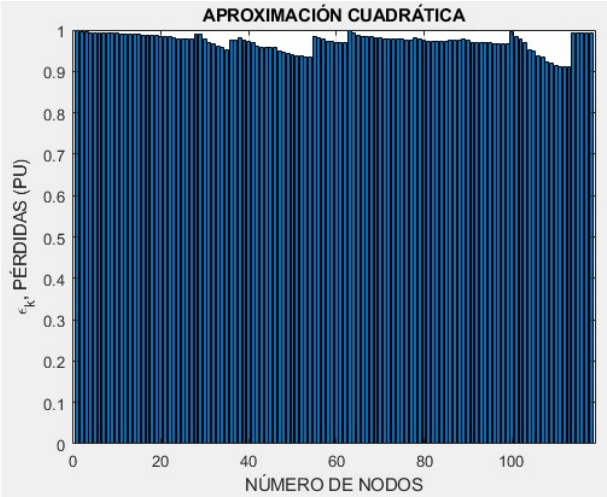

Figura 37: Nivel de Voltaje de la Aproximación Cuadráticapara 119 Nodos al 30 % de la carga.

12. IMPACTO TÉCNICO

Con el estudio de la optimización convexa utilizando la programación semidefinida (SDP) se minimizan las pérdidas cuadráticas existentes en el sistema eléctrico de distribución mejorando la confiabilidad del sistema con los centros de carga (usuarios) de esta manera ayudando a las empresas distribuidoras a ofrecer un servicio más eficiente reduciendo costos y mejorando la planificación cuando se ejecute una expansión de red.

13. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

13.1. CONCLUSIONES

- Se realizó el estado del arte de la optimización convexa semidefinida el cual transforma el modelo cuadrático no lineal/ no convexo en un modelo convexo relajado que permite llegar a la solución óptima que puede ser solucionado de forma mucho mas eficiente verificando si la solución hallada es la exacta o la mejor aproximación a ella.

- Se identifico las propiedades matemáticas de la programación semidefinida ya que es una familia de las matemáticas sujeto a varias restricciones presentó el mismo valor de la

función objetivo dando unicidad en la solución y cumple con la definición de dualidad fuerte y dualidad de gap cero.

- Se desarrollo el modelo matemático propuesto de la programación semidefinida (SDP) para un circuito radial de distribución, el cual es fuertemente convexo dando como resultado una muy buena relajación cumpliendo con la condición de $Rango = 1$ y con ello se obtuvo un óptimo global.

- Con la ayuda del software CVX en matlab se implemento el modelo propuesto dando como solución resultados similares a los modelos tradicional ya que CVX es un optimizador el cual posee parámetros disciplinados de programación convexa.

- Con la inyección de la Generación distribuida en los nodos especificados al sistema de prueba con el 10 % y el 30 % de la capacidad de potencia activa se puede reducir hasta un 20 % el nivel de pérdidas totales del sistema dependiendo de la cantidad de generación distribuida mejorando el nivel de voltaje.

13.2. RECOMENDACIONES

- Hacer una comparación entre la programación matemática de optimización convexa con los métodos heurísticos para ver cual resultado es el más óptimo.

- Investigar sobre la programación cónica de segundo orden en sistemas eléctricos de distribución y realizar una comparación con la programación semidefinida para observar que método converge en menor tiempo.

- Útilizar el software OpenDss para el modelado de los sistemas eléctricos de distribución enfocadas en la Optimización Convexa.

- Realizar más estudios sobre la optimización convexa para futuras investigaciones aplicadas en la ingeniería.

Referencias

[1] M Fernández de Velasco, Emilio. Herramientas de optimización y aplicaciones en telecomunicaciones. 1(1):11–32, 2011.

[2] G. Bergna, A. Garcés, E. Berne, P. Egrot, A. Arzandé, J. C. Vannier, and M. Molinas. A generalized power control approach in abc frame for modular multilevel converter hvdc links based on mathematical optimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 29(1):386–394, Feb 2014.

[3] C. Restrepo, T. Konjedic, A. Garces, J. Calvente, and R. Giral. Identification of a proton-exchange membrane fuel cell x2019;s model parameters by means of an evolution strategy. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 11(2):548–559, April 2015.

[4] S. Bahrami, F. Therrien, V. W. S. Wong, and J. Jatskevich. Semidefinite relaxation of optimal power flow for ac x2013;dc grids. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(1):289–304, Jan 2017.

[5] S. Merkli, A. Domahidi, J. Jerez, M. Morari, and R. S. Smith. Fast ac power flow optimization using difference of convex functions programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, PP(99):1–1, 2017.

[6] Steven Low and Javad. Zero Duality Gap in Optimal Power Flow Problem. *IEEE Trans. Power Syst.*, 27(1):92–107, 2012.

[7] Y. Zhou, Y. Tian, K. Wang, and M. Ghandhari. Robust optimisation for ac 8211;dc power flow based on second-order cone programming. *The Journal of Engineering*, 2017(13):2164–2167, 2017.

[8] Steven H Low. Convex Relaxation of Optimal Power Flow : A Tutorial. pages 1–15, 2013.

[9] Giraldo, J. A. Castrillon, and C. A. Castro. Energy management of isolated microgrids using mixed-integer second-order cone programming. In *2017 IEEE Power Energy Society General Meeting*, pages 1–5, July 2017.

[10] Carlos Adrian Correa, Ricardo Bolanos, and Alejandro Garces. Enhanced multiobjective algorithm for transmission expansion planning considering N À 1 security criterion. 2014.

[11] Alejandro Garces. A linear three-phase load flow for power distribution systems. 31:1–2, 01 2015.

[12] Alejandro Garces. A quadratic approximation for the optimal power flow in power distribution systems. *Electric Power Systems Research*, 130:222 – 229, 2016.

[13] Juan Peypouquet. *Convex Optimization in Normed Spaces* , volume 1. 2015.

[14] RICHARD Torrealba Meléndes. SÍNTESIS DEL DIAGRAMA DE RADIACIÓN EN AGRUPAMIENTOS DE ANTENAS VÍA OPTIMIZACIÓN CONVEXA. 1(4):26–42, 2007.

[15] Lieven Boyd, Stephen ; Vandenberghe. *Convex Optimization*, volume 1. 2009.

[16] Juan José Salazar Gonzáles. *Programación Matemática*, volume 1. 2001.

[17] Pablo A. ; Thomas Rekha R. Blekherman, Greg; Parrilo. *Semidefinite programing and algebra geometric convex*, volume 1. 2012.

[18] Antonio J. ; Pedregal Pablo ; García Ricardo; Alguacil Natalia number = 8 pages = 75–95 title = Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia volume = 1 year = 2002 Castillo, Enrique ; Conejo.

[19] Julio C; lopéz Luis. Contribuciones a la Programación Cónica de segundo orden y a la programacion matricial usando métodos de metrica variable. 1(14):53–80, 2009.

[20] Fransisco Gil Montoya. Optimización de tención en redes de distribución utilizando técnicas evolutivas. 1(5):34–87, 2009.

[21] Víctor; Sempere María Cánovas, María Josefa; Huertas. *Optimization Convexa* , volume 2. 2015.

[22] María Merino Maestre. *Técnicas Clásicas de Optimización.*, volume 1. 2011.

[23] Stephen Boyd; Sung ; Jean kimg; lieven Vandenverghe; Arash Shassibi. A tutorial an Geometry Ptrogramming. 1(12):75–95, 2007.

[24] Jeraldo; Walter J; Gil-Gonzales; Alejandro Garces Oscar de Montoya. Flujo de potencia óptimo para redes de radiales y enmalladas empleando Programación Semidefinida. 1(15):32–40, 2017.

[25] Stephen P. Grant, Michael C; Boyd. *The CVX Users' Guide*, volume 1. 2009.

[26] Duncan Glover, Mulukutla Sarma, and Thomas Overbye. *Power System Analysis & Design*, volume 53. 2012.

[27] F. S. Chassin, E. T. Mayhorn, M. A. Elizondo, and Shuai Lu. Load modeling and calibration techniques for power system studies. In *2011 North American Power Symposium*, pages 1–7, Aug 2011.

[28] Stephen Boyd and Lieven Vandenberghe. *Convex Optimization*, volume 25. 2010.

[29] David G Luenberger. Optimization by Vector Space Methods. *Students Quarterly Journal*, 41(162):207, 1970.

[30] Grigoriy Parrilo, Pablo a Blekherman, and Rekha R Thomas. Semidefinite optimization and convex algebraic geometry. 2012.

[31] Daniel K Molzahn, Bernard C Lesieutre, and Christopher L Demarco. Investigation of Non-Zero Duality Gap Solutions to a Semidefinite Relaxation of the Optimal Power Flow Problem. 2014.

[32] Fundacion de la Energia de la Comunidad de Madrid. Guia básica de la generación distrbuida. *Inteligent Energy*, 1:9–10, 2007.

14. ANEXOS

Anexo A

Datos reales de la IEEE de 37, 69 y 119 nodos.

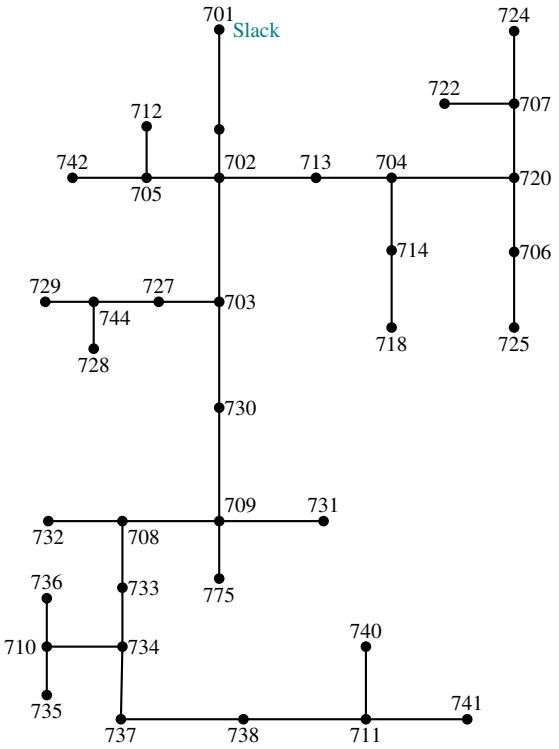

Figura 38: Sistema de prueba IEEE de 37 nodos

Tabla 18: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
1	2	0.0025	0.0026	0.0001	0	0	0	0
2	3	0.0034	0.0036	0.0001	0	0	0	0
3	4	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2	0
4	5	0.0013	0.0008	0	0	0	0	0
5	6	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2	0
5	7	0.0022	0.0012	0	0	0	0	0
7	8	0.0042	0.0013	0	0.042	0.021	0	0
7	9	0.0022	0.0012	0	0.085	0.04	1	0
9	10	0.0038	0.0021	0	0.042	0.021	0	0
10	11	0.0043	0.0025	0	0.14	0.07	1	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 18. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
11	12	0.0027	0.0015	0	0.126	0.062	0	0
12	13	0.0027	0.0015	0	0	0	0	0
13	14	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0	0
13	15	0.0027	0.0015	0	0.042	0.021	1	0
10	16	0.0068	0.0022	0	0	0	0	0
16	17	0.0167	0.0054	0.0001	0.042	0.021	2	0
16	18	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0	0
3	19	0.0031	0.001	0	0.042	0.021	0	0
19	20	0.0019	0.0011	0	0.042	0.021	0	0
20	21	0.0026	0.0008	0	0.126	0.063	0	0
20	22	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	1	0
2	23	0.0024	0.0014	0	0.085	0.04	0	0
23	24	0.0035	0.002	0	0	0	0	0
24	25	0.001	0.0003	0	0.038	0.018	1	0
25	26	0.0068	0.0022	0	0.085	0.04	2	0
24	27	0.0054	0.0031	0	0.085	0.04	0	0
27	28	0.004	0.0023	0	0	0	0	0
28	29	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	0	0
27	30	0.012	0.0039	0	0	0	0	0
30	31	0.0016	0.0005	0	0.161	0.08	1	0
30	32	0.0099	0.0032	0	0.042	0.021	2	0
2	33	0.0052	0.0017	0	0	0	0	0
33	34	0.0031	0.001	0	0.085	0.04	0	0
33	35	0.0042	0.0013	0	0.093	0.044	2	0

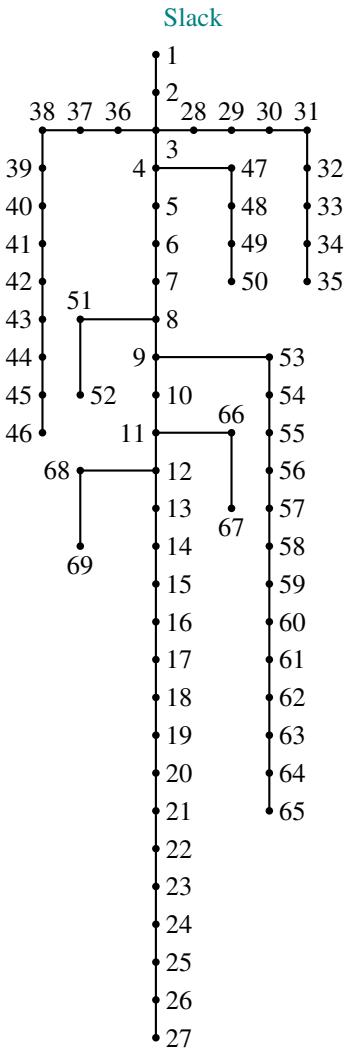

Figura 39: Sistema de prueba IEEE de 69 nodos

Tabla 19: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69

Envio	**Recibo**	**R**	**X**	**B**	**P**	**Q**	α	**GD**
1	2	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0	0
2	3	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0	0
3	4	9,35001E-06	0,0000224	0	0	0	0	0
4	5	0,000156457	0,0001833	0	0	0	0	0
5	6	0,002281404	0,0011619	0	0,0026	0,0022	0	0
6	7	0,002374904	0,0012099	0	0,0404	0,03	1	0
7	8	0,000574714	0,0002930	0	0,075	0,054	2	0
8	9	0,000307304	0,0001565	0	0,03	0,022	0	0
9	10	0,005105108	0,0016874	0	0,028	0,019	2	0
10	11	0,001166882	0,0003858	0	0,145	0,104	2	0
11	12	0,0044344	0,0014655	0	0,145	0,104	2	0
12	13	0,006420343	0,0021193	0	0,008	0,005	1	0
13	14	0,00650761	0,0021505	0	0,008	0,0055	1	0
14	15	0,006594877	0,0021792	0	0	0	0	0
15	16	0,001225475	0,0004052	0	0,0455	0,03	0	0
16	17	0,002333764	0,0007717	0	0,06	0,035	2	0
17	18	4,61267E-05	0,0000100	0	0,06	0,035	0	0
18	19	0,002042043	0,0006751	0	0	0	0	0
19	20	0,001312742	0,0004301	0	0,001	0,0006	1	0
20	21	0,00212931	0,0007037	0	0,114	0,081	2	0
21	22	8,72668E-05	0,0000287	0	0,005	0,0035	1	0
22	23	0,000991725	0,0003279	0	0	0	0	0
23	24	0,002158607	0,0007137	0	0,028	0,02	0	0
24	25	0,004667527	0,0015428	0	0	0	0	0
25	26	0,00192548	0,0006364	0	0,014	0,01	0	0
26	27	0,001079615	0,0003565	0	0,014	0,01	1	0
3	28	2,74267E-05	0,0000673	0	0,026	0,0186	2	0
28	29	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,0186	1	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 19. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
29	30	0,002479624	0,0008197	0	0	0	0	0
30	31	0,000437581	0,0001446	0	0	0	0	0
31	32	0,002187903	0,0007231	0	0	0	0	0
32	33	0,005229775	0,0017553	0	0,014	0,01	1	0
33	34	0,01064655	0,0035193	0	0,0195	0,014	1	0
34	35	0,009187948	0,0030375	0	0,006	0,004	1	0
3	36	2,74267E-05	0,0000067	0	0,026	0,01855	1	0
36	37	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,01855	2	0
37	38	0,000656371	0,0007667	0	0	0	0	0
38	39	0,000189494	0,0002213	0	0,024	0,017	1	0
39	40	1,122E-05	0,0000131	0	0,024	0,017	1	0
40	41	0,004539744	0,0053040	0	0,0012	0,001	1	0
41	42	0,001932336	0,0022583	0	0	0	0	0
42	43	0,000255567	0,0002980	0	0,006	0,0043	2	0
43	44	5,73468E-05	0,0000723	0	0	0	0	0
44	45	0,000678811	0,0008558	0	0,03922	0,0263	1	0
45	46	5,61001E-06	0,0000075	0	0,03922	0,0263	2	0
4	47	2,11934E-05	0,0000524	0	0	0	0	0
47	48	0,000530457	0,0012984	0	0,079	0,0564	1	0
48	49	0,001806423	0,0044201	0	0,3847	0,2745	1	0
49	50	0,000512381	0,0012535	0	0,3847	0,2745	1	0
8	51	0,000578454	0,0002948	0	0,0405	0,0283	1	0
51	52	0,002068847	0,0006944	0	0,0036	0,0027	2	0
9	53	0,001084602	0,0005523	0	0,00435	0,0035	0	0
53	54	0,001265369	0,0006445	0	0,0264	0,019	0	0
54	55	0,001771516	0,0009020	0	0,024	0,0172	0	0
55	56	0,001753439	0,0008932	0	0	0	0	0
56	57	0,009911016	0,0033267	0	0	0	0	0
57	58	0,004885071	0,0016394	0	0	0	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 19. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
58	59	0,001896183	0,0006271	0	0,1	0,072	1	0
59	60	0,002406694	0,0007305	0	0	0	0	0
60	61	0,003163422	0,0016113	0	1,244	0,888	0	0
61	62	0,000607128	0,0003092	0	0,032	0,023	2	0
62	63	0,000903835	0,0004600	0	0	0	0	0
63	64	0,00442879	0,0022558	0	0,227	0,162	0	0
64	65	0,00648891	0,0033049	0	0,059	0,042	1	0
11	66	0,001254149	0,0003809	0	0,018	0,013	1	0
66	67	2,92967E-05	0,0000087	0	0,018	0,013	1	0
12	68	0,004608934	0,0015234	0	0,028	0,02	1	0
68	69	2,92967E-05	0,0000100	0	0,028	0,02	2	0

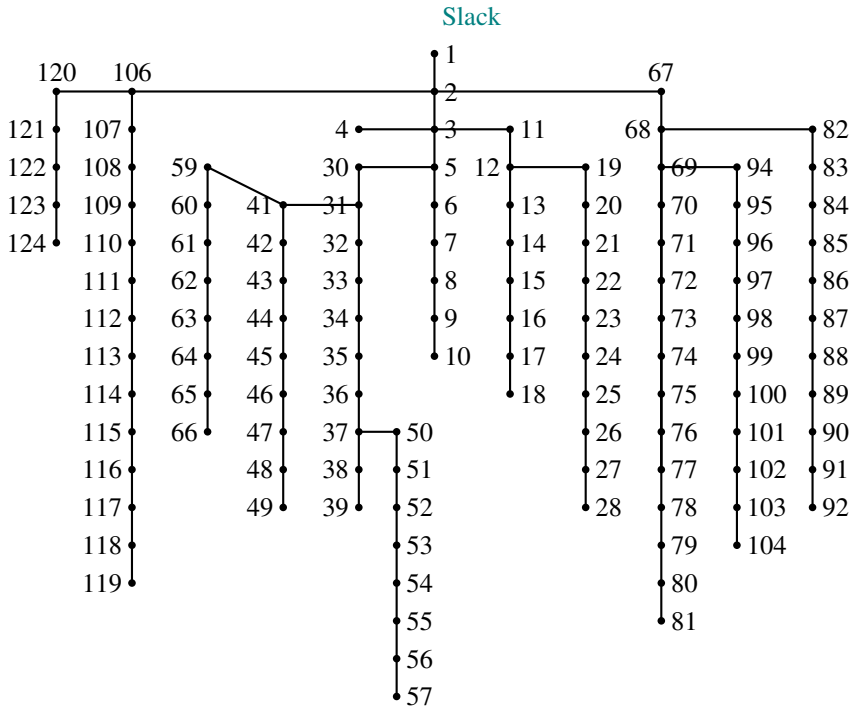

Figura 40: Sistema de prueba IEEE de 119 nodos

Tabla 20: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE 119

Envio	**Recibo**	**R**	**X**	**B**	**P**	**Q**	α	**GD**
1	2	0,000297521	0,00010710	0	0,13384	0,10114	0	0
2	3	0,000272727	9,81818E-05	0	0,016214	0,011292	0	0
2	4	0,000371901	0,000133884	0	0,034315	0,021845	0	0
4	5	0,000123967	0,000446281	0	0,073016	0,063602	0	0
5	6	0,000123967	0,000413223	0	0,1442	0,068602	0	0
6	7	0,000123967	0,000103306	0	0,10447	0,061725	0	0
7	8	0,00014876	0,000115702	0	0,028547	0,011503	0	0
8	9	0,000173554	0,000520661	0	0,08756	0,051073	0	0
2	10	0,001371901	0,001110744	0	0,1982	0,10677	0	0
10	11	0,00092562	0,000652066	0	0,1468	0,07599	0	0
11	12	0,001545455	0,002586777	0	0,02604	0,018687	0	0
12	13	0,001173554	0,001249587	0	0,0521	0,02322	0	0
13	14	0,001487603	0,000975207	0	0,1419	0,1175	0	0
14	15	0,001239669	0,000371901	0	0,02187	0,02879	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 20. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
15	16	0,001322314	0,001487603	0	0,03337	0,02645	0	0
16	17	0,001297521	0,001413223	0	0,03243	0,02523	0	0
11	18	0,001801653	0,002355372	0	0,020234	0,011906	0	0
18	19	0,000975207	0,001528926	0	0,15694	0,078523	0	0
19	20	0,001322314	0,001619835	0	0,54629	0,3514	0	0
20	21	0,000991736	0,001561983	0	0,1803	0,1642	0	0
21	22	0,000991736	0,000652066	0	0,093167	0,054594	0	0
22	23	0,011652893	0,005975207	0	0,08518	0,03965	0	0
23	24	0,002421488	0,00111405	0	0,1681	0,095178	0	0
24	25	0,001099174	0,000859504	0	0,12511	0,10522	0	0
25	26	0,001471074	0,001107438	0	0,01603	0,02462	0	0
26	27	0,001471074	0,001107438	0	0,02603	0,02462	0	0
4	28	0,000123967	0,000244628	0	0,59456	0,52262	0	0
28	29	9,91736E-05	0,000228099	0	0,12062	0,059117	0	0
29	30	0,000991736	0,00228595	0	0,10238	0,099554	0	0
30	31	0,001735537	0,002008264	0	0,5134	0,3185	0	0
31	32	0,000991736	0,000446281	0	0,47525	0,45614	0	0
32	33	0,001471074	0,001933884	0	0,15143	0,13679	0	0
33	34	0,001471074	0,001933884	0	0,20538	0,083302	0	0
34	35	0,001272727	0,001338843	0	0,1316	0,093082	0	0
30	36	0,001545455	0,002157025	0	0,4484	0,3697	0	0
36	37	0,001101653	0,000818182	0	0,44052	0,32164	0	0
29	38	0,002727273	0,001603306	0	0,11254	0,055134	0	0
38	39	0,002561983	0,001603306	0	0,053963	0,038998	0	0
39	40	0,00107438	0,001603306	0	0,39305	0,3426	0	0
40	41	0,00231405	0,001239669	0	0,32674	0,27856	0	0
41	42	0,009752066	0,007024793	0	0,53626	0,24024	0	0
42	43	0,003471074	0,002013223	0	0,076247	0,066562	0	0
43	44	0,002231405	0,000803306	0	0,05352	0,03976	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 20. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
44	45	0,002801653	0,001009091	0	0,040328	0,031964	0	0
45	46	0,002231405	0,001470248	0	0,039653	0,020758	0	0
35	47	0,001735537	0,001142975	0	0,066195	0,042361	0	0
47	48	0,000991736	0,000652066	0	0,073904	0,051653	0	0
48	49	0,001239669	0,000815702	0	0,11477	0,057965	0	0
49	50	0,001239669	0,000815702	0	0,91837	1,2051	0	0
50	51	0,001983471	0,001306612	0	0,2103	0,14666	0	0
51	52	0,000991736	0,000652066	0	0,06668	0,056608	0	0
52	53	0,003347107	0,001204959	0	0,042207	0,040184	0	0
53	54	0,003347107	0,001204959	0	0,43374	0,28341	0	0
29	55	0,003231405	0,001165289	0	0,0621	0,02686	0	0
55	56	0,003355372	0,001207438	0	0,09246	0,08838	0	0
56	57	0,003355372	0,001207438	0	0,085188	0,055436	0	0
57	58	0,005834711	0,004513223	0	0,3453	0,3324	0	0
58	59	0,002793388	0,001006612	0	0,0225	0,01683	0	0
59	60	0,002793388	0,001006612	0	0,080551	0,049156	0	0
60	61	0,001710744	0,000617355	0	0,09586	0,090758	0	0
61	62	0,002041322	0,007373554	0	0,06292	0,0477	0	0
1	63	0,000231405	0,000345455	0	0,4788	0,46374	0	0
63	64	0,000966942	0,001666116	0	0,12094	0,052006	0	0
64	65	0,001859504	0,000758678	0	0,13911	0,10034	0	0
65	66	0,001735537	0,000627273	0	0,39178	0,1935	0	0
66	67	0,003165289	0,001140496	0	0,027741	0,026713	0	0
67	68	0,004165289	0,002729752	0	0,052814	0,025257	0	0
68	69	0,003305785	0,001207438	0	0,06689	0,038713	0	0
69	70	0,007950413	0,006289256	0	0	0	0	0
70	71	0,001363636	0,000495868	0	0	0	0	0
71	72	0,002504132	0,000902479	0	0,1325	0,084363	0	0
72	73	0,002504132	0,000902479	0	0,052699	0,022482	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 20. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
73	74	0,001702479	0,001190083	0	0	0	0	0
74	75	0,00192562	0,000694215	0	0	0	0	0
75	76	0,004884298	0,001465289	0	0,19239	0,12243	0	0
76	77	0,001041322	0,00037438	0	0	0	0	0
64	78	0,004619835	0,003047107	0	0,23815	0,22322	0	0
78	79	0,00153719	0,00101405	0	0,29455	0,16247	0	0
79	80	0,00153719	0,00101405	0	0,48557	0,43792	0	0
80	81	0,00214876	0,00114876	0	0,24353	0,18303	0	0
81	82	0,001272727	0,00122314	0	0,24353	0,18303	0	0
82	83	0,001900826	0,001057851	0	0,134253	0,11929	0	0
83	84	0,002082645	0,000876033	0	0,02271	0,02796	0	0
84	85	0,001487603	0,00122314	0	0,049513	0,026515	0	0
79	86	0,001322314	0,001504132	0	0,38378	0,25716	0	0
86	87	0,001652893	0,001900826	0	0,04964	0,0206	0	0
87	88	0,001322314	0,003247934	0	0,022473	0,011806	0	0
65	89	0,005528926	0,001993388	0	0,06293	0,04296	0	0
89	90	0,002198347	0,00101405	0	0,03067	0,03493	0	0
90	91	0,002198347	0,00101405	0	0,06253	0,06679	0	0
91	92	0,002198347	0,00101405	0	0,11457	0,081748	0	0
92	93	0,002198347	0,00101405	0	0,081292	0,066526	0	0
92	94	0,00192562	0,000950413	0	0,031733	0,01596	0	0
94	95	0,004099174	0,001140496	0	0,03332	0,06048	0	0
91	96	0,001619835	0,001487603	0	0,53128	0,22485	0	0
96	97	0,001619835	0,001487603	0	0,50703	0,36742	0	0
97	98	0,001542149	0,001008264	0	0,02639	0,0117	0	0
98	99	0,000616529	0,002628099	0	0,04599	0,030392	0	0
1	100	0,000516529	0,000219008	0	0,10066	0,047572	0	0
100	101	0,001240496	0,001933884	0	0,45648	0,3503	0	0
101	102	0,001113223	0,000733884	0	0,52256	0,44929	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 20. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
102	103	0,001906612	0,000994215	0	0,40843	0,16846	0	0
103	104	0,003694215	0,001328926	0	0,14148	0,13425	0	0
104	105	0,00134876	0,00048595	0	0,10443	0,066024	0	0
105	106	0,002727273	0,000818182	0	0,096793	0,083647	0	0
106	107	0,001289256	0,000463636	0	0,49392	0,41934	0	0
107	108	0,003156198	0,001135537	0	0,22538	0,13588	0	0
108	109	0,001343802	0,000483471	0	0,50921	0,38721	0	0
109	110	0,003156198	0,001135537	0	0,1885	0,17346	0	0
110	111	0,002020661	0,000726446	0	0,91803	0,89855	0	0
111	112	0,00172562	0,000622314	0	0,30508	0,21537	0	0
112	113	0,001901653	0,000684298	0	0,05438	0,04097	0	0
100	114	0,005042975	0,001814876	0	0,21114	0,1929	0	0
114	115	0,001542149	0,001049587	0	0,067009	0,053336	0	0
115	116	0,003084298	0,002033058	0	0,16207	0,090321	0	0
116	117	0,003347107	0,003033058	0	0,048785	0,029156	0	0
117	118	0,004041322	0,003619835	0	0,0339	0,01898	0	0

Anexo B

Datos de Inyección de la generación Distribuida al 10 % de carga en la IEEE de 37, 69 y 119 nodos.

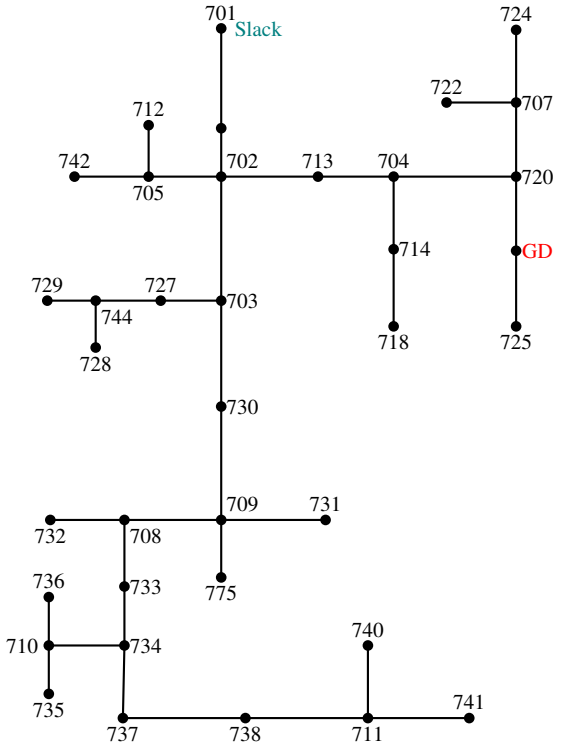

Figura 41: Sistema de prueba IEEE de 37 nodos, supliendo el 10 % de la carga

Tabla 21: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37, supliendo el 10 % de la carga

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
1	2	0.0025	0.0026	0.0001	0	0	0	0
2	3	0.0034	0.0036	0.0001	0	0	0	0
3	4	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2	0
4	5	0.0013	0.0008	0	0	0	0	0
5	6	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2	0
5	7	0.0022	0.0012	0	0	0	0	0
7	8	0.0042	0.0013	0	0.042	0.021	0	0
7	9	0.0022	0.0012	0	0.085	0.04	1	0
9	10	0.0038	0.0021	0	0.042	0.021	0	0
10	11	0.0043	0.0025	0	0.14	0.07	1	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 21. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
11	12	0.0027	0.0015	0	0.126	0.062	0	0
12	13	0.0027	0.0015	0	0	0	0	0
13	14	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0	0
13	15	0.0027	0.0015	0	0.042	0.021	1	0.15
10	16	0.0068	0.0022	0	0	0	0	0
16	17	0.0167	0.0054	0.0001	0.042	0.021	2	0
16	18	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0	0
3	19	0.0031	0.001	0	0.042	0.021	0	0
19	20	0.0019	0.0011	0	0.042	0.021	0	0
20	21	0.0026	0.0008	0	0.126	0.063	0	0
20	22	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	1	0
2	23	0.0024	0.0014	0	0.085	0.04	0	0
23	24	0.0035	0.002	0	0	0	0	0
24	25	0.001	0.0003	0	0.038	0.018	1	0
25	26	0.0068	0.0022	0	0.085	0.04	2	0
24	27	0.0054	0.0031	0	0.085	0.04	0	0
27	28	0.004	0.0023	0	0	0	0	0
28	29	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	0	0
27	30	0.012	0.0039	0	0	0	0	0
30	31	0.0016	0.0005	0	0.161	0.08	1	0
30	32	0.0099	0.0032	0	0.042	0.021	2	0
2	33	0.0052	0.0017	0	0	0	0	0
33	34	0.0031	0.001	0	0.085	0.04	0	0
33	35	0.0042	0.0013	0	0.093	0.044	2	0

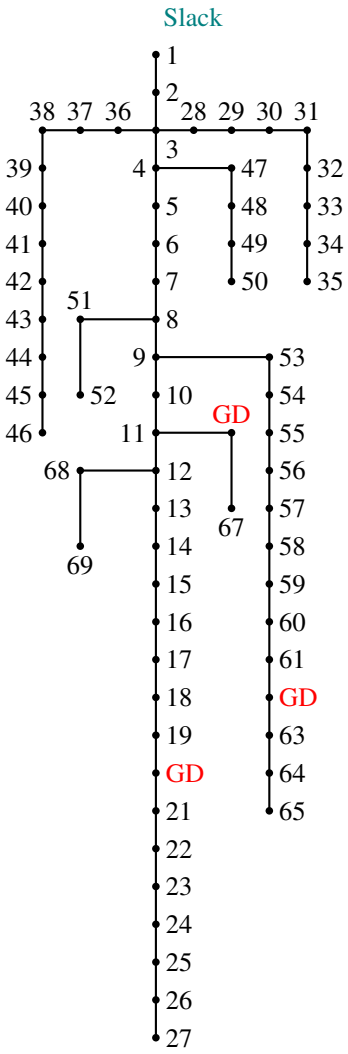

Figura 42: Sistema de prueba IEEE de 69 nodos, supliendo el 10 % de la carga

Tabla 22: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69, supliendo el 10 % de la carga

Envio	**Recibo**	**R**	**X**	**B**	**P**	**Q**	α	**GD**
1	2	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0	0
2	3	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0	0
3	4	9,35001E-06	0,0000224	0	0	0	0	0
4	5	0,000156457	0,0001833	0	0	0	0	0
5	6	0,002281404	0,0011619	0	0,0026	0,0022	0	0
6	7	0,002374904	0,0012099	0	0,0404	0,03	1	0
7	8	0,000574714	0,0002930	0	0,075	0,054	2	0
8	9	0,000307304	0,0001565	0	0,03	0,022	0	0
9	10	0,005105108	0,0016874	0	0,028	0,019	2	0
10	11	0,001166882	0,0003858	0	0,145	0,104	2	0
11	12	0,0044344	0,0014655	0	0,145	0,104	2	0
12	13	0,006420343	0,0021193	0	0,008	0,005	1	0
13	14	0,00650761	0,0021505	0	0,008	0,0055	1	0
14	15	0,006594877	0,0021792	0	0	0	0	0
15	16	0,001225475	0,0004052	0	0,0455	0,03	0	0
16	17	0,002333764	0,0007717	0	0,06	0,035	2	0
17	18	4,61267E-05	0,0000100	0	0,06	0,035	0	0
18	19	0,002042043	0,0006751	0	0	0	0	0
19	20	0,001312742	0,0004301	0	0,001	0,0006	1	0,15
20	21	0,00212931	0,0007037	0	0,114	0,081	2	0
21	22	8,72668E-05	0,0000287	0	0,005	0,0035	1	0
22	23	0,000991725	0,0003279	0	0	0	0	0
23	24	0,002158607	0,0007137	0	0,028	0,02	0	0
24	25	0,004667527	0,0015428	0	0	0	0	0
25	26	0,00192548	0,0006364	0	0,014	0,01	0	0
26	27	0,001079615	0,0003565	0	0,014	0,01	1	0
3	28	2,74267E-05	0,0000673	0	0,026	0,0186	2	0
28	29	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,0186	1	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 22. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
29	30	0,002479624	0,0008197	0	0	0	0	0
30	31	0,000437581	0,0001446	0	0	0	0	0
31	32	0,002187903	0,0007231	0	0	0	0	0
32	33	0,005229775	0,0017553	0	0,014	0,01	1	0
33	34	0,01064655	0,0035193	0	0,0195	0,014	1	0
34	35	0,009187948	0,0030375	0	0,006	0,004	1	0
3	36	2,74267E-05	0,0000067	0	0,026	0,01855	1	0
36	37	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,01855	2	0
37	38	0,000656371	0,0007667	0	0	0	0	0
38	39	0,000189494	0,0002213	0	0,024	0,017	1	0
39	40	1,122E-05	0,0000131	0	0,024	0,017	1	0
40	41	0,004539744	0,0053040	0	0,0012	0,001	1	0
41	42	0,001932336	0,0022583	0	0	0	0	0
42	43	0,000255567	0,0002980	0	0,006	0,0043	2	0
43	44	5,73468E-05	0,0000723	0	0	0	0	0
44	45	0,000678811	0,0008558	0	0,03922	0,0263	1	0
45	46	5,61001E-06	0,0000075	0	0,03922	0,0263	2	0
4	47	2,11934E-05	0,0000524	0	0	0	0	0
47	48	0,000530457	0,0012984	0	0,079	0,0564	1	0
48	49	0,001806423	0,0044201	0	0,3847	0,2745	1	0
49	50	0,000512381	0,0012535	0	0,3847	0,2745	1	0
8	51	0,000578454	0,0002948	0	0,0405	0,0283	1	0
51	52	0,002068847	0,0006944	0	0,0036	0,0027	2	0
9	53	0,001084602	0,0005523	0	0,00435	0,0035	0	0
53	54	0,001265369	0,0006445	0	0,0264	0,019	0	0
54	55	0,001771516	0,0009020	0	0,024	0,0172	0	0
55	56	0,001753439	0,0008932	0	0	0	0	0
56	57	0,009911016	0,0033267	0	0	0	0	0
57	58	0,004885071	0,0016394	0	0	0	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 22. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
58	59	0,001896183	0,0006271	0	0,1	0,072	1	0
59	60	0,002406694	0,0007305	0	0	0	0	0
60	61	0,003163422	0,0016113	0	1,244	0,888	0	0
61	62	0,000607128	0,0003092	0	0,032	0,023	2	0,15
62	63	0,000903835	0,0004600	0	0	0	0	0
63	64	0,00442879	0,0022558	0	0,227	0,162	0	0
64	65	0,00648891	0,0033049	0	0,059	0,042	1	0
11	66	0,001254149	0,0003809	0	0,018	0,013	1	0,15
66	67	2,92967E-05	0,0000087	0	0,018	0,013	1	0
12	68	0,004608934	0,0015234	0	0,028	0,02	1	0
68	69	2,92967E-05	0,0000100	0	0,028	0,02	2	0

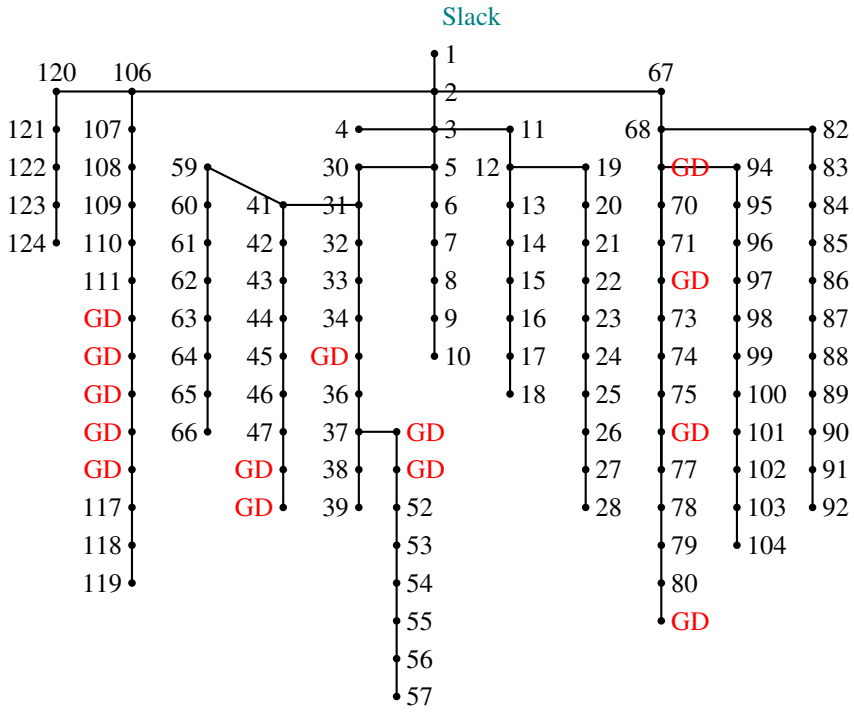

Figura 43: Sistema de prueba IEEE de 119 nodos, supliendo el 10 % de la carga

Tabla 23: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE 119, supliendo el 10 % de la carga

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
1	2	0,000297521	0,00010710	0	0,13384	0,10114	0	0
2	3	0,000272727	9,81818E-05	0	0,016214	0,011292	0	0
2	4	0,000371901	0,000133884	0	0,034315	0,021845	0	0
4	5	0,000123967	0,000446281	0	0,073016	0,063602	0	0
5	6	0,000123967	0,000413223	0	0,1442	0,068602	0	0
6	7	0,000123967	0,000103306	0	0,10447	0,061725	0	0
7	8	0,00014876	0,000115702	0	0,028547	0,011503	0	0
8	9	0,000173554	0,000520661	0	0,08756	0,051073	0	0
2	10	0,001371901	0,001110744	0	0,1982	0,10677	0	0
10	11	0,00092562	0,000652066	0	0,1468	0,07599	0	0
11	12	0,001545455	0,002586777	0	0,02604	0,018687	0	0
12	13	0,001173554	0,001249587	0	0,0521	0,02322	0	0
13	14	0,001487603	0,000975207	0	0,1419	0,1175	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 23. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
14	15	0,001239669	0,000371901	0	0,02187	0,02879	0	0
15	16	0,001322314	0,001487603	0	0,03337	0,02645	0	0
16	17	0,001297521	0,001413223	0	0,03243	0,02523	0	0
11	18	0,001801653	0,002355372	0	0,020234	0,011906	0	0
18	19	0,000975207	0,001528926	0	0,15694	0,078523	0	0
19	20	0,001322314	0,001619835	0	0,54629	0,3514	0	0
20	21	0,000991736	0,001561983	0	0,1803	0,1642	0	0
21	22	0,000991736	0,000652066	0	0,093167	0,054594	0	0
22	23	0,011652893	0,005975207	0	0,08518	0,03965	0	0
23	24	0,002421488	0,00111405	0	0,1681	0,095178	0	0
24	25	0,001099174	0,000859504	0	0,12511	0,10522	0	0
25	26	0,001471074	0,001107438	0	0,01603	0,02462	0	0
26	27	0,001471074	0,001107438	0	0,02603	0,02462	0	0
4	28	0,000123967	0,000244628	0	0,59456	0,52262	0	0
28	29	9,91736E-05	0,000228099	0	0,12062	0,059117	0	0
29	30	0,000991736	0,00228595	0	0,10238	0,099554	0	0
30	31	0,001735537	0,002008264	0	0,5134	0,3185	0	0
31	32	0,000991736	0,000446281	0	0,47525	0,45614	0	0
32	33	0,001471074	0,001933884	0	0,15143	0,13679	0	0
33	34	0,001471074	0,001933884	0	0,20538	0,083302	0	0
34	35	0,001272727	0,001338843	0	0,1316	0,093082	0	0,15
30	36	0,001545455	0,002157025	0	0,4484	0,3697	0	0
36	37	0,001101653	0,000818182	0	0,44052	0,32164	0	0
29	38	0,002727273	0,001603306	0	0,11254	0,055134	0	0
38	39	0,002561983	0,001603306	0	0,053963	0,038998	0	0
39	40	0,00107438	0,001603306	0	0,39305	0,3426	0	0
40	41	0,00231405	0,001239669	0	0,32674	0,27856	0	0
41	42	0,009752066	0,007024793	0	0,53626	0,24024	0	0
42	43	0,003471074	0,002013223	0	0,076247	0,066562	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 23. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
43	44	0,002231405	0,000803306	0	0,05352	0,03976	0	0
44	45	0,002801653	0,001009091	0	0,040328	0,031964	0	0
45	46	0,002231405	0,001470248	0	0,039653	0,020758	0	0
35	47	0,001735537	0,001142975	0	0,066195	0,042361	0	0
47	48	0,000991736	0,000652066	0	0,073904	0,051653	0	0,15
48	49	0,001239669	0,000815702	0	0,11477	0,057965	0	0,15
49	50	0,001239669	0,000815702	0	0,91837	1,2051	0	0,15
50	51	0,001983471	0,001306612	0	0,2103	0,14666	0	0,15
51	52	0,000991736	0,000652066	0	0,06668	0,056608	0	0
52	53	0,003347107	0,001204959	0	0,042207	0,040184	0	0
53	54	0,003347107	0,001204959	0	0,43374	0,28341	0	0
29	55	0,003231405	0,001165289	0	0,0621	0,02686	0	0
55	56	0,003355372	0,001207438	0	0,09246	0,08838	0	0
56	57	0,003355372	0,001207438	0	0,085188	0,055436	0	0
57	58	0,005834711	0,004513223	0	0,3453	0,3324	0	0
58	59	0,002793388	0,001006612	0	0,0225	0,01683	0	0
59	60	0,002793388	0,001006612	0	0,080551	0,049156	0	0
60	61	0,001710744	0,000617355	0	0,09586	0,090758	0	0
61	62	0,002041322	0,007373554	0	0,06292	0,0477	0	0
1	63	0,000231405	0,000345455	0	0,4788	0,46374	0	0
63	64	0,000966942	0,001666116	0	0,12094	0,052006	0	0
64	65	0,001859504	0,000758678	0	0,13911	0,10034	0	0
65	66	0,001735537	0,000627273	0	0,39178	0,1935	0	0
66	67	0,003165289	0,001140496	0	0,027741	0,026713	0	0
67	68	0,004165289	0,002729752	0	0,052814	0,025257	0	0
68	69	0,003305785	0,001207438	0	0,06689	0,038713	0	0,15
69	70	0,007950413	0,006289256	0	0	0	0	0
70	71	0,001363636	0,000495868	0	0	0	0	0
71	72	0,002504132	0,000902479	0	0,1325	0,084363	0	0,15

Continúa en la siguiente página

Tabla 23. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
72	73	0,002504132	0,000902479	0	0,052699	0,022482	0	0
73	74	0,001702479	0,001190083	0	0	0	0	0
74	75	0,00192562	0,000694215	0	0	0	0	0
75	76	0,004884298	0,001465289	0	0,19239	0,12243	0	0,15
76	77	0,001041322	0,00037438	0	0	0	0	0
64	78	0,004619835	0,003047107	0	0,23815	0,22322	0	0
78	79	0,00153719	0,00101405	0	0,29455	0,16247	0	0
79	80	0,00153719	0,00101405	0	0,48557	0,43792	0	0
80	81	0,00214876	0,00114876	0	0,24353	0,18303	0	0,15
81	82	0,001272727	0,00122314	0	0,24353	0,18303	0	0
82	83	0,001900826	0,001057851	0	0,134253	0,11929	0	0
83	84	0,002082645	0,000876033	0	0,02271	0,02796	0	0
84	85	0,001487603	0,00122314	0	0,049513	0,026515	0	0
79	86	0,001322314	0,001504132	0	0,38378	0,25716	0	0
86	87	0,001652893	0,001900826	0	0,04964	0,0206	0	0
87	88	0,001322314	0,003247934	0	0,022473	0,011806	0	0
65	89	0,005528926	0,001993388	0	0,06293	0,04296	0	0
89	90	0,002198347	0,00101405	0	0,03067	0,03493	0	0
90	91	0,002198347	0,00101405	0	0,06253	0,06679	0	0
91	92	0,002198347	0,00101405	0	0,11457	0,081748	0	0
92	93	0,002198347	0,00101405	0	0,081292	0,066526	0	0
92	94	0,00192562	0,000950413	0	0,031733	0,01596	0	0
94	95	0,004099174	0,001140496	0	0,03332	0,06048	0	0
91	96	0,001619835	0,001487603	0	0,53128	0,22485	0	0
96	97	0,001619835	0,001487603	0	0,50703	0,36742	0	0
97	98	0,001542149	0,001008264	0	0,02639	0,0117	0	0
98	99	0,000616529	0,002628099	0	0,04599	0,030392	0	0
1	100	0,000516529	0,000219008	0	0,10066	0,047572	0	0
100	101	0,001240496	0,001933884	0	0,45648	0,3503	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 23. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
101	102	0,001113223	0,000733884	0	0,52256	0,44929	0	0
102	103	0,001906612	0,000994215	0	0,40843	0,16846	0	0
103	104	0,003694215	0,001328926	0	0,14148	0,13425	0	0
104	105	0,00134876	0,00048595	0	0,10443	0,066024	0	0
105	106	0,002727273	0,000818182	0	0,096793	0,083647	0	0
106	107	0,001289256	0,000463636	0	0,49392	0,41934	0	0
107	108	0,003156198	0,001135537	0	0,22538	0,13588	0	0
108	109	0,001343802	0,000483471	0	0,50921	0,38721	0	0
109	110	0,003156198	0,001135537	0	0,1885	0,17346	0	0
110	111	0,002020661	0,000726446	0	0,91803	0,89855	0	0
111	112	0,00172562	0,000622314	0	0,30508	0,21537	0	0,15
112	113	0,001901653	0,000684298	0	0,05438	0,04097	0	0,15
100	114	0,005042975	0,001814876	0	0,21114	0,1929	0	0,15
114	115	0,001542149	0,001049587	0	0,067009	0,053336	0	0,15
115	116	0,003084298	0,002033058	0	0,16207	0,090321	0	0,15
116	117	0,003347107	0,003033058	0	0,048785	0,029156	0	0
117	118	0,004041322	0,003619835	0	0,0339	0,01898	0	0

Anexo C

Datos de Inyección de la generación Distribuida al 30 % de carga en la IEEE de 37, 69 y 119 nodos.

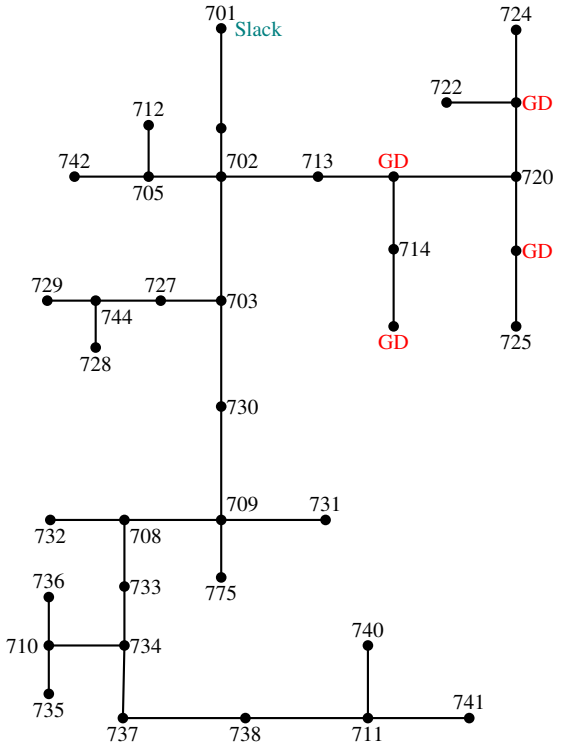

Figura 44: Sistema de prueba IEEE de 37 nodos, Supliendo el 30 % de la carga.

Tabla 24: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37, Supliendo el 30 % de la carga.

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
1	2	0.0025	0.0026	0.0001	0	0	0	0
2	3	0.0034	0.0036	0.0001	0	0	0	0
3	4	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2	0
4	5	0.0013	0.0008	0	0	0	0	0
5	6	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2	0
5	7	0.0022	0.0012	0	0	0	0	0
7	8	0.0042	0.0013	0	0.042	0.021	0	0
7	9	0.0022	0.0012	0	0.085	0.04	1	0
9	10	0.0038	0.0021	0	0.042	0.021	0	0
10	11	0.0043	0.0025	0	0.14	0.07	1	0.15

Continúa en la siguiente página

Tabla 24. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
11	12	0.0027	0.0015	0	0.126	0.062	0	0
12	13	0.0027	0.0015	0	0	0	0	0
13	14	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0	0.15
13	15	0.0027	0.0015	0	0.042	0.021	1	0.15
10	16	0.0068	0.0022	0	0	0	0	0
16	17	0.0167	0.0054	0.0001	0.042	0.021	2	0.15
16	18	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0	0
3	19	0.0031	0.001	0	0.042	0.021	0	0
19	20	0.0019	0.0011	0	0.042	0.021	0	0
20	21	0.0026	0.0008	0	0.126	0.063	0	0
20	22	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	1	0
2	23	0.0024	0.0014	0	0.085	0.04	0	0
23	24	0.0035	0.002	0	0	0	0	0
24	25	0.001	0.0003	0	0.038	0.018	1	0
25	26	0.0068	0.0022	0	0.085	0.04	2	0
24	27	0.0054	0.0031	0	0.085	0.04	0	0
27	28	0.004	0.0023	0	0	0	0	0
28	29	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	0	0
27	30	0.012	0.0039	0	0	0	0	0
30	31	0.0016	0.0005	0	0.161	0.08	1	0
30	32	0.0099	0.0032	0	0.042	0.021	2	0
2	33	0.0052	0.0017	0	0	0	0	0
33	34	0.0031	0.001	0	0.085	0.04	0	0
33	35	0.0042	0.0013	0	0.093	0.044	2	0

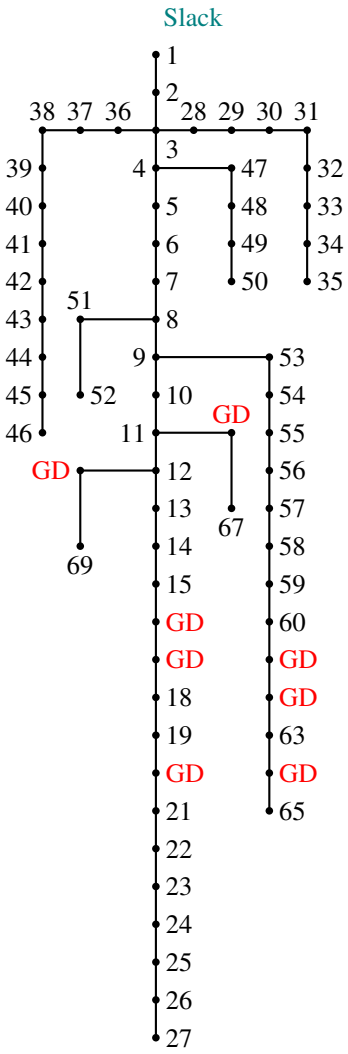

Figura 45: Sistema de prueba IEEE de 69 nodos, Supliendo el 30 % de la carga.

Tabla 25: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69,Supliendo el 30 % de la carga.

Envio	**Recibo**	**R**	**X**	**B**	**P**	**Q**	α	**GD**
1	2	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0	0
2	3	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0	0
3	4	9,35001E-06	0,0000224	0	0	0	0	0
4	5	0,000156457	0,0001833	0	0	0	0	0
5	6	0,002281404	0,0011619	0	0,0026	0,0022	0	0
6	7	0,002374904	0,0012099	0	0,0404	0,03	1	0
7	8	0,000574714	0,0002930	0	0,075	0,054	2	0
8	9	0,000307304	0,0001565	0	0,03	0,022	0	0
9	10	0,005105108	0,0016874	0	0,028	0,019	2	0
10	11	0,001166882	0,0003858	0	0,145	0,104	2	0
11	12	0,0044344	0,0014655	0	0,145	0,104	2	0
12	13	0,006420343	0,0021193	0	0,008	0,005	1	0
13	14	0,00650761	0,0021505	0	0,008	0,0055	1	0
14	15	0,006594877	0,0021792	0	0	0	0	0
15	16	0,001225475	0,0004052	0	0,0455	0,03	0	0,15
16	17	0,002333764	0,0007717	0	0,06	0,035	2	0,15
17	18	4,61267E-05	0,0000100	0	0,06	0,035	0	0
18	19	0,002042043	0,0006751	0	0	0	0	0
19	20	0,001312742	0,0004301	0	0,001	0,0006	1	0,15
20	21	0,00212931	0,0007037	0	0,114	0,081	2	0
21	22	8,72668E-05	0,0000287	0	0,005	0,0035	1	0
22	23	0,000991725	0,0003279	0	0	0	0	0
23	24	0,002158607	0,0007137	0	0,028	0,02	0	0
24	25	0,004667527	0,0015428	0	0	0	0	0
25	26	0,00192548	0,0006364	0	0,014	0,01	0	0
26	27	0,001079615	0,0003565	0	0,014	0,01	1	0
3	28	2,74267E-05	0,0000673	0	0,026	0,0186	2	0
28	29	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,0186	1	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 25. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
29	30	0,002479624	0,0008197	0	0	0	0	0
30	31	0,000437581	0,0001446	0	0	0	0	0
31	32	0,002187903	0,0007231	0	0	0	0	0
32	33	0,005229775	0,0017553	0	0,014	0,01	1	0
33	34	0,01064655	0,0035193	0	0,0195	0,014	1	0
34	35	0,009187948	0,0030375	0	0,006	0,004	1	0
3	36	2,74267E-05	0,0000067	0	0,026	0,01855	1	0
36	37	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,01855	2	0
37	38	0,000656371	0,0007667	0	0	0	0	0
38	39	0,000189494	0,0002213	0	0,024	0,017	1	0
39	40	1,122E-05	0,0000131	0	0,024	0,017	1	0
40	41	0,004539744	0,0053040	0	0,0012	0,001	1	0
41	42	0,001932336	0,0022583	0	0	0	0	0
42	43	0,000255567	0,0002980	0	0,006	0,0043	2	0
43	44	5,73468E-05	0,0000723	0	0	0	0	0
44	45	0,000678811	0,0008558	0	0,03922	0,0263	1	0
45	46	5,61001E-06	0,0000075	0	0,03922	0,0263	2	0
4	47	2,11934E-05	0,0000524	0	0	0	0	0
47	48	0,000530457	0,0012984	0	0,079	0,0564	1	0
48	49	0,001806423	0,0044201	0	0,3847	0,2745	1	0
49	50	0,000512381	0,0012535	0	0,3847	0,2745	1	0
8	51	0,000578454	0,0002948	0	0,0405	0,0283	1	0
51	52	0,002068847	0,0006944	0	0,0036	0,0027	2	0
9	53	0,001084602	0,0005523	0	0,00435	0,0035	0	0
53	54	0,001265369	0,0006445	0	0,0264	0,019	0	0
54	55	0,001771516	0,0009020	0	0,024	0,0172	0	0
55	56	0,001753439	0,0008932	0	0	0	0	0
56	57	0,009911016	0,0033267	0	0	0	0	0
57	58	0,004885071	0,0016394	0	0	0	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 25. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
58	59	0,001896183	0,0006271	0	0,1	0,072	1	0
59	60	0,002406694	0,0007305	0	0	0	0	0
60	61	0,003163422	0,0016113	0	1,244	0,888	0	0,15
61	62	0,000607128	0,0003092	0	0,032	0,023	2	0,15
62	63	0,000903835	0,0004600	0	0	0	0	0
63	64	0,00442879	0,0022558	0	0,227	0,162	0	0,15
64	65	0,00648891	0,0033049	0	0,059	0,042	1	0
11	66	0,001254149	0,0003809	0	0,018	0,013	1	0,15
66	67	2,92967E-05	0,0000087	0	0,018	0,013	1	0
12	68	0,004608934	0,0015234	0	0,028	0,02	1	0,15
68	69	2,92967E-05	0,0000100	0	0,028	0,02	2	0

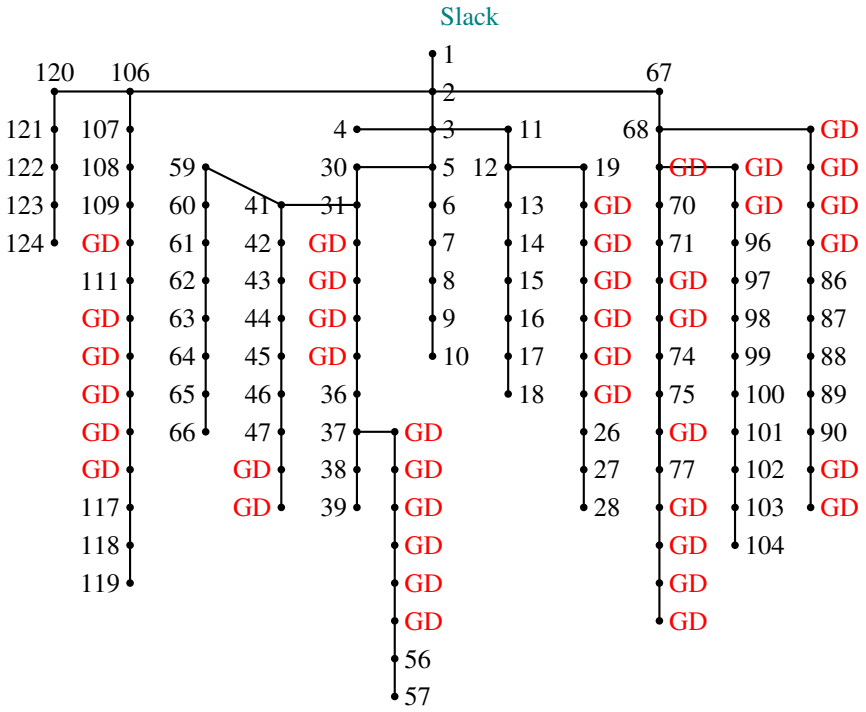

Figura 46: Sistema de prueba IEEE de 119 nodos, Supliendo el 30 % de la carga.

Tabla 26: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE 119, Supliendo el 30 % de la carga.

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
1	2	0,000297521	0,00010710	0	0,13384	0,10114	0	0
2	3	0,000272727	9,81818E-05	0	0,016214	0,011292	0	0
2	4	0,000371901	0,000133884	0	0,034315	0,021845	0	0
4	5	0,000123967	0,000446281	0	0,073016	0,063602	0	0
5	6	0,000123967	0,000413223	0	0,1442	0,068602	0	0
6	7	0,000123967	0,000103306	0	0,10447	0,061725	0	0
7	8	0,00014876	0,000115702	0	0,028547	0,011503	0	0
8	9	0,000173554	0,000520661	0	0,08756	0,051073	0	0
2	10	0,001371901	0,001110744	0	0,1982	0,10677	0	0
10	11	0,00092562	0,000652066	0	0,1468	0,07599	0	0
11	12	0,001545455	0,002586777	0	0,02604	0,018687	0	0
12	13	0,001173554	0,001249587	0	0,0521	0,02322	0	0
13	14	0,001487603	0,000975207	0	0,1419	0,1175	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 26. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
14	15	0,001239669	0,000371901	0	0,02187	0,02879	0	0
15	16	0,001322314	0,001487603	0	0,03337	0,02645	0	0
16	17	0,001297521	0,001413223	0	0,03243	0,02523	0	0
11	18	0,001801653	0,002355372	0	0,020234	0,011906	0	0
18	19	0,000975207	0,001528926	0	0,15694	0,078523	0	0
19	20	0,001322314	0,001619835	0	0,54629	0,3514	0	0,15
20	21	0,000991736	0,001561983	0	0,1803	0,1642	0	0,15
21	22	0,000991736	0,000652066	0	0,093167	0,054594	0	0,15
22	23	0,011652893	0,005975207	0	0,08518	0,03965	0	0,15
23	24	0,002421488	0,00111405	0	0,1681	0,095178	0	0,15
24	25	0,001099174	0,000859504	0	0,12511	0,10522	0	0,15
25	26	0,001471074	0,001107438	0	0,01603	0,02462	0	0
26	27	0,001471074	0,001107438	0	0,02603	0,02462	0	0
4	28	0,000123967	0,000244628	0	0,59456	0,52262	0	0
28	29	9,91736E-05	0,000228099	0	0,12062	0,059117	0	0
29	30	0,000991736	0,00228595	0	0,10238	0,099554	0	0
30	31	0,001735537	0,002008264	0	0,5134	0,3185	0	0
31	32	0,000991736	0,000446281	0	0,47525	0,45614	0	0,15
32	33	0,001471074	0,001933884	0	0,15143	0,13679	0	0,15
33	34	0,001471074	0,001933884	0	0,20538	0,083302	0	0,15
34	35	0,001272727	0,001338843	0	0,1316	0,093082	0	0,15
30	36	0,001545455	0,002157025	0	0,4484	0,3697	0	0
36	37	0,001101653	0,000818182	0	0,44052	0,32164	0	0
29	38	0,002727273	0,001603306	0	0,11254	0,055134	0	0
38	39	0,002561983	0,001603306	0	0,053963	0,038998	0	0
39	40	0,00107438	0,001603306	0	0,39305	0,3426	0	0
40	41	0,00231405	0,001239669	0	0,32674	0,27856	0	0
41	42	0,009752066	0,007024793	0	0,53626	0,24024	0	0
42	43	0,003471074	0,002013223	0	0,076247	0,066562	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 26. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
43	44	0,002231405	0,000803306	0	0,05352	0,03976	0	0
44	45	0,002801653	0,001009091	0	0,040328	0,031964	0	0
45	46	0,002231405	0,001470248	0	0,039653	0,020758	0	0
35	47	0,001735537	0,001142975	0	0,066195	0,042361	0	0
47	48	0,000991736	0,000652066	0	0,073904	0,051653	0	0,15
48	49	0,001239669	0,000815702	0	0,11477	0,057965	0	0,15
49	50	0,001239669	0,000815702	0	0,91837	1,2051	0	0,15
50	51	0,001983471	0,001306612	0	0,2103	0,14666	0	0,15
51	52	0,000991736	0,000652066	0	0,06668	0,056608	0	0,15
52	53	0,003347107	0,001204959	0	0,042207	0,040184	0	0,15
53	54	0,003347107	0,001204959	0	0,43374	0,28341	0	0,15
29	55	0,003231405	0,001165289	0	0,0621	0,02686	0	0,15
55	56	0,003355372	0,001207438	0	0,09246	0,08838	0	0
56	57	0,003355372	0,001207438	0	0,085188	0,055436	0	0
57	58	0,005834711	0,004513223	0	0,3453	0,3324	0	0
58	59	0,002793388	0,001006612	0	0,0225	0,01683	0	0
59	60	0,002793388	0,001006612	0	0,080551	0,049156	0	0
60	61	0,001710744	0,000617355	0	0,09586	0,090758	0	0
61	62	0,002041322	0,007373554	0	0,06292	0,0477	0	0
1	63	0,000231405	0,000345455	0	0,4788	0,46374	0	0
63	64	0,000966942	0,001666116	0	0,12094	0,052006	0	0
64	65	0,001859504	0,000758678	0	0,13911	0,10034	0	0
65	66	0,001735537	0,000627273	0	0,39178	0,1935	0	0
66	67	0,003165289	0,001140496	0	0,027741	0,026713	0	0
67	68	0,004165289	0,002729752	0	0,052814	0,025257	0	0
68	69	0,003305785	0,001207438	0	0,06689	0,038713	0	0,15
69	70	0,007950413	0,006289256	0	0	0	0	0
70	71	0,001363636	0,000495868	0	0	0	0	0
71	72	0,002504132	0,000902479	0	0,1325	0,084363	0	0,15

Continúa en la siguiente página

Tabla 26. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
72	73	0,002504132	0,000902479	0	0,052699	0,022482	0	0,15
73	74	0,001702479	0,001190083	0	0	0	0	0
74	75	0,00192562	0,000694215	0	0	0	0	0
75	76	0,004884298	0,001465289	0	0,19239	0,12243	0	0,15
76	77	0,001041322	0,00037438	0	0	0	0	0
64	78	0,004619835	0,003047107	0	0,23815	0,22322	0	0,15
78	79	0,00153719	0,00101405	0	0,29455	0,16247	0	0,15
79	80	0,00153719	0,00101405	0	0,48557	0,43792	0	0,15
80	81	0,00214876	0,00114876	0	0,24353	0,18303	0	0,15
81	82	0,001272727	0,00122314	0	0,24353	0,18303	0	0,15
82	83	0,001900826	0,001057851	0	0,134253	0,11929	0	0,15
83	84	0,002082645	0,000876033	0	0,02271	0,02796	0	0,15
84	85	0,001487603	0,00122314	0	0,049513	0,026515	0	0,15
79	86	0,001322314	0,001504132	0	0,38378	0,25716	0	0
86	87	0,001652893	0,001900826	0	0,04964	0,0206	0	0
87	88	0,001322314	0,003247934	0	0,022473	0,011806	0	0
65	89	0,005528926	0,001993388	0	0,06293	0,04296	0	0
89	90	0,002198347	0,00101405	0	0,03067	0,03493	0	0
90	91	0,002198347	0,00101405	0	0,06253	0,06679	0	0,15
91	92	0,002198347	0,00101405	0	0,11457	0,081748	0	0,15
92	93	0,002198347	0,00101405	0	0,081292	0,066526	0	0,15
92	94	0,00192562	0,000950413	0	0,031733	0,01596	0	0,15
94	95	0,004099174	0,001140496	0	0,03332	0,06048	0	0,15
91	96	0,001619835	0,001487603	0	0,53128	0,22485	0	0
96	97	0,001619835	0,001487603	0	0,50703	0,36742	0	0
97	98	0,001542149	0,001008264	0	0,02639	0,0117	0	0
98	99	0,000616529	0,002628099	0	0,04599	0,030392	0	0
1	100	0,000516529	0,000219008	0	0,10066	0,047572	0	0
100	101	0,001240496	0,001933884	0	0,45648	0,3503	0	0

Continúa en la siguiente página

Tabla 26. Continuación de la página anterior

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α	GD
101	102	0,001113223	0,000733884	0	0,52256	0,44929	0	0
102	103	0,001906612	0,000994215	0	0,40843	0,16846	0	0
103	104	0,003694215	0,001328926	0	0,14148	0,13425	0	0
104	105	0,00134876	0,00048595	0	0,10443	0,066024	0	0
105	106	0,002727273	0,000818182	0	0,096793	0,083647	0	0
106	107	0,001289256	0,000463636	0	0,49392	0,41934	0	0
107	108	0,003156198	0,001135537	0	0,22538	0,13588	0	0
108	109	0,001343802	0,000483471	0	0,50921	0,38721	0	0
109	110	0,003156198	0,001135537	0	0,1885	0,17346	0	0,15
110	111	0,002020661	0,000726446	0	0,91803	0,89855	0	0
111	112	0,00172562	0,000622314	0	0,30508	0,21537	0	0,15
112	113	0,001901653	0,000684298	0	0,05438	0,04097	0	0,15
100	114	0,005042975	0,001814876	0	0,21114	0,1929	0	0,15
114	115	0,001542149	0,001049587	0	0,067009	0,053336	0	0,15
115	116	0,003084298	0,002033058	0	0,16207	0,090321	0	0,15
116	117	0,003347107	0,003033058	0	0,048785	0,029156	0	0
117	118	0,004041322	0,003619835	0	0,0339	0,01898	0	0