UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS

CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE WIRTINGER PARA LA GESTIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS EN UNA RED ELÉCTRICA DE DISTRIBUCIÓN.

“Proyecto de Titulación presentado previo a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico en Sistemas Eléctricos de Potencia”

Autores:

Gómez Coro Robinson Alexander

López Silva Jonathan Alexander

Tutor Académico:

Ing. Quinatoa Caiza Carlos Iván MsC.

LATACUNGA – ECUADOR

2023

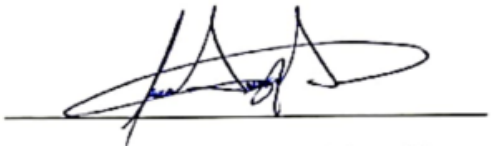
DECLARACIÓN DE AUTORÍA

"Nosotros Robinson Alexander Gómez Coro , con cédula de ciudadanía N. 172602435-7, y Jonathan Alexander López Silva con cédula de ciudadanía N. 180420136-4", declaramos ser autores del presente proyecto de investigación: **Aplicación del método de Wirtinger para la gestión óptima de recursos en una red eléctrica de distribución**, siendo el Ingeniero Carlos Iván Quinatoa Caiza tutor del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica de Cotopaxi y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Robinson Alexander Gómez Coro

CC: 172602435-7



Jonathan Alexander López Silva

CC: 180420136-4

AVAL DEL TUTOR DE PROYECTO DE TITULACIÓN

En calidad de Tutor del Trabajo de Investigación sobre el título:

"**Aplicación del método de Wirtinger para la gestión óptima de recursos en una red eléctrica de distribución**", de Robinson Alexander Gómez Coro, con cédula de ciudadanía N. 172602435-7, y Jonathan Alexander López Silva con cédula de ciudadanía N. 180420136-4, considero que dicho Informe Investigativo cumple con los requerimientos metodológicos y aportes científico técnicos suficientes para ser sometidos a la evaluación del Tribunal de Validación de Proyecto que el Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas de la Universidad Técnica de Cotopaxi designe, para su correspondiente estudio y calificación.

Latacunga, 28 de febrero, 2023

El Tutor
Firma

Tutor de Titulación

Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza

CC: 0503287864

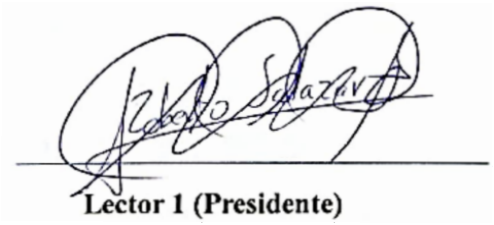
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE TITULACIÓN

En calidad de Tribunal de Lectores, aprueban el presente Informe de Investigación de acuerdo a las disposiciones reglamentarias emitidas por la Universidad Técnica de Cotopaxi, y por la FACULTAD de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas; por cuanto, los postulantes: Robinson Alexander Gómez Coro , con cédula de ciudadanía N. 172602435-7, y Jonathan Alexander López Silva con cédula de ciudadanía N. 180420136-4 con el título de Proyecto de titulación **Aplicación del método de Wirtinger para la gestión óptima de recursos en una red eléctrica de distribución** han considerado las recomendaciones emitidas oportunamente y reúne los méritos suficientes para ser sometido al acto de Sustentación de Proyecto.

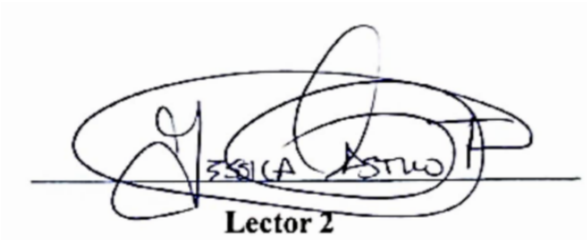
Por lo antes expuesto, se autoriza realizar los empastados correspondientes, según la normativa institucional.

Latacunga, 28 de febrero, 2023

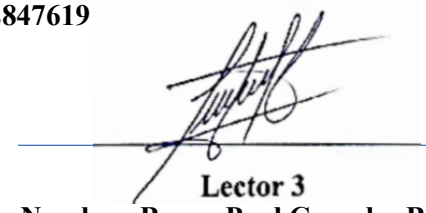
Para constancia firman:



Lector 1 (Presidente)
Nombre: Edgar Roberto Salazar Achig
CC: 0502847619



Lector 2
Nombre: Jessica Nataly Castillo Fiallos
CC: 0604590216



Lector 3
Nombre: Byron Paul Corrales Bastidas
CC: 0502347768

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por haberme guiado durante toda la trayectoria de mi vida, ya que me ha dado fuerzas, salud y sabiduría para cumplir con mis metas propuestas, por lo mismo, no sería nadie sin él.

Agradezco a mi madre Laura Coro, a mis hermanos William Gómez y Marcia Gómez, por sus consejos, por su apoyo, por confiar y creer en mi talento y más que nada, por haber forjado en mí una persona de bien, con valores y principios los cuales ellos mismos han sido mi ejemplo a seguir.

Para finalizar, agradezco al Ing. MsC. Carlos Iván Quinatoa quien nos ha guiado compartiendo sus conocimientos tanto como maestro y como tutor durante todo el transcurso de formación académica, así como en el proceso de titulación.

Robinson Gómez

AGRADECIMIENTO

Agradezco primeramente a mis padres Freddy López y Edith Silva, que siempre han estado tanto en los buenos como en los malos momentos, que gracias a ellos y a su perseverancia de que sea alguien en la vida ahora puedo ser un Profesional y haber cumplido esta tan ansiada meta.

Agradezco a mis hermanas Joselyn y Sasha que de igual manera sin ellas no podría haber llegado hasta estas instancias.

Agradezco al Ingeniero Carlos Quinatoa que ha sabido ayudarnos ofreciéndonos sus conocimientos y ayudado en el transcurso del proceso de Titulación, y todos los ingenieros que han sido parte de mi formación académica.

Jonathan López

DEDICATORIA

Este trabajo se lo dedico a Dios por ser quien me ha dado aliento y esperanza para poder cumplir con uno más de los tantos sueños deseados.

A mi madre quien ha sido un pilar fundamental desde mi nacimiento ya que siempre creyó y confió en mí, a mis hermanos que siempre me apoyaron tanto en los buenos como malos momentos y nunca esperaron nada a cambio.

Por último, a las pocas personas que tuve el agrado de llamar amigos además a la familia de verdad que me han sabido apoyar moralmente durante este trascurso de formación.

Robinson Gómez

DEDICATORIA

Dedico este logro a mi abuelito Pedro Pablo Silva Barros, que siempre me apoyo y siempre me dijo que llegaría lejos y ahora él no está conmigo para decirle "lo logre papá".

A mis padres quienes siempre han sido mis pilares y quienes siempre estuvieron para cada una de las cosas que necesite.

A mis hermanas Joselyn, Sasha quienes han sido mi motor para salir adelante y mi prima que siempre han estado para aconsejarme y ayudado a tomar decisiones positivas para mi vida.

Y, por último, pero no menos importante, a todos mis tíos, primos, amigos y allegados.

Jonathan López

ÍNDICE

1. INFORMACIÓN GENERAL 1

2. INTRODUCCIÓN 3

2.1. EL PROBLEMA 3

2.1.1. Situación Problemática: 3

2.1.2. Formulación Del Problema: 4

2.2. OBJETO Y CAMPO DE ACCIÓN 4

2.3. BENEFICIARIOS DEL PROYECTO 4

2.3.1. Los beneficiarios directos: 4

2.3.2. Los beneficiarios indirectos: 4

2.4. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO 5

2.5. HIPÓTESIS 6

2.6. OBJETIVOS 6

2.6.1. General: 6

2.6.2. Específicos: 6

2.7. SISTEMA DE TAREAS 6

CAPÍTULO 1 9

3. FORMULACIÓN TEÓRICA 9

3.1. ANTECEDENTES 9

3.2. SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA (SEP) 10

3.3. SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN (SD) 12

3.3.1. Elementos que conforman el sistema de distribución 13

3.4. GENERACIÓN DISTRIBUIDA. 13

3.4.1. Impacto de los generadores distribuidos en el sistema de distribución. 16

3.4.2. Cambios en la Operación del Sistema 16

3.5. MÉTODOS DE FLUJO DE CARGA CONVENCIONALES 17

3.5.1. Método de Gauss-Seidel 17

3.5.2. Método de punto Fijo 17

3.5.3. Método de Newton Raphson: 17

3.5.4. Método de Newton Raphson Desacoplado Rápido. 17

3.6. OPTIMIZACIÓN 18

3.6.1. Optimización Convexa 19
3.6.2. Optimización no convexa 19
3.6.3. Espacios lineales y normas $\mathcal{L}p$ 20
3.6.4. Producto Interior o Escalar 21
3.6.5. Normas 22
3.6.6. Conjuntos Convexos 23
3.6.7. Intersección de conjuntos convexos genera un conjunto convexo 24
3.6.8. Funciones Convexas 24
3.7. PROGRAMACIÓN LINEAL 26
3.8. PROGRAMACIÓN NO LINEAL 26
3.8.1. Condiciones de Karush-Kunh-Tucker 27
3.8.2. Condiciones necesarias 28
3.9. PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA 28
3.10. TEOREMA DE WIRTINGER 28
3.10.1. Ecuaciones de Cauchy-Riemann 29
3.10.2. Derivadas de Wirtinger 29
3.11. DESPACHO ECONÓMICO 30
3.11.1. Despacho económico convencional 31
3.11.2. Despacho económico no convencional 31

CAPÍTULO 2 32

4. MATERIALES Y MÉTODOS 32

4.1. MATERIALES Y HERRAMIENTAS 32
4.2. TIPOS DE INVESTIGACIÓN 33
4.2.1. Investigación Bibliográfica 33
4.2.2. Investigación Descriptiva 33
4.3. MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN 33
4.4. DIAGRAMA DE FLUJO BASADO EN EL MODELO PROPUESTO 34
4.5. FLUJOS DE POTENCIA 35
4.5.1. Modelo clásico 35
4.5.2. Flujo de potencia en líneas de transmisión 36
4.5.3. Ecuaciones de flujo de Carga 38
4.5.4. Cálculo de Wirtinger 43

4.6. MODELO ÓPTIMO PARA FLUJOS DE POTENCIA EN REDES DE DISTRIBUCIÓN 46
4.6.1. Modelo No Lineal 46
4.6.2. Linealización de una función 47
4.7. SELECCIÓN DEL CASO BASE Y CASO DE ESTUDIO 51
4.7.1. Ejemplo de modelo matemático de distribución 52
4.7.2. Caso base de 6 nodos 55
4.7.3. Caso de Estudio 2 para sistema balanceado de 35 nodos. 67
CAPÍTULO 3 71
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS 71
5.1. ANÁLISIS DE RESULTADO DEL SISTEMA DE 6 BARRAS. 71
5.1.1. Comparación para caso base de 6 nodos mediante Punto fijo y Wirtinger 71
5.1.2. Comparación para caso base de 6 nodos mediante generación distribuida 74
5.1.3. Caso base de 6 nodos mediante generación distribuida horaria 73
5.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS CASO 2 SISTEMA DE 35 NODOS 74
5.2.1. Comparación para caso base de 35 nodos mediante punto fijo y Wirtinger 74
5.2.2. Comparación para caso base de 35 nodos mediante generación distribuida 75
5.2.3. Caso base de 35 nodos mediante generación distribuida horaria 80
6. CONCLUSIONES 81
7. RECOMENDACIONES. 81
8. BIBLIOGRAFÍA. 82
9. ANEXOS 89

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 3.1. Esquema del sistema eléctrico de potencia 11

Figura 3.2. Sistema de Distribución Típico y sus componentes..... 13

Figura 3.3. Generación Distribuida 14

Figura 3.4. Nuevo Concepto de Operar la Red 16

Figura 3.5. Tipos de problemas de optimización: programación lineal (PL), programación entera (PE), programación no lineal (PNL), programación no lineal entera mixta (PNLE). ... 19

Figura 3.6. Optimización Convexa. Punto óptimo global 19

Figura 3.7. Optimización No Convexa. Punto múltiple global 20

Figura 3.8. Comparación entre las normas 1, 2 e ∞ en el plano..... 22

Figura 3.9. Ejemplo de un espacio convexo ΩA y en contra ejemplo de un espacio no convexo ΩB 23

Figura 3.10. Ejemplo de tres conjuntos definidos por una bola en el plano..... 24

Figura 3.11. Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo..... 24

Figura 3.12. Ejemplo de politopo como la intersección de tres conjuntos convexos..... 25

Figura 3.13. Ejemplo de dos funciones convexas: 25

Figura 4.1. Sistema Eléctrico de distribución simplificado..... 39

Figura 4.2. Sistema de prueba básico de una red de distribución..... 52

Figura 4.3. Caso base de 6 barras. 56

Figura 4.4. Potencias de inyección máxima. 62

Figura 4.5. Demanda horaria en función de costos 63

Figura 4.6. Comportamiento de generación fotovoltaica para caso base de 6 nodos..... 65

Figura 4.7. Comportamiento de generación eólica para caso base de 6 nodos. 66

Figura 4.8. Sistema de 35 bus modificado del sistema de 37 bus de la IEEE..... 67

Figura 4.9. Potencia máxima de inyección de generadores distribuidos..... 69

Figura 5.1. Resultados de voltajes del sistema de caso 1 73

Figura 5.2. Resultados de voltajes del sistema de caso 1 74

Figura 5.3. Variación de voltajes sin GD vs voltaje con GD del sistema de caso 1 75

Figura 5.4. Variación de ángulos sin GD vs GD del sistema de caso 1 75

Figura 5.5. Variación de potencias sin GD vs GD del sistema de caso 1 76

Figura 5.6. Variación de pérdidas sin GD vs GD del sistema de caso 1 76

Figura 5.7. Resultados de FP sin GD vs GD del sistema de caso 1. 77

Figura 5.8. Variación de voltajes sin GD vs GD del sistema de caso 2 76

Figura 5.9. Variación de ángulos sin GD vs GD del sistema de caso 2 76

Figura 5.10. Variación de potencias sin GD vs GD del sistema de caso 2 78

Figura 5.11. Variación de pérdidas sin GD vs GD del sistema de caso 2. 79

Figura 5.12. Resultados de FP sin GD vs GD del sistema de caso 2. 80

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 4.1. Diagrama de flujo basado en el método de Wirtinger. 34

Tabla 4.2. Tabla de valores del sistema de 6 barras. 58

Tabla 4.3. Tabla de valores del sistema de 6 barras. 59

Tabla 4.4. Tabla de demandas para un sistema horario en caso base de 6 nodos..... 62

Tabla 4.5. Tabla de generación distribuida para caso base de 6 nodos. 64

Tabla 4.6. Tabla de generación fotovoltaica de forma porcentual para caso base de 6 nodos. 65

Tabla 4.7. Tabla de generación eólica de forma porcentual para caso base de 6 nodos..... 66

Tabla 4.8. Tabla de valores del sistema de 35 barras 68

Tabla 4.9. Tabla de generación distribuida para caso base de 35 nodos. 70

Tabla 5.1. Resultados caso 1 comparado a resultados apoyados por el autor de [37]..... 71

Tabla 5.2. Tabla de variaciones de resultados en % para el caso 1 mediante punto fijo. 72

Tabla 5.3. Tabla de variaciones con resultados del caso 1 73

Tabla 5.4. Tabla de variaciones de resultados caso 1 74

Tabla 5.5. Tabla de variaciones de voltajes con resultados del caso 1 74

Tabla 5.6. Tabla de variaciones de potencia con resultados del caso 1 75

Tabla 5.7. Tabla de variaciones de factor de potencia con resultados del caso 1 77

Tabla 5.8. Tabla de variaciones con GD horaria con resultados del caso 1 73

Tabla 5.3. Tabla de variaciones con resultados mediante punto fijo y Wirtinger del caso 2 .. 74

Tabla 5.9. Tabla de variaciones de voltajes con resultados del caso 2 75

Tabla 5.10. Tabla de variaciones de potencia con resultados del caso 2 77

Tabla 5.11. Tabla de variaciones de factor de potencia con resultados del caso 2. 79

UNIVERSIDAD TECNICA DE COTOPAXI

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERIA Y APLICADAS

TÍTULO: "APLICACIÓN DEL MÉTODO DE WIRTINGER PARA LA GESTIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS EN UNA RED ELÉCTRICA DE DISTRIBUCIÓN.".

Autor/es: Gómez Coro Robinson Alexander

López Silva Jonathan Alexander

RESUMEN

El presente trabajo tiene como finalidad implementar un modelo de optimización apoyado en la convexidad, mismo que está basado en el método propuesto por Wilhem Wirtinger, un cálculo que se encarga de analizar funciones analíticas y no analíticas en el plano de los números complejos y luego define nuevos operadores llamados derivadas de Wirtinger, los mismos permiten generar nuevas aproximaciones a ecuaciones lineales que se acoplan directamente en el desarrollo de problemas con flujos de potencia diferenciándose de otros métodos tradicionales, los cuales emplean ecuaciones no lineales y por lo que tampoco permiten una solución global. La linealización descrita se introduce a través del estudio de flujos de potencia óptimo y sirven para ser utilizados en casos de minimización de costos de energía los cuales están sujetos a restricciones de disponibilidad de los recursos distribuidos que permita satisfacer a la demanda. Para casos de optimización se intenta separar las variables de tensión y potencia los cuales son la base de estudio con flujos de potencia ya que la operación de los mismos se basa en obtener tensiones lo más equilibradas posibles convergentes a un solo valor base con la mínima pérdida de potencia posible. De esta manera los recursos distribuidos se pueden considerar a partir de un modelo de potencia, corriente e impedancia(ZIP), incluidas las demandas de potencia invariable. Los resultados que se exponen en el capítulo 3 son semejantes a casos de estudio, los cuales utilizan métodos no lineales como el método de Newton-Raphson o punto fijo y con ello se validan a las resultantes expuestas.

Palabras clave: Wirtinger, flujos de potencia, linealización, optimización, costos, generación distribuida.

COTOPAXI TECHNICAL UNIVERSITY

ENGINEERING SCIENCES AND APPLIED FACULTY

TOPIC: "WIRTINGER METHOD APPLICATION FOR THE OPTIMAL RESOURCES MANAGEMENT INTO AN ELECTRICAL DISTRIBUTION NETWORK".

Author/s: Gómez Coro Robinson Alexander

López Silva Jonathan Alexander

ABSTRACT

The current work has as purpose to implement an optimization model based on convexity, same one, what is based on the proposed method by Wilhem Wirtinger, a calculation, which is charged for analyzing analytic and non-analytic functions in the complex numbers plane and then, it defines new operators called Wirtinger derivatives, the same ones, they allow to generate new approximations to linear equations, which are directly coupled in the problems development with power flows, by differentiating from other traditional methods, what use non-linear equations and therefore, they do not allow a global solution, either. The described linearization is introduced, through the optimal power flows study and for being used into energy costs minimization cases, which are subject to distributed resources availability restrictions that allow satisfying the demand. For optimization cases, it is intended to separate the voltage and power variables, what are the study bases with power flows, since the operation of same is based onto getting the most balanced voltages possible, convergent to a single base value with the possible loss voltage minimum. This way, the distributed resources can be considered from a power, current, and impedance (ZIP) model, including the unvarying power demands. The results, which are exposed into chapter 3, they are similar to study cases, what use non-linear methods, such as the Newton-Raphson method or fixed point and with it is validated to the exposed resultants.

Keywords: Wirtinger, power flow, linearization, optimization, cost, distributed generation.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

CENTRO DE IDIOMAS

AVAL DE TRADUCCIÓN

En calidad de Docente del Idioma Inglés del Centro de Idiomas de la Universidad Técnica de Cotopaxi; en forma legal **CERTIFICO** que:

La traducción del resumen al idioma Inglés del proyecto de investigación cuyo título versa: **"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE WIRTINGER PARA LA GESTIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS EN UNA RED ELÉCTRICA DE DISTRIBUCIÓN"** presentado por: **Gómez Coro Robinson Alexander** y **López Silva Jonathan Alexander** egresados de la Carrera de: **Ingeniería Eléctrica** perteneciente a la **Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas**, lo realizaron bajo mi supervisión y cumple con una correcta estructura gramatical del Idioma.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad y autorizo a los peticionarios hacer uso del presente aval para los fines académicos legales.

Latacunga, Febrero del 2023.

Atentamente,

CENTRO DE IDIOMAS

Mg. Marco Paul Beltrán Semblantes

DOCENTE CENTRO DE IDIOMAS-UTC

CC: 0502666514

1. INFORMACIÓN GENERAL

Título del Proyecto:

Aplicación del método de Wirtinger para la gestión óptima de recursos en una red eléctrica de distribución.

Fecha de inicio:

Octubre 2022

Fecha de finalización:

Marzo 2023

Lugar de ejecución:

Universidad Técnica de Cotopaxi.

Facultad que auspicia:

Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas (CIYA).

Carrera que auspicia:

Ingeniería Eléctrica.

Proyecto Macro Asociado:

Sistemas Eléctricos de Potencia.

Redes de distribución.

Generación distribuida.

Equipo de Trabajo:

Tutor:

Ing. Quinatoa Caiza Carlos Iván MsC.

Estudiantes:

Gómez Coro Robinson Alexander

López Silva Jonathan Alexander

Área de Conocimiento:

07 Ingeniería, Industria y Construcción / 071 Ingeniería y Profesiones Afines / 0713 Electricidad y Energía.

Línea de investigación:

Energías Alternativas y Renovables,

Eficiencia Energética y Protección Ambiental.

Sub líneas de investigación de la Carrera:

Inteligencia Artificial y Modelación de Sistemas.

Control y Optimización del uso de la energía en el sector Industrial, Comercial y Residencial.

Conversión y uso racional de la energía eléctrica

Grupos Temáticos:

Redes de Transmisión y Distribución

Eficiencia energética y desarrollo sostenible.

2. INTRODUCCIÓN

2.1. EL PROBLEMA

2.1.1. Situación Problemática:

Con el paso de los años y la introducción de nuevas tecnologías a ido existiendo la necesidad de mejorar el desarrollo de métodos de optimización en los sistemas de distribución, esta área ha sido poco explorada por investigadores, hoy en día los sistemas de distribución cuentan con tecnología más sofisticada que hace décadas atrás, por lo tanto es necesario optimizar y mejorar la distribución de energía eléctrica partiendo de este objetivo se ha propuesto el desarrollo de nuevos métodos de optimización de energía como es el caso de Wirtinger, siendo este un método poco investigado pero teóricamente con mucha más factibilidad que los métodos tradicionales, el método está basado en el método de Newton en el que se sustituye el jacobiano por las derivadas de Wirtinger obteniendo una representación compacta. Wilhem Wirtinger propone su método tras una investigación sobre un estudio del matemático Henri Poincaré tomando como sucesión y prosiguiendo con la investigación, siendo así que el método lleva su nombre, introduciendo dicha metodología en el curso de sus estudios sobre la teoría de funciones de variables complejas, definiendo a su método como una simplificación considerable y con una secuencia más fácil de manejar. Hoy en día, las derivadas de Wirtinger como también es conocido el método a estudiar, es un grupo de referencias bastante completas sobre el análisis complejo multidimensional basado en referencias generales de varios autores [1].

Los sistemas de distribución a nivel nacional, hoy por hoy mantienen pérdidas significativas las cuales están vinculadas a costos de mantenimiento y operación, en el área operativa al no contar con un sistema de optimización eficaz, además que la información sobre la situación en la que se encuentra el sistema es muy limitada, se podría deducir que no se ha investigado a profundidad, lo que complica analizar el estado del sistema de distribución por lo que al presente este campo es un centro de estudio para descubrir nuevos métodos que ayuden con el control y optimización de recursos en redes de distribución, utilizando el método de Wirtinger. Es óptimo realizar pruebas sobre diferentes algoritmos que ya existen como es el caso de la estimación de estado, Newton – Raphson entre otros que se están desarrollando para evaluar su rendimiento y comparación entre sí.

2.1.2. Formulación Del Problema:

¿Gestionar recursos distribuidos haciendo uso de un modelo lineal de optimización basado en el método de Wirtinger es más conveniente que utilizar métodos clásicos no lineales dentro de la red eléctrica de distribución balaceada?

2.2. OBJETO Y CAMPO DE ACCIÓN

Optimización de recursos eléctricos en una red de Distribución

330000 Ciencias Tecnológicas / 3306 Ingeniería y Tecnología Eléctricas / 3306.09 Transmisión y Distribución.

33 Ciencias Tecnológicas / 3306 Ingeniería Y Tecnología Eléctricas / 3306.02 Aplicaciones eléctricas

07 Ingeniería, Industria y Construcción / 071 Ingeniería y Profesiones Afines / 0713 Electricidad y energía

2.3. BENEFICIARIOS DEL PROYECTO

2.3.1. Los beneficiarios directos:

Estudiantes de la Carrera de Ingeniería Eléctrica los cuales obtendrán su título universitario tras la investigación del método estudiado, la comunidad universitaria que podrá acceder a dicha investigación y de esta manera obtener facilidad de captación sobre el método para poder aplicarlo el cual permitirá obtener resultados de manera más simplificada y óptima.

2.3.2. Los beneficiarios indirectos:

Empresas dedicadas a la distribución que deseen obtener resultados de manera más rápida y eficiente para su posterior análisis en redes de eléctricas de distribución y pretendan usar el documento de investigación para el desarrollo de nuevas tecnologías basadas en el método de Wirtinger.

2.4. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

Mediante el presente trabajo se dará a conocer los aspectos esenciales del método de Wirtinger, en donde se analizará la optimización de costos de operación y a su vez se procederá a calcular la reducción de los costos de distribuidos en la red eléctrica de manera rápida y distintiva a otros métodos pudiendo así evidenciar la factibilidad del método antes mencionado.

Entre los diferentes tipos de cálculo para optimización y reducción de costos de operación en redes de distribución, los flujos de potencia son esenciales en el estudio de operación, planificación y control del sistema de potencia. Hoy en día existen muchos métodos matemáticos que son fácilmente implementables en las computadoras actuales, entre ellos se puede citar a los algoritmos basados en los métodos de Newton y gauss los mismos que fueron modificados para poder obtener algoritmos rápidos y eficientes cómo es el método de desacoplado rápido, entre otros más, pero a pesar de ello, estas aproximaciones resultan ser inadecuadas para el estudio en redes de distribución de energía, por consecuencia se desarrollaron metodologías como el flujo de potencia de barrido hacia atrás y hacia adelante, etc.

La mayoría de métodos basados en redes de distribución de energía se basan en análisis reales a pesar de ser un problema que se encuentra dentro de un plano complejo sin embargo, A pesar que el análisis complejo presenta un enfoque más natural a los problemas de flujo de potencia, las ecuaciones de flujo de potencia son funciones no analíticas, por ello el cálculo de Wirtinger podría sentarse como una formulación alternativa, esto debido a que las funciones complejas no analíticas se remontan a trabajos desarrollados por Wilhelm Wirtinger.

La teoría de Wirtinger trata de funciones no analíticas dentro de un dominio complejo en donde se definen nuevos operadores llamados derivados de Wirtinger, los mismos que no cumplen con todas las propiedades de una derivada compleja convencional, por ello es que estos operadores son muy poco utilizados en la resolución y despeje de problemas matemáticos, sin embargo el cálculo de Wirtinger podría presentar ventajas en los análisis de sistemas de potencia así como en el funcionamiento de microrredes. El cálculo de Wirtinger a pesar de las complicaciones descritas puede ser utilizado hoy en día en lenguajes modernos como Python o Matlab.

2.5. HIPÓTESIS

La aplicación del método de Wirtinger es un método factible para gestionar los recursos distribuidos de manera óptima los cuales permiten reducir costos de operación y perdidas de potencia en la red eléctrica de distribución.

2.6. OBJETIVOS

2.6.1. General:

Realizar un modelo de optimización mediante el método de Wirtinger para minimizar costos de operación con los recursos distribuidos en la red eléctrica de distribución balanceada.

2.6.2. Específicos:

Revisar el estado del arte de los modelos de optimización utilizando el método de Wirtinger para minimizar costos de operación y recursos distribuidos en los sistemas eléctricos.

Realizar el modelo matemático de optimización utilizando el método de Wirtinger para minimizar recursos distribuidos en la red eléctrica de distribución.

Implementar en CVXPY el modelo para el análisis de las variables de estado y de optimización aplicados a sistemas eléctricos de distribución balanceado considerando recursos distribuidos.

2.7. SISTEMA DE TAREAS

Objetivo Específico 1	Actividad (tareas)	Resultados Esperados	Técnicas, Medios e Instrumentos
Realizar el estado del arte de los modelos de optimización utilizando el método de Wirtinger para minimizar costos de operación y recursos	- Revisión bibliográfica de métodos basados en el análisis de flujos de potencia. - Recopilación de información	- Fundamentación teórica del contenido con relación al desarrollo del proyecto de investigación, ecuaciones de	-Investigación documental, a través de recursos informáticos en motores de búsqueda como (Google Académico, SCI-HUB, IEEE XPLORE).

distribuidos en los sistemas eléctricos.	referente al análisis de optimización alternativa para la minimización de costos perdidas.	inyección y flujos de potencia P y Q, metodología Wirtinger). - Información basada en Wirtinger para sistemas de distribución y métodos para la implementación de recursos energéticos distribuidos.	Libros (Análisis de Sistemas de Potencia, Grainger y Stevenson) (Análisis y Operación de Sistema de Energía Eléctrica, Gómez Expósito)(Optimización convexa: Aplicación en operación y dinámica de sistemas de potencia, Alejandro Garces Ruiz)
Realizar el modelo matemático de optimización utilizando el método de Wirtinger para minimizar recursos distribuidos en la red eléctrica de distribución.	- Linealización del mediante el método de Wirtinger para una aproximación convexa a la minimización de costos. - Aplicación del método de Wirtinger mediante el uso del software Python.	- Ecuaciones de optimización mediante el cálculo de Wirtinger para la implementación en lenguajes de programación como Python. -Archivos ejecutables en formato .py de los sistemas de prueba, así como archivos .xls enlazados a Excel para las comparaciones y estructura de datos.	- Excel, software de simulación Python
Implementar en CVXPY el modelo para el análisis de las	- Simulación de los casos de estudio para su debido análisis.	- Tablas de resultados con datos obtenidos haciendo uso de los estados	- Excel, software de simulación Python

variables de estado y de optimización aplicados a sistemas eléctricos de distribución balanceado considerando recursos distribuidos.	- Comparación de resultados obtenidos en el software Python mediante flujos de potencia para su debida validación	del arte como método de comparación. - Tabla que contiene los indicadores de evaluación de los resultados obtenidos para analizar la variación que presentan los diferentes casos estudiados	

3. FORMULACIÓN TEÓRICA

3.1. ANTECEDENTES

Los sistemas modernos de distribución de energía contienen recursos distribuidos como la generación solar y eólica, al igual que dispositivos de almacenamiento, estos elementos suelen agruparse formando una Microred con mejoría en la eficiencia de potencial y confiabilidad, de esta manera pudiendo llegar a mejorar dicho sistema. Las ecuaciones de flujo de potencia introducen restricciones no convexas que requieren una linealización y mediante un análisis complejo[2], quedando de acuerdo con [3]en la publicación "Optimización de ecuaciones con restricciones no lineales: comparativo entre técnicas heurística y convexa" porque para poder resolver un problema mediante el plano complejo hay que tener en cuenta el campo de la optimización ya que cuenta con condiciones para los problemas con su función objetivo y está a su vez contiene restricciones.

La función objetivo generalmente está representada por las ecuaciones que se utiliza para optimizar una ecuación, estas funciones objetivas están enfocadas a la minimización o maximización que requiera el sistema o conjunto de ecuaciones que se requiera resolver tal como se explica en [4].

Como consecuencia los problemas relacionados con ecuaciones de flujo de potencia se pueden resolver haciendo uso del plano complejo directamente siempre y cuando teniendo en cuenta a la optimización sea cual sea el método propuesto como se indica en [5] que demuestra que se puede trabajar haciendo uso de la covexación para un resultado óptimo global para la minimización de una función.

El análisis complejo, también conocido como "teoría de funciones de variable compleja", es la rama del análisis matemático que estudia las funciones de números complejos, los cuales son útiles en muchas ramas de las matemáticas incluida la geometría algebraica, la teoría de los números, la combinación analítica, las matemáticas aplicadas, etc. Una función compleja es aquella que tiene un subconjunto de números complejos como dominio y números complejos como codominio, los cuales suponen un subconjunto abierto no vacío del plano complejo [6].

A raíz de ello Wilhem Wirtinger propone la primera introducción sistemática de las derivadas de Wirtinger, quien las introdujo en 1927 tras su curso de estudios sobre "la teoría de

funciones de varias variables complejas", estudio que estaba basado en un artículo escrito por Henri Poicaré quien define primero la variable compleja, sin embargo Dimitrie Pompeiu entre 1912 y 1913 realiza una nueva formulación basada en Poincaré la cual es tomada por Wirtinger para posteriormente nombrar el método como "Derivadas de Wirtinger", a su vez publica un artículo en 1927 con su introducción sistemática, la cual ayudará a simplificar los cálculos de cantidades lo que da como resultado la introducción de operadores diferenciales los cuales se simplifican considerablemente y por consecuencia son más fáciles de manejar [7].

Teniendo en cuenta que Alejandro Garces[8], menciona que dentro de la linealización compleja en las aplicaciones de sistemas de potencia es frecuente encontrar restricciones de igualdad definidas en el dominio complejo, por lo que las restricciones complejas no suelen ser convexas por lo cual se requiere realizar una aproximación con el fin de convexizar el espacio, por lo cual Python es una herramienta que permite trabajar directamente con variables complejas, por lo que es conveniente formular el problema directamente en el dominio complejo, esto gracias a las posibilidades que otorga el software gracias al código abierto que posee permitiendo involucrar nuevos aspectos como es CvxPy que puede trabajar con optimización convexa enfocado a funciones de alto rango como paralelismo y diseño orientado a objetos tal como se muestra en [9].

Teniendo en cuenta [10] el flujo de potencia es uno de los problemas que ha venido tomando importancia debido a los desafíos por las nuevas tecnologías de inserción como la energía fotovoltaica o eólica y por el hecho de los avances en el mundo de la optimización convexa.

3.2. SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA (SEP)

El Sistema Eléctrico de Potencia por sus siglas en inglés (SEP), es un conjunto de varias etapas que tienen como finalidad el generar, transportar y distribuir energía desde una central de generación hasta una central de consumo teniendo como objetivo el entregar energía de mejor calidad a consumidores finales bajo los estándares máximos exigidos por entidades regulatorias al menor costo. Un sistema eléctrico de potencia está compuesto por tres componentes principales: generación, transmisión y distribución, esto se ilustra de mejor manera en la Figura 3.1.

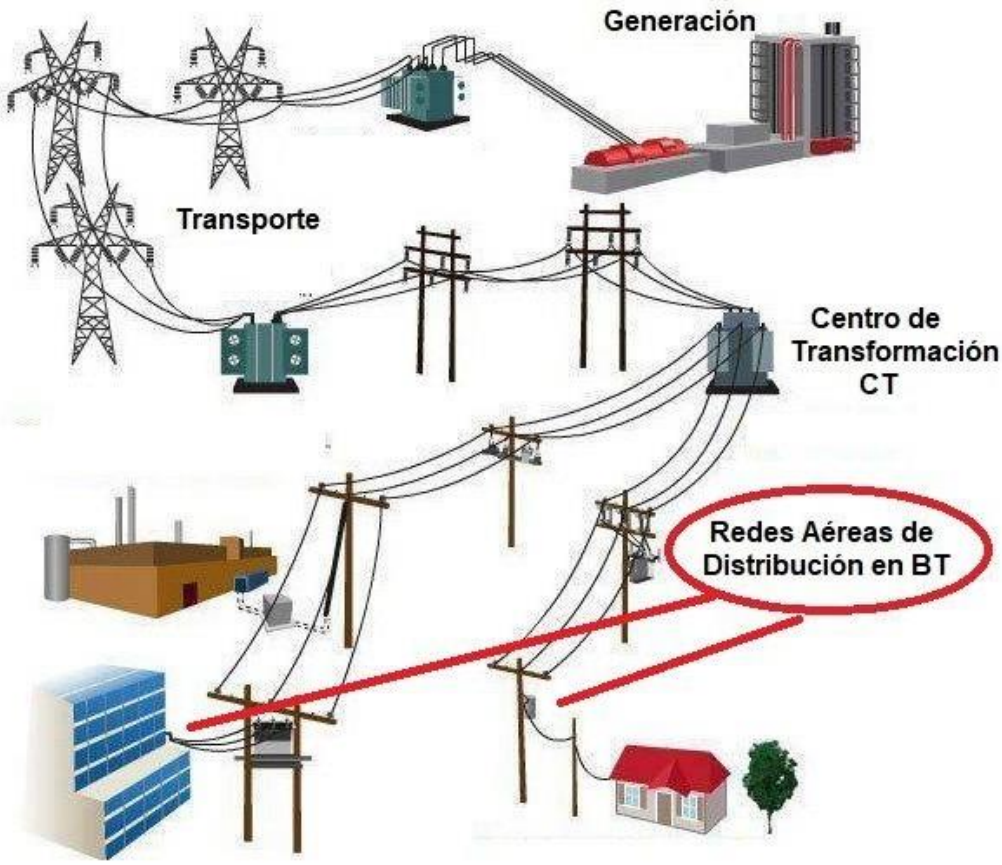


Figura 3.1. Esquema del sistema eléctrico de potencia [11].

- Generación: La generación es la parte encargada mediante centrales generadoras que están encargadas en convertir energía primaria en energía eléctrica utilizando combustibles fósiles o recursos naturales, los dispositivos encargados en convertir la energía primaria en energía mecánica son las turbinas y los motores impulsores, como todo proceso físico, esta conversión no es 100% eficiente, sino que está sujeta a pérdidas [12].

- Transmisión: Es la parte encargada de transmitir grandes bloques de energía eléctrica desde las centrales de generación hasta las centrales de consumo como son las ciudades, parques industriales etc. Para ello se utilizan conductores llamados generalmente líneas de transmisión como un medio físico por el cual fluye la carga eléctrica [12].

  Por conocimientos de eficiencia la transmisión de energía eléctrica debe efectuarse a niveles de voltaje elevado a lo que se denomina alto voltaje o alta tensión, siendo el

nivel determinado por la cantidad de energía transmitida, de no cumplir con los estándares establecidos el calentamiento de los conductores será elevado y las pérdidas de energía pueden ser considerables por el efecto Joule. Para elevar el nivel de voltaje el sistema consta de centrales de elevación de la tensión donde utilizan transformadores elevadores de voltaje [12].

- Distribución: Es la parte que se encarga de distribuir la energía eléctrica a los consumidores finales como es el sector industrial, comercial, residencial e iluminación urbana, todo el proceso se realiza mediante transformadores de BV y líneas de transmisión que pueden ser aéreas o subterráneas [12].

3.3. SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN (SD)

Durante los últimos años el principal reto en sistemas de distribución ha tenido como finalidad el perfeccionar los escenarios de operación, realizando claramente la diferenciación estratégica como es ubicación de capacitores los cuales ayuden a minimizar pérdidas de potencia reactiva en líneas de distribución, además se puede añadir la generación distribuida para minimizar la carga en las líneas siendo así que las líneas puedan trabajar sin problemas dentro de los límites de operación establecido.

En la Figura 3.2, se visualiza un Sistema de Distribución (SD) de energía eléctrica, el cual forma parte del sistema de suministro eléctrico el cual se encuentra a cargo y por ende bajo responsabilidad de las empresas o compañías distribuidoras de electricidad, donde se puede observar que la primera parte está constituida por lo que antiguamente se lo denomina red de reparto, las cuales se encuentra intercaladas por anillos de distribución, mediante las cuales se llega a las estaciones transformadoras siendo las encargadas de minimizar la tensión y de esta manera poder manejar la distribución en media tensión [13].

En la siguiente fase o etapa es donde se forma la red de distribución propiamente dicha, generalmente denominada red de media tensión (3kV a 30 kV). Esta red es la responsable de llevar la energía a los grandes centros de consumo uniendo estaciones transformadoras de distribución las cuales estarán como última etapa ya que desde este punto la salida de las tensiones ya está reducidas para la baja tensión (230/400 V) [13].

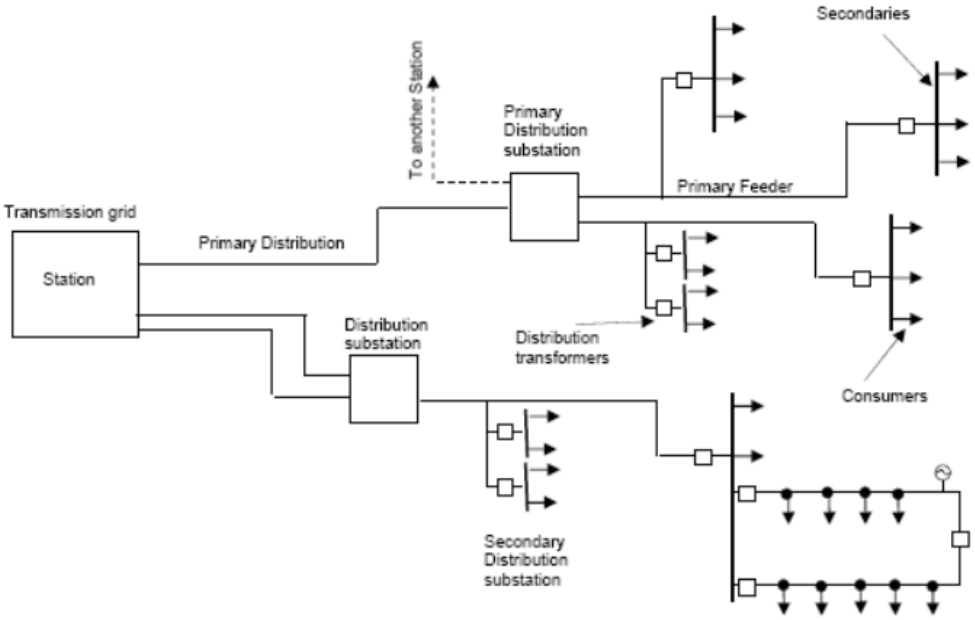


Figura 3.2. Sistema de Distribución Típico y sus componentes [13].

3.3.1. Elementos que conforman el sistema de distribución

Un Sistema de distribución está conformado por varios elementos necesarios para su correcto funcionamiento que son:

- Subestación de distribución.
- Transformadores de distribución.
- Líneas de distribución.
- Cargas.

3.4. GENERACIÓN DISTRIBUIDA.

La Generación Distribuida está orientada al uso estratégico de unidades modulares, las cuales pueden ser proyectadas para ser instaladas aisladas de la red o también puede ser mejorada de manera interconectada a la red más próxima de los puntos de consumo, por consecuencia se puede mejorar la calidad del sistema de distribución manteniéndolo más estable en términos de tensión y potencia esto gracias a que el consumidor y la unidad de generación al estar más cerca uno de otro el transporte se vuelve mucho más rápido y económico porque la energía no necesita recorrer grandes distancias.

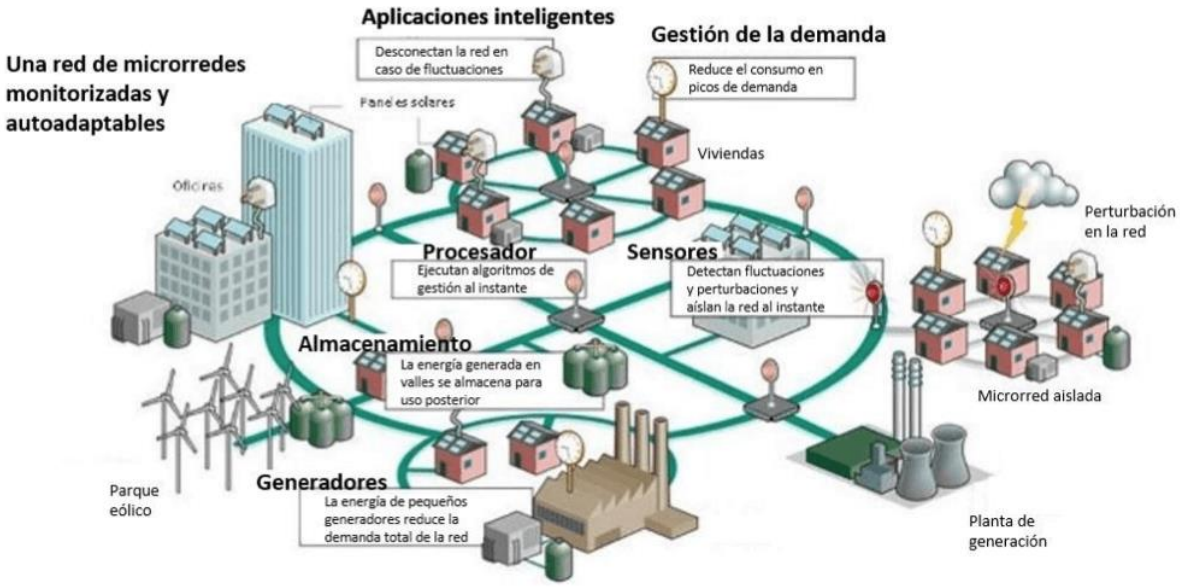


Figura 3.3. Generación Distribuida [14].

Hoy en día se tiene a la mano tecnologías que generan energía eléctrica, utilizando generadores pequeños los cuales ayudan a minimizar costos en $/MW generado, la GD puede ayudar en la minimización de costos sin embargo esto depende de sus dimensiones y de su ubicación, sin embargo esta energía puede ser consumida en el lugar donde se encuentra instalado dicha generación, lo cual ayuda el diferir costos de inversión en el transporte, como también pérdidas de energía que podrían producirse si tal red se ampliará [15].

Por lo que la Generación Distribuida tiene algunos atributos que la caracterizan como:

- No es centralmente planificada.
- No siempre es centralmente despachada.
- Usualmente está conectada a la red de distribución.
- Menor a 50 MW.

Hoy en día se tiene 4 recursos conocidos, los cuales pueden ser utilizados para la generación de energía eléctrica dentro del ámbito de generación distribuida como son:

- **Sistemas Fotovoltaicos**

La utilización de la energía solar, el cual se considera y es conocido como un recurso renovable y limpio para la generación de energía eléctrica, tiene varios objetivos primordiales

como es: la contribución para la reducción de emisiones de gas de efecto invernadero, la posibilidad de llegar con energía a lugares alejadas de la red principal de distribución [15].

Durante los últimos 20 años, la industria energética fotovoltaica ha experimentado un crecimiento bastante significativo ya que cada vez más común obtener energía a base de la radiación solar, la capacidad que puede con el que podrá trabajar con los PV oscila entre los mili vatios de los dispositivos portátiles, como las calculadoras, y los gigavatios de las centrales eléctricas conectadas a la red [15].

- **Sistemas Eólicos**

Dentro del sistema eólico se tiene una fuente de energía renovable desde donde se obtendrá la energía cinética la cual ayudará a provocar el movimiento de las aspas del aerogenerador para el mejoramiento de la captación de energía se realiza un estudio en base a diversos parámetros relativos como es la velocidad, las variaciones diarias, mensuales y estacionales de acuerdo al viento y dependiendo del lugar donde se requiere para realizar la instalación de una central eólica donde se procede a instalar numerosos aerogeneradores en un lugar en específico creando un parque eólico aumentando así la capacidad de generación de energía. Dicha energía se ha convertido en la fuente energética con menos costo además que es compatible con los programas de preservación del medio ambiente [15].

- **Sistema de almacenamiento**

El almacenamiento de energía puede llegar a ser un componente importantísimo , ya que forma parte esencial de la GD ya que satisface la demanda y mejora la confiabilidad de la red eléctrica. Dentro de los sistemas de almacenamiento se tiene:

  - **Sistemas de baterías:** Este tipo de sistemas son fuentes de corriente continua y la guardan a manera de energía química. Dicho sistema puede estar conformado de plomo-ácido, níquel cadmio, iones de litio, etc. [16].

Las baterías se encuentran tomando auge, enfocadas a una solución rentable, confiable y de gran rendimiento en muchos campos, incluido el margen eléctrico ya que las mismas pueden aportar de energía en lugares aislados los mismo que no están conectados a las redes eléctricas de distribución convencionales. Las misma pueden ser aprovechadas para almacenar la energía

producida por la transformación fotovoltaica para luego despachar esa energía inyectando a una microrred o a la red eléctrica de distribución [17].

3.4.1. Impacto de los generadores distribuidos en el sistema de distribución.

La implementación del sistema de Generación Distribuida se la puede considerar un beneficio cuando ayuda a mejorar los perfiles de tensión, reducción de pérdidas de energía y descongestión de las líneas de distribución, de la misma forma una mala ubicación puede representar problemas como la tensión por fuera de los límites permitidos, incremento de fallas debido a la generación intermitente, en los Sistemas de Distribución estos están diseñados para flujos unidireccionales y congestión en la red todos estos aspectos podrían llegar a afectar la seguridad del consumidor.

Cuando se presenta un aumento de inyección de la generación distribuida conectada a la red, la energía puede transferirse a la inversa (hacia la distribución y transmisión aguas arriba), como impacto en las redes de distribución se debe considerar las capacidades y congestión de la red en diferentes niveles de tensión [15].

3.4.2. Cambios en la Operación del Sistema

La regulación en el sistema de distribución bonifica la reducción de las pérdidas las cuales podrían incentivar al ingreso de la GD, con la que se podría ayudar en la regulación de tensión en los nodos que se necesiten.

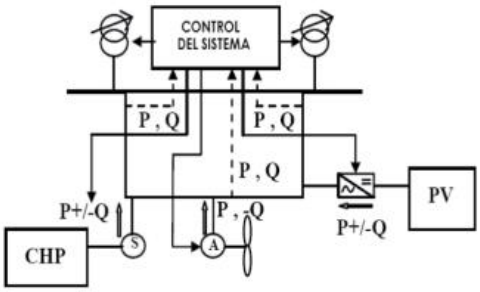


Figura 3.4. Nuevo Concepto de Operar la Red [15].

Un nuevo método de control de tensión para las redes con GD es lo que se muestra en la figura 3.7, donde se permite realizar el control de manera dinámica. La conexión de varios generadores distribuidos en la red y control de despacho inteligente brinda gran flexibilidad en el manejo de la energía reactiva y el control de la tensión [15].

3.5. MÉTODOS DE FLUJO DE CARGA CONVENCIONALES

Este tipo de metodologías fueron estudiadas de forma general, además pueden ser trabajadas tanto en sistemas eléctricos de potencia y en sistemas de distribución. Dichos métodos los cuales pueden ser utilizados para el cálculo de Flujo de carga son:

3.5.1. Método de Gauss-Seidel

El método Gauss-Seidel es una versión acelerada del método de Jacobi, este método es utilizado ampliamente para resolver ecuaciones lineales el cual es necesario contar con un vector aproximado completo para así realizar la sustitución en las ecuaciones de recurrencia y obtener una nueva aproximación sin embargo este método presenta una desventaja la cual es que no siempre converge a una solución por lo que se propone ir sustituyendo nuevas variables con el fin de que el error sea mínimo [18].

3.5.2. Método de punto Fijo

De acuerdo con [método punto fijo], la teoría del punto fijo permite resolver una ecuación $f(v) = 0$ buscando un punto fijo de $T(v) = v - f() < v$. En ciertos casos, este punto fijo puede ser calculado mediante la aplicación iterativa de $v \leftarrow T(v)$, el método converge si el mapa *T* es una contracción. Es sencillo dar con un mapa *T* en redes de distribución de energía, ya que la potencia nodal es dada en forma matricial, aislando la corriente en la holgura del resto de nodos [2].

3.5.3. Método de Newton Raphson:

El método de Newton-Raphson es una expansión de las series de Taylor en las que se pueden realizar funciones entre dos o más variables, este método es uno de los más confiables, además de los más rápidos desde el punto de vista computacional y económico con respecto a los requerimientos de almacenamiento de la información [18].

3.5.4. Método de Newton Raphson Desacoplado Rápido.

Este método se utiliza en sistemas de transmisión de potencia a gran escala, es una alternativa para mejoramiento de la eficiencia computacional y minimizar los requerimientos de memoria es importante aclarar que este método está diseñado básicamente para ser insertado en sistemas

eléctricos de potencia, aun así, puede ser modificado para poder incluirlo a las características pertinentes de los sistemas de distribución [19].

3.6. OPTIMIZACIÓN

La gran parte de problemas de optimización matemática se pueden clasificar en cuatro diferentes tipos, tal y como se muestra en la figura # , los cuales se les conoce como programación lineal (PL), programación lineal entera (PLE), programación no lineal (PL), programación entera mixta (PNLEM). La dificultad para la resolución de un problema de optimización depende de varios factores, por lo general las características geométricas son mucho más importantes que el número de variables. Por lo que se está interesado en la resolución de problemas continuos lo cuales pueden ser representados de la siguiente manera:

$$\min_{x \in \Omega} f(x) \tag{3.1}$$

Donde $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ es una función generalmente continua y diferenciable, a la cual se denomina función objetivo y Ω es un conjunto no vacío llamado espacio de soluciones. Por lo tanto, el interés también recae en problemas con una característica geométrica adicional a la cual denominaremos convexidad la cual nos garantiza ciertas propiedades teóricas y prácticas que serán estudiadas [20].

Sólo los problemas de PL y ciertos problemas de PNL son convexos por lo que se podría decir que la optimización convexa es demasiado limitada, Sin embargo, la problemática convexa está asociada a varios conceptos teóricos que son importantes dentro de la optimización matemática y eficiencia de algoritmos de solución [20].

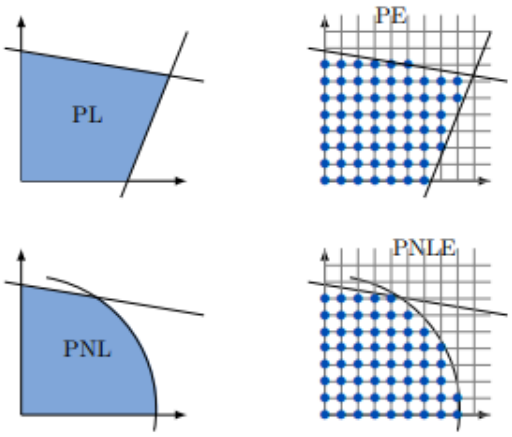


Figura 3.5. Tipos de problemas de optimización: programación lineal (PL), programación entera (PE), programación no lineal (PNL), programación no lineal entera mixta (PNLE) [20].

3.6.1. Optimización Convexa

Para la optimización convexa se tiene una demostración importante, lo que quiere decir que cualquier solución óptima local es una solución óptima global. Para la optimización convexa se puede asegurar que la dificultad computacional está relacionada más por la convexidad que por la linealidad, por esta razón es importante establecer condiciones de convexidad, así como de aproximaciones convexas [20].

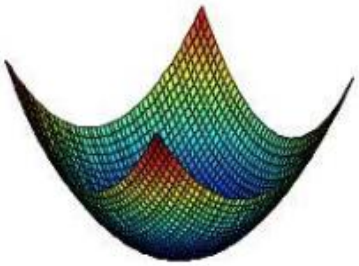


Figura 3.6. Optimización Convexa. Punto óptimo global [21].

3.6.2. Optimización no convexa

Para la optimización no convexa el problema es considerado muy difícil para ser resuelto, ya que puede existir un sinfín de puntos óptimos locales y la complejidad del algoritmo para resolver un problema óptimo global suele ser exponencial por esa razón el tema no se abordará en el desarrollo del presente escrito, sin embargo, se adjunta una referencia a continuación [21].

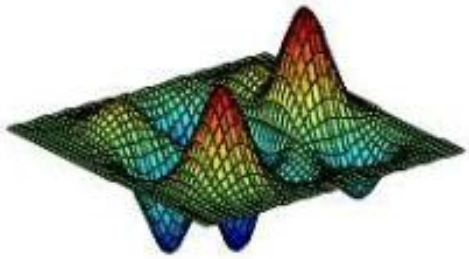


Figura 3.7. Optimización No Convexa. Punto múltiple global [21].

3.6.3. Espacios lineales y normas $\mathcal{L}_p$

Antes de ingresar a estudiar los problemas de optimización convexa, se revisarán conceptos básicos de álgebra lineal los cuales serán de gran ayuda más adelante. Un espacio lineal o espacio vectorial es un conjunto $\mathcal{L}$ de vectores junto con dos operaciones (suma y multiplicación vectorial por un escalar) tal que si $x \in S, y \in \mathcal{L}, \alpha \in \mathbb{R}$ por lo que:

$$x + y \in \mathcal{L} \tag{3.2}$$

$$\alpha x \in \mathcal{L} \tag{3.3}$$

$$x + y = y + x \tag{3.4}$$

$$(x + y) + z) = x + (y + z) \tag{3.5}$$

$$Existe\ un\ elemento\ \vec{0}\ tal\ que\ x + \vec{0} = x \tag{3.6}$$

$$\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y \tag{3.7}$$

$$(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta y \tag{3.8}$$

$$(\alpha\beta)x = \alpha(\beta x) \tag{3.9}$$

$$0x = \vec{0} \tag{3.10}$$

$$1x = x \tag{3.11}$$

Es fácil demostrar que $\mathbb{R}^n$ con operaciones vectoriales usuales son un espacio lineal [20].

3.6.4. Producto Interior o Escalar

El producto interior o producto punto es denotado por x*y, además es una operación la cual utiliza dos vectores de un espacio lineal y genera un escalar con las siguientes propiedades [20].

$$(x + y) * z = x * z + y * z \tag{3.12}$$

$$(\alpha x) * y = \alpha(x * y) \tag{3.13}$$

$$x * x \geq 0, x * x = 0 \; si \; x = \vec{0} \tag{3.14}$$

$$(x * y)^2 \leq (x * x)^2 (y * y)^2 \quad (Desigualdad\ de\ Cauchy - Schwarz) \tag{3.15}$$

Por lo que se podrá definir diferentes tipos de productos interiores sobre un mismo espacio donde se tiene como dos posibles ejemplos en $\mathbb{R}^n$:

$$x * y = x^T y \tag{3.16}$$

$$x * y = x^T A y \tag{3.17}$$

Donde

A: es una matriz definida positiva.

Se debe observar que dos vectores son perpendiculares si x * y = 0, lo que significa que dos vectores pueden parecer perpendiculares de acuerdo a la métrica utilizada [20].

3.6.5. Normas

Existen 3 tipos de normas de acuerdo a $\mathbb{R}^n$ siendo estas las más comunes :

$$\|x\|_1 = \sum_i |x_i| \tag{3.18}$$

$$\|x\|_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2} \tag{3.19}$$

$$\|x\|_\infty = \sup_i |x_i| \tag{3.20}$$

$$\|x\|_p = \left(\sum_i |x_i|^p\right)^{1/p} \tag{3.21}$$

Dado (3.20) se tiene como caso particular la norma-p definida en la ecuación (3.21)

Donde p $\geq$ 1. Entonces tenemos que $\|x\|_1 \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_\infty$ tal como se observa en la figura # para $\mathbb{R}^2$ [20].

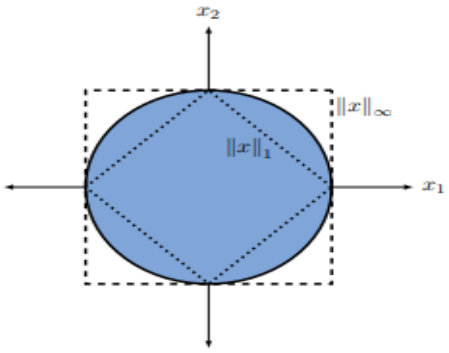


Figura 3.8. Comparación entre las normas 1, 2 e ∞ en el plano [20].

Además, se tiene la generación de normas sobre el espacio de la matriz inducida por alguna norma-p [20].

$$\|M\| \sup_{\|x\|=1} \|Mx\| \tag{3.22}$$

Las normas inducidas tienen la facilidad de una propiedad la cual es submultiplicativa, es decir:

$$\|A * B\| \leq \|A\| * \|B\| \tag{3.23}$$

Hay que tener en cuenta que esta propiedad no está establecida como una norma-p. No obstante, muchas normas la cumplen, generalmente aquellas que provienen de un producto punto como es el caso de la norma-2 [20].

3.6.6. Conjuntos Convexos

Decimos que un conjunto $\Omega \in \mathbb{R}^n$ es convexo para cualquier x,y $\in \Omega$ existe un z dado por:

$$z(1-\lambda)x + \lambda y \tag{3.24}$$

Tal que z $\in \Omega$ con $\lambda \in \mathbb{R}, 0 \leq \lambda \leq 1$.

En la figura 3 se observa que la condición se cumple para cualquier par de puntos arbitrarios en el caso de Ω_A mientras que en Ω_B tiene puntos que pertenecen al segmento de recta pero que se salen del espacio, por lo que Ω_A es convexo mientras que Ω_B es no convexo [20].

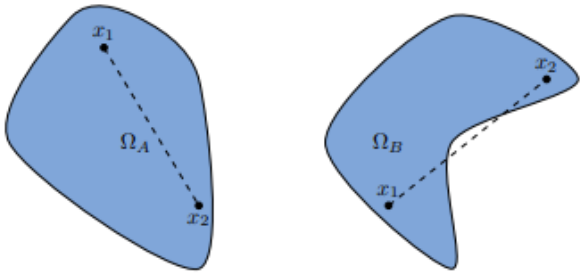


Figura 3.9. Ejemplo de un espacio convexo Ω_A y en contra ejemplo de un espacio no convexo Ω_B

3.6.7. Intersección de conjuntos convexos genera un conjunto convexo

Sea $C = \cap C_I$. En el caso que C sea no vacío, se toma en cuenta dos puntos x, y ϵ C y se selecciona $\lambda \epsilon \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \lambda \leq 1$. Además $z = (1-\lambda)x + \lambda y \, \epsilon \, C_i$ pues cada conjunto es convexo, por lo tanto $z \, \epsilon \, C$ con lo que se concluye que C es convexo [20].

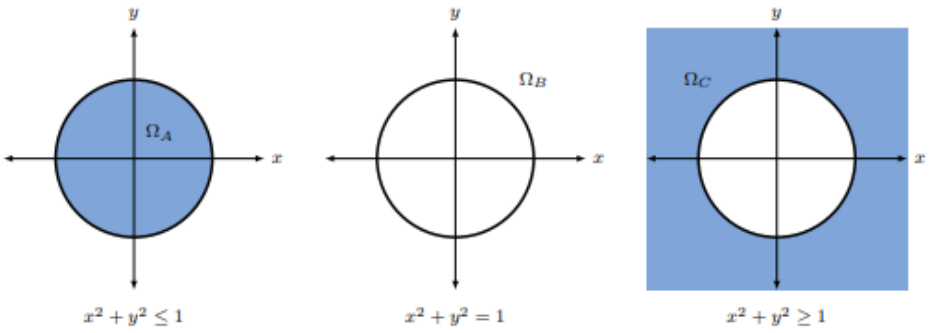


Figura 3.10. Ejemplo de tres conjuntos definidos por una bola en el plano [20].

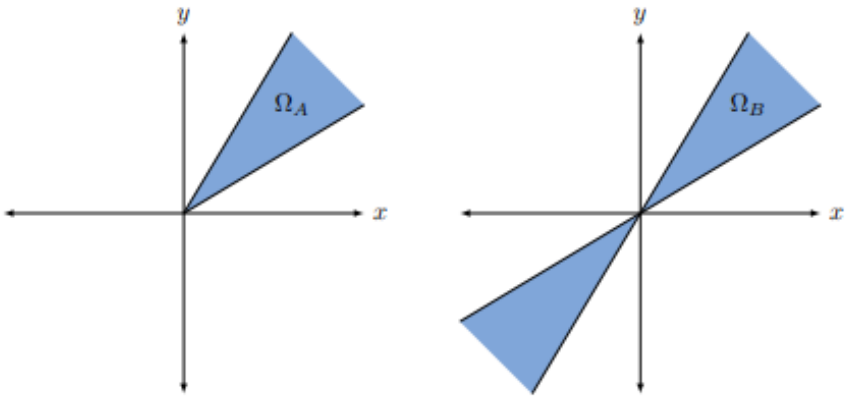


Figura 3.11. Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo [20].

Este lema permite identificar fácilmente un espacio de soluciones convexo, es importante tener en cuenta que la unión de dos conjuntos convexos no genera un conjunto convexo [20].

3.6.8. Funciones Convexas

Decimos que una función f: $\mathbb{R}^n$ ➔ $\mathbb{R}$ es convexa si su dominio es convexo para cualquier par de puntos de x, y ϵ $\mathbb{R}^n$ se tiene que:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) \tag{3.25}$$

Para cualquier $\lambda \epsilon \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \lambda \leq 1$ para lo cual la misma condición puede estar escrita como:

$$f(\alpha x + \beta y \leq \alpha f(x) + \beta f(y) \; con \; \alpha + \beta = 1 \tag{3.26}$$

Para lo que se usara una u otra definición según sea conveniente.

En la figura 3.12 se demuestra la intersección de cuatro espacios afines $\Omega_A = \{(x_1, x_2): x_1 + 2x_2 \leq 10\}$, $\Omega_B = \{(x_1, x_2): -5x_1 + 2x_2 \leq 4\}$, $\Omega_C = \{(x_1, x_2): x_1 \geq 0\}$ y $\Omega_D = \{(x_1, x_2): x_2 \geq 0\}$

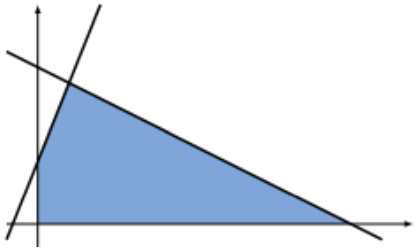


Figura 3.12. Ejemplo de politopo como la intersección de tres conjuntos convexos [20].

En la figura 3.13 se define cualquier segmento de recta entre dos puntos x, y está por encima de la función $f(x) = x^2$ y $f(x) = -ln\,(x)$.

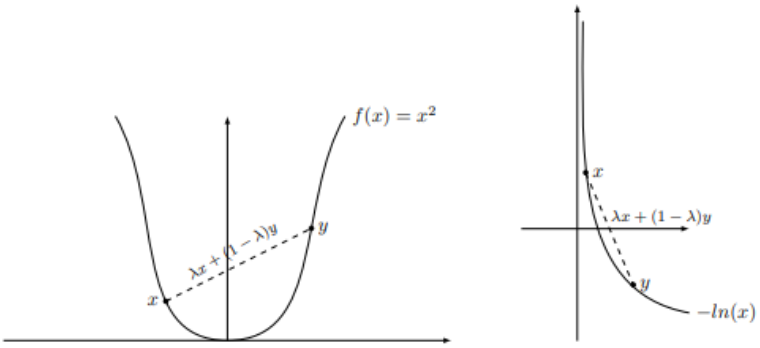


Figura 3.13. Ejemplo de dos funciones convexas:

$a)\, f(x) = x^2 \;\; b)\, f(x) = -ln\,(x)$ respectivamente [20].

3.7. PROGRAMACIÓN LINEAL

La problemática existente en la programación lineal (PL), tiene propiedades geométricas y algebraicas las cuales nos permiten garantizar el óptimo global. La programación lineal se la representa mediante su forma canónica como se muestra:

$$\min c^T x$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Donde x representa las variables de decisión [20].

Dicha programación (PL) trata solamente mediante funciones objetivo y restricciones lineales, además que es utilizada en campos de la ingeniería. Para poder identificar que se trata de una programación lineal tenemos que tener en cuenta 4 componentes básicos como son:

1. El conjunto de datos.
2. El conjunto de variables involucradas en el problema.
3. El conjunto de restricciones lineales.
4. La función lineal debe ser optimizada (Minimizada o maximizada) [22].

3.8. PROGRAMACIÓN NO LINEAL

Se estudian algunos aspectos relacionados a los que denominaremos cuestión estática de los problemas de optimización, mediante los cuales se utilizan condiciones necesarias y suficientes para encontrar de forma explícita la solución hacia el problema de optimización de forma general [22].

Su formulación general de acuerdo al problema de optimización no lineal:

$$(PPNL)\begin{cases} & f(x) \\ Optimizar & \\ Sujeto\ a & \begin{matrix} h_i(x) = 0 & \forall_i = 1, \dots, m \\ g_i(x) = 0 & \forall_j = 1, \dots, p \end{matrix} \end{cases} \tag{3.27}$$

Donde f, $h_i, g_j : A \rightarrow \mathbb{R}$ son funciones reales de varias variables reales las cuales se definen sobre los puntos $x = (x_1, \dots, x_n)$ del conjunto : $A \subseteq \mathbb{R}^n$. En el modelo general (Ec, Anterior) ocurre m= p = 0, el problema de optimización sin restricciones se expresa de la siguiente manera:

$$(PSR)\begin{cases} O\,ptimizar & f(x) \\ & x \in A \end{cases} \tag{3.28}$$

Un caso característico para este tipo de problema aparece cuando n=1, lo que quiere decir que solo hay una variable de decisión, por lo que es un problema de optimización variante:

$$(P1D)\begin{cases} Optimizar & f(x) \\ Sujeto\ a & x \in I \subseteq \mathbb{R} \end{cases} \tag{3.29}$$

Por último si m ≠ 0 y p = 0, es decir , solamente hay restricciones de igualdad, por lo que se observa un problema de Lagrange:

$$(PRI)\begin{cases} Optimizar & f(x) \\ Sujeto\ a & h_i(x) = 0 \quad \forall_i = 1, \dots, m \end{cases} \tag{3.30}$$

A lo que el problema general PPNL de acuerdo a las restricciones su comportamiento de igualdad y el de desigualdad es mínimamente distinto [22].

3.8.1. Condiciones de Karush-Kunh-Tucker

Se presentan diferentes condiciones necesarias y suficientes las cuales deben cumplir los problemas con expectativa a una solución óptima del problema de optimización PPNL, estas condiciones son correspondientes a las condiciones de Karush-Kunh-Tucker (CKKT) [22].

Dado el problema:

$$\begin{cases} Optimizar & f(x_1, \dots, x_n) \\ Sujeto\ a & h_i(xx_1, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & g_i x_1, \dots, x_n = 0 \quad j = 1, \dots, p \end{cases} \tag{3.31}$$

Existen casos particulares donde las condiciones (CKKT) se aplican a problemas generales de optimización (NLPP), sin embargo, se obtienen expresiones más simplificadas de las mismas cuando se utilizan problemas sin restricciones o cuando el problema solo contiene restricciones de igualdad[22].

3.8.2. Condiciones necesarias

Las condiciones (CKKT) son necesarias para la gran parte de problemas de optimización no líneas, lo que quiere decir que si x^* es un óptimo local del problema no lineal, por lo que será un punto de dicha condición [22].

3.9. PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA

La Programación cuadrática (QP) es el procedimiento al cual se denomina la minimización de dicha función de n variables sujeta a *m* restricciones lineales de igualdad o desigualdad. La importancia de la programación cuadrática se debe a su amplio número de problemas los cuales aparecen naturalmente como problemas cuadráticos [23].

La notación cuadrática la definimos como:

$$\min \text{f(x)} = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$$

s.a

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Donde:

C: Es un vector de coeficientes constantes

A: Es una matriz (m*n) por lo que se asume que Q es una matriz simétrica [23].

3.10. TEOREMA DE WIRTINGER

El cálculo de Wirtinger es un modelamiento matemático el cual está siendo estudiado poco a poco por diferentes investigadores como es el caso del Ingeniero Alejandro Garcés, este cálculo está basado en métodos preliminares como es el caso de Gauss Seidel, Poincaré, etc., el

cual se podría decir que se está constituyendo como una herramienta programable mediante el cual se puede realizar una minimización de costos, recursos y pérdidas de potencia. Para realizar el cálculo de Wirtinger se necesita algunos tipos de datos que posiblemente puedan ser proporcionados por medidores instalados a lo largo del sistema, los datos que se tendrían que obtener serían voltajes, inyección de potencia activa y reactiva, flujos de potencia, que por lo general son enviados por dispositivos electrónicos como es el Sistema SCADA o PMU, si por alguna razón no se puede obtener las mediciones reales se puede llegar a utilizar las pseudo medidas, además dicho cálculo puede ser utilizado para determinar el despacho económico.

3.10.1. Ecuaciones de Cauchy-Riemann

Dada una función $f: \Omega \to \mathbb{C}$ acepta la derivada en sentido complejo en $z0 = x0, y0$, entonces quedaría $\mathrm{f}^{\sim}: \mathbb{R}^2\mathbb{R}^2$ es diferenciable como función del plano real en $z0 = x0, y0$, de las proposiciones dadas se llega a un punto decisivo de la teoría de las funciones de variable compleja y se considera:

$$f: \mathbb{C} \to \mathbb{C} \tag{3.32}$$

$$z = x + \acute{\imath}y \;\rightarrow\; u(x,y) + \acute{\imath}u(x,y) \tag{3.33}$$

Si $z0 = x0 + \acute{\imath}y0 = (x0, y0) \in \mathbb{C}$ un punto de planos complejos. Entonces f es diferenciable en (x0, y0) como función de $\mathbb{R}^2$ y su diferencial en ese punto $\mathrm{df}^{\sim}{}_{z0}$ sería una función $\mathbb{C} - lineal$ a lo que:

$$\frac{\partial(f+g)}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial g}{\partial z} \tag{3.34}$$

De esta manera se llega a (3.34) las llamadas ecuaciones de Cauchy-Riemann [24].

3.10.2. Derivadas de Wirtinger

Dada una función compleja $f = u(x,y) + jv(x,y) = x + jy$, se define la derivada simple y la derivada conjugada de Wirtinger mostrando su resolución como sigue:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{dx} + \frac{\partial v}{dy}\right) + \frac{j}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{du}{dy}\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{dx} + \frac{\partial v}{dy}\right) + \frac{j}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{du}{dy}\right) \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial (f+g)}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial g}{\partial z}$$

$$\frac{\partial (f+g)}{\partial z^*} = \frac{\partial f}{\partial z^*} + \frac{\partial g}{\partial \partial z^*}$$

$$\frac{\partial (f*g)}{\partial z} = f\frac{\partial f}{\partial z} + g\frac{\partial g}{\partial z} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial (f+g)}{\partial z^*} = \frac{\partial f}{\partial z^*} + \frac{\partial g}{\partial \partial z^*}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} z^* = \frac{\partial}{\partial z^*} z = 0 \quad (3.37)$$

Aunque las derivadas convencionales sean similares en la ecuación (3.35), los operadores de Wirtinger no son derivadas de acuerdo a las condiciones hechas de Cauchy-Riemann.

Las derivadas de Wirtinger cumplen con las reglas comunes de diferenciación en relación a la suma, producto y composición de dos funciones como se muestra en la ecuación (3.36).

Además, en la ecuación (3.37) z y z* puede considerarse constante cuando se realiza la derivada respecto a otra variable, como si fueran derivadas parciales [8].

3.11. DESPACHO ECONÓMICO

Para el Despacho Económico se da a conocer de manera óptima los recursos de generación eléctrica para la satisfacción para la demanda de un SEP a un costo mínimo, teniendo en conocimiento la disponibilidad de generación, parámetros de la demanda y respectivas restricciones. Este proceso es indispensable para la realización de mercados eléctricos ya que permite obtener un adecuado uso de recursos energéticos.

Mediante la operación de un SEP, el principal objetivo es que se mantengan todas las variables eléctricas siempre en un rango normal de operación como los voltajes, flujos de potencia en transmisión, potencia reactiva en generadores. Ante posibles variaciones de frecuencia se requiere que todas las máquinas tengan una reserva rodante y pueden estar dentro de la regulación primaria potencia-frecuencia, por esta razón en un despacho económico se requiere considerar todas las restricciones e incertidumbres [25].

3.11.1. Despacho económico convencional

El despacho económico convencional ayuda a la determinación de potencias las cuales se necesitan establecer desde la generación en cada una de las unidades que estén disponibles para cubrir la demanda requerida en diferentes periodos de tiempo, siempre teniendo en cuenta el menor costo de generación. El despacho Económico convencional está constituido por las centrales que tienen como fuente primaria la utilización de combustibles fósiles o hidroeléctricas de gran potencial de generación.

Las principales características del despacho convencional se manifiestan en las dificultades que presentan frente al medio ambiente ya que estas generan gran impacto por los gases y partículas que emanan [26].

3.11.2. Despacho económico no convencional

Según [26]. Dentro del Despacho no convencional se tiene en cuenta que se necesitan centrales de generación con diferentes recursos. Las principales centrales de generación ayudan a mantener el medio ambiente por ende son de generación limpia, dentro de dichas centrales se encuentra la generación eólica, solar, mareomotriz, geotérmica y la hidráulica en ciertos aspectos. El despacho económico no convencional se lo asocia de manera directa a la fácil disponibilidad de sus energías y a su geografía para su mejor aprovechamiento.

Durante la generación en el despacho no convencional se obtienen picos de consumo demasiado altos por lo que es complicado la participación de la ERNC (Energías Renovables No Convencionales), por los costos altos de inversión además que existe un mercado muy competitivo. Sin embargo, cada vez se ingresa con mayor determinación real a los costos, entonces es el momento donde toma la ventaja ante el despacho convencional [26].

4. MATERIALES Y MÉTODOS

4.1. MATERIALES Y HERRAMIENTAS

a. Python

De acuerdo a [27], Python es un lenguaje de programación interpretado, interactivo y orientado a objetos. El cual introduce módulos, tipado dinámico y excepciones, además Python mezcla potencia con una sintaxis muy clara mediante el cual se puede realizar muchas llamadas a algún sistema y/o bibliotecas de la misma manera puede ser extensible hacia el lenguaje C o C++, por ende también se puede utilizar como lenguaje de extensión para Apps que necesiten interfaces programables, por lo general Python es una herramienta portable que puede correr en diferentes sistemas operativos como puede ser Unix, Mac, Windows (en la mayor parte de sus versiones), etc.

b. CvxPy

Según [28], CvxPy es un lenguaje de modelado con código abierto el cual se puede encontrar integrado a Python o puede ser instalado para problemas convexos de optimización CvxPy ayuda a expresar de forma natural las matemáticas en lugar de la manera estándar y restrictiva como lo requiere Solvers, además CvxPy también admite la generalización geométrica en la programación, al igual que programas convexos enteros mixtos y cuasi convexos.

PandaPower es basado en una biblioteca de análisis de datos pandas y caja de herramientas de análisis de sistemas de potencia PYPOWER para poder crear un programa de cálculo de red fácil de utilizar, el cual puede ser utilizada para la automatización del análisis y la optimización en sistemas de energía eléctrica. PandaPower se desarrolló con el objetivo de cerrar la brecha entre herramientas de sistemas de energía comercial y de código abierto, aunque este tipo de sistemas de energía mantienen un código abierto los cuales pueden ser personalizados fácilmente estos carecen de bibliotecas y modelos detallados [29].

c. Excel

Conforme a lo establecido con Microsoft [30], Excel es una herramienta muy útil para trabajar con la información de muchos datos, realizando operaciones muy sencillas hasta las más complejas organizándose en cuadrículas e implementando fórmulas mediante las cuales se puede realizar gráficas, cálculos de probabilidad, análisis de datos, histogramas, etc.

4.2. TIPOS DE INVESTIGACIÓN

4.2.1. Investigación Bibliográfica

La investigación se llevó a cabo realizando una búsqueda bibliográfica de libros, revistas y artículos científicos, páginas web y repositorios universitarios a nivel nacional e internacional para obtener información de fuentes confiables que aporten la teoría suficiente que sustente el tema y el método de análisis utilizado. tener resultados.

4.2.2. Investigación Descriptiva

La investigación se utiliza para poder especificar los cambios por los cuales pasa la linealización del método planteado y como él mismo converge hacia la solución que se busca expresar.

4.3. MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN

- **Métodos analíticos.**

De acuerdo a [31], los modelos analíticos utilizan un modelo matemático como presentación del sistema, justificando una solución numérica directa, siendo así que dicha solución puede ser desarrollada por un software de optimización comercial. Pero si el problema es complejo, su resultado no es tan preciso.

- **Métodos numéricos.**

Los métodos numéricos según [32], también conocidos como métodos basados en el cálculo se dividen en dos: métodos directos y métodos indirectos, los cuales son restringidos al momento de ser aplicados en problemas reales. Su objetivo principal es la optimización de la ubicación y el tamaño del GD para poder resolver el problema de la minimización de las pérdidas de energía.

- **Métodos heurísticos y metaheurísticos.**

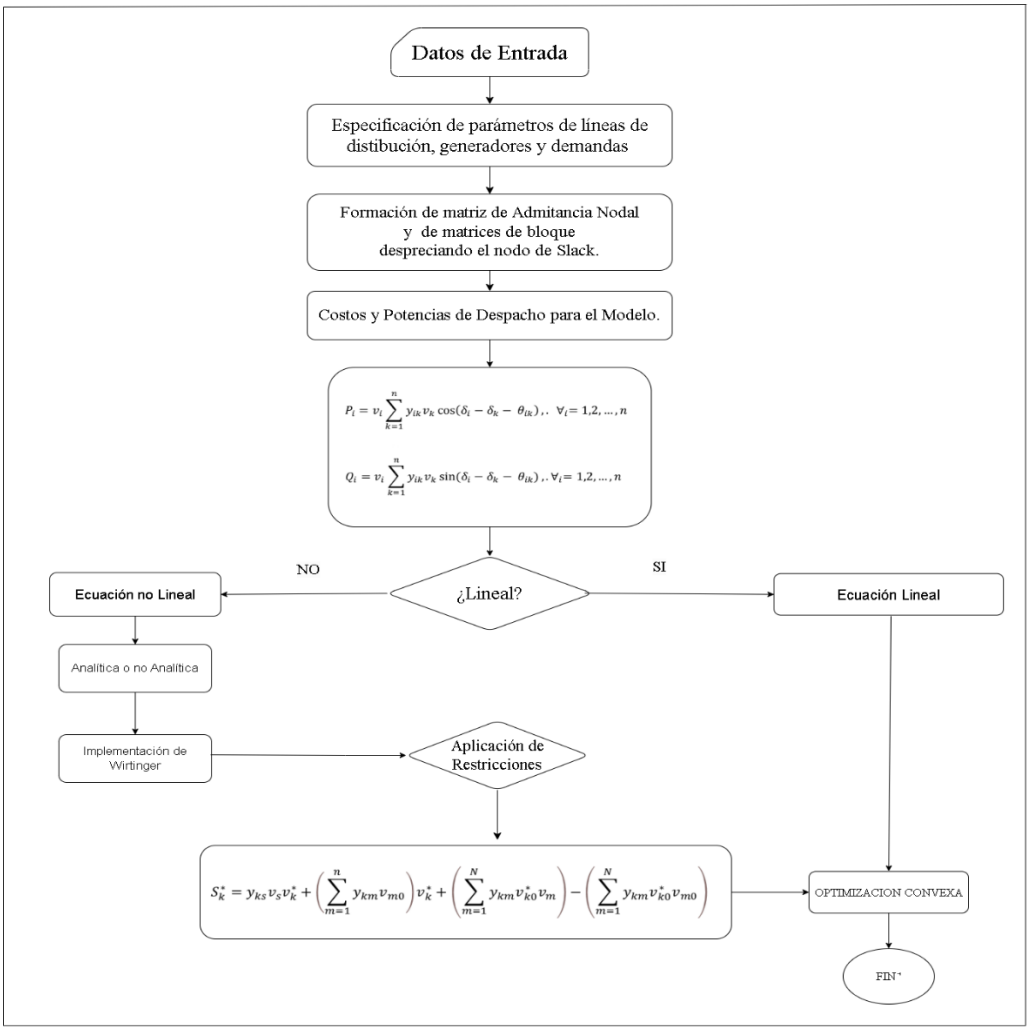
Este tipo de métodos son parte del conjunto de métodos no exactos, ya que al no poseer un mecanismo que garanticen la obtención de un resultado óptimo global, ayudan con la obtención de una solución para problemas de optimización de la vida real, con esfuerzos computacionales aceptables. Dichos esfuerzos involucran dos aspectos importantes como son: el tiempo de cálculo y la memoria requerida para poder realizar dicho proceso. Mientras que el método

metaheurístico guía y modifica las operaciones heurísticas subordinadas para producir soluciones de alta calidad y de manera efectiva, ayudándose de estrategias de búsqueda y algoritmos bioinspirados [31].

4.4. DIAGRAMA DE FLUJO BASADO EN EL MODELO PROPUESTO

Se presenta el respectivo diagrama de flujo el mismo que sigue la metodología utilizada para demostrar el funcionamiento del método propuesto. Cada uno de ellos es esencial para poder verificar la veracidad del método para lo cual se emplea más adelante con casos base particulares.

Tabla 4.1. Diagrama de flujo basado en el método de Wirtinger.



4.5. FLUJOS DE POTENCIA

Según [33], los flujos de potencia son muy importantes dentro de la planeación y el diseño para un posible crecimiento a futuro de los sistemas eléctricos, de la misma manera en la determinación para el mejoramiento condicional en operación de los sistemas existentes. Es importante tener un registro impreso de los resultados que se obtienen a lo largo de las operaciones de un sistema eléctrico para poder obtener su análisis y comparación, aunque en ocasiones se puede obtener un vaciado automático en diagramas.

4.5.1. Modelo clásico

El modelo se basa en minimizar los costos de operación de acuerdo a la potencia generada la misma que estará restringida por muchos factores dentro de las ecuaciones de flujo de potencia, su desarrollo y sus restricciones a la que está sujeta se denota a continuación.

$$\min \sum_{i=1}^{n} C_i \, p_{Gi} \tag{4.1}$$

$$P_i = v_i \sum_{k=1}^{n} y_{ik} v_k \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) ,. \quad \forall_i = 1,2, \dots, n \tag{4.2}$$

$$Q_i = v_i \sum_{k=1}^{n} y_{ik} v_k \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) ,. \forall_i = 1,2, \dots, n \tag{4.3}$$

S.a

$$\begin{gathered} P_i = P_{gi} - P_{di} \\ Q_i = Q_{gi} - Q_{di} \\ \underline{V_i} \leq v_i \leq \overline{V_{i,.}} \ \forall_i = 1,2, \dots, n \\ \underline{P_{Gi}} \leq p_{Gi} \leq \overline{P_{Gi}},. \ \forall_i = 1,2, \dots, n \\ \underline{Q_{Gi}} \leq q_{Gi} \leq \overline{Q_{Gi}},. \ \forall_i = 1,2, \dots, n \\ -\pi \quad \leq \quad \delta_i \quad \leq \quad \pi, \quad \forall_i = 1,2, \dots, n \\ \delta_1 \quad = 0 \end{gathered} \tag{4.4}$$

Donde:

C_i: *Es el costo por unidad de potencia activa en el generador i.*

p_{Gi}: *Es la potencia activa generada en el nodo i.*

P_{Di}: *Es la potencia activa demandada en el nodo i.*

v_i: *Es la magnitud del voltaje en el nodo i.*

v_k: *Es la magnitud del voltaje en el nodo k.*

δ_i: *El ángulo en el nodo i.*

δ_k: *El ángulo en el nodo k.*

y_{ik}: *El módulo o línea de transmisión.*

θ_{ik} : *el argumento de una constante compleja que depende de la topología y estructura física de la red.*

q_{Gi}: *Es la potencia reactiva generada en el nodo i.*

Q_{Di}: *Es la potencia reactiva demandada en el nodo i.*

$\underline{Vi}$: *Es el límite inferior para el módulo de tensión.*

$\overline{Vi}$: *Es el límite superior para el módulo de tensión.*

$\underline{P_{Gi}}$: *Es la potencia activa mínima que puede producir el generador.*

$\overline{P_{Gi}}$: *Es la máxima potencia activa que produce el generador.*

$\underline{Q_{Gi}}$: *Es la potencia reactiva mínima que puede producir el generador.*

$\overline{Q_{Gi}}$: *Es la máxima potencia reactiva que produce el generador.*

4.5.2. Flujo de potencia en líneas de transmisión

Para el estudio de optimización de Costos de Operación y pérdidas, bajo el método de Wirtinger (Derivadas de Wirtinger) se utilizará ecuaciones de flujo de potencia en las líneas, inyección de potencia activa y reactiva en los diferentes nodos del sistema.

4.5.2.1. Método de Gauss-Seidel

El método de Gauss-Seidel es una expansión de las series de Taylor el cual proporciona una aproximación a la función vectorial no lineal h(x) en la ecuación (4.5):

$$h(x + \Delta x) \cong h(x) + H(x)\Delta x \tag{4.5}$$

$$J(\Delta x) = (\Delta z - H(x)\Delta x)' R_z^{-1}(\Delta z - H(x)\Delta x) \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial J(\Delta x)}{\partial \Delta x} = H'(x)R_z^{-1}(\Delta z - H(x)\Delta x) = 0 \tag{4.7}$$

De acuerdo con [18], el problema de minimización de la ecuación puede reescribirse como sigue en la ecuación (4.6).

Donde $\Delta z = z - h(x) y\, H(x) = \frac{dh}{(dx)}$ puede considerarse ya como la matriz Jacobiana. La condición de optimización de primer orden se la observa en la ecuación (4.7).

4.5.2.2. Método de Newton-Raphson

El método de Newton Raphson, bajo las condiciones de optimización son aplicadas directamente al desempeño de J(x) como se expresa en la ecuación (4.8) [18].

$$J(x) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{z_j - h_j(x)}{\sigma_j}\right)^2 \tag{4.8}$$

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{z_j - h_j(x)}{\sigma_j}\right)^2 \frac{\partial h(x)}{\partial x} = 0 \tag{4.9}$$

$$bfg(x + \Delta x) \cong g(x) + G(x)\Delta x \tag{4.10}$$

$$G(x) = \frac{\partial g(x)}{\partial x} = \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2}\sum_{j=1}^{m}\sigma_j^{-1} = \frac{\partial h_j(x)}{\partial x}\left(\frac{\partial h_j(x)}{\partial x}\right)' - \sum_{j=1}^{m}\sigma_j^{-1}\Delta z\frac{\partial^2{}_j(x)}{\partial x^2} \tag{4.11}$$

Primero, se reescribe J(x) como en (4.8)

Donde σ_j es el elemento (j, j) de la matriz de covarianza R_j como se expresa en (4.5).

Donde g(x) denota el gradiente de J(x). La raíz de la ecuación no lineal g(x)=0 puede hallarse mediante el método de Newton Raphson como sigue en (4.6).

Donde G(x) es la matriz Jacobiana de g(x) dado por (4.7).

4.5.2.3. Método del Punto Fijo

Mediante el método de punto fijo se realiza la utilización amplia para resolver sistemas de ecuaciones lineales, además se utiliza para resolver ecuaciones de flujo de potencia empleando la siguiente iteración:

$$v_k \leftarrow \frac{1}{y_{kk}}\left(\frac{s_k^*}{v_k^*} - \sum_{m \neq k} Y_{km} v_m\right) \quad (4.12)$$

Este método es muy importante por motivos históricos, ya que fue de los primeros enfoques para resolver problemas de flujo de potencia. No obstante, existen problemas de convergencia, por esta razón es muy raro que se utilice este método en la práctica.

Al definir el punto fijo se obtiene que sea *F* un espacio cualquiera y *T* un mapa de *F* a *F*. Donde un punto $v \in F$ se llama punto fijo de *T* si $v = T(v)$ [2]. En primer lugar, el potencial nodal se representa en forma de matriz, dispersando la corriente de holgura del resto de nodos, como se observa:

$$\left(\frac{S_R}{V_R}\right)^* = Y_{RS}V_S + Y_{RR}V_R \quad (4.13)$$

$$T(V_R) = Y_{RR}^{-1}\left(\left(\frac{S_R}{V_R}\right)^* - Y_{RS}V_S\right) \quad (4.14)$$

Como segundo punto, se tiene la tensión nodal despejada como se muestra en (4.15).

Se tiene que tomar en cuenta que la inversa de Y_{RR} sólo debe calcularse por única vez. Por otra parte, se puede calcular el resultado del mapa sin calcular explícitamente dicha inversa [2].

4.5.3. Ecuaciones de flujo de Carga

Las ecuaciones de flujo de potencia es la parte más importante para el análisis del estado de un sistema, dichas ecuaciones son modeladas de acuerdo a la relación no lineal entre los voltajes, potencias activas y reactivas las cuales son inyectadas a un sistema eléctrico. El comportamiento de las ecuaciones de flujo de potencia puede llegar a ser muy complejas, ya

que se tiene como resultados fallas de convergencia para metodologías de solución, como es el de Newton-Raphson , Gauss Seidel, Barrido iterativo, etc., por lo tanto, las condiciones para garantizar la existencia de soluciones a las ecuaciones de flujo de potencia ha sido un estudio activo. Utilizando la figura (3.8) el cual es un sistema de distribución eléctrico como se observa:

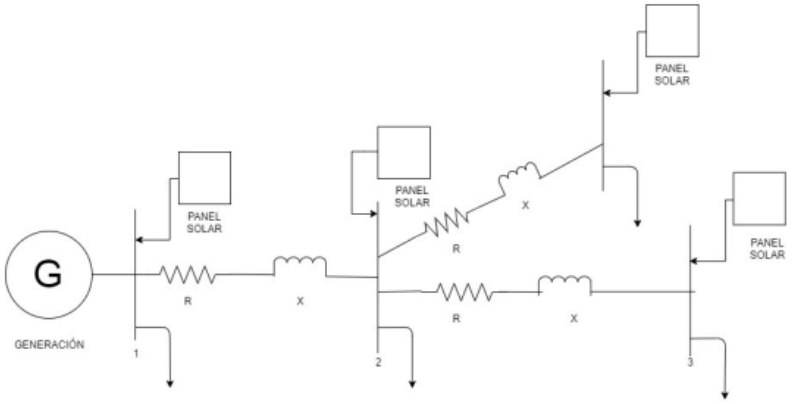


Figura 4.1. Sistema Eléctrico de distribución simplificado [34].

$$\cdot\begin{pmatrix} I_0 \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{0N} \\ Y_{N0} & Y_{NN} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_0 \\ V_N \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

$$I_N = Y_{N0}V_0 + Y_{NN}V_N \tag{4.16}$$

$$I_k = Y_{k0}V_0 + \sum_{m=1}^{N} Y_{km}\, V_m \tag{4.17}$$

$$S_k = V_k I_k^* \tag{4.18}$$

$$I_k = \frac{S_k^*}{V_k^*} \tag{4.19}$$

$$S_K^* = Y_{k0}V_0V_k^* + \sum_{m=1}^{N} Y_{km}\, V_m V_k^* \tag{4.20}$$

$$P_k - jQ_k = (G_{k0} + jB_{ko})(V_0 + jU_0)(V_K - jU_0) + \sum_{m=1}^{N}(G_{km} + jB_m)(V_m + jU_m)(V_k - jU_k) \tag{4.21}$$

$$P_k = G_{k0}V_0V_k + G_{ko}U_oU_k + B_{k0}V_0U_k - B_{k0}U_0U_k + \tag{4.22}$$

$$\sum_{m=1}^{N} G_{km}\, V_m V_k + G_{km} U_m U_k + B_{km} V_m U_K - B_{km} U_m U_K$$

$$Q_k = G_{k0} V_0 V_k - G_{ko} U_o U_k - B_{k0} V_0 U_k - B_{k0} U_0 U_k +$$

$$\sum_{m=1}^{N} G_{km}\, V_m V_k - G_{km} U_m U_k - B_{km} V_m U_K - B_{km} U_m U_K \qquad (4.23)$$

Los voltajes y las corrientes nodales están relacionadas con la matriz de admitancia nodal como se muestra en (4.15).

Donde, 0 representa la barra slack y N el conjunto de todos los nodos restantes.

En la ecuación (4.16) la corriente y el voltaje $I_{N,} V_N \in \mathbb{R}^n$ y la matriz de admitancia $Y_{NN} \in \mathbb{S}^n$. Por lo que, al reemplazar el índice *N* por *k*, donde $k \in N$ se tiene:

La ecuación (4.17) representa la corriente de cada nodo. De esta forma se puede definir la potencia aparente por cada nodo *k* en (4.18).

Dado (*) que representa el conjugado, se puede continuar reemplazando la ecuación (4.19) en la ecuación (4.17) y se obtiene (4.20).

Separando la parte real e imaginaria se obtiene (4.21).

Desarrollando la ecuación (4.21) se obtiene (4.22) y (4.23) referente a la potencia nodal activa y reactiva respectivamente.

Donde:

I_N: Corriente en cada nodo.

Y_{N0}: Matriz de admitancia en la barra Slack.

V_0: Voltaje en la barra slack.

Y_{NN}: Matriz de admitancia de todos los nodos.

V_N: Voltaje en cada nodo.

S_k: Potencia aparente en los nodos.

V_k: Voltaje en los nodos.

I_k^*: Corriente conjugada de los nodos.

Despejando I_k de la ecuación (4.19), se observa a sus componentes como sigue:

I_k^*: Corriente conjugada en los nodos.

S_k^*: Potencia aparente conjugada en los nodos.

V_k^*: Voltaje conjugado en los nodos.

Por lo tanto, la ecuación (4.22) y (4.23), es igual a las siguientes ecuaciones generales

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^{N} (G_{mk} V_m - B_{mk} U_m + U_k \sum_{m=1}^{N} (B_{mk} V_m + G_{mk} U_m U_K \quad (4.24)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^{N} (-B_{mk} V_m - G_{mk} U_m + U_k \sum_{m=1}^{N} (G_{mk} V_m + B_{mk} U_m \quad (4.25)$$

$$P_k = P_{gk} - P_{Dk} \quad (4.26)$$

$$Q_k = Q_{gk} - Q_{Dk} \quad (4.27)$$

Donde la potencia nodal está dada por (4.26) y (4.27).

Donde:

P_k: Potencia activa inyectada en cada nodo.

Q_k: Potencia reactiva inyectada en cada nodo.

V_k: Voltaje de la componente real de cada nodo.

U_k: Voltaje de la componente imaginaria de cada nodo.

N: Número de nodos.

G_{km}: Conductancia.

B_{km}: Suceptancia.

P_k:Potencia activa inyectada en cada nodo.

P_{gk}: Potencia activa de generación inyectada en cada nodo.

P_{Dk}: Potencia activa de distribución inyectada en cada nodo.

Q_k: Potencia reactiva inyectada en cada nodo.

Q_{gk}: Potencia reactiva de generación inyectada en cada nodo.

P_k: Potencia reactiva de distribución inyectada en cada nodo.

Los componentes de voltaje rectangular deben satisfacer la ecuación de magnitud de voltaje [34].

$$S_K^2 = V_k^2 + U_k^2 \tag{4.28}$$

Para un sistema de distribución hay que tener en cuenta el modelo de carga, es decir, modelos de carga ZIP los cuales son componentes de impedancia constante, corriente constante y potencia constante [35]. Dichos modelos se representan mediante un polinomio de segundo orden con magnitud de voltaje en cada nodo *k*.

$$P_{Dk}(V_k) = a1_k V_K^2 + a2_k V_k + a3_k \tag{4.29}$$

$$Q_{Dk}(V_k) = b1_k V_K^2 + b2_k V_k + b3_k \tag{4.30}$$

Donde:

$a1_k, a2_k, a3_k$: Valores escalares de potencia activa del modelo ZIP para el nodo *k*.

$b1_k, b2_k, b3_k$: Valores escalares de potencia reactiva del modelo ZIP para el nodo *k*.

Es importante destacar que las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.14) del flujo de carga constituyen un conjunto no convexo. Por esta razón es necesario realizar aproximaciones con la finalidad de poder obtener un modelo convexo. A diferencia de la programación lineal, donde las distintas aplicaciones corresponden a problemas de optimización convexa (situación por la cual nos ayuda con la facilidad de la resolución computacional), sin embargo, en programación

no lineal, no se tiene garantías a priori que pueda garantizar que cierto modelo en particular sea un problema convexo [34].

4.5.4. Cálculo de Wirtinger

Usando la función compleja $f = u + jv$ con $u = u(x, y), v = v(x, y)$, comprendiendo *x* e *y* como la parte real e imaginaria de un número complejo $z = x + jy$, se define la derivada de Wirtinger y la derivada de Wirtinger conjugada con su resolución.

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{dx} + \frac{\partial v}{dy}\right) + \frac{j}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{du}{dy}\right) \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{dx} - \frac{\partial v}{dy}\right) + \frac{j}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{du}{dy}\right) \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = f'(z) \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = 0 \quad (4.34)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial z^*} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial (f + g)}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial g}{\partial z} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial (f + g)}{\partial z^*} = \frac{\partial f}{\partial z^*} + \frac{\partial g}{\partial z^*} \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial (f * g)}{\partial z} = f\frac{\partial g}{\partial z} + g\frac{\partial g}{\partial z} \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial (f * g)}{\partial z^*} = f\frac{\partial f}{\partial z^*} + g\frac{\partial g}{\partial z^*} \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial z}{\partial z^*} = 0 \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial z^*}{\partial z} = 0 \quad (4.41)$$

$$\frac{d}{dz}z^* = \frac{d}{dz^*}z = 0 \tag{4.42}$$

Aunque muy similares a las derivadas cotidianas los operadores de Wirtinger (4.31) y (4.32) no son derivadas conforme a Cauchy-Riemann, pero se puede utilizar para linealizar las ecuaciones de flujo de potencia en el plano complejo [36].

De acuerdo con [37], en el momento que f es diferenciable compleja, la derivada de Wirtinger declina a la derivada compleja estándar mientras que la derivada conjugada de Wirtinger se elimina, por lo tanto, queda expresado en (4.33) y (4.34).

En este caso lo que interesa son las funciones no analíticas por lo que *f* no satisface las Ecuaciones de Cauchy-Riemann, aun así, se puede definir factiblemente la diferencial de Wirtinger en (4.35), Donde cada operador se comporta con similitud a la derivada parcial donde se tiene en cuenta que *f* es dependiente tanto de *z* y de su conjugado. A lo que se puede aplicar reglas para diferenciar sobre la suma y el producto de funciones como se muestra en (4.36), (4.37), (4.38) y (4.39).

Por otra parte, el diferencial de Wirtinger también será quien permita utilizar la regla de la cadena, o de manera exacta, z^* puede ser igual a cero cuando es considerada constante bajo la condición de ser calculada su derivada con respecto a *z*, como sigue en (4.40) y (4.41) o también representado por (4.42). Por consiguiente, un ejemplo sencillo es el siguiente:

$$d|z|^2 = d(zz^*) \tag{4.43}$$

$$= z\,d(z^*) + z^*\,d(z) \tag{4.44}$$

$$= z\left(\frac{dz^*}{dz} + \frac{dz^*}{dz^*}\right) + z^*\left(\frac{dz}{dz} + \frac{dz}{dz^*}\right) \tag{4.45}$$

$$= z(0+1) + z^*(1+0) \tag{4.46}$$

$$= z + z^* \tag{4.47}$$

$$\Delta f = \left(\frac{df}{dx}, \frac{df}{dy}\right)^T \tag{4.48}$$

$$= (2x + 2y)^T \tag{4.49}$$

Hay que recordar que df es un diferencial de Wirtinger y no una derivada compleja convencional. Por ello $f = zz^*$ no es analítico en el dominio complejo. La misma función se puede representar como una función real $f = \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f = x^2 + y^2$ que es analítica en el dominio real. Este es el truco que generalmente se aplica en los cálculos de flujo de carga. La diferencia real de f es el gradiente dado por ∇f tal como se muestra en (4.48) y como resultado (4.49). En este caso la diferencial de Wirtinger es igual a la gradiente $f = (x, y)$ cuando el primero se divide en real e imaginario [37].

De igual manera, otro ejemplo, sea $f(z) = kz$ donde $k \in \mathbb{R}$ es una constante se puede resolver como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dz} &= \frac{1}{2}\left(\frac{dk(x+jy)}{dx} - j\frac{dk(x+jy)}{dy}\right) \\ &= \frac{1}{2}\big(k - j(jk)\big) \\ &= k \end{aligned} \tag{4.50}$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{dz^*} &= \frac{1}{2}\left(\frac{dk(x+jy)}{dx} - j\frac{dk(x+jy)}{dy}\right) \\ &= \frac{1}{2}\big(k - j(jk)\big) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{4.51}$$

Su forma conjugada queda determinada por (4.51). Queda demostrado que la función es analítica compleja.

Como último ejemplo se considera una función $f = \sqrt{zz^*}$, entonces con las derivadas de Wirtinger queda expuesto:

$$\frac{df}{dz^*} = \frac{1}{2}\frac{z^*}{\sqrt{zz^*}}$$
$$\frac{df}{dz^*} = \frac{1}{2}\frac{z}{\sqrt{zz^*}} \quad (4.52)$$

Las derivadas de Wirtinger pueden utilizarse para funciones analíticas y no analíticas complejos por lo siguiente:

$$\left(\frac{s_k}{v_k}\right)^* = y_{ks}v_s + \sum_{m=1}^{n} y_{km}v_m \quad (4.53)$$

$$f \approx f(z_0) + \frac{df}{\partial z}\Delta z + \frac{df}{\partial z^*}\Delta z^* \quad (4.54)$$

- La ecuación (4.53) es no analítica ya que no cumple la condición de Cauchy-Rieman como se muestra en (4.34)
- Se puede definir una linealización (4.54) para una función no holomorfa.
- La linealización en la ecuación (4.54) equivale a la que se obtiene al dividir la función en parte real e imaginaria para linealizarla en el dominio real. Pero la representación compleja es más conveniente hecha en modo lenguaje programable [37].

4.6. MODELO ÓPTIMO DE FLUJOS DE POTENCIA EN REDES DE DISTRIBUCIÓN

4.6.1. Modelo No Lineal

$$\min_{V,\zeta} = \left(2\sum_{k=1}^{N} G_{ko} * V_k * V_0\right) + \left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} G_{km} * V_k * V_m\right) + \left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} G_{km} * U_k * U_m\right) - \left(\sum_{k=1}^{N} \alpha\zeta_k\right) \quad (4.55)$$

S. a

$$P_{Gkt} - P_{Dkt} + P_{kt}^{A} = V_k \sum_{m=1}^{N} (G_{mk}V_m - B_{mk}U_m) + U_k \sum_{m=1}^{N} (B_{mk}V_m + G_{mk} + U_m) \quad (4.56)$$

$$Q_{Gkt} - Q_{Dkt} + Q_{kt}^{A} = V_k \sum_{m=1}^{N} (-B_{mk}V_m + G_{mk} + U_m) + U_k \sum_{m=1}^{N} (G_{mk}V_m - B_{mk}U_m) \quad (4.57)$$

$$P_{Gkt}^{min} \leq P_{Gkt} \leq P_{Gkt}^{max} \quad (4.58)$$

$$\left(V_k^{min}\right)^2 \leq V_k^2 + U_k^2 \leq (P_k^{max})^2 \quad (4.59)$$

$$Q_{Gkt}^{min} \leq Q_{Gkt} \leq Q_{Gkt}^{max} \quad (4.60)$$

$$[S_{kmt}] \leq S_{km}^{max} \quad (4.61)$$

Donde:

(1) Es la función objetivo la cual es convexa y representa la pérdida de potencia de la red de distribución y maximiza el estado de cargador o satisfacción del usuario, podemos observar que las pérdidas de potencia es una función cuadrática.

(2) Son las restricciones de igualdad.

(3) Son las ecuaciones del balance de potencia, no son lineales y no convexas. Por lo tanto, estas ecuaciones son funciones no afines y hacen que el problema no sea convexo.

(4) y (5) Las restricciones de desigualdad representan los límites de generación de potencia activa y reactiva.

(6) Son las restricciones de desigualdad que representan los límites de tensión.

4.6.2. Linealización de una función

Al sustituir un sistema no lineal por su aproximación lineal se lo llama linealización, un motivo para realizar la linealización es observar su comportamiento dinámico en diferentes sistemas no lineales dentro de un rango de variables los cuales pueden ser aproximados a sistemas lineales. Hay que ser cuidadoso al momento de concretar un análisis de sistemas linealizados ya que la intención no es introducir errores al analizar sistemas no lineales [38].

4.6.2.1. Linealización Compleja

Mediante la linealización compleja, en sistemas de potencia frecuentemente se pueden encontrar restricciones de igualdad definidas en el dominio complejo. Representar la ecuación

en el dominio complejo puede resultar de lo más sencillo. Por ejemplo, la representación compleja de la potencia nodal se representa:

$$S_K^* = \sum_m Y_{km} V_k^* V_m \tag{4.62}$$

$$p_k = \sum_m g_{km} v_k v_m \cos(\theta_{km}) + b_{km} v_k v_m \sin(\theta_{km}) \tag{4.63}$$

$$q_k = \sum_m b_{km} v_k v_m \cos(\theta_{km}) - g_{km} v_k v_m \sin(\theta_{km}) \tag{4.64}$$

Donde:

$S_k = p_k + q_k$: Potencia en el nodo k.

Y_{km} : Matriz de admitancia conformada por los valores entre k y m.

V_k y V_m : Voltajes en los nodos k y m respectivamente.

Este tipo de restricciones de igualdad compleja como es el caso de la ecuación (4.62), no suelen ser convexas, por esta manera es aconsejable una aproximación con el fin de convexizar el espacio [20].

4.6.2.2. Flujos de carga con modelos de potencia constante con Wirtinger

Se define *vk* e *ik* como la potencia nodal de cada nodo k E N, por lo que la potencia nodal viene dada de la siguiente manera:

$$S_K^* = v_k^* i_k \tag{4.65}$$

$$i_k = y_{k0} v_0 + y_{kk} v_k + \sum_{m \neq k}^{n} y_{km} v_m \tag{4.66}$$

$$\frac{\partial s_k^*}{\partial v_k} = v_k^* \frac{\partial i_k}{\partial v_k} = y_{kk} v_k^* \tag{4.67}$$

$$\frac{\partial s_k^*}{\partial v_k^*} = i_k \tag{4.68}$$

$$\frac{\partial s_k^*}{\partial v_m} = v_k^* \frac{\partial i_k}{\partial v_m} = y_{km} v_k^* \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial s_k^*}{\partial v_m^*} = 0 \quad (4.70)$$

$$\Delta S_k^* = \frac{\partial s_k^*}{\partial v_k} \Delta v_k + \frac{\partial s_k^*}{\partial v_k^*} \Delta v_k^* + \sum_{k \neq m}^{n} \frac{\partial s_k^*}{\partial v_m} \Delta v_m + \frac{\partial s_k^*}{\partial v_m^*} \Delta v_m^* \quad (4.71)$$

$$S_k^* = y_{ks} v_s v_k^* + \sum_{m=1}^{n} y_{km} v_k^* v_m \quad (4.72)$$

$$\Delta S_N^* = (diag(V_N^*) Y_{NN}) \Delta V_N + diag(I_N) \Delta V_N^* \quad (4.73)$$

- Se utiliza *sk** en lugar de *sk* en (4.65) para que se pueda facilitar el cálculo. Para proceder con el cálculo se debe calcular derivadas y derivadas conjugadas como se muestra en (4.68) y (4.70).
- Se obtiene la diferencial $ds_k^* \approx \Delta s_k$ como sigue en (4.71).
- Desarrollando la aproximación lineal en números complejos usando el cálculo de Wirtinger se define la ecuación (4.72).
- Tras realizar diferentes cálculos algebraicos se obtiene una ecuación matricial (4.73)
- Dichas ecuaciones de flujo de carga se obtienen de manera directa sin que se separe en partes reales e imaginarias, lo que resulta una representación compacta del jacobiano ya que pertenece en el dominio complejo [37].

4.6.2.3. Modelo de linealización general del flujo de potencia usando cálculo de Wirtinger.

Se realiza una aproximación lineal sobre el plano complejo utilizando el cálculo de Wirtinger y no en números reales como en fórmulas convencionales, definiendo (4.74).

$$S_k^* = V_k^* Y_{k0} V_0 + \sum_{m=1}^{N} V_m Y_{mk} V_k^* \quad (4.74)$$

$$f(v_k^* v_m) = v_k^* v_m \quad (4.75)$$

$$f(v_k^* v_m) = v_k^* v_m \tag{4.76}$$

$$= v_{k0}^* v_{mo} + v_{mo}\Delta v_k^* + v_{k0}^*\Delta v_m \tag{4.77}$$

$$= v_{k0}^* v_{mo} + v_{m0}(v_k^* - v_{k0}^*) + v_{k0}^*(v_m v_{m0}) \tag{4.78}$$

$$= v_{mo} v_{k0}^* + v_{k0}^* v_m - v_{k0}^* v_{mo} \tag{4.79}$$

$$S_k^* = y_{ks} v_s v_k^* + \sum_{m=1}^{n} y_{km}(v_{m0} v_k^* + v_{k0}^* v_m - v_{k0}^* v_{m0}) \tag{4.80}$$

$$S_k^* = y_{ks} v_s v_k^* + \left(\sum_{m=1}^{n} y_{km} v_{m0}\right) v_k^* + \left(\sum_{m=1}^{N} y_{km} v_{k0}^* v_m\right) - \left(\sum_{m=1}^{N} y_{km} v_{k0}^* v_{m0}\right) \tag{4.81}$$

Por ello la función objetivo queda presentado:

$$min \sum_{t=1}^{n} C_t P_t^{grid}$$

$$\textbf{\textit{s.a}} \quad v_0 = 1 + j0$$

$$\delta \geq \|V_K - 1\|_1, \ \forall k \ \in N$$

$$p_k^{max} \geq real\,(S_k) \geq p_k^{min}, \ \forall k \ \in N \tag{4.82}$$

$$s_k^{max} \geq \|S_k\|, \ \forall k \ \in N$$

$$i_{km}^{max} \geq \|Y_{km}(v_k - V_m)\|, \ \forall (km) \ \in \mathcal{E}$$

$$s_k^* + P_k^{solar} + P_k^{eolico} - d_k^* = \sum_m Y_{km}\omega_{km}, \forall k \ \in N$$

$$w_{km} = v_k^* + v_m - 1, \ \forall (km) \in N \ x \ N$$

La variable *Wkm* queda expuesta de forma más explícita en la sección 4.7.2.2 mientras se hace el estudio para un caso de 6 nodos, sin embargo, la misma es válida para todos los casos analizados.

Puesto que (*) es el producto convencional de las matrices, *Yk* es una matriz de N x N que representa toda la admitancia conectada a cada nodo de holgura del sistema, sin tomar en cuenta la auto admisión, donde $Y_{N\ es}$ una matriz *(N-N) x (N-N)*, los cuales están asociados por el conjunto de admitancias los cuales no se relacionan con el nodo slack [36]. De la misma forma V_S es un conjunto de voltajes de los nodos en holgura el cual queda identificado en (4.83).

$$V_S = Vslack1\ \angle 0 \qquad (4.83)$$

- La función (4.74) no es lineal ya que tiene las variables $v_k^* v_m$ y se representa como sigue en (4.75).
- Las variables (4.75) se representan en el plano complejo y las derivadas son de Wirtinger. Linealizando la ecuación anterior alrededor del punto (v_{k0}, v_{mo}) se obtiene la expresión dada desde (4.76 - 4.79).
- Se realiza el reemplazo de la ecuación (4.79) en (4.74) se obtiene la ecuación ya linealizada en (4.80).
- Al desarrollar la expresión (4.80) se obtiene (4.81).
- Posteriormente, luego de cálculos algebraicos, se obtiene la ecuación matricial (4.81) de acuerdo a (4.80).
- La ecuación (4.82) define a una aproximación con restricciones a costos de operación en el sistema [2].

4.7. SELECCIÓN DEL CASO BASE Y CASO DE ESTUDIO

Para realizar el estudio de optimización mediante la linealización de Wirtinger en sistemas de distribución se tomó como casos base y de estudio a 2 sistemas los cuales están comprendidos por 6 y 35 barras respectivamente, los mismos que poseen sustentos con investigaciones previas referentes a análisis de flujos de potencia además de estabilidad, esto con el fin de comparar los valores resultantes de tensión y ángulo en cada barra.

Se prevé mejorar la calidad del sistema mediante la implementación de generación distribuida teniendo en cuenta que los sistemas estudiados no comprenden este factor, por lo cual se realizará la aplicación del mismo en el software Python, ya que el método que se utilizará para la solución del mismo se basa en optimización convexa y/o cónica, dependiendo de los resultados o solución que se espera obtener.

4.7.1. Ejemplo de modelo matemático de distribución

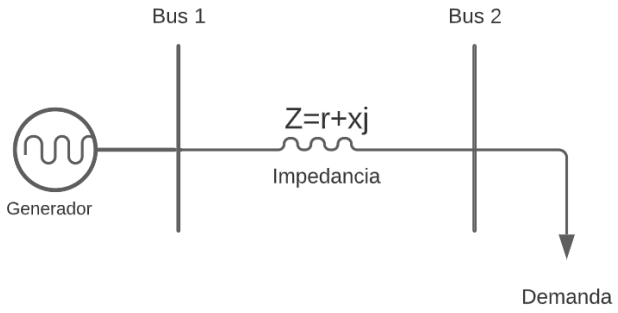


Figura 4.2. Sistema de prueba básico de una red de distribución.

$$y_{bus} = \begin{pmatrix} y_{00} & y_{0N} \\ y_{N0} & y_{NN} \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{11} & Y_{12} + Y_{11} \\ Y_{21} + Y_{11} & Y_{22} + Y_{11} \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

$$Y_{real} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

$$Y_{imaginario} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

$$\begin{vmatrix} I_0 \\ I_N \end{vmatrix} = |Y_{bus}| \begin{vmatrix} V_0 \\ V_N \end{vmatrix} \quad (4.89)$$

$$I_N = Y_{N0}V_0 + Y_{NN}V_N \quad (4.90)$$

$$S_N = V_N I_N^* \quad (4.91)$$

$$I_k = I_N = \frac{S_N^*}{V_N^*} = \frac{S_k^*}{V_k^*} \quad (4.92)$$

$$S_k^* = V_k^* Y_{N0} V_0 + V_k^* Y_{NN} V_N \quad (4.93)$$

$$S_k^* = V_k^* Y_{k0} V_0 + \sum_{m=1}^{N} V_m Y_{mk} V_k^* \quad (4.94)$$

$$S_1^* = V_1^* Y_{10} V_0 + V_1 Y_{11} V_1 + V_2 Y_{21} V_1 \quad (4.95)$$

$$S_2^* = V_2^* V_0 Y_{20} + V_1 Y_{12} V_2 + V_2 Y_{22} V_2 \quad (4.96)$$

$$G_1 - D_1 = V_1^* V_0 Y_{10} + V_1 V_1 Y_{11} + V_2 V_1 Y_{21} \quad (4.97)$$

$$W = \begin{bmatrix} V_1V_1 & V_1V_2 \\ V_2V_1 & V_2V_2 \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

$$M = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1V_1 & V_1V_2 \\ V_2V_1 & V_2V_2 \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

$$M = \begin{bmatrix} Y_{11}V_1V_1 + Y_{12}V_2V_1 & Y_{11}V_1V_2 + Y_{12}V_2V_2 \\ Y_{21}V_1V_1 + Y_{22}V_2V_1 & Y_{21}V_1V_2 + Y_{22}V_2V_2 \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

$$S1 = \begin{bmatrix} V_1V_1Y_{11} + V_2V_1Y_{21} \\ V_1V_2Y_{21} + V_2V_2Y_{22} \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

- Al plantear la ecuación (4.84) se obtiene la matriz de admitancias mediante los cuales se obtienen los datos de conductancia y susceptancia que es la parte real e imaginaria de la línea de distribución como queda identificada en (4.85).
- Al separar de manera matricial la ecuación (4.85) se obtiene una matriz de conductancias y susceptancias (4.86).
- Posteriormente se separa la parte real y la parte imaginaria se obtiene las matrices (4.87) y (4.88).
- Una vez obtenida la matriz de admitancia (4.85) se procede a calcular la potencia *Sk* (4.91), pero antes se reemplaza los valores de corriente de forma entendible, es decir, I_0 =corriente en nodo slack o nodo 1, I_N = corriente en los nodos que sigue o nodo 2 es decir en el nodo k como se muestra en (4.89).
- De acuerdo con la solución respectiva de corriente de (4.89) se forma la ecuación matricial (4.90).
- Recordar que la Potencia es igual al voltaje por la corriente conjugada como se muestra en (4.91).
- Se despeja la ecuación de corriente (4.91) como sigue en (4.92).
- Despejando *Sk* ya que en términos entendibles bus 0 = 1, bus 1 = 2 se forma (4.93).
- En donde de forma linealizada la potencia queda expresada por (4.94).
- Los valores 0 corresponde a la barra slack, la misma que se puede colocar antes de la barra 1 y por consiguiente dando espacio para el estudio entre la barra 1 y 2 discriminando a la barra slack (4.95).
- Reemplazando k=1; m=n nodos como corresponde a (4.94).
- Reemplazando con k=1; m=2 (4.95).
- Reemplazando con k=2; m=2 en (4.96).
- Ordenando la ecuación (4.95) y haciendo la el reemplazo de la Potencia con sus equivalentes de Pgenerada y Pdemandada se obtiene de forma ordenada (4.97).
- Se arma la matriz W (4.98) la cual corresponde a los voltajes los cuales están definidos de acuerdo al modelo.
- Se continúa armando la matriz *M* en (4.99) la cual está conformada por la multiplicación de las matrices de *Ybus* (4.85) y *W* (4.98).
- El resultado de la multiplicación y los resultados de la nueva matriz M se expresa en (4.100).

- Como se puede observar la matriz *M* en (4.100) contiene los valores sumatorios de *S* los mismos que como haciendo un arreglo de componentes se puede tomar los valores diagonales los cuales forman a (4.101).
- Los valores tomados en (4.101) corresponden a los valores sumatorios de S1 y S2 de las ecuaciones (4.95) y (4.96).
- Los valores de (4.100) con referencia al complemento Y21 quizá pueden ser confundidos ya que en sistemas de potencia no podría existir la igualdad Y12≠Y21 ya que en esa rama puede existir un transformador, pero teniendo que se está trabajando en sistemas de distribución no existe problema ya que la admitancia en dicha rama será igual a su contraria, es decir que si se puede admitir Y12=Y21.
- Este proceso se realizó con el fin de poder linealizar de forma directa en los software actuales ya que los mismos permiten trabajar de forma directa en el plano complejo.

4.7.2. Caso base de 6 nodos

El sistema que se plantea es radial, ya que, como se da a entender en [39] los grafos de distribución están orientados en forma de árbol en la que 2 puntos, en este caso los nodos 1 y 2 están interconectados por 1 solo camino, es decir una sola línea de distribución, por consecuencia, cada rama tiene un único nodo de llegada.

Una estructura de árbol es importante para el sistema planteado ya que esta propiedad permite crear un mapa exacto sin complicación de extraviarse al armar el camino de las propiedades que contenga el grafo como son las corrientes de rama y las tensiones de nodo, por ello como caso base se expone un sistema comprendido por 6 nodos.

Este sistema se comprende por 1 nodo de holgura o también llamado nodo slack, el mismo que se sobreentiende que posee una tensión igual a 1 con un ángulo igual a 0, esto se asemeja a un sistema de distribución el mismo que ayuda con el objetivo de encontrar los demás valores con respecto a la misma tensión sin mostrar tanta variabilidad demostrando así la estabilidad del grafo.

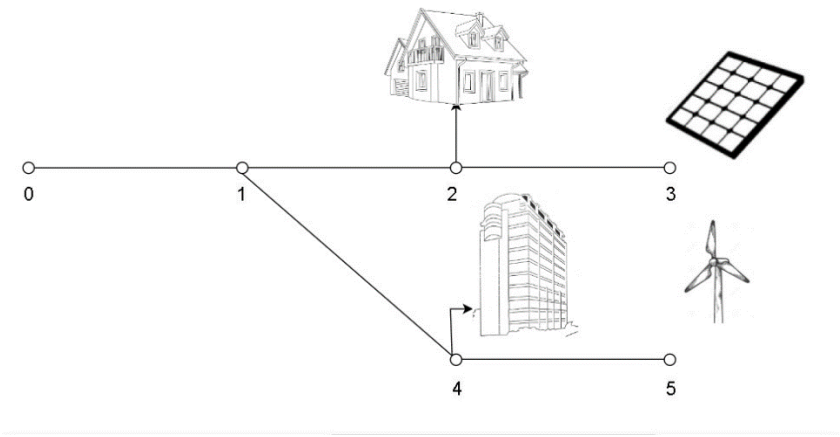


Figura 4.3. Caso base de 6 barras.

En el estudio de distribución eléctrica se representa al sistema como un grafo orientado.

- $\mathcal{G} = \{\mathcal{N}, \mathscr{E}\}$.
- $\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \ldots, n - 1\}$ es el conjunto de nodos.
- $\mathscr{E} \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$ es el conjunto de aristas.
- El nodo de holgura o slack es 0 con tensión $v0 = 1\angle 0$.
- La matriz de admitancia nodal es $Y\text{bus} = [ykm\ ] \in \mathbb{C}^{n\times n}$

$$I_k = \sum_{mEN} Y_{km} V_{m,} \forall k \in N \tag{4.102}$$

$$S_k^* = V_k^* Y_{k0} V_0 + \sum_{m=1}^{N} V_m Y_{mk} V_k^*$$

$$\left(\frac{S_k - d_k}{v_k}\right)^* = \sum_{mEN} y_{km} v_{m,} \forall k \in N \tag{4.103}$$

Teniendo en cuenta que la base de la linealización parte de la ecuación (4.74) se define a (4.102)

De manera más clara con respecto a la corriente de (4.102), el balance de potencia y la tensión las podemos demostrar como se muestra en (4.103) [20].

Se presenta en variable compleja lo cual dentro de un estudio convencional ***S*** se separa en ***P*** activa y ***Q*** reactiva, pero Python puede analizar los datos de forma compleja y por ello nace la necesidad de linealizarlo dentro de este lenguaje de programación [20].

A pesar que se puede hacer el estudio con despacho económico Python también consistirá en minimizar las pérdidas de potencia, por lo cual se expone la ecuación (4.104).

Dado que $G = [g_{km}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es semidefinida positiva, entonces P_L es una función convexa, por lo tanto, se expone a (4.105) [20].

$$P_L = real \sum_{K}^{N} \sum_{m}^{N} V_m Y_{mk} V_k^* \tag{4.104}$$

$$min\ real \sum_{K}^{N} \sum_{m}^{N} V_m Y_{mk} V_k^* \tag{4.105}$$

S.a.

$$\begin{gathered} v_0 = 1 + 0j \\ 1 - \delta \leq \|v_k\| \leq 1 + \delta, \forall k \in \\ P_k^{max} \geq S_k^{max} \geq P_k^{min}, \forall k \in \mathcal{N} \\ S_k^{max} \geq \|S_k\|, \forall k \in \mathcal{N} \\ i_{km}^{max} \geq \|Y_{km}(V_k - V_m)\|, \forall (km) \in \mathcal{E} \\ \left(\frac{S_k - d_k}{v_k}\right)^* = \sum_{mEN} y_{km} v_{m,} \forall k \in N \end{gathered} \tag{4.106}$$

- La función objetivo es convexa

- La primera restricción es afín y representa la tensión en el nudo de holgura(slack)
- La parte derecha de la segunda restricción es un cono de segundo orden que representa la desviación máxima del voltaje de nodo, mientras que la parte izquierda es una restricción no convexa que representa la desviación mínima del voltaje de nodo. El valor de la desviación δ suele estar entre 0,05 p.u y 0,10pu, dependiendo de la codificación de red de cada país.
- La tercera y cuarta restricción son la capacidad máxima de cada fuente renovable
- La quinta restricción representa el límite térmico de cada línea (En caso de existir)
- La restricción final es el conjunto de ecuaciones de flujo de potencia. Esta es la parte más compleja del modelo [20].

Dado que conocemos la tensión en el nodo de holgura ($v_0 = 1 + j0$), podemos dividir el conjunto de nodos como:

$\mathcal{N} = \{0, N\}$

- N son los nodos cuya tensión se desconoce.

Entonces el sistema se lo separa y resuelve de la siguiente manera:

- Primero se obtiene la Ybus del sistema el mismo que de acuerdo a la fig. 4.3 queda definido acorde a los siguientes datos:

Tabla 4.2. Tabla de valores del sistema de 6 barras.

#Nodo	Tensión	Potencia	Demanda	G D
0	1pu	∞	0	∞
1	?	?	0	0
2	?	?	1.2+0.3j	0
3	?	?	0	1
4	?	?	2.5+0.9j	0
5	?	?	0	1.5

Tabla 4.3. Tabla de valores del sistema de 6 barras.

Desde	Hacia	Impedancia Z	
		R	Xj
0	1	0.0075	0.01
1	2	0.0080	0.011
2	3	0.0090	0.018
2	4	0.0040	0.004
4	5	0.005	0.006

4.7.2.1. Caso base de 6 nodos mediante punto fijo

Para este método de punto fijo se utiliza un mapa lineal para obtener los resultados de ***VN***, el mismo queda representado como se muestra [20].

$$y_{bus} = \begin{pmatrix} y_{00} & y_{0N} \\ y_{N0} & y_{NN} \end{pmatrix} \tag{4.107}$$

$$\left(\frac{S_k - d_k}{v_k}\right)^* = V_0 Y_{N0} + Y_{NN} V_N \tag{4.108}$$

$$Z_{nn} = y_{NN}^{-1} \tag{4.109}$$

$$\left(\frac{S_k - d_k}{v_k}\right)^* - V_0 Y_{N0} = Y_{NN} V_N$$

$$V_N = \frac{1}{y_{NN}} \left(\left(\frac{S_k - d_k}{v_k}\right)^* - V_0 Y_{N0} \right) \tag{4.110}$$

$$V_N = y_{NN} \left(\left(\frac{S_k - d_k}{v_k}\right)^* - V_0 Y_{N0} \right)$$

- Se obtiene la matriz de admitancia nodal como en (4.107)
- A (4.107) se puede representar de forma matricial con su equivalencia en corriente en (4.108)

- De acuerdo con la relación la impedancia es igual a la admitancia inversa se muestra (4.109)
- Se hace el reemplazo de (4.109) en la ecuación (4.108) obteniendo ***VN***

Además, para la solución el algoritmo parte de un punto inicial $VN = 1N$, donde $1N$ es un vector columna cuyas entradas son iguales a 1. Evalúa $VN \leftarrow T(VN)$, y repite esta iteración hasta llegar a un punto fijo, el punto donde $T(VN) = VN$. Es la solución de un sistema de ecuaciones algebraicas [20].

4.7.2.2. Caso base de 6 nodos mediante Wirtinger sin generación distribuida

El problema de la optimización de flujos de potencia parte de la ecuación (4.103) el cual no es convexo debido a las ecuaciones de flujo de potencia y se necesita hacer una aproximación que se asemeje a la convexidad [20].

$$S_k^* - d_k^* = \sum_m y_{km} w_m \tag{4.111}$$

$$w_{km} = v_k^* \, v_m \tag{4.112}$$

$$w_{km} - u_k^* \, u = v_k^*(v_m - u_m) + u_m(v_k^* - u_k^*) \tag{4.113}$$

$$w_{km} = \, u_k^* + \, v_m - 1 \tag{4.114}$$

$$1 - \delta \, \leq \, \|v_k\| \, \leq 1 + \, \delta \tag{4.115}$$

$$min\, real \left(\sum_k \sum_m y_{km} v_k v_m^* \right)$$

$$v_0 = 1 + j0 \tag{4.116}$$

$$\delta \geq \|v_k - 1\|_1, \forall k \, \in N$$

$$P_K^{max} \geq real(S_k) \geq p_k^{min},, \forall k \, \in N$$

$$S_K^{max} \geq \|S_k\|, \forall k \ \in N$$

$$i_{km}^{max} \geq \|y_{km}(v_k - v_m)\|, \forall (km)\ \varepsilon$$

$$S_k^* - d_k^* = \sum y_{km} w_{km}, \forall k \ \in N$$

$$w_{km} = v_k^* + v_m - 1, \forall (km) \in N * N$$

- Se define una nueva ecuación dada por (4.112)
- Se representa un sistema algebraico el mismo que está basado en la ecuación (4.103) y en la ecuación (4.112) que dan por resultado (4.111)
- Donde *Wkm* es una nueva variable compleja y tiene como propiedad la no convexidad
- La ecuación (4.112) se puede linealizar mediante Wirtinger alrededor de los puntos dados, en este caso u_k y u_m.
- Normalmente $u_k = u_m =$ 1pu resultando la restricción afín (4.114)
- Esta sencilla ecuación (4.114) constituye una linealización convexa en los flujos de potencia que resolviendo la restricción de (4.115) se obtiene la función objetivo (4.116)
- Wkm aumenta el número de variables del modelo; sin embargo, las nuevas ecuaciones son afines y, por lo tanto, no es un problema en la práctica [20] [40].

La matriz *W* contiene la información de todas las tensiones nodales como se muestra en la ecuación (4.98) y a su vez sus dimensiones son iguales a las del Ybus en (4.107), como resultado expuesto en la ecuación (4.117).

$$M = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1V_1 & V_1V_2 & V_1V_3 \\ V_2V_1 & V_2V_2 & V_2V_3 \\ V_3V_1 & V_3V_2 & V_3V_3 \end{bmatrix} \qquad (4.117)$$

Como resultado de la multiplicación se obtiene la ecuación (4.118) como sigue:

$$M = \begin{bmatrix} Y_{11}V_1V_1 + Y_{12}V_2V_1 + Y_{13}V_3V_1 & Y_{11}V_1V_2 + Y_{12}V_2V_2 + Y_{13}V_3V_2 & Y_{11}V_1V_3 + Y_{12}V_2V_3 + Y_{13}V_3V_3 \\ Y_{21}V_1V_1 + Y_{22}V_2V_1 + Y_{23}V_3V_1 & Y_{21}V_1V_2 + Y_{22}V_2V_2 + Y_{23}V_3V_2 & Y_{21}V_1V_3 + Y_{23}V_2V_3 + Y_{23}V_3V_3 \\ Y_{31}V_1V_1 + Y_{32}V_2V_1 + Y_{33}V_3V_1 & Y_{31}V_1V_2 + Y_{32}V_2V_2 + Y_{33}V_3V_2 & Y_{31}V_1V_3 + Y_{32}V_2V_3 + Y_{33}V_3V_3 \end{bmatrix} \qquad (4.118)$$

Esta matriz permite representar la ecuación (4.111) en (4.119) como se muestra:

$$S_k^* - d_k^* = \sum y_{km} w_{km} \quad \rightarrow \quad S_k^* - d_k^* = m_{kk} \tag{4.119}$$

4.7.2.3. Caso base de 6 nodos con generación distribuida

Para realizar la linealización mediante Wirtinger aplicando generación distribuida se tomó como base a datos de potencia de inyección en p.u. de los distintos generadores distribuidos.

Para la potencia fotovoltaica y potencia de baterías se tomó como base una potencia máxima de 1 p.u. mientras que para la potencia eólica máxima se tomó 1.5 p.u.

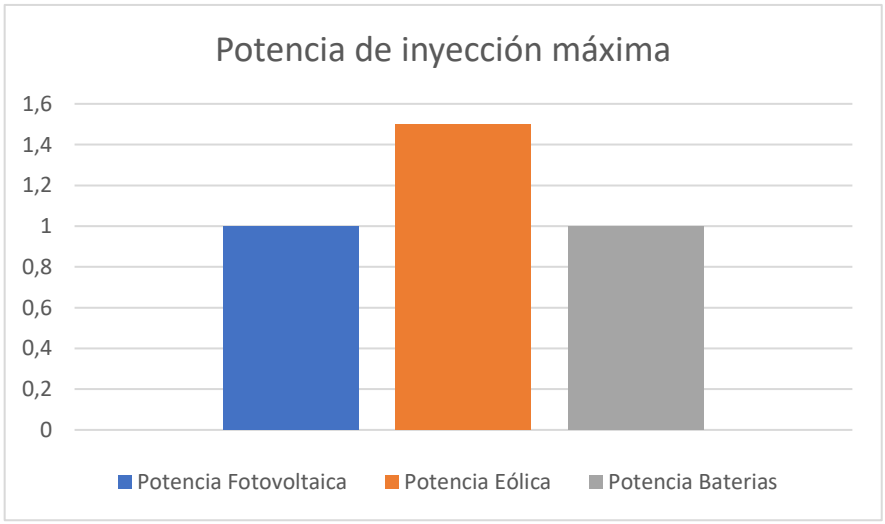


Figura 4.4. Potencias de inyección máxima.

4.7.2.4. Caso base de 6 nodos con generación distribuida horaria

En el estudio se tomó una base de datos aleatorios los cuales siguen un patrón similar a la demanda real que puede presentar cualquier sector en el área de demanda sin embargo los mismos pueden ser reemplazados por demandas reales en sistemas p.u.

Los datos de las demandas se presentan a continuación

Tabla 4.4. Tabla de demandas para un sistema horario en caso base de 6 nodos.

Hora	Demanda en p.u.
8:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.4j, 0. +0.j , 2.5+0.9j, 0. +0.j
9:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
10:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.3j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j

11:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.7j, 0. +0.j
12:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.7j, 0. +0.j
13:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
14:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.3j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
15:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
16:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.6j, 0. +0.j
17:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.4j, 0. +0.j , 2.5+0.6j, 0. +0.j
18:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.3j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
19:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.4j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
20:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.7j, 0. +0.j
21:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.7j, 0. +0.j
22:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
23:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
0:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
1:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.7j, 0. +0.j
2:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.3j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
3:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.4j, 0. +0.j , 2.5+0.8j, 0. +0.j
4:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.7j, 0. +0.j
5:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.1j, 0. +0.j , 2.5+0.9j, 0. +0.j
6:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.3j, 0. +0.j , 2.5+0.6j, 0. +0.j
7:00	0. +0.j , 0. +0.j , 1.2+0.2j, 0. +0.j , 2.5+0.6j, 0. +0.j

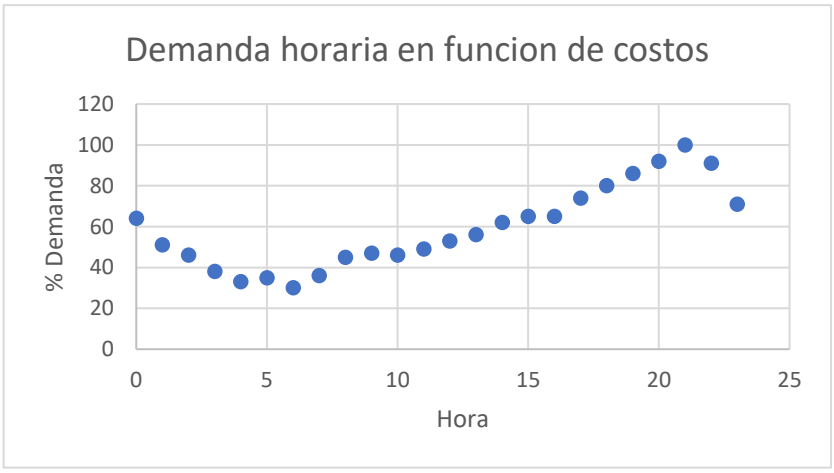


Figura 4.5. Demanda horaria en función de costos .

Los datos para la generación distribuida tanto para la potencia de inyección eólica y fotovoltaica, así como los costos se presentan en la tabla 4.5., teniendo en cuenta que el algoritmo evalúa la inyección de potencia de baterías a su máxima capacidad sólo cuando es necesario hacerlo

Tabla 4.5. Tabla de generación distribuida para caso base de 6 nodos.

HORAS	Costo energía	Potencia en Paneles	Potencia en Aerogenerador
8:00	0,021	0	0,645
9:00	0,021	0	0,5722
10:00	0,02	0	0,705
11:00	0,019	0	0,7725
12:00	0,02	0	0,9725
13:00	0,021	0	0,93
14:00	0,021	0,42	0,93
15:00	0,022	0,52	0,8625
16:00	0,023	0,63	0,9
17:00	0,023	0,73	1.215
18:00	0,024	0,84	1.125
19:00	0,024	1	1.133
20:00	0,024	1	1.305
21:00	0,024	0,94	1.192
22:00	0,024	0,73	1.365
23:00	0,024	0,73	1,5
0:00	0,023	0,52	1.275
1:00	0,028	0,21	1.245
2:00	0,027	0	1.192
3:00	0,026	0	1.125
4:00	0,023	0	1.005
5:00	0,023	0	0,7125
6:00	0,022	0	0,3075
7:00	0,022	0	0,225

Los datos de generación fueron tomados mediante una comparación analítica del sector de Lasso en la provincia de Cotopaxi tomadas en diferentes fechas, realizando aproximaciones

porcentuales conforme al comportamiento del viento y de la radiación solar se obtuvo los datos presentados en la tabla 4.6 y 4.7, los datos reales se muestran en el anexo A.

Tabla 4.6. Tabla de generación fotovoltaica de forma porcentual para caso base de 6 nodos.

Hora	Potencial fotovoltaico en %	Energía Solar en base a Pmax=1 en p.u.
0:00	0	0
1:00	0	0
2:00	0	0
3:00	0	0
4:00	0	0
5:00	0	0
6:00	42	0,42
7:00	52	0,52
8:00	63	0,63
9:00	73	0,73
10:00	84	0,84
11:00	100	1
12:00	100	1
13:00	94	0,94
14:00	73	0,73
15:00	73	0,73
16:00	52	0,52
17:00	21	0,21
18:00	0	0
19:00	0	0
20:00	0	0
21:00	0	0
22:00	0	0
23:00	0	0

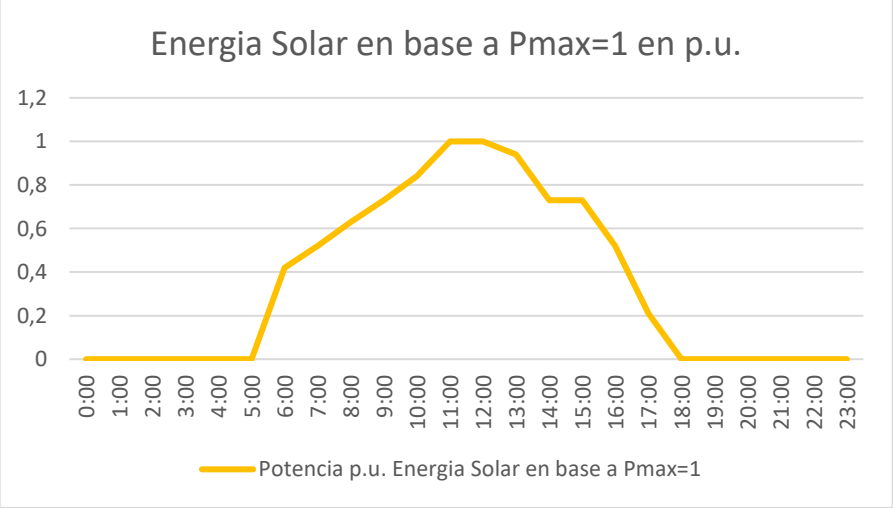


Figura 4.6. Comportamiento de generación fotovoltaica para caso base de 6 nodos.

Tabla 4.7. Tabla de generación eólica de forma porcentual para caso base de 6 nodos.

Hora	Potencial eólico en %	Potencia p.u. Energia eólica en base a Pmax= 1,5
0:00	43	0,650722374
1:00	38	0,57357617
2:00	47	0,7082055
3:00	52	0,773553857
4:00	53	0,790455737
5:00	64	0,955709266
6:00	62	0,931360518
7:00	58	0,86475707
8:00	60	0,907262788
9:00	81	1,220533274
10:00	76	1,139370782
11:00	87	1,312489541
12:00	81	1,216768004
13:00	91	1,368382886
14:00	100	1,5
15:00	85	1,281697998
16:00	82	1,227310761
17:00	76	1,132593295
18:00	67	1,009929157
19:00	48	0,715317677
20:00	33	0,497434038
21:00	13	0,190941039
22:00	5	0,08233391
23:00	6	0,095219501

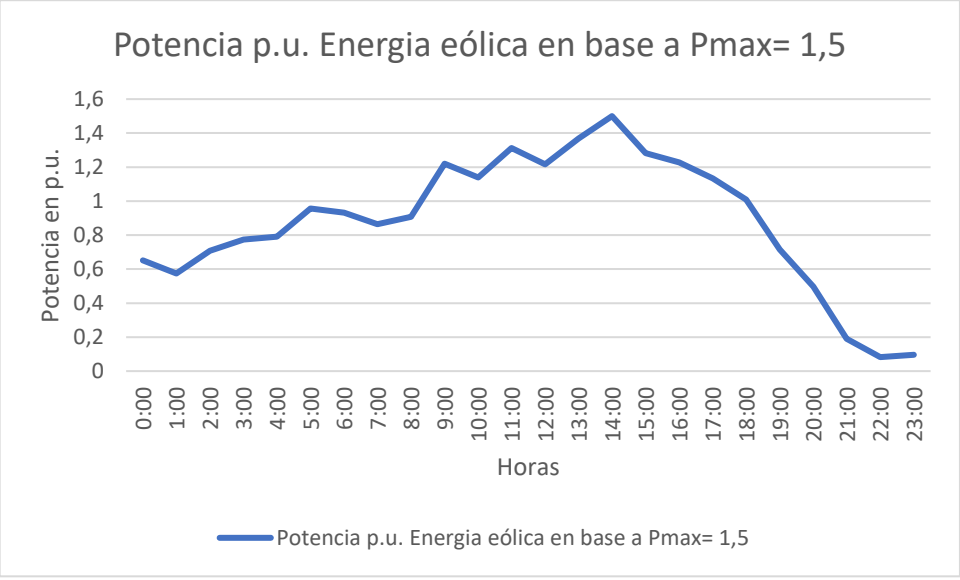


Figura 4.7. Comportamiento de generación eólica para caso base de 6 nodos.

4.7.3. Caso de Estudio 2 para sistema balanceado de 35 nodos.

4.7.3.1. Caso de estudio 35 barras mediante Wirtinger

Se plantea el sistema de 35 barras con los datos de entrada mostradas en la tabla 4.8, estos datos están validados mediante el Test Feeder de la IEEE 37 BUS, con la diferencia que para el estudio se realizó la eliminación de 2 nodos para el análisis con el método propuesto en este escrito.

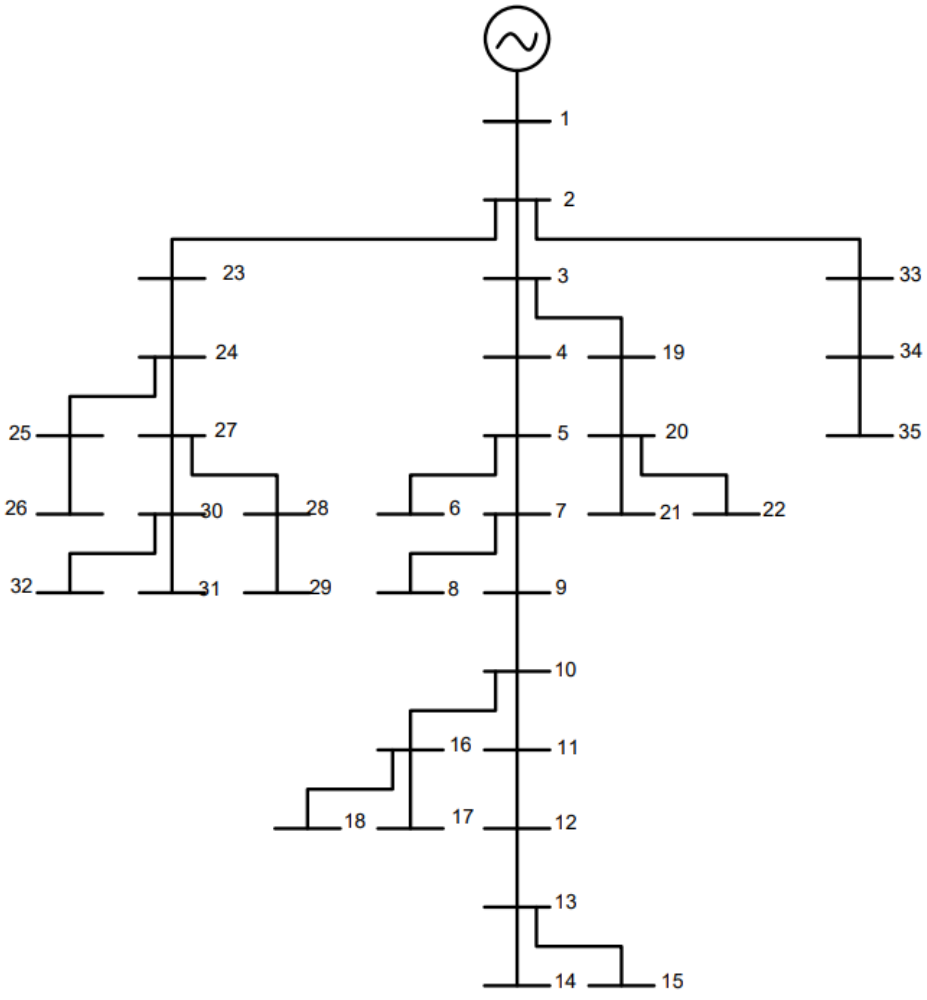


Figura 4.8. Sistema de 35 bus modificado del sistema de 37 bus de la IEEE

La metodología es la misma con la que se plantea en el caso anterior.

Tabla 4.8. Tabla de valores del sistema de 35 barras

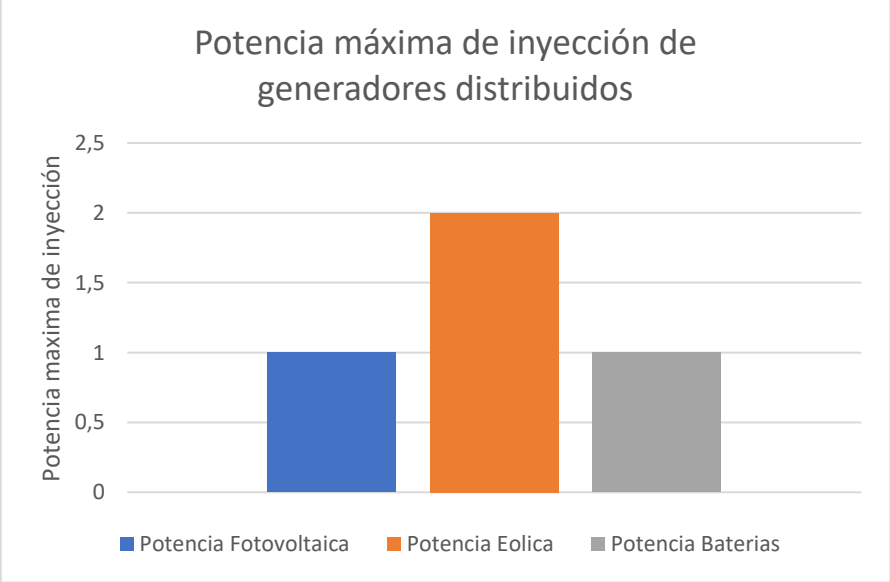
Node1	Node2	rkm	xkm	bkm/2	Potencia (p) demanda	Potencia (q) demanda	Generación distribuida
1	2	0.0025	0.0026	0.0001	0.0000	0.0000	0
2	3	0.0034	0.0036	0.0001	0.0000	0.0000	0
3	4	0.0040	0.0023	0.0000	0.0850	0.0400	2
4	5	0.0013	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0
5	6	0.0040	0.0023	0.0000	0.0850	0.0400	2
5	7	0.0022	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0
7	8	0.0042	0.0013	0.0000	0.0420	0.0210	0
7	9	0.0022	0.0012	0.0000	0.0850	0.0400	1
9	10	0.0038	0.0021	0.0000	0.0420	0.0210	0
10	11	0.0043	0.0025	0.0000	0.1400	0.0700	1
11	12	0.0027	0.0015	0.0000	0.1260	0.0620	0
12	13	0.0027	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0
13	14	0.0026	0.0008	0.0000	0.0850	0.0400	0
13	15	0.0027	0.0015	0.0000	0.0420	0.0210	1
10	16	0.0068	0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0
16	17	0.0167	0.0054	0.0001	0.0420	0.0210	2
16	18	0.0026	0.0008	0.0000	0.0850	0.0400	0
3	19	0.0031	0.0010	0.0000	0.0420	0.0210	0
19	20	0.0019	0.0011	0.0000	0.0420	0.0210	0
20	21	0.0026	0.0008	0.0000	0.1260	0.0630	0
20	22	0.0037	0.0012	0.0000	0.0420	0.0210	1
2	23	0.0024	0.0014	0.0000	0.0850	0.0400	0
23	24	0.0035	0.0020	0.0000	0.0000	0.0000	0
24	25	0.0010	0.0003	0.0000	0.0380	0.0180	1
25	26	0.0068	0.0022	0.0000	0.0850	0.0400	2
24	27	0.0054	0.0031	0.0000	0.0850	0.0400	0
27	28	0.0040	0.0023	0.0000	0.0000	0.0000	0

28	29	0.0037	0.0012	0.0000	0.0420	0.0210	0
27	30	0.0120	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000	0
30	31	0.0016	0.0005	0.0000	0.1610	0.0800	1
30	32	0.0099	0.0032	0.0000	0.0420	0.0210	2
2	33	0.0052	0.0017	0.0000	0.0000	0.0000	0
33	34	0.0031	0.0010	0.0000	0.0850	0.0400	0
34	35	0.0042	0.0013	0.0000	0.0930	0.0440	2

4.7.3.2. Caso base de 35 nodos con generación distribuida

Al igual que el sistema de 6 nodos la metodología es similar, sin embargo, se difiere ya que la potencia de inyección máxima para los sistemas eólicos es más elevada siendo 2 p.u., para ello se muestra la figura 4.9.

Figura 4.9. Potencia máxima de inyección de generadores distribuidos.



4.7.3.3. Caso base de 35 nodos con generación distribuida horaria

Los sistemas de generación distribuida horaria se muestran a continuación para el caso de 35 nodos, sin embargo, las demandas horarias se anexan al final dentro del anexo O.

Tabla 4.9. Tabla de generación distribuida para caso base de 35 nodos.

HORAS	Costo energía	Potencia en Paneles fotovoltaicos	Potencia en Aerogenerador
1	0,021	0	0,86
2	0,021	0	0,763
3	0,02	0	0,94
4	0,019	0	1,03
5	0,02	0	1,27
6	0,021	0	1,24
7	0,021	0,42	1,24
8	0,022	0,52	1,15
9	0,023	0,63	1,2
10	0,023	0,73	1,62
11	0,024	0,84	1,5
12	0,024	1	1,51
13	0,024	1	1,74
14	0,024	0,94	1,59
15	0,024	0,73	1,82
16	0,024	0,73	1,99
17	0,023	0,52	1,7
18	0,028	0,21	1,66
19	0,027	0	1,59
20	0,026	0	1,5
21	0,023	0	1,34
22	0,023	0	0,95
23	0,022	0	0,41
24	0,022	0	0,3

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para realizar el análisis de resultados se sigue los 2 casos de estudio planteados los cuales corresponden a 6 y 35 barras respectivamente los cuales fueron sometidos a distintos métodos de solución como se muestra en el apartado anterior con la finalidad de poder observar la variación y cambios que tiene a lo largo de sus ejecuciones.

Se empieza primero con la linealización mediante punto fijo como parte de prueba ya que siendo un método de solución a los problemas de flujo más antiguos permiten corroborar de forma rápida los resultados a comparar, demostrando que los resultados son aproximados a la solución requerida. Así mismo se plantea la linealización mediante el método de Wirtinger el cual que expuesto en el capítulo anterior donde queda demostrado la factibilidad de utilizar el mismo para realizar optimización y poder obtener resultados haciendo uso directamente del plano complejo. Finalmente se expone la viabilidad que presenta la linealización propuesta para gestionar los recursos distribuidos con el fin de minimizar pérdidas de potencia y los costos en el sistema o grafo a estudiar.

5.1. ANÁLISIS DE RESULTADO DEL SISTEMA DE 6 BARRAS.

5.1.1. Comparación para caso base de 6 nodos mediante Punto fijo y Wirtinger

Para realizar el análisis de la variación de resultados entre las simulaciones en el software Python con la aplicación del método de punto fijo y los resultados ya obtenidos anteriormente gracias a la colaboración del autor de [36] se puede constatar los resultados.

Tabla 5.1. Resultados caso 1 comparado a resultados apoyados por el autor de [37].

	NOMBRE	VOLTAJE p.u.	ANG	NODO (P)	NODO (Q)	COLABORADOR
0	Slack	1.000000	0.000000	3.8732	1.4209	1
1	Barra 1	0.957154	-1.680835	0.0000	0.0000	0.956
2	C. Casa	0.943412	-2.366124	-1.2000	-0.3000	0.943
3	G. solar	0.943412	-2.366124	-0.0000	-0.0000	0.943
4	C. Edificio	0.942703	-2.087231	-2.5000	-0.9000	0.943
5	G. Eólico	0.942703	-2.087231	0.0000	0.0000	0.943

Para realizar un análisis de los resultados se realizó una gráfica como se observa en la Figura 5.1, donde se muestra la variación de voltajes de acuerdo al autor del grafo propuesto y los resultados obtenidos por los autores del presente escrito, la cual es una representación en un eje cartesiano.

Para visualizar la relación que existe entre los 2 resultados donde se reflejan los cambios producidos, para la Figura 5.1 en el eje horizontal (X) se representa los nodos del sistema y en el eje vertical (Y) los resultados, en la gráfica se observa 2 líneas donde la línea de color naranja representa a las tensiones nodales en Python, la línea azul representa las tensiones nodales propuestas por el autor de [36].

Tabla 5.2. Tabla de variaciones de resultados en % para el caso 1 mediante punto fijo.

	NOMBRE	VOLTAJE P.U.	VOLTAJE P.U. COLABORADOR	% VARIACIÓN
0	Slack	1.000000	1	0,00000%
1	Barra 1	0.957154	0.956	0,11540%
2	C. Casa	0.943412	0.943	0,04120%
3	G. solar	0.943412	0.943	0,04120%
4	C. Edificio	0.942703	0.943	0,02970%
5	G. Eólico	0.942703	0.943	0,02970%

Se exponen las variaciones obtenidas de la tabla 5.2 la cual muestra un ligero decaimiento tanto en el caso simulado como en el caso expuesto como ejemplo.

Vale recalcar que no varía demasiado y esto se debe a los solucionadores utilizados dentro de Python suelen tener rangos de operación y solución distintos, pero siempre guardando disparidad por los resultados en forma milésima lo que no significa complicación en el modelo

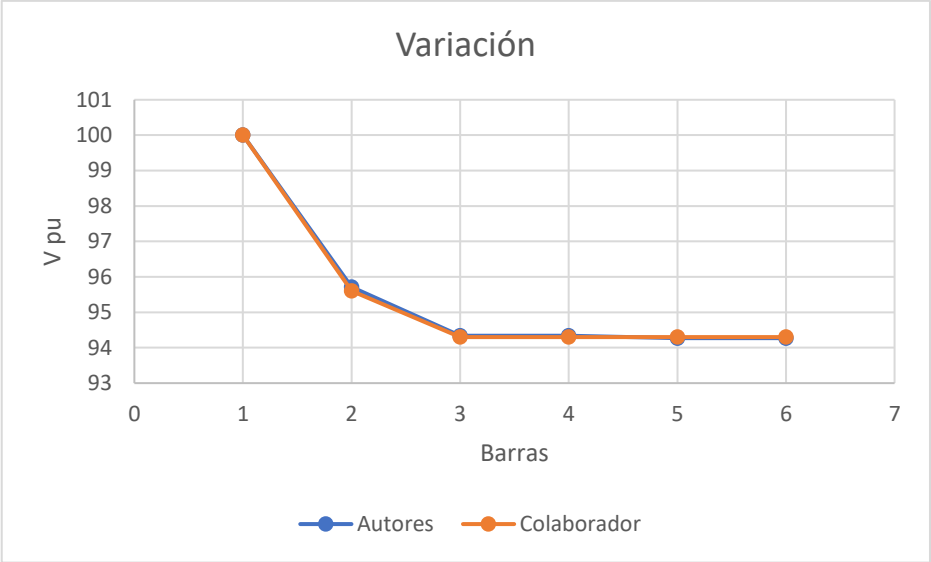


Figura 5.1. Resultados de voltajes del sistema de caso 1

Se expone además los resultados los cuales están comparados de la obtención con el método de Wirtinger haciendo énfasis en la gran variación que existe con el mismo y esto gracias al método de optimización que presenta el mismo

Tabla 5.3. Tabla de variaciones con resultados del caso 1

Nombre	Voltaje p.u.(Punto Fijo)	Ángulo (Punto Fijo)	Voltaje p.u. (Wirtinger)	Angulo (Wirtinger)	Voltaje p.u. colaborador	Variación Voltajes en %	Variación Ángulos en %
Slack	1	0	1	0	1	0	0
Barra 1	0,957154	-1,680	0,9858061	-0,579	0,956	2,86521	110,1835
C. Casa	0,943412	-2,366	0,98367867	-0,723	0,943	4,026667	164,3124
G. solar	0,943412	-2,366	0,99725552	0,136	0,943	5,384352	250,2124
C. Edificio	0,942703	-2,087	0,97986354	-0,739	0,943	3,716054	134,8231
G. Eólico	0,942703	-2,087	0,98982486	-0,38	0,943	4,712186	170,7231

De igual manera se muestra la variación de tensión que existe entre el método de Wirtinger y el método de punto fijo.

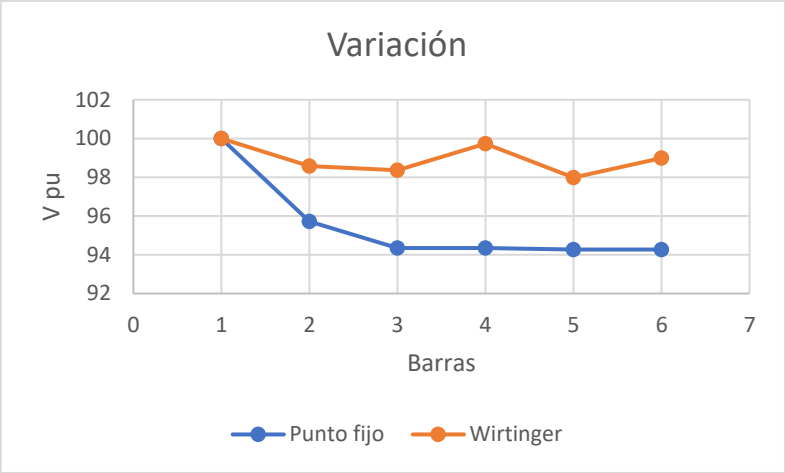


Figura 5.2. Resultados de voltajes del sistema de caso 1

Se puede observar claramente que el método de Wirtinger resulta ser mucho más óptimo ya que de acuerdo a los casos de estudios previos al presentado mientras la variación de tensión sea más cercana a 1pu el sistema es mucho más estable.

Así mismo se puede comprobar que la pérdida de potencia resulta ser mucho más baja que la anterior, dando una idea de lo factible que podría ser utilizar el método propuesto.

Tabla 5.4. Tabla de variaciones de resultados caso 1

Potencia Perdida (Punto fijo)	0.1731	**Potencia Perdida (Wirtinger)**	0.0405717

5.1.2. Comparación para caso base de 6 nodos mediante generación distribuida

Tabla 5.5. Tabla de variaciones de voltajes con resultados del caso 1

Voltajes Sin Generación Distribuida			**Voltajes Con Generación Distribuida**		**Variación en %**	
# Nodo	Voltajes p.u.	Ángulos	Voltajes p.u.	Ángulos	Voltajes	Ángulos
0	1	0	1	0	0	0
1	0,9858061	-0,579	0,9862	-0,575	0,03939	0,4
2	0,98367867	-0,723	0,98117	-0,886	0,250867	16,3
3	0,99725552	0,136	0,9911	-0,303	0,615552	43,9
4	0,97986354	-0,739	0,9818	-0,676	0,193646	6,3
5	0,98982486	-0,38	0,9892	-0,398	0,062486	1,8

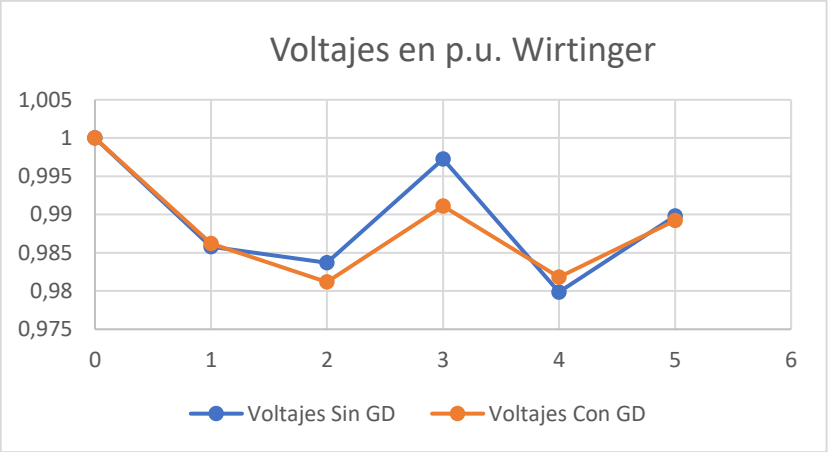


Figura 5.3. Variación de voltajes sin GD vs voltaje con GD del sistema de caso 1

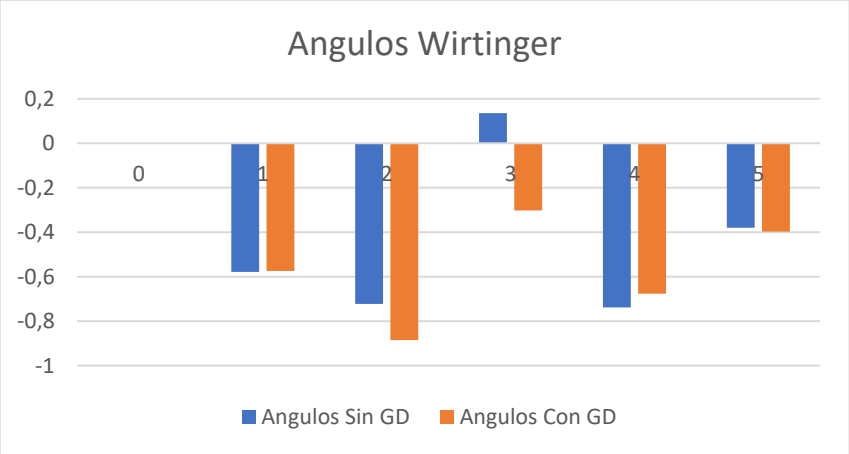


Figura 5.4. Variación de ángulos sin GD vs GD del sistema de caso 1

Tabla 5.6. Tabla de variaciones de potencia con resultados del caso 1

Potencia Sin generación Distribuida				**Potencia con Generación Distribuida**			
#Nodo	Potencia Perdida p.u.	Potencia activa	Potencia reactiva	#Nodo	Potencia Perdida p.u.	Potencia activa	Potencia reactiva
1	0,04057173			**1**	0,0298		
2				**2**			
3				**3**			
4		0,96	0,2782	**4**		0,6603	0,22005
5				**5**			
6		1,41	0,4882	**6**		1,069	0,3386

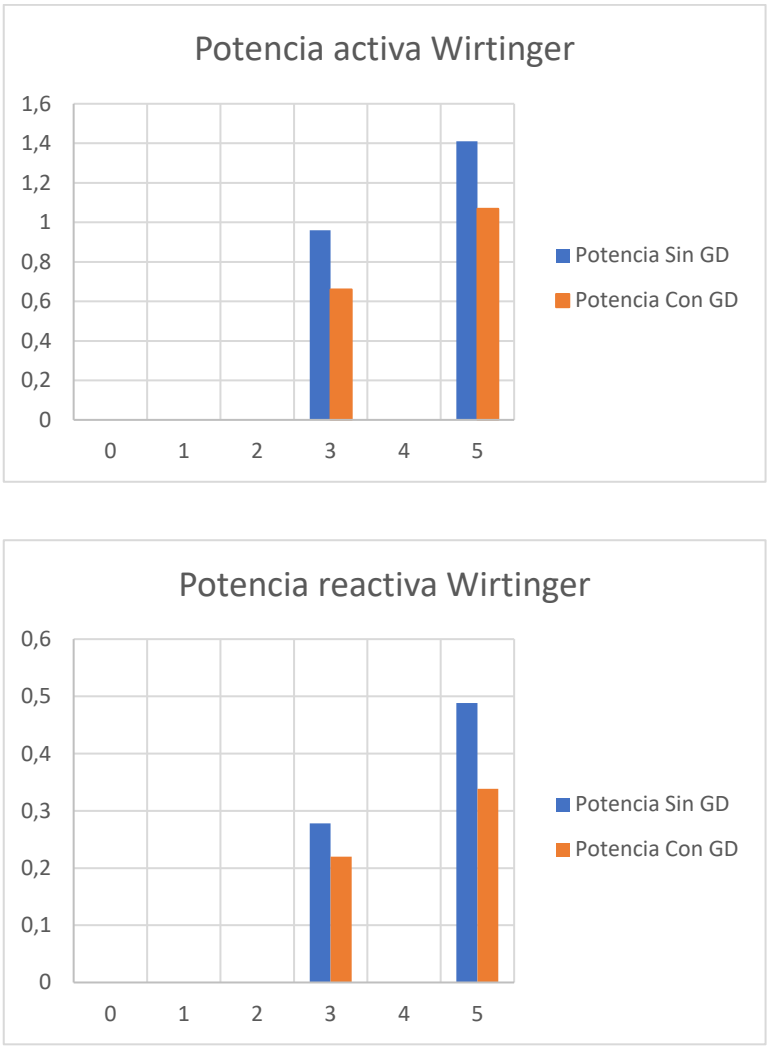


Figura 5.5. Variación de potencias sin GD vs GD del sistema de caso 1

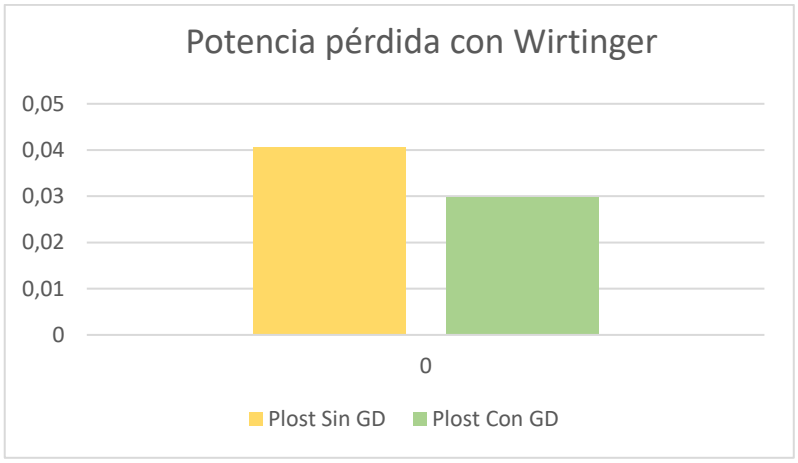


Figura 5.6. Variación de pérdidas sin GD vs GD del sistema de caso 1

Tabla 5.7. Tabla de variaciones de factor de potencia con resultados del caso 1

Factor de Potencia		
#Nodo	Sin GD	Con GD
	FP	FP
0		
1		
2		
3	0,960482649	0,948704848
4		
5	0,944960573	0,953320834

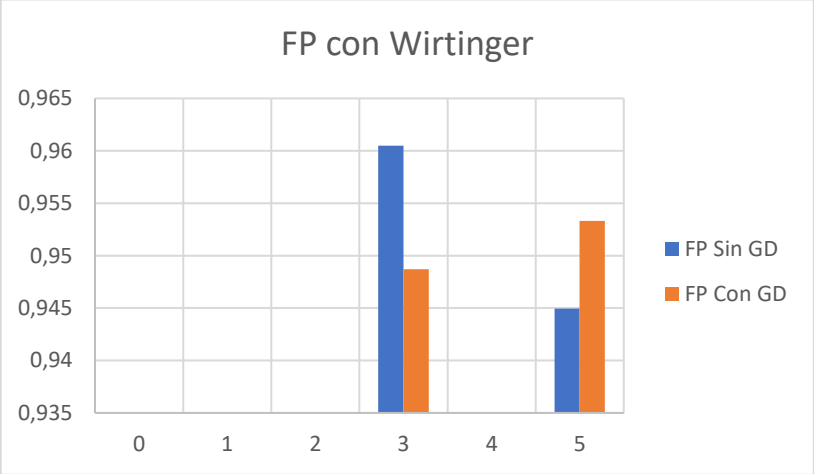


Figura 5.7. Resultados de FP sin GD vs GD del sistema de caso 1.

Se puede evidenciar que los voltajes, así como los flujos de inyección sin generación distribuida comparados con la generación distribuida resultan ser mucho más eficientes para el caso con GD y esto se debe a que el algoritmo se encarga de gestionar los recursos para que exista menor pérdida de potencia al mismo tiempo que intenta asegurar la estabilidad del grafo lo máximo que se pueda. De igual manera los resultados de FP se encuentran dentro de los limites evitando penalización por el bajo valor del mismo ya que como se sabe, mientras más cercano se encuentre a la unidad es mucho más eficiente.

5.1.3. Caso base de 6 nodos mediante generación distribuida horaria

Tabla 5.8. Tabla de variaciones con GD horaria con resultados del caso 1

HORAS	VOLTAJES B0	ANGULOS B0	VOLTAJES B1	ANGULOS B1	VOLTAJES B2	ANGULOS B2	VOLTAJES B3	ANGULOS B3	VOLTAJES B4	ANGULOS B4	VOLTAJES B5	ANGULOSS B 5	Pperdida del Sistema	Costos del Sistema
1	1	0,00E+00	0,98588614	-0,55970753	0,98005083	-0,8407910	0,99051049	-0,274662	0,98167503	-0,669446	0,98926852	-0,396788	0,0302823	0,077
2	1	0,00E+00	0,98688407	-0,60522622	0,98250512	-0,9423026	0,9916794	-0,335657	0,9825396	-0,710598	0,98964449	-0,416770	0,0291239	0,077
3	1	0,00E+00	0,9865554	-0,59045142	0,98137869	-0,8969348	0,9910823	-0,307616	0,98237133	-0,703588	0,9896198	-0,415632	0,0294211	0,074
4	1	0,00E+00	0,98723299	-0,62106335	0,98271073	-0,9527914	0,99165055	-0,340403	0,98308162	-0,737613	0,98998859	-0,434417	0,02873	0,0703
5	1	0,00E+00	0,98756555	-0,63576474	0,98383487	-0,9980363	0,99223518	-0,368580	0,9832583	-0,744552	0,99002511	-0,435481	0,0285575	0,074
6	1	0,00E+00	0,98721553	-0,62000848	0,9836281	-0,9876207	0,99226289	-0,363859	0,98271463	-0,717652	0,98967914	-0,417965	0,028947	0,0777
7	1	0,00E+00	0,9865554	-0,59045142	0,98137869	-0,8969348	0,9910823	-0,307616	0,98237133	-0,703588	0,9896198	-0,415632	0,02942	0,0777
8	1	0,00E+00	0,98688407	-0,60522623	0,98250512	-0,9423026	0,9916794	-0,335657	0,9825396	-0,710598	0,98964449	-0,416770	0,02912	0,0814
9	1	0,00E+00	0,98758451	-0,63686399	0,98292164	-0,9632127	0,99163085	-0,345000	0,98362638	-0,764576	0,99033491	-0,452038	0,02839	0,0851
10	1	0,00E+00	0,9869248	-0,60759170	0,98066166	-0,8727692	0,99042243	-0,289353	0,98328838	-0,750929	0,99028564	-0,450160	0,029105	0,0851
11	1	0,00E+00	0,98655541	-0,59045143	0,98137869	-0,8969348	0,9910823	-0,307616	0,98237133	-0,703588	0,98961981	-0,415632	0,02942	0,0888
12	1	0,00E+00	0,98622971	-0,57570055	0,98024878	-0,8514964	0,99047112	-0,279666	0,98221013	-0,696661	0,9896055	-0,414611	0,02984	0,0888
13	1	0,00E+00	0,98756555	-0,63576477	0,98383488	-0,9980363	0,99223519	-0,368580	0,9832583	-0,744552	0,99002511	-0,435481	0,02855	0,0888
14	1	0,00E+00	0,98756555	-0,63576477	0,98383488	-0,9980363	0,99223519	-0,368580	0,9832583	-0,744552	0,99002511	-0,435481	0,02855	0,0888
15	1	0,00E+00	0,98721553	-0,62000850	0,98362811	-0,9876207	0,99226289	-0,363859	0,98271464	-0,717652	0,98967915	-0,417965	0,02894	0,0888
16	1	0,00E+00	0,98721553	-0,62000850	0,98362811	-0,9876207	0,99226289	-0,363859	0,98271464	-0,717652	0,98967915	-0,417965	0,02894	0,0888
17	1	0,00E+00	0,98688407	-0,60522623	0,98250512	-0,9423026	0,9916794	-0,335657	0,9825396	-0,710598	0,98964449	-0,416770	0,029123	0,0851
18	1	0,00E+00	0,98723299	-0,62106342	0,98271073	-0,9527915	0,99165056	-0,340403	0,98308162	-0,737614	0,9899886	-0,434418	0,02873	0,1036
19	1	0,00E+00	0,98622971	-0,57570056	0,98024878	-0,8514965	0,99047112	-0,279666	0,98221013	-0,696661	0,9896055	-0,414611	0,02984	0,0962
20	1	0,00E+00	0,98655541	-0,59045146	0,98137869	-0,8969348	0,99108231	-0,307616	0,98237133	-0,703588	0,98961981	-0,415632	0,02942	0,0999
21	1	0,00E+00	0,98756555	-0,63576476	0,98383488	-0,9980363	0,99223519	-0,368580	0,9832583	-0,690715	0,98933566	-0,400440	0,02855	0,0851
22	1	0,00E+00	0,98686833	-0,60422832	0,98342696	-0,9771557	0,99230026	-0,359014	0,98217395	-0,757738	0,99030548	-0,451081	0,02938	0,0851
23	1	0,00E+00	0,9872533	-0,62222743	0,98179324	-0,9180151	0,99103303	-0,317091	0,98345412	-0,764576	0,99033491	-0,452038	0,02868	0,0814
24	1	0,00E+00	0,98758451	-0,63686399	0,98292164	-0,9632127	0,99163085	-0,345000	0,98362638	-0,744552	0,99002511	-0,435481	0,02839	0,0814

5.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS CASO 2 SISTEMA DE 35 NODOS

5.2.1. Comparación para caso base de 35 nodos mediante punto fijo y Wirtinger

Tabla 5.9. Tabla de variaciones con resultados mediante punto fijo y Wirtinger del caso 2

	Voltajes con punto fijo		Voltajes con Wirtinger		Variación en %	
# Nodo	Voltajes p.u.	Ángulos	Voltajes p.u.	Ángulos	Voltajes	Angulos
0	1	0	1	0	0	0
1	0,992977	-0,152681	0,99314824	-0,149	0,017124	0,3681
2	0,987095	-0,287322	0,98726685	-0,283	0,017185	0,4322
3	0,982575	-0,304431	0,98274806	-0,303	0,017306	0,1431
4	0,978423	-0,646772	0,97859611	-0,638	0,017311	0,8772
5	0,977981	-0,648898	0,97815446	-0,64	0,017346	0,8898
6	0,976445	-0,652027	0,97661889	-0,644	0,017389	0,8027
7	0,976236	-0,650007	0,97641026	-0,642	0,017426	0,8007
8	0,974588	-0,657049	0,97476211	-0,65	0,017411	0,7049
9	0,971789	-0,665234	0,97196365	-0,66	0,017465	0,5234
10	0,969546	-0,674518	0,96972157	-0,67	0,017557	0,4518
11	0,96865	-0,677411	0,96882574	-0,674	0,017574	0,3411
12	0,968202	-0,678988	0,96837705	-0,676	0,017505	0,2988
13	0,96794	-0,676787	0,96811572	-0,674	0,017572	0,2787
14	0,968052	-0,679373	0,9682274	-0,676	0,01754	0,3373
15	0,970761	-0,657011	0,97093549	-0,653	0,017449	0,4011
16	0,969921	-0,649471	0,97009556	-0,646	0,017456	0,3471
17	0,9705	-0,654822	0,97067484	-0,651	0,017484	0,3822
18	0,98613	-0,284227	0,98630168	-0,28	0,017168	0,4227
19	0,98559	-0,289799	0,98576257	-0,286	0,017257	0,3799
20	0,985207	-0,286082	0,98537896	-0,283	0,017196	0,3082
21	0,985407	-0,288189	0,98557932	-0,285	0,017232	0,3189
22	0,9913	-0,160233	0,99147108	-0,156	0,017108	0,4233
23	0,989245	-0,168219	0,98941697	-0,165	0,017197	0,3219
24	0,989103	-0,166984	0,98927498	-0,163	0,017198	0,3984
25	0,98843	-0,162002	0,98860129	-0,159	0,017129	0,3002
26	0,986926	-0,176974	0,98709815	-0,174	0,017215	0,2974
27	0,986707	-0,177716	0,98687894	-0,174	0,017194	0,3716
28	0,986524	-0,176109	0,9866959	-0,173	0,01719	0,3109
29	0,984049	-0,152178	0,98422177	-0,15	0,017277	0,2178
30	0,983747	-0,149367	0,98391931	-0,147	0,017231	0,2367
31	0,983558	-0,147827	0,98373078	-0,145	0,017278	0,2827
32	0,9919	-0,144874	0,99207087	-0,141	0,017087	0,3874
33	0,991594	-0,142603	0,99176485	-0,139	0,017085	0,3603
34	0,991448	-0,141151	0,99161928	-0,137	0,017128	0,4151

5.2.2. Comparación para caso base de 35 nodos mediante generación distribuida

Tabla 5.10. Tabla de variaciones de voltajes con resultados del caso 2

	Voltajes sin GD		Voltajes con GD		Variación en %	
# Nodo	Voltajes p.u.	Angulos	Voltajes p.u.	Ángulos	Voltajes	Ángulos
0	1	0	1	0	0	0
1	0,99315	-0,14900	0,99946	-0,01200	0,630676	13,7
2	0,98727	-0,28300	0,99933	-0,01810	1,205815	26,49
3	0,98275	-0,30300	0,99998	-0,01380	1,723194	28,92
4	0,97860	-0,63800	1,00009	-0,01010	2,149389	62,79
5	0,97815	-0,64000	1,00070	-0,01090	2,254754	62,91
6	0,97662	-0,64400	0,99979	-0,01000	2,317511	63,4
7	0,97641	-0,64200	0,99959	-0,00810	2,317974	63,39
8	0,97476	-0,65000	0,99962	-0,00973	2,485289	64,027
9	0,97196	-0,66000	0,99926	-0,00883	2,729735	65,117
10	0,96972	-0,67000	0,99865	-0,01050	2,893243	65,95
11	0,96883	-0,67400	0,99829	-0,01160	2,946526	66,24
12	0,96838	-0,67600	0,99836	-0,01130	2,998495	66,47
13	0,96812	-0,67400	0,99811	-0,00925	2,999328	66,475
14	0,96823	-0,67600	0,99872	-0,00995	3,04946	66,605
15	0,97094	-0,65300	0,99989	-0,01210	2,894951	64,09
16	0,97010	-0,64600	1,00306	-0,03190	3,295944	61,41
17	0,97067	-0,65100	0,99963	-0,01000	2,895716	64,1
18	0,98630	-0,28000	0,99875	-0,01680	1,245032	26,32
19	0,98576	-0,28600	0,99848	-0,02020	1,271243	26,58
20	0,98538	-0,28300	0,99810	-0,01660	1,271804	26,64
21	0,98558	-0,28500	0,99875	-0,02060	1,316668	26,44
22	0,99147	-0,15600	0,99921	-0,01180	0,773492	14,42
23	0,98942	-0,16500	0,99922	-0,00952	0,980603	15,548
24	0,98927	-0,16300	0,99932	-0,01040	1,004202	15,26
25	0,98860	-0,15900	0,99984	-0,01400	1,123771	14,5
26	0,98710	-0,17400	0,99869	-0,00854	1,158685	16,546
27	0,98688	-0,17400	0,99847	-0,00926	1,158906	16,474
28	0,98670	-0,17300	0,99829	-0,00770	1,15921	16,53
29	0,98422	-0,15000	0,99939	-0,00729	1,516423	14,271
30	0,98392	-0,14700	0,99924	-0,00572	1,532069	14,128
31	0,98373	-0,14500	1,00087	-0,01550	1,714022	12,95
32	0,99207	-0,14100	0,99924	-0,01010	0,716513	13,09
33	0,99176	-0,13900	0,99893	-0,00791	0,716715	13,109
34	0,99162	-0,13700	0,99947	-0,01180	0,784972	12,52

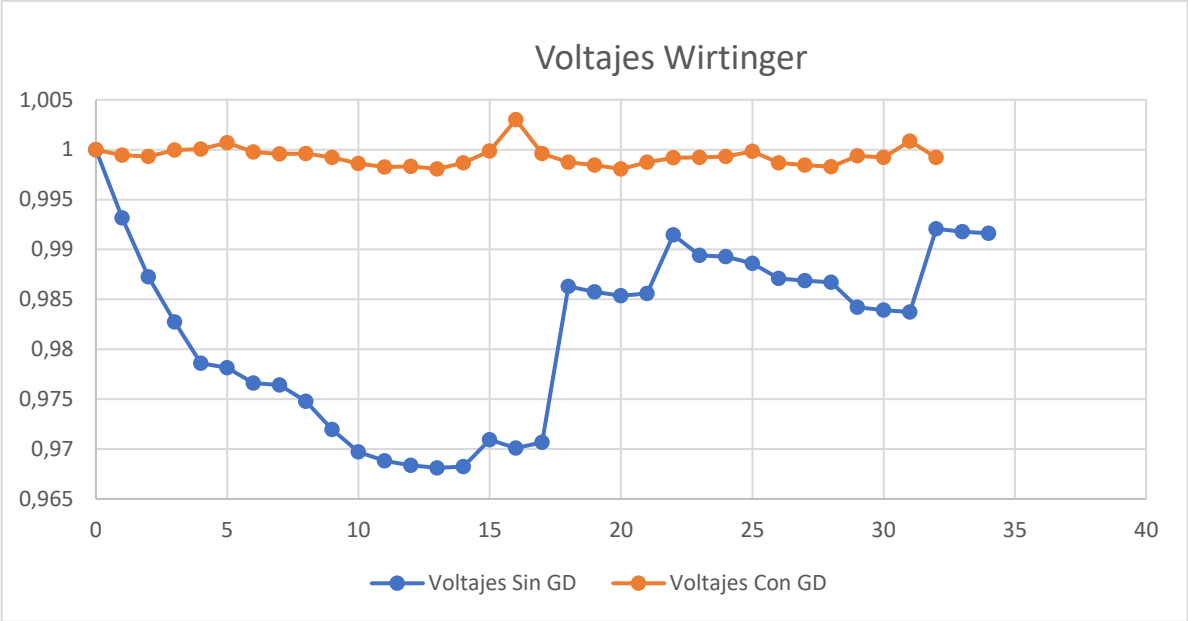


Figura 5.8. Variación de voltajes sin GD vs GD del sistema de caso 2

Figura 5.9. Variación de ángulos sin GD vs GD del sistema de caso 2

Tabla 5.11. Tabla de variaciones de potencia con resultados del caso 2

Potencia sin generación distribuida				**Potencia con generación distribuida**			
A #Nodo	Potencia perdida	Potencia activa	Potencia reactiva	A #Nodo	Potencia perdida	Potencia activa	Potencia reactiva
1	0,0304	1,83314	0,87394	1	0,00171	0,14659	0,06170
2		0,04528	0,02120	2			
3		0,00000	0,00000	3			
4		-0,08500	-0,04000	4		0,12121	0,04463
5		0,00000	0,00000	5			
6		-0,08500	-0,04000	6		0,11371	0,04892
7		0,00000	0,00000	7			
8		-0,04200	-0,02100	8			
9		-0,08500	-0,04000	9		0,00082	0,00038
10		-0,04200	-0,02100	10			
11		-0,14000	-0,07000	11		0,00308	0,00401
12		-0,12600	0,06200	12			
13		0,00000	0,00000	13			
14		-0,08500	0,04000	14			
15		-0,04200	-0,02100	15		0,10547	0,04981
16		0,00000	0,00000	16			
17		-0,04200	0,02100	17		0,16311	0,07576
18		-0,08500	0,04000	18			
19		-0,04200	-0,02100	19			
20		-0,06300	0,00000	20			
21		-0,12600	-0,06300	21			
22		-0,04200	-0,02100	22		0,06583	0,02304
23		-0,08500	-0,04000	23			
24		0,00000	0,00000	24			
25		-0,03800	-0,01800	25		0,01523	0,00704
26		-0,08500	-0,04000	26		0,06679	0,03102
27		-0,08500	-0,04000	27			
28		0,00000	0,00000	28			
29		-0,04200	-0,02100	29			
30		0,00000	0,00000	30			
31		-0,16100	0,08000	31		0,07818	0,04153
32		-0,04200	0,02100	32		0,13174	0,05712
33		0,00000	0,00000	33			
34		-0,08500	-0,04000	34			
35		-0,09300	0,04400	35		0,04877	0,02191

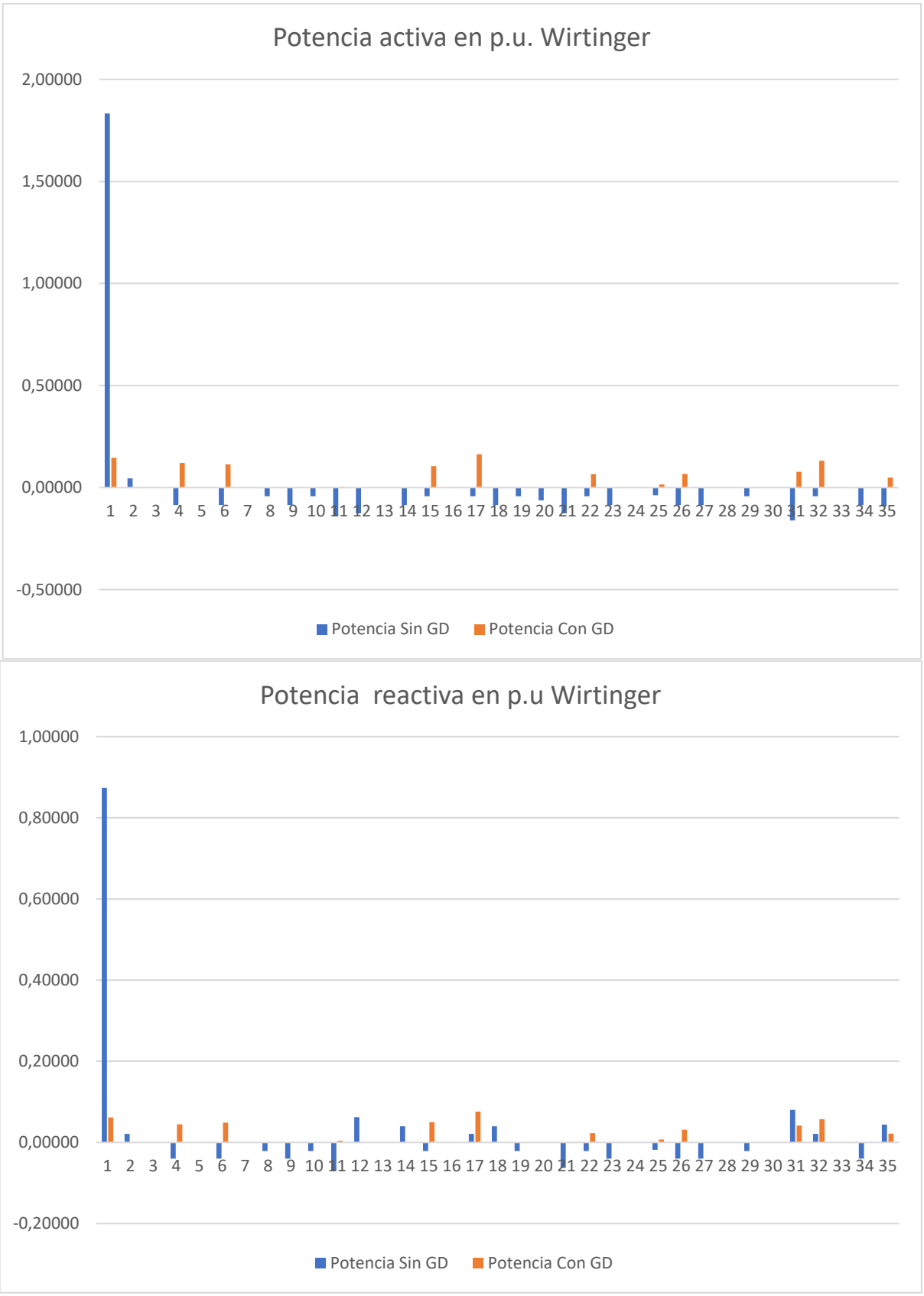


Figura 5.10. Variación de potencias sin GD vs GD del sistema de caso 2

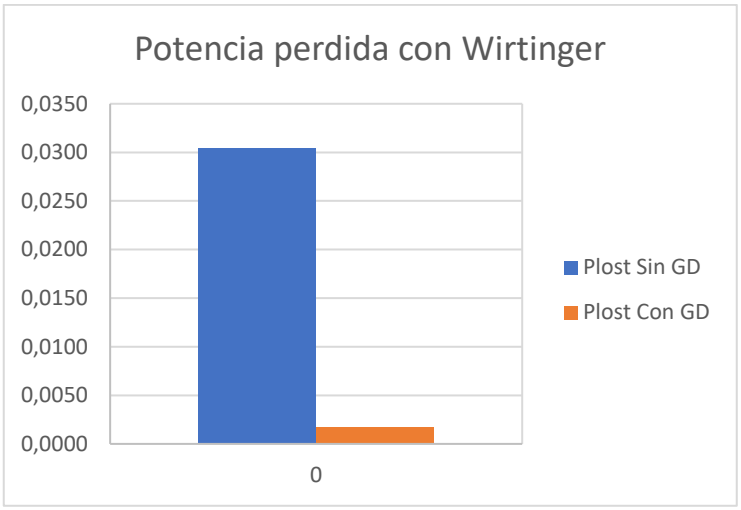


Figura 5.11. Variación de pérdidas sin GD vs GD del sistema de caso 2.

Tabla 5.12. Tabla de variaciones de factor de potencia con resultados del caso 2.

Factor de Potencia		
#Nodo	Sin GD	Con GD
	FP	FP
0	0,902665884	0,921677566
1		
2		
3	0,904818702	0,93840486
4		
5	0,904818702	0,918604737
6		
7		
8	0,904818702	0,907310031
9		
10		
11		
12		
13		
14	0,894427191	0,904216682
15		
16	0,894427191	0,906948286
17		
18		
19		
20		
21	0,894427191	0,943872334
22		
23		
24	0,903737839	0,9076634
25	0,904818702	0,906962641
26		
27		

28		
29		
30		
31	0,894427191	0,917460022
32		
33		
34	0,903935656	0,912203804

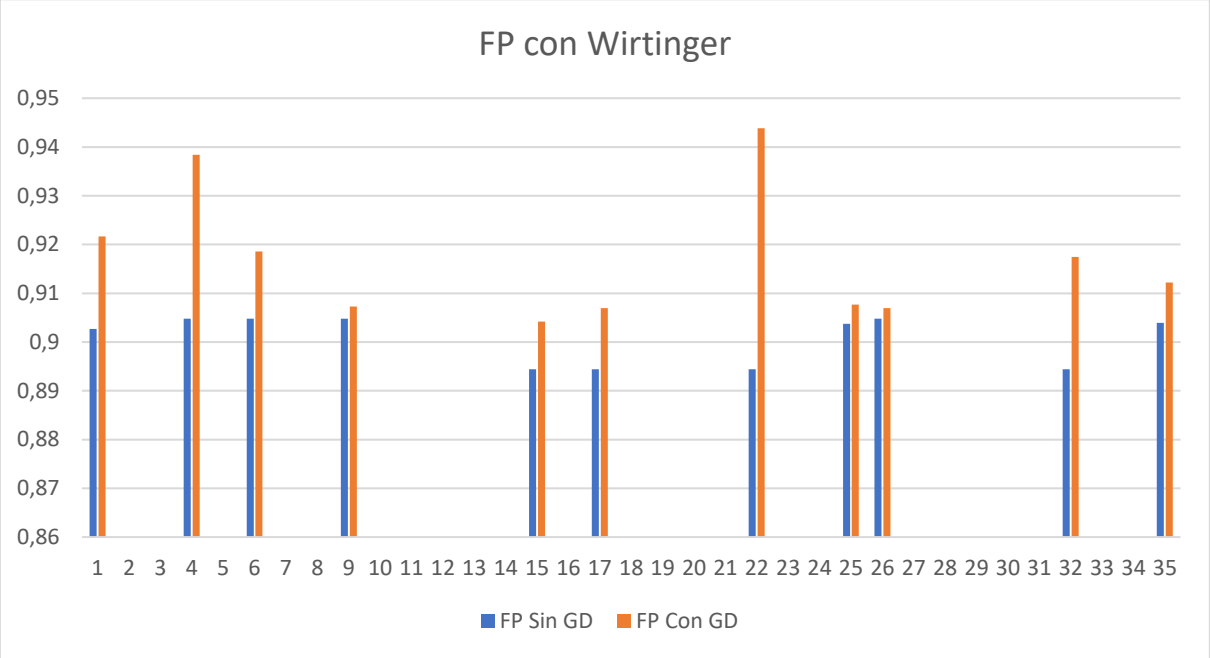


Figura 5.12. Resultados de FP sin GD vs GD del sistema de caso 2.

Los resultados parecen apoyar la veracidad donde el método resulta ser mucho mejor ya que como se observa los resultados siempre convergen al mejor procedimiento conocido dentro de las redes de distribución y para el caso presente no pasa por alto esta afirmación ya que los resultados son óptimos por el hecho de siempre aproximar a las tensiones a la unidad con su ángulo lo más cercano a cero posible.

5.2.3. Caso base de 35 nodos mediante generación distribuida horaria

Los resultados se exponen mediante anexos ya que su composición resulta ser demasiado grandes como para presentarlas en este apartado

6. CONCLUSIONES

- En la investigación sobre el estado del arte para el presente estudio de investigación se indago en distintas fuentes bibliográficas como libros, revistas y artículos de distintos autores los cuales presentan un sinnúmero de metodologías para el cálculo y manejo de recursos distribuidos en un sistema radial como es el sistema de distribución, sin embargo, el método que más ha llamada la atención por su fácil implementación haciendo uso de la programación convexa, es el método propuesto el cual se denomina "método de Wirtinger", por lo tanto los recursos que se pueden emplear en el estudio del mismo como los matemáticos, programables y económicos son muy pequeños y fácilmente accesibles
- Se presentó una sistemática global para redes de distribución destinada al cálculo de flujos de potencia, el mismo que permite evidenciar la problemática de las pérdidas en el sistema haciendo énfasis a potencia y variación de tensión siendo esta más rápida a comparación de los métodos convencionales ya que se puede trabajar en el plano complejo haciendo uso de la programación lineal en optimización convexa. La linealización es por mucho, más conveniente ya que permite incluir modelos ZIP directamente en la formulación de las ecuaciones algebraicas presentadas repercutiendo en la fácil obtención de resultados
- Se propone un modelo basado en el cálculo de Wirtinger en donde se considera recursos distribuidos como energía fotovoltaica y eólica los cuales constantemente están en funcionamiento de acuerdo a la variación horaria con el objetivo de poder minimizar los costos debido a que la red puede subir y bajar de precio de acuerdo a la demanda, por ello la metodología expuesta se encarga de gestionar los recursos para poder disminuir el precio de los mismos sin la necesidad de afectar a la red con sobrecargas o sobrealimentación que a lo largo del tiempo evita pérdidas tanto para los distribuidores como a los consumidores

7. RECOMENDACIONES.

- Se recomienda profundizar el estado del arte acerca del tema tratado e investigado durante este estudio, ya que puede existir aún más restricciones conforme avanza con el desarrollo, además que se puede implementar otro tipo de energías alternativas.

- Dado que este trabajo de investigación se realiza en un sistema balanceado, se propone estudiar métodos alternativos de gestión de recursos distribuidos que puedan ser aplicados a sistemas de distribución desbalanceados, también se propone utilizar métodos alternativos para el análisis de la ubicación adecuada de la generación distribuida. Porque en este estudio, los generadores fueron incluidos en el análisis.
- Se invita a los lectores a experimentar con redes malladas ya que el sistema puede presentar viabilidad para analizar casos de SEP los cuales pasan desapercibidos por otros autores que presentan al tema como un caso limitado a la convexación solo en redes radiales, por ello a creencia de los autores se puede pensar en casos de estudio más complejos.
- Para casos de estudio con factores de prueba rales se recomienda realizar un análisis previo mediante mapas eólicos y solares de acuerdo al lugar en donde se pretenda implementar la metodología del tema.

8. BIBLIOGRAFÍA.

[1] W. Wirtinger, "Zur formalen Theorie der Funktionen von mehr komplexen Veranderlichen," *Math Ann*, vol. 97, no. 1, pp. 357–375, Dec. 1927, doi: 10.1007/BF01447872.

[2] D. A. Ramirez, A. Garcés, and J. J. Mora-Flórez, "A Convex Approximation for the Tertiary Control of Unbalanced Microgrids.," *Electric Power Systems Research*, vol. 199, Oct. 2021, doi: 10.1016/j.epsr.2021.107423.

[3] F. Mesa, G. Correa-Vélez, and J. J. Barba-Ortega, "Optimización de ecuaciones con restricciones no lineales: comparativo entre técnicas heurística y convexa," *Revista UIS Ingenierías*, vol. 21, no. 2, Mar. 2022, doi: 10.18273/revuin.v21n2-2022005.

[4] L. H. Barrera, "Desarrollo de un programa para resolver despacho económico y despacho económico ambiental utilizando multiplicadores de lagrange, considerando las pérdidas del sistema," Escuela Politecnica Nacional, Quito, 2020.

[5] J. A. Caicedo Rivadeneira, “Flujo óptimo de potencia en sistemas eléctricos basado en criterios de mínimas pérdidas de potencia activa usando el método de la gradiente,” Univerdidad Politecnica Salesiana, Quito, 2022.

[6] F. J. Pérez González, “CURSO DE ANÁLISIS COMPLEJO,” 2004.

[7] M. R. Sr, M. Howard, and A. Wilcox, “THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA SANTA BARBARA PRESENTED BY.”

[8] D. Alejandro and R. Loaiza, “Faculty of Engineering Tertiary control in microgrids: an optimal power flow approach based on convex optimization and Wirtinger calculus,” 2020. [Online]. Available: www.utp.edu.co

[9] S. Diamond and S. Boyd, “CVXPY: A Python-Embedded Modeling Language for Convex Optimization,” Mar. 2016, [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1603.00943

[10] F. Zohrizadeh, C. Josz, M. Jin, R. Madani, J. Lavaei, and S. Sojoudi, “A survey on conic relaxations of optimal power flow problem,” *European Journal of Operational Research*, vol. 287, no. 2. Elsevier B.V., pp. 391–409, Dec. 01, 2020. doi: 10.1016/j.ejor.2020.01.034.

[11] Areatecnología, “Redes Aéreas de Distribución,” Jan. 20, 2023. https://areatecnologia.com/electricidad/redes-aereas-baja-tension.html (accessed Jan. 19, 2023).

[12] I. Matulic, “Introducción a los Sistemas Eléctricos de Potencia.” Accessed: Jan. 09, 2023. [Online]. Available: http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1683-07892003000100005

[13] M. E. Méndez Treviño, “Planificación del Sistema de Distribución de Energía Eléctrica: Técnicas de Optimización,” Universidad de Sevilla, Sevilla, 2007.

[14] C. Vega, “Generación Distribuida,” 2023. https://www.ainenergia.com/smart-cities-futuro-hoy/generacion-distribuida/ (accessed Jan. 09, 2023).

[15] E. Fernando Durán, “La Generación Distribuida: Retos frente al Marco Legal del Mercado Eléctrico Ecuatoriano.”

[16] R. Ulloa, “Planificacion optima de sistemas electricos de distribucion en zonas rurales mediante la integracion de microredes.”

[17] S. G.-S. F. J. S.-C. S. G.-A. P. B. P. I. P. E. C. V. G. A. M. E. A. A. Orts-Grau, “Instalación Fotovoltaica con Almacenamiento en Baterías de Litio para la Inclusión de los Objetivos de Desarrollo Sostenibles en las Ingenierías,” *Instituto Interuniversitario de Investigación de Reconocimiento Molecular y Desarrollo Tecnológico (IDM)*, pp. 153–160, 2020.

[18] J. Grainger and W. Stevenson, *Analisis de Sistemas de Potencia*.

[19] E. Rebollo, “Flujos de Carga: Un Metodo Alterno Para su Solución,” Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2004.

[20] A. Garcés Ruiz, *Optimización convexa, aplicaciones en operación y dinámica de sistemas de potencia*. Universidad Tecnológica de Pereira, 2020. doi: 10.22517/9789587224658.

[21] Programadorclick, “Optimizacion no convexa,” Jan. 25, 2023. https://programmerclick.com/article/66541296810/ (accessed Jan. 25, 2023).

[22] E. Castillo, A. J. Conejo, P. Pedregal, R. García, and N. Alguacil, “Formulacion y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia.,” 2002.

[23] J. A. Caballero, R. Ruiz-Femenia, and I. Aracil, “Presentaciones Simulación y Optimización de Procesos Químicos,” Alicante, Dec. 2011.

[24] D. A. Rueda, “Introducción al análisis de funciones de una variable compleja.”

[25] G. B. Arguello Escobar, “Optima respuesta a la demanda y despacho económico de energia electrica en microrredes basados en arboles de desición estocástica.”

[26] W. F. Pérez Reinoso and J. L. Méndez Silva, “Despacho economico de potencia diaria aplicado al sistema nacional ecuatoriano,” Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca, 2011.

[27] C. Holguín, Y. Díaz-Ricardo, and R. Antonio Becerra-García, “Ciencias Holguín, Revista trimestral, Año XX, abril-junio 2014 El lenguaje de programación

Python/The programming language Python Ivet Challenger-Pérez", [Online]. Available: http://www.linuxjournal.com/article/2959

[28] The CVXPY authors, "Welcome to CVXPY 1.3," 2023. https://www.cvxpy.org (accessed Jan. 09, 2023).

[29] L. Thurner *et al.*, "pandapower - an Open Source Python Tool for Convenient Modeling, Analysis and Optimization of Electric Power Systems," Sep. 2017, doi: 10.1109/TPWRS.2018.2829021.

[30] Microsoft, "Microsoft Excel," Jan. 18, 2023.

[31] L. F. Grisales Noreña, B. J. Restrepo Cuestas, and F. E. Jaramillo Ramirez, "Ubicación y dimensionamiento de generación distribuida: Una revisión," *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, vol. 27, no. 2, pp. 157–176, Aug. 2017, doi: 10.18359/rcin.2344.

[32] F. Pello de la Roz, "Aplicación en Tiempo Real de Técnicas de Estimación de Estado en Redes de Distribución," Jul. 2018, Accessed: Jan. 09, 2023. [Online]. Available: http://hdl.handle.net/10651/48016

[33] J. Izquierdo, "ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA Y ANALISIS DE FALLAS EN SISTEMAS ELECTRICOS DE DISTRIBUCIÓN RADIAL."

[34] M. Naula and C. Quinatoa, "Desarrollo de un algoritmo matemático de optimizacion convexa para el cálculo de perdidas en las redes eléctricas de distribución ," Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, 2020.

[35] F. S. Chassin, E. T. Mayhorn, M. A. Elizondo, and S. Lu, "Load Modeling and Calibration Techniques for Power System Studies."

[36] D. A. Ramirez, A. Garcés, and J.-J. Mora-Florez, "A Wirtinger Linearization for the Power Flow in Microgrids."

[37] A. Garces, W. Gil-Gonzalez, and O. D. Montoya, "Wirtinger's Calculus for the Load Flow in Power Distribution Grids," in *2018 IEEE ANDESCON*, Aug. 2018, pp. 1–5. doi: 10.1109/ANDESCON.2018.8564691.

[38] A. Armada, "Herramientas de optimización convexa y aplicaciones en telecomunicaciones."

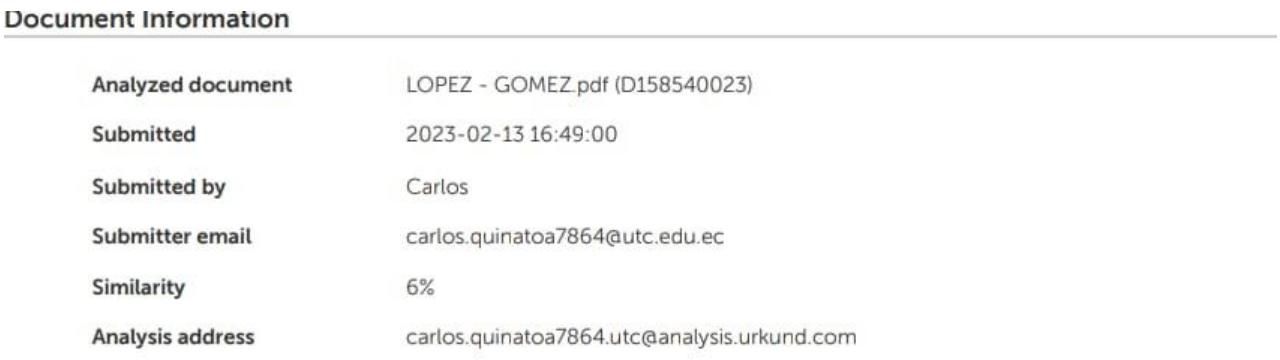
[39] A. Garcés-Ruiz, “Flujo de potencia en redes de distribución eléctrica trifásicas no equilibradas utilizando Matlab: Teoría, análisis y simulación cuasi-dinámica,” *Ingeniería*, vol. 27, no. 3, p. e19252, Aug. 2022, doi: 10.14483/23448393.19252.

[40] S. Sepulveda, A. Garces, and J. Mora-Flórez, “Sequential Convex optimization for the Dynamic Optimal Power Flow of Active Distribution Networks,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 9, pp. 268–273, 2022, doi: 10.1016/j.ifacol.2022.07.047.

ANEXO 1. INFORME ANTIPLAGIO PROYECTO DE TITULACIÓN

Facultad:	Ciencias de la Ingeniería y Aplicadas
Carrera:	Ingeniería Eléctrica en Sistemas Eléctricos de Potencia
Nombre del Docente evaluador que emite el informe:	Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza MsC.
Documento evaluado:	Propuesta investigativa presentada previo a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico en Sistemas Eléctricos de Potencia.
Autores del documento:	Sr. Gómez Coro Robinson Alexander Sr. López Silva Jonathan Alexander
Programa de similitud utilizado:	Sistema URKUND
Porcentaje de similitud según el programa utilizado:	6%
Observaciones: Calificación de originalidad atendiendo a los siguientes criterios: • El documento cumple con criterios de originalidad, sin observaciones. • El documento cumple con criterios de originalidad, con observaciones. • El documento no cumple con criterios de originalidad	-X-
Fecha de realización del informe	

Captura de pantalla del documento analizado:



Document Information

Analyzed document	LOPEZ - GOMEZ.pdf (D158540023)
Submitted	2023-02-13 16:49:00
Submitted by	Carlos
Submitter email	carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec
Similarity	6%
Analysis address	carlos.quinatoa7864.utc@analysis.urkund.com

Ing. Carlos Iván Quinatoa Caiza Mgs.
Director del Proyecto de la Propuesta Investigativa.

Document Information

Analyzed document	LOPEZ - GOMEZ.pdf (D158540023)
Submitted	2023-02-13 16:49:00
Submitted by	Carlos
Submitter email	carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec
Similarity	6%
Analysis address	carlos.quinatoa7864.utc@analysis.urkund.com

Sources included in the report

SA	**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / Tesis_Grupo_9_Chicaiza_Moposita..pdf** Document Tesis_Grupo_9_Chicaiza_Moposita..pdf (D143402598) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.urkund.com	5
W	URL: http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1683-07892003000100005 Fetched: 2023-02-13 16:49:00	4
W	URL: https://programmerclick.com/article/66541296810/ Fetched: 2023-02-13 16:49:00	2
SA	**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / Proyecto de investigación Tatayo Edwin.pdf** Document Proyecto de investigación Tatayo Edwin.pdf (D128875805) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.urkund.com	9
SA	**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI / TESIS_AVILES_RAMOS_ok.pdf** Document TESIS_AVILES_RAMOS_ok.pdf (D110811134) Submitted by: carlos.quinatoa7864@utc.edu.ec Receiver: carlos.quinatoa7864.utc@analysis.urkund.com	2
W	URL: https://www.ainenergia.com/smart-cities-futuro-hoy/generacion-distribuida/ Fetched: 2023-02-13 16:49:00	1

Entire Document

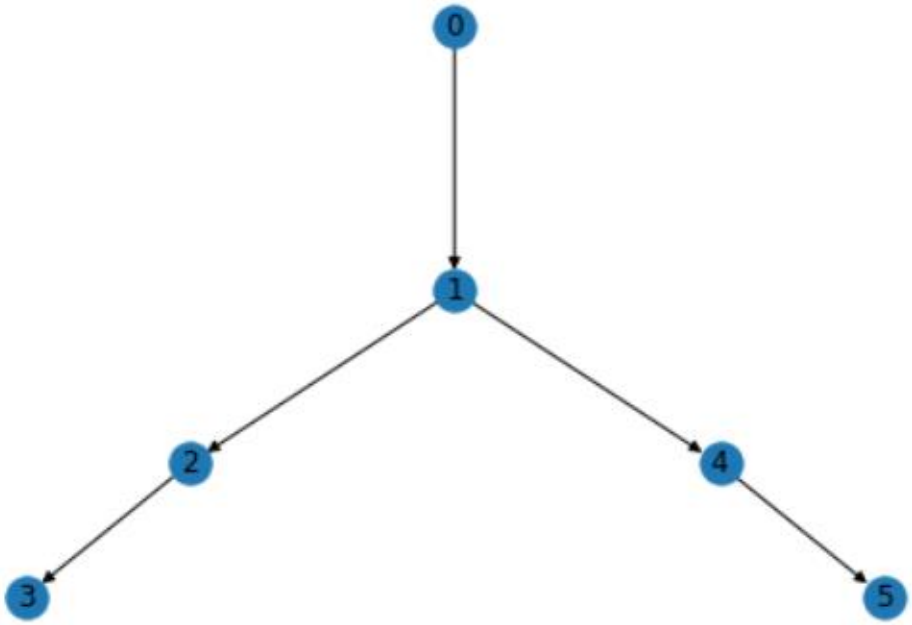
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y APLICADAS CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE WIRTINGER PARA LA GESTIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS EN UNA RED ELÉCTRICA DE DISTRIBUCIÓN. " Proyecto de Titulación presentado previo a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico en Sistemas Eléctricos de Potencia" Autores: Gómez Coro Robinson Alexander López Silva Jonathan Alexander Tutor Académico: Ing. Quinatoa Caiza Carlos Iván MsC. LATACUNGA – ECUADOR 2023

i RESUMEN El presente trabajo tiene como

9. ANEXOS

ANEXO A. Forma del grafo en Python – Caso 6 nodos



ANEXO B. Matriz de admitancias en Python – Caso 6 nodos

```
[[  48.         -64.j          -48.         +64.j
     0.          +0.j            0.          +0.j
     0.          +0.j            0.          +0.j        ]
 [ -48.         +64.j          216.24324324-248.45945946j
   -43.24324324 +59.45945946j    0.          +0.j
  -125.        +125.j           0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j          -43.24324324 +59.45945946j
    65.46546547-103.9039039j    -22.22222222 +44.44444444j
     0.          +0.j            0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j            0.          +0.j
   -22.22222222 +44.44444444j    22.22222222 -44.44444444j
     0.          +0.j            0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j         -125.        +125.j
     0.          +0.j            0.          +0.j
   206.96721311-223.36065574j   -81.96721311 +98.36065574j]
 [   0.          +0.j            0.          +0.j
     0.          +0.j            0.          +0.j
   -81.96721311 +98.36065574j    81.96721311 -98.36065574j]]
[3.55850779e+02 1.53742122e+02 6.95171530e+01 4.52945499e+01
 1.90048904e-14 1.64607529e+01]
```

ANEXO C. Matriz de bloque en Python – Caso 6 nodos

```
[-48.+64.j   0. +0.j   0. +0.j   0. +0.j   0. +0.j]
[[ 216.24324324-248.45945946j  -43.24324324 +59.45945946j
     0.          +0.j         -125.        +125.j
     0.          +0.j        ]
 [ -43.24324324 +59.45945946j   65.46546547-103.9039039j
   -22.22222222 +44.44444444j    0.          +0.j
     0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j          -22.22222222 +44.44444444j
    22.22222222 -44.44444444j    0.          +0.j
     0.          +0.j        ]
 [-125.        +125.j            0.          +0.j
     0.          +0.j          206.96721311-223.36065574j
   -81.96721311 +98.36065574j]
 [   0.          +0.j            0.          +0.j
     0.          +0.j          -81.96721311 +98.36065574j
    81.96721311 -98.36065574j]]
```

ANEXO D. Flujos de potencia mediante punto fijo en Python – Caso 6 nodos

```
El error para el Flujo de Carga despues de 10 iteraciones es: 9.859613875563964e-12
Perdida de potencia: (0.1731831335273l5+0.22089148762914 31j)
Flujos (0, 1) 4.125588467764173
Flujos (1, 2) 1.3111259268830837
Flujos (1, 4) 2.8185600232226746
Flujos (2, 3) 3.447964101732324e-16
Flujos (4, 5) 2.930486852836013e-14
```

ANEXO D. Voltajes mediante punto fijo en Python – Caso 6 nodos

	nombre	v-pu	ang	pnodo	qnodo
0	slack	1.000000	0.000000	3.8732	1.4209
1	barra 1	0.957154	-1.680835	0.0000	0.0000
2	c casa	0.943412	-2.366124	-1.2000	-0.3000
3	g solar	0.943412	-2.366124	-0.0000	-0.0000
4	c edificio	0.942703	-2.087231	-2.5000	-0.9000
5	g eolico	0.942703	-2.087231	0.0000	0.0000

ANEXO E1. Voltajes con linealización compleja sin restricción de generación y sin inyección en Python – Caso 6 nodos con Wirtinger

```
Voltajes [1.         0.9858061  0.98367867 0.99725552 0.97986354 0.98982486]
Angulos de Voltaje [-4.49101533e-15 -1.01036019e-02 -1.26263870e-02  2.37201252e-03
 -1.28998332e-02 -6.63863557e-03]
Pperdida 0.04057172890206143 optimal
```

ANEXO E2. Flujos de potencia con linealización compleja sin restricción de generación y sin inyección en Python – Caso 6 nodos con Wirtinger

```
El error para el Flujo de Carga despues de 10 iteraciones es: 7.192111933281701e-14
Pperdida (0.04262324311449306+0.05945112112864487j)
Flujos [ 1.36378701e+00+4.92999748e-01j  2.74834366e-12-8.95545788e-13j
 -1.20000000e+00-3.00000000e-01j  9.60520309e-01+2.78209747e-01j
 -2.50000000e+00-9.00000000e-01j  1.41831593e+00+4.88241626e-01j]
Voltajes [1.         0.98489176 0.98241755 0.99601251 0.97868062 0.98879595]
Voltajes [ 0.         -0.01009303 -0.01258854  0.00252238 -0.01286356 -0.00659237]
```

ANEXO E3. Voltajes y P perdida con GD y linealización compleja en Python – Caso 6 nodos con Wirtinger

```
Voltajes [1.         0.98621051 0.98117985 0.99112172 0.98183412 0.98928029]
Angulos [-7.67123715e-17 -1.00272072e-02 -1.54691995e-02 -5.28318817e-03
 -1.18060370e-02 -6.94406939e-03]
Pperdida 0.029862792552351955 optimal
Costos 0.07400000000002052 optimal
Demanda total (3.7+1.2j)
[1.        -7.67123715e-17j 0.98616093-9.88877140e-03j
 0.98106246-1.51774616e-02j 0.99110789-5.23625821e-03j
 0.9817657 -1.15913007e-02j 0.98925644-6.86957575e-03j]
```

ANEXO E4. Flujos de potencia con GD y linealización compleja en Python – Caso 6 nodos con Wirtinger

```
El error para el Flujo de Carga despues de 10 iteraciones es: 0.05444518699621786
Voltajes [1.         0.98621051 0.98117985 0.99112172 0.98183412 0.98928029]
Angulos [-7.67123715e-17 -1.00272072e-02 -1.54691995e-02 -5.28318817e-03
 -1.18060370e-02 -6.94406939e-03]
Pperdida (0.02986279255235802+0.04109078671528621j)
Flujos [ 1.29715683e+00+4.11039586e-01j -6.76756413e-13-3.99666162e-13j
 -1.18182819e+00-2.76105784e-01j  6.60330290e-01+2.20059961e-01j
 -1.81503963e+00-6.52504179e-01j  1.06924350e+00+3.38601204e-01j]
Demanda total (3.7+1.2j)
```

ANEXO F. Voltajes y P perdida con GD horaria y linealización compleja en Python – Caso 6 nodos con Wirtinger

```
Voltajes [1.         0.98588614 0.98005083 0.99051049 0.98167503 0.98926852] [-7.44035860e-17 -9.76873918e-03 -1.46745721e-02 -4.79375043e-03
 -1.16840453e-02 -6.92526054e-03]
Pperdida 0.03028232929188905 optimal
Costos 0.0777000000000238 optimal
Voltajes [1.         0.98688407 0.98250512 0.9916794  0.9825396  0.98964449] [-8.13784729e-17 -1.05631903e-02 -1.64462835e-02 -5.85831984e-03
 -1.24022759e-02 -7.27400416e-03]
Pperdida 0.029123969364846562 optimal
Costos 0.07770000000002396 optimal
Voltajes [1.         0.9865554  0.98137869 0.9910823  0.98237133 0.9896198 ] [-7.95392163e-17 -1.03053213e-02 -1.56544646e-02 -5.36891494e-03
 -1.22799208e-02 -7.25414327e-03]
Pperdida 0.029421184129391945 optimal
Costos 0.07400000000001865 optimal
Voltajes [1.         0.98723299 0.98271073 0.99165055 0.98308162 0.98998859] [-8.37019785e-17 -1.08396003e-02 -1.66293463e-02 -5.94114788e-03
 -1.28737834e-02 -7.58201484e-03]
Pperdida 0.02873264262042821 optimal
Costos 0.07030000000002179 optimal
Voltajes [1.         0.98756555 0.98383487 0.99223518 0.9832583  0.99002511] [-8.53282046e-17 -1.10961880e-02 -1.74190189e-02 -6.43293596e-03
 -1.29948854e-02 -7.60058266e-03]
Pperdida 0.02855756849790248 optimal
Costos 0.07400000000002352 optimal
Voltajes [1.         0.98721553 0.9836281  0.99226289 0.98271463 0.98967914] [-8.31525163e-17 -1.08211893e-02 -1.72372326e-02 -6.35053779e-03
 -1.25253890e-02 -7.29487158e-03]
Pperdida 0.028947839568796943 optimal
Voltajes [1.         0.9865554  0.98137869 0.9910823  0.98237133 0.9896198 ] [-7.95411942e-17 -1.03053213e-02 -1.56544647e-02 -5.36891501e-03
 -1.22799209e-02 -7.25414339e-03]
Pperdida 0.02942118335712189 optimal
Costos 0.07770000000002432 optimal
Voltajes [1.         0.98688407 0.98250512 0.9916794  0.9825396  0.98964449] [-8.13805232e-17 -1.05631904e-02 -1.64462836e-02 -5.85832000e-03
 -1.24022761e-02 -7.27400433e-03]
Pperdida 0.029123968734104947 optimal
Costos 0.08140000000002545 optimal
Voltajes [1.         0.98758451 0.98292164 0.99163085 0.98362638 0.99033491] [-8.58462959e-17 -1.11153736e-02 -1.68112329e-02 -6.02139006e-03
 -1.33443642e-02 -7.88955975e-03]
Pperdida 0.028391296356362665 optimal
Voltajes [1.         0.9869248  0.98066166 0.99042243 0.98328838 0.99028564] [-8.28930454e-17 -1.06044757e-02 -1.52326957e-02 -5.05015859e-03
 -1.31061783e-02 -7.85677713e-03]
Pperdida 0.029105926986995687 optimal
Costos 0.08510000000002903 optimal
Voltajes [1.         0.98655541 0.98137869 0.9910823  0.98237133 0.98961981] [-7.95473957e-17 -1.03053216e-02 -1.56544650e-02 -5.36891544e-03
 -1.22799213e-02 -7.25414396e-03]
Pperdida 0.029421181378776147 optimal
Costos 0.08880000000003019 optimal
Voltajes [1.         0.98622971 0.98024878 0.99047112 0.98221013 0.9896055 ] [-7.75674522e-17 -1.00478701e-02 -1.48614166e-02 -4.88109463e-03
 -1.21590272e-02 -7.23632368e-03]
Pperdida 0.0298407383552845 optimal
Costos 0.08880000000003148 optimal
Voltajes [1.         0.98756555 0.98383488 0.99223519 0.9832583  0.99002511] [-8.53367286e-17 -1.10961885e-02 -1.74190196e-02 -6.43293695e-03
 -1.29948861e-02 -7.60058350e-03]
Pperdida 0.028557566696755982 optimal
Costos 0.08880000000002783 optimal
Voltajes [1.         0.98756555 0.98383488 0.99223519 0.9832583  0.99002511] [-8.53367286e-17 -1.10961885e-02 -1.74190196e-02 -6.43293695e-03
 -1.29948861e-02 -7.60058350e-03]
Pperdida 0.028557566696755982 optimal
Costos 0.08880000000002783 optimal
Voltajes [1.         0.98721553 0.98362811 0.99226289 0.98271464 0.98967915] [-8.31588809e-17 -1.08211897e-02 -1.72372331e-02 -6.35053856e-03
 -1.25253895e-02 -7.29487226e-03]
Pperdida 0.028947838025544535 optimal
Costos 0.0888000000000259 optimal
Voltajes [1.         0.98721553 0.98362811 0.99226289 0.98271464 0.98967915] [-8.31588809e-17 -1.08211897e-02 -1.72372331e-02 -6.35053856e-03
 -1.25253895e-02 -7.29487226e-03]
Pperdida 0.028947838025544535 optimal
Costos 0.0888000000000259 optimal
Voltajes [1.         0.98688407 0.98250512 0.9916794  0.9825396  0.98964449] [-8.13826193e-17 -1.05631905e-02 -1.64462837e-02 -5.85832020e-03
 -1.24022762e-02 -7.27400453e-03]
Pperdida 0.029123968137958596 optimal
Costos 0.08510000000002726 optimal
Voltajes [1.         0.98723299 0.98271073 0.99165056 0.98308162 0.9899886 ] [-8.37215700e-17 -1.08396015e-02 -1.66293480e-02 -5.94115020e-03
 -1.28737851e-02 -7.58201707e-03]
Pperdida 0.02873263865801689 optimal
Costos 0.10360000000003114 optimal
Voltajes [1.         0.98655541 0.98137869 0.99108231 0.98237133 0.98961981] [-7.95539908e-17 -1.03053220e-02 -1.56544656e-02 -5.36891621e-03
 -1.22799220e-02 -7.25414485e-03]
Pperdida 0.029421179850317242 optimal
Costos 0.09990000000003216 optimal
Voltajes [1.         0.98622971 0.98024878 0.99047112 0.98221013 0.9896055 ] [-7.75717419e-17 -1.00478703e-02 -1.48614169e-02 -4.88109496e-03
 -1.21590276e-02 -7.23632420e-03]
Pperdida 0.02984073715056351 optimal
Costos 0.09620000000003091 optimal
Voltajes [1.         0.98756555 0.98383488 0.99223519 0.9832583  0.99002511] [-8.53345284e-17 -1.10961883e-02 -1.74190193e-02 -6.43293663e-03
 -1.29948859e-02 -7.60058323e-03]
Pperdida 0.028557567069064746 optimal
Costos 0.08510000000002471 optimal
Voltajes [1.         0.98686833 0.98342696 0.99230026 0.98217395 0.98933566] [-8.07948042e-17 -1.05457737e-02 -1.70545840e-02 -6.26598017e-03
 -1.20552515e-02 -6.98899723e-03]
Pperdida 0.02938817986045519 optimal
Costos 0.08510000000002405 optimal
Voltajes [1.         0.9872533  0.98179324 0.99103303 0.98345412 0.99030548] [-8.43753936e-17 -1.08599173e-02 -1.60223865e-02 -5.53429064e-03
 -1.32250238e-02 -7.87284324e-03]
Pperdida 0.028687118142095056 optimal
Costos 0.08140000000002526 optimal
Voltajes [1.         0.98758451 0.98292164 0.99163085 0.98362638 0.99033491] [-8.58441328e-17 -1.11153735e-02 -1.68112327e-02 -6.02138983e-03
 -1.33443640e-02 -7.88955954e-03]
Pperdida 0.02839129676264647 optimal
Costos 0.08140000000002523 optimal
```

ANEXO G. Forma del grafo en Python – Caso 35 nodos

ANEXO H. Matriz de admitancias en Python – Caso 35 nodos

```
[[ 192.15987702-199.8461721j  -192.15987702+199.8461721j
     0.          +0.j         ...    0.          +0.j
     0.          +0.j            0.          +0.j        ]
 [-192.15987702+199.8461721j   815.4417462 -584.81134381j
  -138.66231648+146.81882333j ... -173.73872369 +56.79919813j
     0.          +0.j            0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j         -138.66231648+146.81882333j
   618.72114238-349.10147009j ...    0.          +0.j
     0.          +0.j            0.          +0.j        ]
 ...
 [   0.          +0.j         -173.73872369 +56.79919813j
     0.          +0.j         ...  683.1947562 -218.30287966j
  -292.17719133 +94.25070688j -217.27884118 +67.25297465j]
 [   0.          +0.j            0.          +0.j
     0.          +0.j         ... -292.17719133 +94.25070688j
   292.17719133 -94.25070688j    0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j            0.          +0.j
     0.          +0.j         ... -217.27884118 +67.25297465j
     0.          +0.j          217.27884118 -67.25297465j]]
[ 2.11316944e+03  1.41312903e+03  1.30767539e+03  1.14691333e+03
  1.23662126e+03  1.26742406e+03  8.68823486e+02  8.76923052e+02
  8.03579414e+02  7.70094708e+02  6.92318164e+02  6.55359524e+02
  4.87905681e+02  4.60197653e+02  4.01294640e+02  3.54575172e+02
  3.18836282e+02  3.04382680e+02  2.81978685e+02  2.48166936e+02
  2.14554425e+02  1.85726720e+02  1.44543020e+02  1.35890747e+02
  1.39718147e+02  1.07638734e+02  8.83849851e+01  6.11932964e+01
 -4.48572890e-15  1.68410087e+00  1.10880453e+01  3.82380121e+01
  2.30211779e+01  2.68569977e+01  3.00982626e+01]
```

ANEXO I. Matriz de bloque en Python – Caso 35 nodos

```
[-192.15987702+199.8461721j    0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j
    0.          +0.j           0.          +0.j       ]
[[ 815.4417462 -584.81134381j -138.66231648+146.81882333j
     0.          +0.j         ... -173.73872369 +56.79919813j
     0.          +0.j           0.          +0.j        ]
 [-138.66231648+146.81882333j  618.72114238-349.10147009j
  -187.88163457+108.03193988j ...    0.          +0.j
     0.          +0.j           0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j         -187.88163457+108.03193988j
   207.67155693-229.81607749j ...    0.          +0.j
     0.          +0.j           0.          +0.j        ]
 ...
 [-173.73872369 +56.79919813j    0.          +0.j
     0.          +0.j         ...  683.1947562 -218.30287966j
  -292.17719133 +94.25070688j -217.27884118 +67.25297465j]
 [   0.          +0.j           0.          +0.j
     0.          +0.j         ... -292.17719133 +94.25070688j
   292.17719133 -94.25070688j    0.          +0.j        ]
 [   0.          +0.j           0.          +0.j
     0.          +0.j         ... -217.27884118 +67.25297465j
     0.          +0.j          217.27884118 -67.25297465j]]
```

ANEXO J1. Flujos de potencia mediante punto fijo en Python – Caso 35 nodos

```
El error para el Flujo de Carga despues de 10 iteraciones es: 6.632010593034015e-13
Perdida de potencia: (0.030957487537867603+0.030688646130092395j)
Flujos (0, 1) 2.0815233341903214
Flujos (1, 2) 1.2774833686594604
Flujos (1, 22) 0.6055602929708982
Flujos (1, 32) 0.19850862718162005
Flujos (2, 3) 0.9815902613859306
Flujos (2, 18) 0.2968123051317281
Flujos (3, 4) 0.8859979241822749
Flujos (4, 5) 0.09605655396045325
Flujos (4, 6) 0.7899500226690745
Flujos (6, 7) 0.04810047034534471
Flujos (6, 8) 0.7418519171777254
Flujos (8, 9) 0.6454709688280472
Flujos (9, 10) 0.4519552133374048
Flujos (9, 15) 0.14520160757193518
Flujos (10, 11) 0.29052036402064485
Flujos (11, 12) 0.14555089390550352
Flujos (12, 13) 0.09705295925131188
Flujos (12, 14) 0.04850713317219434
Flujos (15, 16) 0.048413686831643
Flujos (15, 17) 0.09679699305488085
Flujos (18, 19) 0.24945767081940343
Flujos (19, 20) 0.1429875443871825
Flujos (19, 21) 0.047652821632328146
Flujos (22, 23) 0.5108003820167315
Flujos (23, 24) 0.1375518497322111
Flujos (23, 26) 0.37326086643283923
Flujos (24, 25) 0.09504113502372415
Flujos (26, 27) 0.047598876035264394
Flujos (26, 29) 0.23049298922034295
Flujos (27, 28) 0.04759887603523707
Flujos (29, 30) 0.18275070692081063
Flujos (29, 31) 0.04774239690029035
Flujos (32, 33) 0.09473786523339765
Flujos (32, 34) 0.1037708654026796
```

ANEXO J2. Voltajes mediante punto fijo en Python – Caso 35 nodos

	nombre	v-pu	ang	pnodo	qnodo
0	slack	1.000000	0.000000	1.879	0.8957
1	bus 1	0.992977	-0.152681	-0.000	0.0000
2	bus 2	0.987095	-0.287322	0.000	-0.0000
3	bus 3	0.982575	-0.304431	-0.085	-0.0400
4	bus 4	0.978423	-0.646772	0.000	-0.0000
5	bus 5	0.977981	-0.648898	-0.085	-0.0400
6	bus 6	0.976445	-0.652027	-0.000	-0.0000
7	bus 7	0.976236	-0.650007	-0.042	-0.0210
8	bus 8	0.974588	-0.657049	-0.085	-0.0400
9	bus 9	0.971789	-0.665234	-0.042	-0.0210
10	bus 10	0.969546	-0.674518	-0.140	-0.0700
11	bus 11	0.968650	-0.677411	-0.126	-0.0620
12	bus 12	0.968202	-0.678988	0.000	-0.0000
13	bus 13	0.967940	-0.676787	-0.085	-0.0400
14	bus 14	0.968052	-0.679373	-0.042	-0.0210
15	bus 15	0.970761	-0.657011	0.000	0.0000
16	bus 16	0.969921	-0.649471	-0.042	-0.0210
17	bus 17	0.970500	-0.654822	-0.085	-0.0400
18	bus 18	0.986130	-0.284227	-0.042	-0.0210
19	bus 19	0.985590	-0.289799	-0.063	-0.0000
20	bus 20	0.985207	-0.286082	-0.126	-0.0630
21	bus 21	0.985407	-0.288189	-0.042	-0.0210
22	bus 22	0.991300	-0.160233	-0.085	-0.0400
23	bus 23	0.989245	-0.168219	0.000	-0.0000
24	bus 24	0.989103	-0.166984	-0.038	-0.0180
25	bus 25	0.988430	-0.162002	-0.085	-0.0400
26	bus 26	0.986926	-0.176974	-0.085	-0.0400
27	bus 27	0.986707	-0.177716	-0.000	-0.0000
28	bus 28	0.986524	-0.176109	-0.042	-0.0210
29	bus 29	0.984049	-0.152178	0.000	0.0000
30	bus 30	0.983747	-0.149367	-0.161	-0.0800
31	bus 31	0.983558	-0.147827	-0.042	-0.0210
32	bus 32	0.991900	-0.144874	0.000	0.0000
33	bus 33	0.991594	-0.142603	-0.085	-0.0400
34	bus 34	0.991448	-0.141151	-0.093	-0.0440

ANEXO K1. Voltajes con linealización compleja sin restricción de generación y sin inyección en Python – Caso 35 nodos con Wirtinger

```
Pperdida 0.029043190684602684 optimal
Voltajes [1.        -2.76421314e-16j 0.99329932-2.57754800e-03j
 0.98757492-4.88134689e-03j 0.98318212-5.19304689e-03j
 0.97916792-1.08962469e-02j 0.97873592-1.09317469e-02j
 0.97724892-1.09838469e-02j 0.97704522-1.09502469e-02j
 0.97544752-1.10672469e-02j 0.97273442-1.12024469e-02j
 0.97056202-1.13550469e-02j 0.96969442-1.14024469e-02j
 0.96926002-1.14282469e-02j 0.96900702-1.13922469e-02j
 0.96911512-1.14345469e-02j 0.97173662-1.10670469e-02j
 0.97092182-1.09431455e-02j 0.97148362-1.10310469e-02j
 0.98662362-4.82884689e-03j 0.98609232-4.92334689e-03j
 0.98571432-4.86034689e-03j 0.98591172-4.89604689e-03j
 0.99164412-2.70674800e-03j 0.98961862-2.84274800e-03j
 0.98947822-2.82164800e-03j 0.98881222-2.73664800e-03j
 0.98733442-2.99094800e-03j 0.98711812-3.00354800e-03j
 0.98693752-2.97624800e-03j 0.98450452-2.57064800e-03j
 0.98420692-2.52314800e-03j 0.98402152-2.49714800e-03j
 0.99223092-2.44334800e-03j 0.99192742-2.40434800e-03j
 0.99178312-2.37944800e-03j]
```

ANEXO K2. Flujos de potencia con linealización compleja sin restricción de generación y sin inyección en Python – Caso 35 nodos con Wirtinger

```
Flujos [ 1.80271502e+00+8.43804019e-01j  4.50361791e-02+2.09372336e-02j
 -6.95849040e-10-3.99999959e-10j -8.37782019e-02-3.88858758e-02j
 -2.88614488e-10-1.75031273e-10j -8.36298229e-02-3.82202382e-02j
 -3.65002315e-10-1.52485467e-10j -4.12658543e-02-2.00580392e-02j
 -8.33557289e-02-3.80771847e-02j -4.10900968e-02-1.99569199e-02j
 -1.36673535e-01-6.63496345e-02j -1.22888448e-01-5.86843454e-02j
  6.98843730e-10+3.61423404e-10j -8.28212862e-02-3.77919396e-02j
 -4.09429603e-02-1.98711664e-02j  1.14438228e-10+5.09574906e-11j
 -4.10085223e-02-1.99297460e-02j -8.30173492e-02-3.79217057e-02j
 -4.15395983e-02-2.05162847e-02j -6.21238170e-02+3.10170361e-04j
 -1.24506206e-01-6.14875983e-02j -4.15111092e-02-2.04985121e-02j
 -8.43980207e-02-3.94356916e-02j -1.16252870e-09-6.61748877e-10j
 -3.76509628e-02-1.77033858e-02j -8.41585046e-02-3.93198737e-02j
 -8.40430639e-02-3.92391464e-02j -2.75969606e-10-1.70020386e-10j
 -4.15138771e-02-2.06006856e-02j -2.53916622e-10-2.03063245e-10j
 -1.58659166e-01-7.83303269e-02j -4.13813439e-02-2.05595717e-02j
 -9.54090200e-10-4.31777843e-10j -8.44100048e-02-3.94727273e-02j
 -9.23405260e-02-4.34171687e-02j]
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

ANEXO K3. Voltajes y P perdida con GD y linealización compleja en Python – Caso 35 nodos con Wirtinger

```
Voltajes [1.         0.99945491 0.99932472 0.9999802  1.00008945 1.00070237
 0.99979347 0.99958976 0.99961509 0.99926046 0.99865363 0.99829087
 0.99836131 0.9981083  0.99872124 0.99988543 1.00305578 0.99963242
 0.99875201 0.99847425 0.99809623 0.99874582 0.99920617 0.99922284
 0.9993166  0.99983907 0.99868434 0.99846804 0.99828743 0.99938544
 0.99923948 1.00087114 0.9992359  0.99893239 0.99946933]
Angulos [-1.08030869e-19 -2.09492905e-04 -3.16750599e-04 -2.41138789e-04
 -1.75927799e-04 -1.90052688e-04 -1.75076507e-04 -1.41498395e-04
 -1.70002596e-04 -1.54288043e-04 -1.84320427e-04 -2.01845880e-04
 -1.97653429e-04 -1.61635300e-04 -1.73880522e-04 -2.10717938e-04
 -5.57040761e-04 -1.74758033e-04 -2.93177354e-04 -3.52924966e-04
 -2.89938464e-04 -3.59184882e-04 -2.05481922e-04 -1.66335980e-04
 -1.80810891e-04 -2.44849595e-04 -1.49148913e-04 -1.61800555e-04
 -1.34482994e-04 -1.27333803e-04 -9.99339923e-05 -2.71263443e-04
 -1.77091344e-04 -1.38103468e-04 -2.05731628e-04]
Pperdida 0.0017090883445114809 optimal
Costos 0.12381599999997282 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

ANEXO K4. Flujos de potencia con GD y linealización compleja en Python – Caso 35 nodos con Wirtinger

```
El error para el Flujo de Carga despues de 10 iteraciones es: 0.0007757161066625337
Voltajes [1.         0.99945491 0.99932472 0.9999802  1.00008945 1.00070237
 0.99979347 0.99958976 0.99961509 0.99926046 0.99865363 0.99829087
 0.99836131 0.9981083  0.99872124 0.99988543 1.00305578 0.99963242
 0.99875201 0.99847425 0.99809623 0.99874582 0.99920617 0.99922284
 0.9993166  0.99983907 0.99868434 0.99846804 0.99828743 0.99938544
 0.99923948 1.00087114 0.9992359  0.99893239 0.99946933]
Angulos [-1.08030869e-19 -2.09492905e-04 -3.16750599e-04 -2.41138789e-04
 -1.75927799e-04 -1.90052688e-04 -1.75076507e-04 -1.41498395e-04
 -1.70002596e-04 -1.54288043e-04 -1.84320427e-04 -2.01845880e-04
 -1.97653429e-04 -1.61635300e-04 -1.73880522e-04 -2.10717938e-04
 -5.57040761e-04 -1.74758033e-04 -2.93177354e-04 -3.52924966e-04
 -2.89938464e-04 -3.59184882e-04 -2.05481922e-04 -1.66335980e-04
 -1.80810891e-04 -2.44849595e-04 -1.49148913e-04 -1.61800555e-04
 -1.34482994e-04 -1.27333803e-04 -9.99339923e-05 -2.71263443e-04
 -1.77091344e-04 -1.38103468e-04 -2.05731628e-04]
Pperdida (0.0017090883444077082+0.0007153895353080204j)
Flujos [ 1.46592031e-01+6.87041955e-02j -1.98886659e-13-2.05903413e-13j
 -5.68050305e-14+1.79930281e-17j  1.21209934e-01+4.46015896e-02j
  3.19922847e-14+8.52671285e-14j  1.13710025e-01+6.89172832e-02j
 -2.84188240e-13-1.70445285e-13j -4.19857399e-02-2.09854444e-02j
  8.21486009e-03+6.80696466e-03j -4.19721766e-02-2.09779942e-02j
 -3.08288782e-03-4.01407081e-03j -1.25797140e-01-6.18686435e-02j
 -5.67558773e-14-2.83639175e-14j -8.48456576e-02-3.99106185e-02j
  1.05465029e-01+4.98125715e-02j -1.49706945e-17-7.10461312e-14j
  1.66310584e-01+7.45756260e-02j -8.49757423e-02-3.99704473e-02j
 -4.19537317e-02-2.09614932e-02j -6.29038740e-02+2.22003488e-05j
 -1.25778351e-01-6.28435973e-02j  6.58325822e-02+2.30382769e-02j
 -8.49407351e-02-3.99507937e-02j -2.27206414e-13-5.67614506e-14j
  1.52326219e-02+8.04348593e-03j  6.67861793e-02+3.10167993e-02j
 -8.48941258e-02-3.99347121e-02j  8.51436875e-14+5.67425614e-14j
 -4.19308912e-02-2.09583973e-02j  7.10182919e-14+6.03499732e-14j
 -7.81764931e-02-4.15314959e-02j  1.31737688e-01+5.71239490e-02j
 -1.41992415e-13+4.26251347e-14j -8.49147705e-02-3.99455689e-02j
  4.87698702e-02+2.19057247e-02j]
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

ANEXO L. Voltajes y P perdida con GD horaria y linealización compleja en Python – Caso 35 nodos con Wirtinger

```
Voltajes [1.         0.99945438 0.99932153 0.9999626  1.00009281 1.00070302
 0.99979599 0.99959229 0.99961677 0.99926096 0.99865393 0.9982911
 0.99836147 0.99810846 0.99872133 0.99988365 1.00304842 0.99963064
 0.99877968 0.99851383 0.99813582 0.99876966 0.99920445 0.99921931
 0.99931227 0.99983088 0.99868053 0.99846423 0.99828363 0.99937945
 0.99923345 1.00086352 0.99922959 0.99892608 0.99945823] [-8.61308603e-20 -1.90588420e-04 -2.48420296e-04 -2.19063280e-04
 -1.80241114e-04 -2.07373835e-04 -1.82478538e-04 -1.48902020e-04
 -1.80493949e-04 -1.67638142e-04 -1.98616198e-04 -2.16272929e-04
 -2.12205540e-04 -1.76191106e-04 -1.88553425e-04 -2.27038405e-04
 -5.80603286e-04 -1.91082566e-04 -1.65629491e-04 -1.81944644e-04
 -1.18895887e-04 -2.20561705e-04 -1.93032474e-04 -1.63242723e-04
 -1.79341636e-04 -2.51458194e-04 -1.49986785e-04 -1.62638657e-04
 -1.35321143e-04 -1.35848286e-04 -1.08664929e-04 -2.84748037e-04
 -1.69920449e-04 -1.30930148e-04 -2.07918973e-04]
Pperdida 0.001685583546967975 optimal
Costos 0.038367000000007256 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946348 0.99933159 0.99997093 1.000085   1.00068345
 0.99979615 0.99960005 0.99962071 0.99927906 0.99870052 0.99834905
 0.99841438 0.99816611 0.99876401 0.99987289 1.00296679 0.99961989
 0.99879785 0.9985367  0.99816021 0.99879322 0.99921909 0.99924142
 0.99933438 0.99985707 0.99871952 0.99850851 0.99833203 0.99941481
 0.99927349 1.00086706 0.99917587 0.99887763 0.99934513] [-1.36640272e-19 -2.46972474e-04 -2.73930856e-04 -2.21427905e-04
 -1.63048903e-04 -1.80154613e-04 -1.63226230e-04 -1.29224640e-04
 -1.60275944e-04 -1.46935786e-04 -1.73002645e-04 -1.88548522e-04
 -1.84927869e-04 -1.48587135e-04 -1.63203767e-04 -2.05276967e-04
 -5.56306074e-04 -1.69315233e-04 -1.89884772e-04 -2.03414026e-04
 -1.45297688e-04 -2.33955660e-04 -2.32616639e-04 -1.77105336e-04
 -1.89197158e-04 -2.40584758e-04 -1.47361321e-04 -1.61441415e-04
 -1.36227852e-04 -1.10713768e-04 -8.21707524e-05 -2.49801199e-04
 -3.67861393e-04 -3.27225494e-04 -5.20959481e-04]
Pperdida 0.0016297513233852414 optimal
Costos 0.0383180700000041 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

```
Voltajes [1.         0.99946258 0.99933545 0.99996241 1.00008797 1.00068181
 0.99979793 0.99959885 0.99962264 0.99928193 0.9986918  0.99833158
 0.99840082 0.99815099 0.99875547 0.99989855 1.00298515 0.99965534
 0.99880609 0.99854524 0.9981758  0.99879436 0.9992186  0.99923319
 0.9993249  0.99983396 0.9987008  0.99848812 0.99831008 0.99939197
 0.99924884 1.00085185 0.99923466 0.99893379 0.99945727] [-8.52513837e-20 -1.85745750e-04 -2.43811480e-04 -2.11276222e-04
 -1.77331119e-04 -2.01526784e-04 -1.81153703e-04 -1.50013276e-04
 -1.79915370e-04 -1.67020615e-04 -2.00597842e-04 -2.24450285e-04
 -2.19871807e-04 -1.86304673e-04 -1.93740695e-04 -2.18441897e-04
 -5.50860336e-04 -1.82882768e-04 -1.67242634e-04 -1.86131312e-04
 -1.27629356e-04 -2.23705922e-04 -1.86602750e-04 -1.59695628e-04
 -1.76122991e-04 -2.49931381e-04 -1.47289628e-04 -1.62337706e-04
 -1.37628852e-04 -1.27573778e-04 -1.00102401e-04 -2.73836610e-04
 -1.61769333e-04 -1.21925522e-04 -1.98179151e-04]
Pperdida 0.0016150001845325766 optimal
Costos 0.0358150000000039 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946455 0.99933511 0.99996441 1.00009453 1.00070057
 0.99979964 0.99960001 0.99962    0.99926857 0.9986677  0.99831413
 0.99838076 0.99812775 0.99873689 0.99988208 1.00301564 0.99963035
 0.99880503 0.99854407 0.99817261 0.99879273 0.99922229 0.99923915
 0.99933112 0.99984599 0.99870919 0.99849603 0.99831773 0.99937923
 0.99923379 1.00083604 0.99923534 0.99893264 0.99945937] [-8.43857121e-20 -1.87655805e-04 -2.41744227e-04 -2.15751722e-04
 -1.78103796e-04 -2.03683292e-04 -1.81435096e-04 -1.48530154e-04
 -1.80629495e-04 -1.69439906e-04 -1.98867634e-04 -2.16504851e-04
 -2.13070033e-04 -1.77056514e-04 -1.90050246e-04 -2.32199282e-04
 -5.67345441e-04 -2.00405979e-04 -1.57282313e-04 -1.71806676e-04
 -1.06735584e-04 -2.11862252e-04 -1.89977969e-04 -1.57912721e-04
 -1.73963971e-04 -2.43327967e-04 -1.40075248e-04 -1.54280473e-04
 -1.28792101e-04 -1.27895597e-04 -1.00141993e-04 -2.81940248e-04
 -1.69188891e-04 -1.32681138e-04 -2.05538463e-04]
Pperdida 0.0016393316358314382 optimal
Costos 0.034176820000003924 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

```
Voltajes [1.         0.99946247 0.99933471 0.99995832 1.00008417 1.00068309
 0.9997929  0.99959272 0.99961738 0.99927521 0.99868609 0.99832781
 0.99839901 0.99815548 0.99874933 0.99988665 1.00298674 0.99963934
 0.99880921 0.9985515  0.99818483 0.99880052 0.99921587 0.99923477
 0.9993272  0.999839   0.99870586 0.99849509 0.9983194  0.99938697
 0.99924243 1.00084719 0.99923555 0.99893588 0.9994573 ] [-8.55720564e-20 -1.89484727e-04 -2.43118303e-04 -2.14013379e-04
 -1.73897234e-04 -1.95827239e-04 -1.77787773e-04 -1.43117241e-04
 -1.78466320e-04 -1.70071053e-04 -2.03634456e-04 -2.23620380e-04
 -2.15174482e-04 -1.78519271e-04 -1.90091277e-04 -2.28015989e-04
 -5.60558528e-04 -1.94860420e-04 -1.61914863e-04 -1.77534644e-04
 -1.16378732e-04 -2.16256720e-04 -1.91528204e-04 -1.59800502e-04
 -1.75468211e-04 -2.44347105e-04 -1.45325463e-04 -1.55914029e-04
 -1.27859272e-04 -1.37123161e-04 -1.12232814e-04 -2.76766774e-04
 -1.73879591e-04 -1.37763266e-04 -2.11981446e-04]
Pperdida 0.0016144153339582277 optimal
Costos 0.0359286000000039 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946279 0.99932582 0.99995437 1.00008274 1.0006811
 0.99979244 0.99959105 0.99961832 0.99928076 0.9987006  0.99834668
 0.99841543 0.9981678  0.99876728 0.99988468 1.00297063 0.99963673
 0.99878974 0.99852749 0.99815276 0.99878167 0.99922109 0.99923821
 0.99932976 0.99984073 0.99871135 0.99849721 0.99831842 0.99939779
 0.9992574  1.00083662 0.99924242 0.99894945 0.99946035] [-8.17427388e-20 -1.84138145e-04 -2.44903568e-04 -2.18375887e-04
 -1.77709930e-04 -2.03847722e-04 -1.79834697e-04 -1.47475681e-04
 -1.77317786e-04 -1.63307588e-04 -1.95977832e-04 -2.15612626e-04
 -2.10606841e-04 -1.76356239e-04 -1.85328547e-04 -2.19711885e-04
 -5.61820799e-04 -1.84473560e-04 -1.62390082e-04 -1.77667085e-04
 -1.13607328e-04 -2.16797559e-04 -1.83854229e-04 -1.53921283e-04
 -1.69790678e-04 -2.39765232e-04 -1.39864170e-04 -1.52386939e-04
 -1.25341707e-04 -1.38195935e-04 -1.13215304e-04 -2.84037266e-04
 -1.61984633e-04 -1.19587548e-04 -2.03273366e-04]
Pperdida 0.0016061638260651083 optimal
Costos 0.03752867999999722 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99945978 0.99932743 0.99996262 1.00009339 1.00069102
 0.99980279 0.99960493 0.99962651 0.99927519 0.99866905 0.99831287
 0.99838121 0.99813137 0.99873495 0.99989747 1.00301001 0.99965238
 0.99879053 0.99852467 0.99814716 0.99877866 0.99921419 0.99923374
 0.99932601 0.99984543 0.99870709 0.99849127 0.99831092 0.99939277
 0.99924861 1.00085438 0.99923316 0.99893269 0.99945626] [-8.46071250e-20 -1.89589767e-04 -2.44283960e-04 -2.12200379e-04
 -1.76451931e-04 -2.06086974e-04 -1.78203033e-04 -1.44751077e-04
 -1.76321223e-04 -1.64346195e-04 -1.96949765e-04 -2.15959741e-04
 -2.13681046e-04 -1.80111702e-04 -1.89850062e-04 -2.23021530e-04
 -5.61934951e-04 -1.89184428e-04 -1.62593492e-04 -1.80381403e-04
 -1.18973718e-04 -2.17657325e-04 -1.93865857e-04 -1.63989249e-04
 -1.79410738e-04 -2.44406739e-04 -1.53589047e-04 -1.67082552e-04
 -1.40544861e-04 -1.43185549e-04 -1.18856600e-04 -2.77568278e-04
 -1.68880589e-04 -1.30280134e-04 -2.06248693e-04]
Pperdida 0.0016401516664643525 optimal
Costos 0.03782687999998921 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946489 0.99933485 0.9999545  1.00007676 1.00066414
 0.99979054 0.99958684 0.99962193 0.99928337 0.99870132 0.99835591
 0.99842636 0.99818284 0.99877594 0.99988785 1.00294895 0.999644
 0.99881088 0.9985545  0.9981911  0.99880118 0.99921655 0.99923209
 0.99932425 0.99983305 0.99870035 0.99848599 0.99830639 0.9993801
 0.99923387 1.00084972 0.99925021 0.99895845 0.99947118] [-8.31543761e-20 -1.87073521e-04 -2.41097821e-04 -2.13607335e-04
 -1.76013602e-04 -2.04184843e-04 -1.76256704e-04 -1.42678735e-04
 -1.72277594e-04 -1.59824490e-04 -1.93963221e-04 -2.09244318e-04
 -2.03673784e-04 -1.67016772e-04 -1.81468380e-04 -2.15524045e-04
 -5.71742250e-04 -1.77883199e-04 -1.58863844e-04 -1.74385290e-04
 -1.12218206e-04 -2.14946237e-04 -1.92816938e-04 -1.65034324e-04
 -1.80150691e-04 -2.46950466e-04 -1.59495773e-04 -1.75514216e-04
 -1.51312749e-04 -1.40917222e-04 -1.16141001e-04 -2.71210308e-04
 -1.64383631e-04 -1.25711313e-04 -2.00269941e-04]
Pperdida 0.0015893533901341341 optimal
Costos 0.03925878000001001 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

```
Voltajes [1.         0.99946337 0.99933188 0.99996764 1.0000947  1.00069208
 0.99980253 0.99959909 0.9996277  0.99927409 0.99867447 0.99831889
 0.9983931  0.99815021 0.99874523 0.99988313 1.00299585 0.99963297
 0.99879477 0.99852926 0.99815176 0.99878302 0.99921556 0.99922675
 0.99931758 0.99982493 0.99869551 0.99848018 0.99830008 0.9994047
 0.9992649  1.00085872 0.99924498 0.99895097 0.9994659 ] [-8.61209272e-20 -1.88930722e-04 -2.44207477e-04 -2.11366859e-04
 -1.79556027e-04 -2.05911541e-04 -1.82932250e-04 -1.50238356e-04
 -1.81624839e-04 -1.71119368e-04 -2.05433121e-04 -2.19628268e-04
 -2.13991145e-04 -1.79419169e-04 -1.89553363e-04 -2.25637093e-04
 -5.58533804e-04 -1.91080854e-04 -1.63562691e-04 -1.80806468e-04
 -1.19399227e-04 -2.19330841e-04 -1.91214762e-04 -1.63224081e-04
 -1.78688753e-04 -2.46752299e-04 -1.53553219e-04 -1.67888071e-04
 -1.42128518e-04 -1.39815102e-04 -1.14139522e-04 -2.80094998e-04
 -1.73641060e-04 -1.37063739e-04 -2.12636020e-04]
Pperdida 0.0016329282173443676 optimal
Costos 0.04147130000000368 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946292 0.99933737 0.99996528 1.00009471 1.000696
 0.99980414 0.99960682 0.99962739 0.99927114 0.99866443 0.99830435
 0.99837653 0.99812605 0.99873531 0.99988552 1.00300148 0.99963693
 0.99881064 0.9985532  0.9981893  0.99879969 0.99921801 0.99923477
 0.99932728 0.99984518 0.99870202 0.99848788 0.99830908 0.99938401
 0.99923865 1.0008502  0.99923139 0.99892788 0.99945458] [-8.67769002e-20 -1.89734113e-04 -2.43259574e-04 -2.17119033e-04
 -1.71778369e-04 -1.96215148e-04 -1.74162188e-04 -1.42474094e-04
 -1.71989599e-04 -1.65422490e-04 -2.04146681e-04 -2.21816276e-04
 -2.16083081e-04 -1.80430393e-04 -1.90960906e-04 -2.20023674e-04
 -5.71031915e-04 -1.82704819e-04 -1.60009600e-04 -1.73129877e-04
 -1.09321339e-04 -2.11471814e-04 -1.92695969e-04 -1.61222396e-04
 -1.76974344e-04 -2.47170643e-04 -1.46757276e-04 -1.59281640e-04
 -1.32237390e-04 -1.28886733e-04 -1.00971108e-04 -2.79272192e-04
 -1.71264696e-04 -1.32274874e-04 -2.10943655e-04]
Pperdida 0.0016359801504148097 optimal
Costos 0.04133467999999097 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946321 0.99933263 0.99995678 1.00008846 1.00068727
 0.99979674 0.99959833 0.99961985 0.99927262 0.99868323 0.99832805
 0.99839894 0.99815067 0.99875414 0.99988329 1.00300003 0.99963314
 0.99880612 0.99855005 0.99818565 0.99879961 0.99921515 0.99922951
 0.99932176 0.99983347 0.99869448 0.99847867 0.99829832 0.99939999
 0.99925991 1.00085278 0.99924468 0.99895291 0.99946251] [-8.40688136e-20 -1.87610389e-04 -2.39340505e-04 -2.12744031e-04
 -1.79516907e-04 -2.06517185e-04 -1.83386616e-04 -1.48170857e-04
 -1.84548051e-04 -1.73272552e-04 -2.06738868e-04 -2.24904415e-04
 -2.16530809e-04 -1.80197374e-04 -1.90046647e-04 -2.24769475e-04
 -5.50275859e-04 -1.90213024e-04 -1.54334363e-04 -1.67003655e-04
 -1.01551758e-04 -2.06637092e-04 -1.93373568e-04 -1.62821151e-04
 -1.78534456e-04 -2.49054516e-04 -1.49682740e-04 -1.63175571e-04
 -1.36636839e-04 -1.34823654e-04 -1.08433759e-04 -2.78585572e-04
 -1.66796004e-04 -1.28124176e-04 -2.04139734e-04]
Pperdida 0.0016214487149214447 optimal
Costos 0.043090560000008514 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946709 0.99932807 0.99995631 1.00008592 1.00068915
 0.99979436 0.99959175 0.9996194  0.9992729  0.99868143 0.99832178
 0.9983944  0.99814678 0.99875013 0.99988232 1.0029861  0.99963373
 0.99879041 0.99852712 0.99814962 0.99878072 0.99922532 0.99923936
 0.99932886 0.9998311  0.99871875 0.99850749 0.99833155 0.99940822
 0.99926874 1.00084407 0.99925684 0.99896467 0.99948187] [-8.24463494e-20 -1.82975781e-04 -2.46232032e-04 -2.20993679e-04
 -1.75553862e-04 -2.00752778e-04 -1.77524039e-04 -1.47475740e-04
 -1.73424126e-04 -1.58051379e-04 -1.85360269e-04 -2.06637064e-04
 -2.04519080e-04 -1.70266245e-04 -1.82128765e-04 -2.17141627e-04
 -5.79141387e-04 -1.79821936e-04 -1.63658772e-04 -1.79120489e-04
 -1.17712479e-04 -2.16898381e-04 -1.82929686e-04 -1.55043170e-04
 -1.71584275e-04 -2.45536356e-04 -1.37467972e-04 -1.47213559e-04
 -1.18379351e-04 -1.32428072e-04 -1.05850907e-04 -2.85447358e-04
 -1.60567717e-04 -1.20653304e-04 -1.98418500e-04]
Pperdida 0.0016178804784015054 optimal
Costos 0.04277976000000954 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

```
Voltajes [1.         0.99946401 0.99933217 0.99996379 1.00009181 1.00069389
 0.99980009 0.9996025  0.99962244 0.99927076 0.99867692 0.99832179
 0.99839366 0.99814949 0.99874584 0.99987774 1.00298974 0.99962694
 0.99879785 0.99853617 0.99816194 0.99878653 0.99921697 0.9992328
 0.99932478 0.99984249 0.99870256 0.99848675 0.9983064  0.99940976
 0.99927134 1.00085367 0.99924519 0.99894552 0.99947347] [-8.89284051e-20 -1.91496501e-04 -2.47184938e-04 -2.16026424e-04
 -1.72589507e-04 -1.97485347e-04 -1.74730271e-04 -1.42159850e-04
 -1.72776563e-04 -1.60513123e-04 -1.90316323e-04 -2.08020437e-04
 -2.00868813e-04 -1.62126165e-04 -1.79245766e-04 -2.19293153e-04
 -5.75948485e-04 -1.82654482e-04 -1.66116952e-04 -1.82558197e-04
 -1.20141790e-04 -2.21033162e-04 -1.97383723e-04 -1.67023104e-04
 -1.82076657e-04 -2.45572144e-04 -1.57633414e-04 -1.71127854e-04
 -1.44590774e-04 -1.32975526e-04 -1.05592329e-04 -2.74934602e-04
 -1.72623749e-04 -1.36507395e-04 -2.08202630e-04]
Pperdida 0.0016291712409355914 optimal
Costos 0.04299048000000922 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946566 0.99933518 0.99996304 1.00008936 1.0006895
 0.99979839 0.99959577 0.999624   0.9992752  0.99868031 0.9983155
 0.99838389 0.99813152 0.99874058 0.99988766 1.00298472 0.99964128
 0.99880223 0.99854197 0.99816926 0.99879508 0.99921882 0.99923225
 0.99932255 0.99982251 0.99870723 0.99849286 0.99831326 0.99939975
 0.99925912 1.00084514 0.9992539  0.99896174 0.99947775] [-8.44762028e-20 -1.85180612e-04 -2.49105323e-04 -2.22118945e-04
 -1.78676509e-04 -2.04761465e-04 -1.79778642e-04 -1.49730921e-04
 -1.74810044e-04 -1.61180543e-04 -1.90381831e-04 -2.10565996e-04
 -2.09029824e-04 -1.75099177e-04 -1.85746654e-04 -2.16970202e-04
 -5.75476191e-04 -1.78970026e-04 -1.70888313e-04 -1.87350334e-04
 -1.29858910e-04 -2.21991228e-04 -1.85532045e-04 -1.56152723e-04
 -1.71819672e-04 -2.43864304e-04 -1.42440657e-04 -1.58455328e-04
 -1.34250960e-04 -1.33013550e-04 -1.06956961e-04 -2.79130771e-04
 -1.60884012e-04 -1.20969575e-04 -1.97198287e-04]
Pperdida 0.0016183555190060306 optimal
Costos 0.043015439999992085 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946771 0.99934243 0.99996981 1.00009486 1.00069463
 0.99980189 0.99959995 0.99962559 0.9992752  0.99867801 0.9983229
 0.99838799 0.99813594 0.99874077 0.99988653 1.00298084 0.99964016
 0.99881712 0.99856207 0.99819817 0.99881025 0.99922269 0.99923549
 0.99932574 0.99983443 0.9987097  0.99850206 0.99832868 0.99937733
 0.99923018 1.00084272 0.99924308 0.99894645 0.9994626 ] [-8.34823377e-20 -1.86773131e-04 -2.36130403e-04 -2.07069559e-04
 -1.71678117e-04 -1.98341176e-04 -1.73687402e-04 -1.39562824e-04
 -1.71979972e-04 -1.63933900e-04 -2.02486603e-04 -2.21969852e-04
 -2.20379509e-04 -1.87493753e-04 -1.95957678e-04 -2.16749921e-04
 -5.67981651e-04 -1.78749648e-04 -1.52660587e-04 -1.66170471e-04
 -1.02359964e-04 -2.04252488e-04 -1.91268314e-04 -1.62319827e-04
 -1.78052478e-04 -2.50361882e-04 -1.48825715e-04 -1.60970811e-04
 -1.34746892e-04 -1.36453813e-04 -1.10983646e-04 -2.76082261e-04
 -1.68744985e-04 -1.33017399e-04 -2.04356028e-04]
Pperdida 0.0016134926373826096 optimal
Costos 0.04289951999998685 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946574 0.99933349 0.99996169 1.00009749 1.00070252
 0.99980504 0.99960568 0.99962759 0.99926965 0.99867058 0.99830851
 0.99837778 0.99812605 0.99873413 0.99987766 1.00300639 0.99962465
 0.9988033  0.99854129 0.99817311 0.99879081 0.99921868 0.9992323
 0.99932429 0.9998311  0.99869863 0.99848618 0.99830893 0.99937871
 0.999233   1.00084534 0.99925248 0.99895992 0.99947562] [-8.05317285e-20 -1.85057014e-04 -2.37648210e-04 -2.13449212e-04
 -1.72486340e-04 -1.98093300e-04 -1.76573563e-04 -1.44550137e-04
 -1.76062689e-04 -1.67295199e-04 -2.03794501e-04 -2.27235386e-04
 -2.25596434e-04 -1.93753550e-04 -2.00043139e-04 -2.21034051e-04
 -5.60767760e-04 -1.85076477e-04 -1.50354684e-04 -1.63892406e-04
 -9.78080180e-05 -2.03683185e-04 -1.90545822e-04 -1.62712080e-04
 -1.77780601e-04 -2.43383337e-04 -1.57149278e-04 -1.68708164e-04
 -1.41160481e-04 -1.50052145e-04 -1.26070836e-04 -2.84898665e-04
 -1.62794812e-04 -1.21639635e-04 -2.02404776e-04]
Pperdida 0.0016374925156381 34 optimal
Costos 0.04323287999997794 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

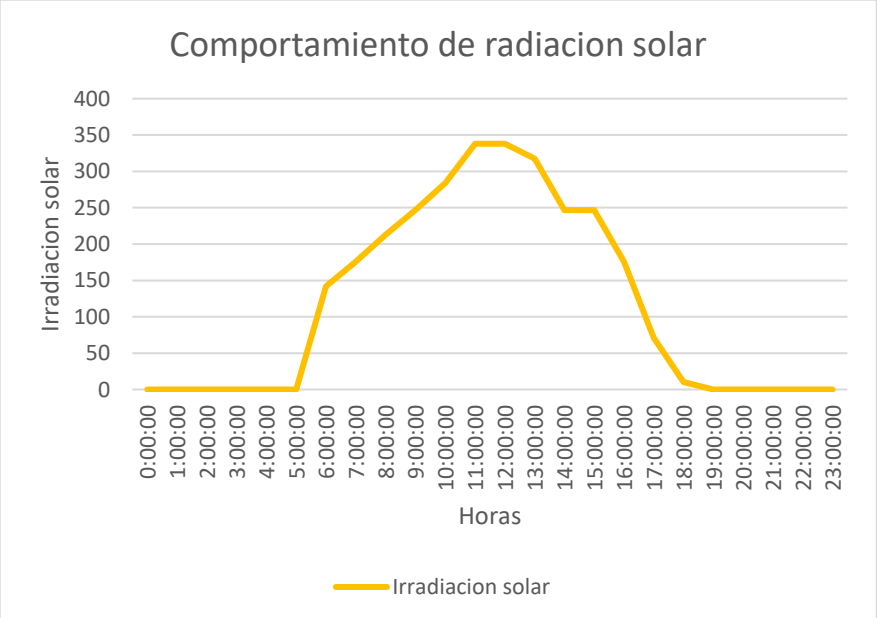
```
Voltajes [1.         0.9994668  0.99933961 0.99996526 1.00009045 1.00068843
 0.99980078 0.99960291 0.99962542 0.9992711  0.99866614 0.99830494
 0.99837508 0.99812428 0.99873242 0.99988528 1.00299644 0.99963734
 0.9988113  0.99855218 0.99818274 0.9988015  0.99922198 0.99923804
 0.99932991 0.9998393  0.99870896 0.99849363 0.99831353 0.99940652
 0.99926589 1.00085616 0.99924756 0.99895459 0.99946648] [-8.43476935e-20 -1.87288178e-04 -2.46350047e-04 -2.17152605e-04
 -1.72275168e-04 -1.97374683e-04 -1.73392655e-04 -1.39939680e-04
 -1.70877479e-04 -1.61572395e-04 -1.97968585e-04 -2.17174911e-04
 -2.11304405e-04 -1.74608567e-04 -1.87127515e-04 -2.21726378e-04
 -5.73000103e-04 -1.86488575e-04 -1.68224115e-04 -1.86272382e-04
 -1.27770885e-04 -2.24043941e-04 -1.92757156e-04 -1.63522064e-04
 -1.78469675e-04 -2.45587934e-04 -1.56334764e-04 -1.70670023e-04
 -1.44911319e-04 -1.37326865e-04 -1.11536101e-04 -2.73919012e-04
 -1.58927659e-04 -1.16529896e-04 -1.95244052e-04]
Pperdida 0.0016244859751291807 optimal
Costos 0.041198980000009065 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.9994628  0.99933396 0.99996639 1.00009364 1.00069015
 0.99980438 0.99960679 0.9996292  0.99927518 0.99867481 0.99831681
 0.99839014 0.99814504 0.99874368 0.99989023 1.00299367 0.99964386
 0.99880014 0.99853839 0.99816089 0.99879481 0.99921766 0.99922896
 0.9993197  0.9998274  0.99869763 0.99848301 0.99830396 0.99938148
 0.99923662 1.00084618 0.9992359  0.99893279 0.99946227] [-8.80019849e-20 -1.90435253e-04 -2.48208972e-04 -2.17019947e-04
 -1.75372900e-04 -2.02848121e-04 -1.76331371e-04 -1.43761406e-04
 -1.73194654e-04 -1.62335862e-04 -2.00872735e-04 -2.20436587e-04
 -2.14922554e-04 -1.81032365e-04 -1.89330426e-04 -2.13819296e-04
 -5.61792273e-04 -1.75818442e-04 -1.69194246e-04 -1.85718580e-04
 -1.24313759e-04 -2.22289311e-04 -1.91982877e-04 -1.63258859e-04
 -1.79238004e-04 -2.51382517e-04 -1.49357972e-04 -1.61041751e-04
 -1.33219398e-04 -1.30916779e-04 -1.02876185e-04 -2.81639470e-04
 -1.73249254e-04 -1.35501481e-04 -2.12336363e-04]
Pperdida 0.0016324821849897362 optimal
Costos 0.05040560000002488 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

```
Voltajes [1.         0.99946124 0.9993313  0.99996593 1.00009154 1.00069039
 0.99980208 0.99960367 0.99962744 0.99927956 0.99868754 0.9983326
 0.99840126 0.9981511  0.99875592 0.99988092 1.0029791  0.99963012
 0.99879538 0.99853206 0.99815783 0.99878493 0.99921589 0.99922902
 0.99931984 0.99982755 0.99870027 0.99849214 0.99831851 0.99938903
 0.99924438 1.00085633 0.9992338  0.99893333 0.99945624] [-8.87738880e-20 -1.92482097e-04 -2.50616355e-04 -2.20636863e-04
 -1.73401817e-04 -2.01217129e-04 -1.72686133e-04 -1.37468438e-04
 -1.69261279e-04 -1.55701236e-04 -1.85016792e-04 -2.06012870e-04
 -2.04048984e-04 -1.69436032e-04 -1.81617107e-04 -2.13631956e-04
 -5.68221263e-04 -1.76991981e-04 -1.70299852e-04 -1.86264790e-04
 -1.23849516e-04 -2.23344610e-04 -1.97379225e-04 -1.70408288e-04
 -1.86264391e-04 -2.57495777e-04 -1.60027945e-04 -1.71334301e-04
 -1.44333648e-04 -1.35536856e-04 -1.09168557e-04 -2.70938756e-04
 -1.70786176e-04 -1.32186318e-04 -2.07350135e-04]
Pperdida 0.0016271655054753036 optimal
Costos 0.04847688000000733 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946525 0.99933501 0.99996613 1.00008958 1.00069036
 0.9997966  0.99959819 0.99961845 0.99926807 0.99867245 0.99831643
 0.99838927 0.9981429  0.99874473 0.99988038 1.00300115 0.99963022
 0.9988013  0.99853762 0.99816062 0.99878926 0.99921883 0.99923339
 0.99932428 0.99983416 0.99870688 0.99849539 0.99831865 0.99938555
 0.99924109 1.00084328 0.9992486  0.9989542  0.99947155] [-8.35551531e-20 -1.87505623e-04 -2.45496395e-04 -2.14866545e-04
 -1.75959581e-04 -2.01645529e-04 -1.77431703e-04 -1.42214757e-04
 -1.76195111e-04 -1.65978486e-04 -1.98717460e-04 -2.13913880e-04
 -2.07604223e-04 -1.69544690e-04 -1.85543824e-04 -2.26328276e-04
 -5.73491432e-04 -1.91772115e-04 -1.65970128e-04 -1.84329178e-04
 -1.24564740e-04 -2.21027822e-04 -1.91403524e-04 -1.61269164e-04
 -1.76843805e-04 -2.42410295e-04 -1.47712236e-04 -1.60951395e-04
 -1.34959139e-04 -1.38958518e-04 -1.13866067e-04 -2.79402671e-04
 -1.64670501e-04 -1.26849426e-04 -1.99308711e-04]
Pperdida 0.0016316958935828063 optimal
Costos 0.04673733999998559 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

```
Voltajes [1.         0.99946563 0.99933532 0.99995824 1.00008896 1.00068674
 0.9997991  0.99959743 0.99962567 0.9992817  0.99870106 0.99835143
 0.99841766 0.99817224 0.99876471 0.99987711 1.00294649 0.99962852
 0.99880877 0.99855112 0.99818345 0.99880144 0.99922061 0.9992337
 0.99932481 0.99982935 0.99870339 0.99849309 0.99831766 0.99938945
 0.99924688 1.0008416  0.99924637 0.99894973 0.9994702 ] [-8.28659954e-20 -1.84059253e-04 -2.39304657e-04 -2.13268186e-04
 -1.74073627e-04 -2.03473858e-04 -1.75284781e-04 -1.42042748e-04
 -1.72316524e-04 -1.59350583e-04 -1.84266255e-04 -2.02347105e-04
 -1.99579940e-04 -1.64645067e-04 -1.77819412e-04 -2.18890607e-04
 -5.81998110e-04 -1.81571156e-04 -1.56202793e-04 -1.70658150e-04
 -1.06217837e-04 -2.09725899e-04 -1.84299245e-04 -1.56484116e-04
 -1.72212467e-04 -2.43900100e-04 -1.45932279e-04 -1.57362192e-04
 -1.30085910e-04 -1.39082525e-04 -1.13535134e-04 -2.84037287e-04
 -1.66042036e-04 -1.30313765e-04 -2.01730866e-04]
Pperdida 0.0015942902895850757 optimal
Costos 0.04092183000001193 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946415 0.99933533 0.99996029 1.00008822 1.00068502
 0.99979599 0.9995931  0.9996206  0.99927264 0.99868304 0.99832411
 0.99839219 0.99814014 0.99874796 0.99988286 1.0030105  0.99963081
 0.99880762 0.9985497  0.99818353 0.99879842 0.99921748 0.99923088
 0.99932355 0.99984185 0.99869223 0.99847858 0.99830003 0.99938264
 0.99923756 1.00085411 0.99924522 0.99894435 0.99947506] [-8.36726630e-20 -1.85290314e-04 -2.40147978e-04 -2.09102491e-04
 -1.79431855e-04 -2.04212197e-04 -1.84291124e-04 -1.53361929e-04
 -1.83543006e-04 -1.72153284e-04 -2.03791166e-04 -2.24761427e-04
 -2.20869840e-04 -1.87984346e-04 -1.94147774e-04 -2.28725452e-04
 -5.55400098e-04 -1.95890978e-04 -1.60458663e-04 -1.77329046e-04
 -1.17813869e-04 -2.14521968e-04 -1.89608425e-04 -1.58680286e-04
 -1.74193235e-04 -2.41956590e-04 -1.46696347e-04 -1.60062024e-04
 -1.33795950e-04 -1.26936386e-04 -9.91993166e-05 -2.74687558e-04
 -1.60283017e-04 -1.20439180e-04 -1.95978550e-04]
Pperdida 0.001635245234909132 optimal
Costos 0.04132824000003216 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946186 0.99932889 0.9999584  1.00009045 1.00068997
 0.99980144 0.99960208 0.99962743 0.99927513 0.99867564 0.9983192
 0.99838482 0.99813277 0.99873814 0.99989297 1.0029989  0.99964723
 0.99879523 0.99853436 0.99815963 0.99878757 0.99921657 0.99923495
 0.99932778 0.99984401 0.99870288 0.99849378 0.99831964 0.99939333
 0.99925007 1.00085348 0.99923993 0.99894473 0.99945966] [-8.61165352e-20 -1.89409695e-04 -2.47281172e-04 -2.19834518e-04
 -1.74227233e-04 -2.01187327e-04 -1.75852028e-04 -1.43828342e-04
 -1.72877640e-04 -1.61594416e-04 -1.94271839e-04 -2.10885802e-04
 -2.09782974e-04 -1.76894438e-04 -1.85851447e-04 -2.19963042e-04
 -5.71452000e-04 -1.84044423e-04 -1.64858270e-04 -1.79449825e-04
 -1.15391178e-04 -2.17357436e-04 -1.93778513e-04 -1.61238529e-04
 -1.76895497e-04 -2.49211646e-04 -1.46124847e-04 -1.55745893e-04
 -1.27186023e-04 -1.30338647e-04 -1.02786651e-04 -2.80325045e-04
 -1.66892051e-04 -1.26588787e-04 -2.05079403e-04]
Pperdida 0.0016306310974400855 optimal
Costos 0.039454799999989895 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
Voltajes [1.         0.99946695 0.99933745 0.99996749 1.00009849 1.00070302
 0.99980671 0.99960857 0.99962951 0.99927298 0.99867089 0.99831281
 0.99837834 0.99812597 0.99873216 0.99988188 1.00298993 0.99963236
 0.99880491 0.99854192 0.99816592 0.99879395 0.99922254 0.99923406
 0.99932565 0.99982977 0.99869924 0.99848487 0.99830528 0.99939232
 0.99924826 1.00085949 0.99924713 0.9989497  0.99947161] [-8.70071905e-20 -1.88728760e-04 -2.46046831e-04 -2.13972424e-04
 -1.67658907e-04 -1.93582625e-04 -1.69392036e-04 -1.35056159e-04
 -1.67955395e-04 -1.62716811e-04 -1.96711555e-04 -2.17152637e-04
 -2.14628471e-04 -1.80699051e-04 -1.90355913e-04 -2.25105283e-04
 -5.63942405e-04 -1.92629510e-04 -1.67524583e-04 -1.85978695e-04
 -1.29497029e-04 -2.20761331e-04 -1.93485089e-04 -1.68025458e-04
 -1.83234361e-04 -2.52646565e-04 -1.64789589e-04 -1.80809186e-04
 -1.56608645e-04 -1.42847450e-04 -1.18033054e-04 -2.70759111e-04
 -1.66524491e-04 -1.28313888e-04 -2.02203160e-04]
Pperdida 0.001633770143187877 optimal
Costos 0.039560399999998726 optimal
Demanda total (1.8479999999999999+0.8650000000000002j)
```

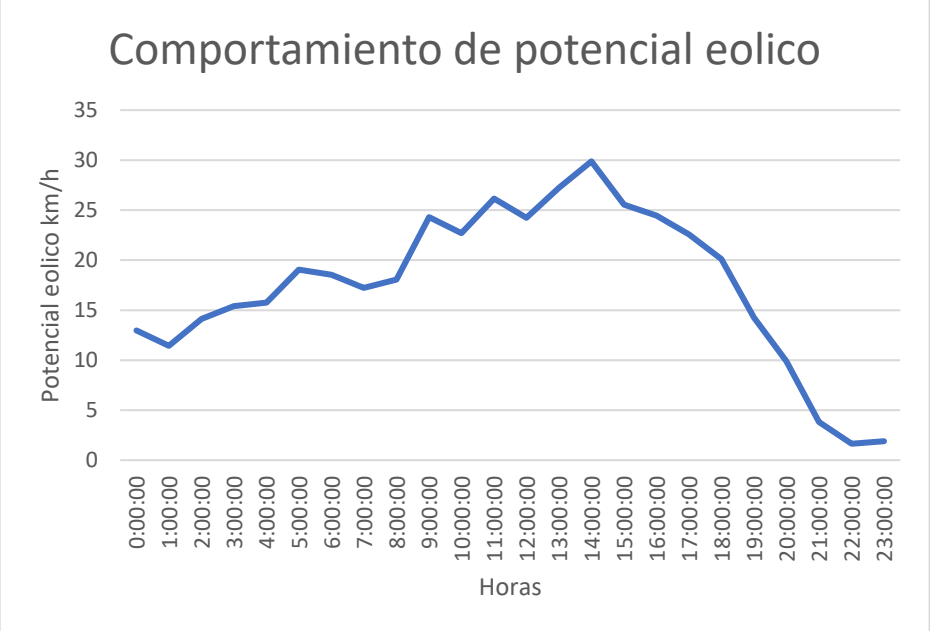
ANEXO M. Datos diarios respecto a la radiación solar obtenido del sector de Lasso conforme a la fecha 04/01/2020 con su comparación porcentual

Fecha	Hora	Radiación solar	% de potencial fotovoltaica
4/1/2020	0:00:00	0	0
4/1/2020	1:00:00	0	0
4/1/2020	2:00:00	0	0
4/1/2020	3:00:00	0	0
4/1/2020	4:00:00	0	0
4/1/2020	5:00:00	0	0
4/1/2020	6:00:00	141,96	42
4/1/2020	7:00:00	175,76	52
4/1/2020	8:00:00	212,94	63
4/1/2020	9:00:00	246,74	73
4/1/2020	10:00:00	283,92	84
4/1/2020	11:00:00	338	100
4/1/2020	12:00:00	338	100
4/1/2020	13:00:00	317,72	94
4/1/2020	14:00:00	246,74	73
4/1/2020	15:00:00	246,74	73
4/1/2020	16:00:00	175,76	52
4/1/2020	17:00:00	70,98	21
4/1/2020	18:00:00	10,14	3
4/1/2020	19:00:00	0	0
4/1/2020	20:00:00	0	0
4/1/2020	21:00:00	0	0
4/1/2020	22:00:00	0	0
4/1/2020	23:00:00	0	0



ANEXO N. Datos diarios respecto al potencial eólico obtenido del sector de Lasso conforme a la fecha 04/01/2019 con su comparación porcentual

Fecha	Hora	Velocidad km/h	% de potencial eólico
4/1/2019	0:00:00	12,96166667	43
4/1/2019	1:00:00	11,425	38
4/1/2019	2:00:00	14,10666667	47
4/1/2019	3:00:00	15,40833333	52
4/1/2019	4:00:00	15,745	53
4/1/2019	5:00:00	19,03666667	64
4/1/2019	6:00:00	18,55166667	62
4/1/2019	7:00:00	17,225	58
4/1/2019	8:00:00	18,07166667	60
4/1/2019	9:00:00	24,31166667	81
4/1/2019	10:00:00	22,695	76
4/1/2019	11:00:00	26,14333333	87
4/1/2019	12:00:00	24,23666667	81
4/1/2019	13:00:00	27,25666667	91
4/1/2019	14:00:00	29,87833333	100
4/1/2019	15:00:00	25,53	85
4/1/2019	16:00:00	24,44666667	82
4/1/2019	17:00:00	22,56	76
4/1/2019	18:00:00	20,11666667	67
4/1/2019	19:00:00	14,24833333	48
4/1/2019	20:00:00	9,908333333	33
4/1/2019	21:00:00	3,803333333	13
4/1/2019	22:00:00	1,64	5
4/1/2019	23:00:00	1,896666667	6



ANEXO O. Datos de demanda en el caso 2 del sistema con generación distribuida horaria

Hora																		
8:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.04j	0+0j	0.085+0.04j	0+0j	0.042+0.021j	0.085+0.04j	0.042+0.021j	0.14+0.07j	0.126+0.062j	0+0j	0.085+0.04j	0.042+0.021j	0+0j	0.042+0.021j	0.085+0.04j
9:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.0384j	0+0j	0.0816+0.04j	0+0j	0.04032+0.02058j	0.08415+0.04j	0.04074+0.02016j	0.1344+0.0679j	0.12096+0.06014j	0+0j	0.0833+0.0396j	0.04116+0.02079j	0+0j	0.04074+0.02058j	0.085+0.04j
10:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08245+0.0392j	0+0j	0.08415+0.0392j	0+0j	0.04116+0.02016j	0.085+0.0392j	0.04116+0.02016j	0.1344+0.0679j	0.126+0.05952j	0+0j	0.08415+0.0388j	0.04032+0.02016j	0+0j	0.04032+0.02037j	0.0816+0.0388j
11:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08415+0.0388j	0+0j	0.08245+0.0384j	0+0j	0.04116+0.02058j	0.085+0.0396j	0.04116+0.02058j	0.14+0.07j	0.12222+0.06014j	0+0j	0.085+0.04j	0.04158+0.02016j	0+0j	0.04074+0.02016j	0.085+0.0384j
12:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0392j	0+0j	0.0833+0.04j	0+0j	0.04116+0.021j	0.085+0.0396j	0.04116+0.02016j	0.1358+0.0672j	0.126+0.05952j	0+0j	0.0816+0.0392j	0.042+0.021j	0+0j	0.04158+0.02016j	0.0833+0.0384j
13:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08415+0.0392j	0+0j	0.0833+0.0392j	0+0j	0.04158+0.02058j	0.085+0.04j	0.04032+0.021j	0.1344+0.0672j	0.12348+0.05952j	0+0j	0.0833+0.0388j	0.04032+0.02079j	0+0j	0.04116+0.021j	0.0833+0.0392j
14:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08245+0.04j	0+0j	0.085+0.0388j	0+0j	0.04074+0.02058j	0.0833+0.0392j	0.04116+0.02058j	0.14+0.07j	0.12348+0.06076j	0+0j	0.08415+0.0388j	0.042+0.02079j	0+0j	0.04032+0.02079j	0.08245+0.0384j
15:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08415+0.0392j	0+0j	0.085+0.04j	0+0j	0.042+0.021j	0.0816+0.0396j	0.04032+0.02079j	0.1372+0.0672j	0.12096+0.05952j	0+0j	0.0816+0.0392j	0.04032+0.02016j	0+0j	0.04116+0.02016j	0.0816+0.0396j
16:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0816+0.0388j	0+0j	0.085+0.0388j	0+0j	0.042+0.02079j	0.08245+0.0384j	0.04116+0.02037j	0.14+0.0672j	0.12474+0.062j	0+0j	0.0816+0.0384j	0.042+0.02079j	0+0j	0.042+0.02058j	0.08415+0.0392j
17:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0388j	0+0j	0.08245+0.0396j	0+0j	0.04074+0.02016j	0.0816+0.04j	0.04116+0.02016j	0.14+0.0679j	0.126+0.06138j	0+0j	0.08415+0.0396j	0.04032+0.02037j	0+0j	0.04116+0.02016j	0.0833+0.04j
18:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08415+0.0396j	0+0j	0.08415+0.0384j	0+0j	0.04074+0.021j	0.085+0.0384j	0.042+0.02037j	0.1372+0.0672j	0.12474+0.05952j	0+0j	0.0833+0.0396j	0.04032+0.02058j	0+0j	0.04032+0.02079j	0.08415+0.0392j
19:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0396j	0+0j	0.0816+0.04j	0+0j	0.042+0.02016j	0.0833+0.04j	0.04116+0.02079j	0.1344+0.07j	0.126+0.06138j	0+0j	0.0833+0.0388j	0.04032+0.02037j	0+0j	0.04074+0.021j	0.0833+0.04j
20:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.0396j	0+0j	0.0816+0.0396j	0+0j	0.04074+0.02037j	0.0833+0.0396j	0.04158+0.02079j	0.1372+0.0693j	0.12474+0.06014j	0+0j	0.0816+0.04j	0.04158+0.02079j	0+0j	0.04074+0.02058j	0.08415+0.04j
21:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0384j	0+0j	0.0833+0.0392j	0+0j	0.042+0.02016j	0.08245+0.04j	0.04158+0.02037j	0.1344+0.0686j	0.126+0.062j	0+0j	0.085+0.0392j	0.04074+0.02037j	0+0j	0.042+0.02058j	0.08245+0.04j
22:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0816+0.0388j	0+0j	0.0816+0.0388j	0+0j	0.04158+0.021j	0.08245+0.04j	0.04116+0.02037j	0.1386+0.0679j	0.12222+0.06014j	0+0j	0.085+0.0388j	0.04158+0.02058j	0+0j	0.04116+0.02037j	0.08245+0.04j
23:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0396j	0+0j	0.08245+0.0388j	0+0j	0.04116+0.02037j	0.08245+0.0388j	0.042+0.02079j	0.1372+0.0686j	0.126+0.06076j	0+0j	0.085+0.0384j	0.04158+0.02037j	0+0j	0.04158+0.02079j	0.085+0.04j
0:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0388j	0+0j	0.0833+0.04j	0+0j	0.04074+0.02058j	0.0816+0.0396j	0.04074+0.021j	0.1386+0.0686j	0.126+0.06076j	0+0j	0.08415+0.04j	0.04074+0.02058j	0+0j	0.04116+0.02037j	0.0833+0.0392j
1:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.0388j	0+0j	0.08415+0.0388j	0+0j	0.04074+0.02037j	0.0816+0.0392j	0.04158+0.021j	0.1386+0.0679j	0.126+0.06076j	0+0j	0.08245+0.0384j	0.04116+0.021j	0+0j	0.04074+0.02058j	0.08245+0.04j
2:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.0384j	0+0j	0.08245+0.0388j	0+0j	0.04074+0.021j	0.08245+0.0396j	0.04032+0.02037j	0.1358+0.07j	0.12348+0.06014j	0+0j	0.08415+0.0392j	0.04032+0.02016j	0+0j	0.04032+0.021j	0.08415+0.04j
3:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.0388j	0+0j	0.0833+0.0396j	0+0j	0.04074+0.021j	0.08415+0.04j	0.04158+0.021j	0.1386+0.0679j	0.12474+0.06138j	0+0j	0.08245+0.04j	0.04116+0.02016j	0+0j	0.04116+0.02037j	0.08415+0.0392j
4:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.04j	0+0j	0.0816+0.0384j	0+0j	0.04158+0.02079j	0.08245+0.0396j	0.04116+0.02016j	0.1344+0.0693j	0.12096+0.05952j	0+0j	0.08245+0.0388j	0.04158+0.021j	0+0j	0.042+0.02016j	0.0833+0.04j
5:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.0833+0.04j	0+0j	0.085+0.0396j	0+0j	0.042+0.02037j	0.08415+0.0388j	0.042+0.02079j	0.1358+0.0679j	0.12474+0.06014j	0+0j	0.085+0.0388j	0.04074+0.02058j	0+0j	0.04032+0.02037j	0.085+0.0388j
6:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.085+0.0396j	0+0j	0.0833+0.0392j	0+0j	0.04116+0.02037j	0.0816+0.0392j	0.042+0.021j	0.1386+0.0686j	0.12222+0.06138j	0+0j	0.085+0.0388j	0.04158+0.021j	0+0j	0.04032+0.02016j	0.08245+0.0392j
7:00	0+0j	0+0j	0+0j	0.08415+0.0396j	0+0j	0.0816+0.0384j	0+0j	0.04074+0.02079j	0.0816+0.04j	0.04158+0.02037j	0.1386+0.0693j	0.12348+0.06014j	0+0j	0.085+0.0392j	0.042+0.02079j	0+0j	0.042+0.02079j	0.08415+0.0384j

Demandas																	
0.042+0.021j	0.042+0.021j	0.126+0.063j	0.042+0.021j	0.085+0.04j	0+0j	0.038+0.018j	0.085+0.04j	0.085+0.04j	0+0j	0.042+0.021j	0+0j	0.161+0.08j	0.042+0.021j	0+0j	0.085+0.04j	0.093+0.044j
0.042+0.02058j	0.04032+0.021j	0.126+0.06111j	0.04116+0.021j	0.085+0.0396j	0+0j	0.038+0.018j	0.0816+0.0396j	0.08245+0.04j	0+0j	0.04116+0.02016j	0+0j	0.15617+0.0792j	0.04032+0.02079j	0+0j	0.0833+0.04j	0.08928+0.04224
0.04032+0.02016j	0.04158+0.02058j	0.12348+0.06048j	0.042+0.02037j	0.08245+0.04j	0+0j	0.03686+0.01728j	0.0833+0.0384j	0.08415+0.0396j	0+0j	0.04158+0.02016j	0+0j	0.15778+0.0792j	0.04032+0.02079j	0+0j	0.08415+0.04j	0.09207+0.044j
0.04074+0.02079j	0.04032+0.02037j	0.12348+0.063j	0.042+0.02058j	0.0833+0.0384j	0+0j	0.03724+0.01728j	0.0816+0.0392j	0.0816+0.04j	0+0j	0.04158+0.02037j	0+0j	0.15939+0.08j	0.042+0.02058j	0+0j	0.085+0.0392j	0.09207+0.04356j
0.04074+0.02058j	0.04074+0.02079j	0.12222+0.06111j	0.04158+0.02037j	0.085+0.0396j	0+0j	0.03648+0.01728j	0.08245+0.0392j	0.0833+0.0396j	0+0j	0.04074+0.02079j	0+0j	0.15939+0.0776j	0.04074+0.021j	0+0j	0.08415+0.0388j	0.093+0.04268j
0.042+0.02079j	0.04116+0.02058j	0.12474+0.063j	0.04116+0.02058j	0.08245+0.0396j	0+0j	0.03686+0.01764j	0.0816+0.0396j	0.08245+0.04j	0+0j	0.04158+0.02079j	0+0j	0.15617+0.0768j	0.042+0.021j	0+0j	0.0816+0.04j	0.093+0.04312j
0.04032+0.02079j	0.042+0.02058j	0.126+0.06237j	0.04158+0.021j	0.085+0.0392j	0+0j	0.038+0.01728j	0.0816+0.0392j	0.08245+0.0388j	0+0j	0.042+0.02079j	0+0j	0.15939+0.0768j	0.04074+0.02058j	0+0j	0.08415+0.0396j	0.093+0.04356j
0.04074+0.021j	0.04074+0.02079j	0.12096+0.06111j	0.042+0.02016j	0.085+0.0392j	0+0j	0.03648+0.01728j	0.0833+0.0392j	0.0833+0.0384j	0+0j	0.042+0.02016j	0+0j	0.161+0.0776j	0.04032+0.021j	0+0j	0.0816+0.0388j	0.09114+0.04356j
0.04074+0.02037j	0.04158+0.021j	0.126+0.06237j	0.04158+0.02037j	0.0833+0.0396j	0+0j	0.038+0.01764j	0.085+0.0396j	0.085+0.0396j	0+0j	0.042+0.02058j	0+0j	0.15617+0.0768j	0.04158+0.02016j	0+0j	0.08245+0.0384j	0.093+0.04224j
0.04158+0.02037j	0.04074+0.02079j	0.12096+0.06174j	0.042+0.021j	0.08415+0.0388j	0+0j	0.03724+0.01764j	0.0816+0.0388j	0.0833+0.0392j	0+0j	0.04158+0.02079j	0+0j	0.15939+0.08j	0.04074+0.02037j	0+0j	0.085+0.04j	0.093+0.04268j
0.042+0.021j	0.04074+0.02058j	0.12096+0.06237j	0.04116+0.02058j	0.085+0.0384j	0+0j	0.03686+0.01746j	0.0833+0.0388j	0.085+0.04j	0+0j	0.042+0.02079j	0+0j	0.15617+0.0776j	0.04158+0.02058j	0+0j	0.0816+0.0388j	0.093+0.04356j
0.042+0.02079j	0.04032+0.021j	0.126+0.06237j	0.04116+0.021j	0.0816+0.0396j	0+0j	0.03762+0.01764j	0.0833+0.0392j	0.08245+0.0396j	0+0j	0.04074+0.021j	0+0j	0.15456+0.0776j	0.04074+0.02016j	0+0j	0.0816+0.0392j	0.08928+0.04312j
0.04158+0.02079j	0.04032+0.02016j	0.12474+0.06237j	0.042+0.02058j	0.085+0.0384j	0+0j	0.038+0.01728j	0.0816+0.0392j	0.085+0.0384j	0+0j	0.042+0.02079j	0+0j	0.15456+0.0776j	0.04158+0.02037j	0+0j	0.08415+0.0388j	0.09021+0.04268j
0.042+0.02016j	0.04074+0.021j	0.12474+0.06048j	0.04074+0.021j	0.0833+0.04j	0+0j	0.03686+0.018j	0.085+0.04j	0.08245+0.04j	0+0j	0.042+0.02016j	0+0j	0.15617+0.0776j	0.04158+0.021j	0+0j	0.0816+0.0392j	0.09021+0.04356j
0.042+0.021j	0.04032+0.02016j	0.12096+0.06174j	0.04074+0.02079j	0.0833+0.0384j	0+0j	0.038+0.018j	0.0833+0.0384j	0.08245+0.0392j	0+0j	0.04032+0.02016j	0+0j	0.161+0.0784j	0.04032+0.02058j	0+0j	0.0833+0.0384j	0.09207+0.04356j
0.04032+0.021j	0.042+0.021j	0.12222+0.063j	0.04158+0.021j	0.08415+0.0388j	0+0j	0.03648+0.01728j	0.08415+0.04j	0.08415+0.0388j	0+0j	0.04116+0.02079j	0+0j	0.161+0.0768j	0.042+0.02016j	0+0j	0.0816+0.0396j	0.09114+0.04268j
0.04074+0.02058j	0.04074+0.02058j	0.12348+0.06048j	0.04158+0.02016j	0.08415+0.0384j	0+0j	0.03648+0.01746j	0.08245+0.0388j	0.08415+0.0384j	0+0j	0.042+0.02058j	0+0j	0.15617+0.0768j	0.04032+0.02016j	0+0j	0.0816+0.04j	0.09207+0.044j
0.04158+0.02016j	0.04074+0.02016j	0.126+0.06237j	0.04032+0.02037j	0.08245+0.0392j	0+0j	0.038+0.01782j	0.085+0.0392j	0.0833+0.0388j	0+0j	0.04158+0.021j	0+0j	0.15939+0.08j	0.042+0.02037j	0+0j	0.085+0.0396j	0.09207+0.04224j
0.04158+0.02016j	0.04158+0.02058j	0.12474+0.06237j	0.04158+0.02079j	0.0833+0.0388j	0+0j	0.038+0.01746j	0.085+0.0384j	0.085+0.0384j	0+0j	0.04032+0.02037j	0+0j	0.15939+0.0784j	0.04032+0.02079j	0+0j	0.08415+0.0396j	0.093+0.04356j
0.04032+0.02058j	0.04074+0.02016j	0.126+0.06174j	0.04158+0.02079j	0.08415+0.0388j	0+0j	0.038+0.01728j	0.0833+0.04j	0.08245+0.0396j	0+0j	0.04116+0.02037j	0+0j	0.15939+0.0776j	0.04158+0.02079j	0+0j	0.08245+0.0388j	0.09114+0.044j
0.04116+0.02079j	0.04074+0.02016j	0.12222+0.06237j	0.04074+0.02058j	0.08245+0.04j	0+0j	0.03648+0.01782j	0.0833+0.0396j	0.08415+0.0396j	0+0j	0.04074+0.02058j	0+0j	0.15778+0.0776j	0.04116+0.02058j	0+0j	0.0833+0.0384j	0.09021+0.04356j
0.04116+0.02079j	0.04116+0.02058j	0.12222+0.06048j	0.04158+0.02079j	0.08415+0.0384j	0+0j	0.03724+0.01764j	0.0816+0.0396j	0.085+0.0396j	0+0j	0.04158+0.02058j	0+0j	0.15939+0.08j	0.04032+0.021j	0+0j	0.08415+0.04j	0.08928+0.04356j
0.042+0.02058j	0.04032+0.02016j	0.12474+0.063j	0.04116+0.02079j	0.085+0.0384j	0+0j	0.03648+0.01782j	0.0816+0.0384j	0.085+0.0396j	0+0j	0.04032+0.02079j	0+0j	0.15778+0.0792j	0.04032+0.02016j	0+0j	0.08245+0.0396j	0.093+0.04356j
0.04032+0.02037j	0.04074+0.02079j	0.126+0.06048j	0.04116+0.021j	0.08245+0.0388j	0+0j	0.03648+0.01728j	0.085+0.0384j	0.085+0.0384j	0+0j	0.042+0.02016j	0+0j	0.15939+0.0768j	0.04032+0.02037j	0+0j	0.0833+0.0	0.09114+0.04312j